

**מפתח תשובות נכונות**

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(2)	(2)	(1)	(4)	(4)	(1)	(2)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(3)	(4)	(2)	(4)	(4)	(1)	(1)	(4)

**הסברים**

**הסקה מתרשים (שאלות 1-4)**

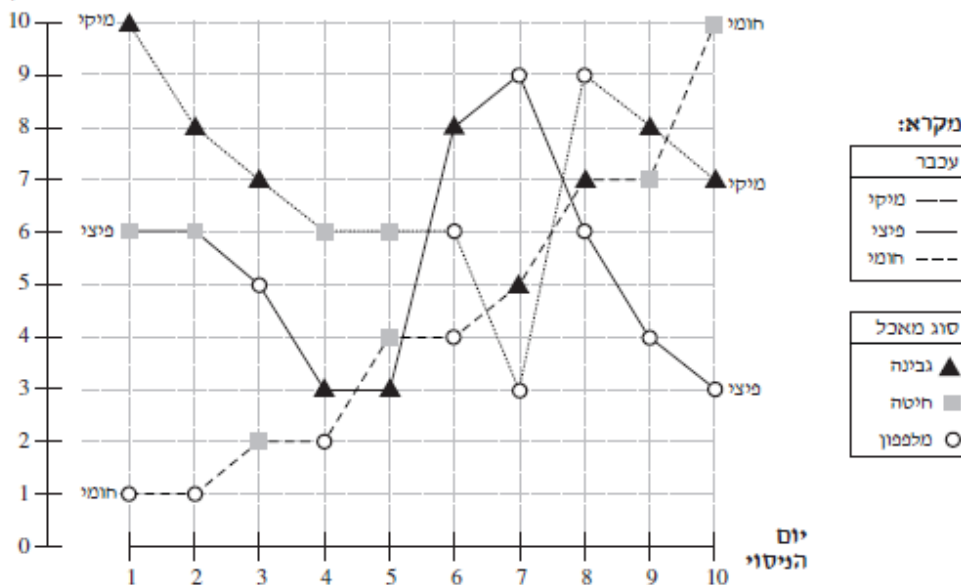
עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

התרשים מתאר ניסוי שנערך ב-3 עכברים: מיקי, פיצו וחומי (ראו מקרא), במשך 10 ימים. בכל יום מימי הניסוי קיבלו העכברים אפשרות לבחור אחד משלושה מאכלים: גבינה, חיטה או מלפפון. לאחר שסיים כל עכבר לאכול, הוא הוכנס למבוך ונמדד משך הזמן ששהה בו עד שנחלץ ממנו.

הצורות שבתרשים מסמנות את המאכל שבחר כל עכבר בכל יום (ראו מקרא), ומיקומן מציין את יום הניסוי שבו נבחר המאכל (הציר האופקי) ואת מספר הדקות ששהה העכבר במבוך באותו היום עד שנחלץ ממנו (הציר האנכי).

לדוגמה: ביום השביעי לניסוי אכל העכבר מיקי מלפפון, ולאחר מכן הוכנס למבוך ושהה בו 3 דקות, עד שנחלץ ממנו.

משך השהייה במבוך (בדקות)



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

## דצמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

1. **השאלה:** כמות החיטה שניתנה לעכבר בכל פעם הייתה 15 גרם.  
כמה גרם חיטה סך הכול אכלו שלושת העכברים במהלך הניסוי?  
**פתרון:** כדי למצוא את התשובה לשאלה עלינו למצוא בכל יום מה מספר העכברים שקיבלו חיטה.  
ביום הראשון, השני, השלישי והרביעי עכבר אחד בלבד קיבל חיטה.  
ביום החמישי יש שני עכברים שקיבלו חיטה.  
בימים השישי, השביעי והשמיני אף עכבר לא קיבל חיטה.  
בימים התשיעי והעשירי עכבר אחד קיבל חיטה.  
בסך הכול חילקו חיטה 8 פעמים. מכיוון שכמות החיטה שחולקה בכל פעם היא 15 גרם, הרי שבסך הכול חילקו 120 גרם ( $8 \cdot 15 =$ ).  
**תשובה (3).**
- 

2. **השאלה:** טענה: "בשום יום מ-10 ימי הניסוי לא שהה העכבר במבוך זמן קצר מכפי ששהה בו ביום שקדם לו".  
לגבי מי מהעכברים טענה זו נכונה?  
**פתרון:** נבדוק לגבי זמן שהייה של כל אחד משלושת העכברים, זמן שהייה של מי מהם לא ירד באף אחד מהימים ביחס לימים הקודמים:  
מיקי: כבר ביום השני שהה העכבר מיקי במבוך זמן קצר מכפי ששהה בו ביום הראשון (8 שניות ביום השני לעומת 10 שניות ביום הראשון), ומכאן שהטענה אינה נכונה לגביו.  
פיצי: ביום השלישי שהה העכבר פיצי במבוך זמן קצר מכפי ששהה בו בימים הראשון והשני (5 שניות ביום השלישי לעומת 6 שניות בימים הראשון והשני), ומכאן שהטענה אינה נכונה לגביו.  
חומי: מהתבוננות בתרשים ניתן לראות שבכל אחד מהימים שהה העכבר חומי במבוך זמן זהה או גדול מהזמן ששהה בו ביום הקודם, ומכאן שהטענה נכונה לגבי חומי.  
**תשובה (3).**
- 

3. **השאלה:** ביום השמיני לניסוי, מי מהעכברים נחלץ מהמבוך בזמן הקצר ביותר?  
**פתרון:** נתבונן בתרשים ונמצא כי העכבר שנחלץ בזמן הקצר ביותר ביום השמיני הוא עכבר שנחלץ מן המבוך ב-6 שניות, ואשר הקו המחבר בין הנקודות המתארות את זמני ההיחלצות שלו בתרשים הוא קו רציף. נתבונן במקרא ונמצא כי קו זה מייצג את העכבר ששמו פיצי.  
**תשובה (2).**
- 

4. **השאלה:** בכמה ימים במהלך הניסוי בחרו העכברים בכל שלושת המאכלים, כל אחד במאכל אחר?  
**פתרון:** על מנת לענות על השאלה, עלינו להתבונן בתרשים ולמצוא באלו מהימים כל אחד משלושת העכברים אכל מאכל שונה, ואז למנות בכמה ימים מדובר:  
ביום הראשון, השני, השלישי, הרביעי, התשיעי והעשירי אכל כל אחד מהעכברים מאכל שונה.  
בסך הכול ב-6 מהימים אכל כל עכבר מאכל שונה.  
**תשובה (2).**
-

**שאלות ובעיות (שאלות 5-20)**

5. **השאלה:** דני נסע באוטובוס. במהלך הנסיעה קרא 10 עמודים בספר בקצב קריאה קבוע. האוטובוס נסע למרחק של 1,000 מטרים ובמהירות של 100 מטר לדקה.

כמה עמודים קרא דני בדקה?

**פיתרון:** אם האוטובוס עבר מרחק של 1,000 מטרים במהירות של 100 מטר לדקה, הרי שזמן הנסיעה

$$\text{של דני היה } 10 \text{ דקות} \left( \frac{1,000}{100} = \right)$$

מכיוון שנתון כי דני קרא במהלך הנסיעה 10 עמודים בספר, וזמן הנסיעה הוא 10 דקות, הרי שדני קרא

$$\text{עמוד אחד בכל דקה} \left( \frac{10}{10} = \right)$$

**תשובה (1).**

6. **השאלה:** נתון:  $\frac{x}{4} + \frac{2x}{3} = \frac{y \cdot x}{12}$  ;  $x \neq 0$

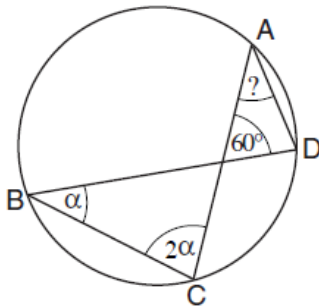
$$y = ?$$

**פיתרון:** על מנת לפשט את המשוואה נכפול ב-12 את שני האגפים, ונקבל:  $3x + 8x = y \cdot x$

$$11x = y \cdot x$$

נחלק ב-x את שני האגפים (ניתן לעשות זאת מכיוון שלפי הגדרת השאלה x שונה מ-0), ונקבל:  $11 = y$ .

**תשובה (4).**



7. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם A, B, C ו-D הן נקודות על היקף המעגל.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

$$\angle CAD = ?$$

**פיתרון:** זווית CAD היא זווית היקפית הנשענת על הקשת CD.

זווית היקפית נוספת הנשענת על הקשת היא זווית DBC, אשר

על פי נתוני הסרטוט שווה ל- $\alpha$ .

מכיוון שזוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות זו לזו,

הרי שעל מנת למצוא את גודלה של זווית CAD עלינו למצוא מה

גודלה של  $\alpha$ .

נתבונן במשולש השמאלי שבסרטוט:

שתיים מזוויות הפנימיות של המשולש נתונות: זווית DBC, אשר שווה ל- $\alpha$ , וזווית ACB, אשר שווה ל- $2\alpha$ .

הזווית הקודקודית לזווית השלישית היא זווית בת  $60^\circ$ , ומכאן שגודלה של זווית זו שווה אף הוא ל- $60^\circ$ .

סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל- $180^\circ$ , ומכאן:  $\alpha + 2\alpha + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 3\alpha + 60^\circ = 180^\circ$ .

נחסר  $60^\circ$  משני האגפים, ונקבל:  $3\alpha = 120^\circ$ .

נחלק ב-3, ונקבל:  $\alpha = 40^\circ$ .

מכיוון שזווית CAD שווה ל- $\alpha$ , הרי שזווית CAD שווה אף היא ל- $40^\circ$ .

**תשובה (4).**

## דצמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

8.

**השאלה:** במדינה מסוימת יש רק מטבעות של 3 זוזים ושל 7 זוזים.

איזה מהסכומים הבאים **אי-אפשר** לשלם במדויק במטבעות אלו (ללא עודף)?

**פיתרון:** ראשית, ברור שניתן לשלם כל סכום שמתחלק ללא שארית ב-3 או ב-7, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (4). כעת נבדוק לגבי כל אחד מהסכומים המוצעים האם ניתן לשלם אותו במטבעות של 3 ו-7 זוזים.

**תשובה (1):** 11 זוזים. מכיוון שבשילוב של מטבעות שערכם 7 ו-3 זוזים אין כל אפשרות לשלם סכום של 11 זוזים, הרי שזו התשובה הנכונה.

למרות שאין בכך צורך, לשם השלמת ההסבר נמשיך ונפסול את יתר התשובות.

**תשובה (2):** 16 זוזים. בשילוב של מטבע אחד שערכו 7 זוזים ושלושה מטבעות שערכם 3 זוזים, נקבל סכום של 16 זוזים ( $7 + 3 \cdot 3 =$ ), ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (3):** 20 זוזים. בשילוב של שני מטבעות שערכם 7 זוזים ושני מטבעות שערכם 3 זוזים, נקבל סכום של 20 זוזים ( $2 \cdot 7 + 3 \cdot 3 =$ ), ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (1).**

9.

**השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון:  $a + b$  זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות שווה ל- $a \cdot b$ ?

**פיתרון:** אם סכום של שני מספרים שלמים הוא מספר זוגי, הרי ששני המספרים הם בעלי אותו סימן, כלומר שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים, נבדוק לגבי האם ניתן להגיע לכל אחת מהמכפלות הנתונות באמצעות שני מספרים זוגיים או שני מספרים אי-זוגיים.

**תשובה (1):** 15. יש שני זוגות של מספרים שלמים אשר מכפלתם שווה ל-15: 3 ו-5, 1 ו-15. סכומם של שני הזוגות הוא זוגי, ומכאן שיתכן ש-15 הוא תוצאת המכפלה של a ו-b, כלומר זו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (2):** 2. יש רק זוג אחד של מספרים שלמים אשר מכפלתם שווה ל-2: 1 ו-2. מכיוון שסכומם של שני המספרים שווה ל-3, כלומר אי-זוגי, ועל פי הנתון סכומם של שני המספרים הוא זוגי, הרי שלא יתכן כי זו תוצאת המכפלה של a ו-b. זו התשובה הנכונה.

מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, הרי שאין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

**תשובה (3):** 9. יש שני זוגות של מספרים שלמים אשר מכפלתם שווה ל-9: 3 ו-3, 1 ו-9. סכומם של שני הזוגות הוא זוגי, ומכאן שיתכן ש-9 היא תוצאת המכפלה של a ו-b, כלומר זו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (4):** 8. יש שני זוגות של מספרים שלמים אשר מכפלתם שווה ל-8: 2 ו-4, 1 ו-8. מכיוון שסכום הזו 2, 4 הוא זוגי, הרי שיתכן כי 8 היא תוצאת המכפלה של a ו-b, כלומר זו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

**דצמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית**

**10. השאלה:** נתונים מחומש משוכלל ומתומן משוכלל **השווים בשטחם**.

צלע המחומש \_\_\_\_\_ מצלע המתומן, וזווית המחומש \_\_\_\_\_ מזווית המתומן.

**פיתרון:** על מנת ששטח של שתי צורות משוכללות יהיה שווה, ההיגיון מחייב כי אורך הצלע בצורה בעלת מספר הצלעות הקטן יותר יהיה גדול יותר, ומכאן שצלע המחומש ארוכה מצלע המתומן. תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

גודלה של זווית במצולע משוכלל מחושב באמצעות נוסחה, ומאוד מומלץ לזכור בעל פה את גודל הזווית במחומש ומתומן שהוא  $108^\circ$  ו- $135^\circ$  בהתאמה. כמו כן מומלץ לזכור כי לגבי מצולע משוכלל ככל שמגדילים את מספר הצלעות הזווית הפנימית הולכת וגדלה (משולש שווה צלעות -  $60^\circ$ ; ריבוע -  $90^\circ$  וכיוצא בזה). ומכאן שתשובה (1) נפסלת, והתשובה הנכונה היא תשובה (2).

**תשובה (2).**

**11. השאלה:** יובל הזמין למסיבה 20 בנות ו-20 בנים. כל בת שהזמין יובל הגיעה והביאה חברה אחת וחבר אחד (שלא הוזמנו). רק מחצית מהבנים שהזמין יובל הגיעו, וכל אחד מהם הביא שני חברים וחברה אחת (שלא הוזמנו).

$$? = \frac{\text{מספר הבנות שהגיעו למסיבה של יובל}}{\text{מספר הבנים שהגיעו למסיבה של יובל}}$$

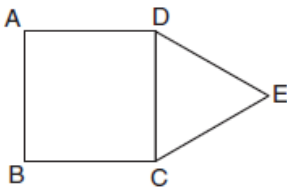
**פיתרון:** נמצא באמצעות נתוני השאלה מה מספר הבנים והבנות שהגיעו למסיבה.

נתון כי יובל הזמין 20 בנות, וכל בת שהזמין יובל הגיעה והביאה חברה אחת וחבר אחד (שלא הוזמנו). כלומר, 20 הבנות אשר הוזמנו הביאו איתן 20 בנים ו-20 בנות נוספים. ובסך הכול 40 בנות ו-20 בנים. נתון כי יובל הזמין 20 בנים, וכי רק מחצית מהבנים שהזמין יובל הגיעו, כלומר הגיעו 10 בנים, וכל אחד מהם הביא שני חברים וחברה אחת (שלא הוזמנו), ומכאן ש-10 הבנים הביאו עימם עוד 20 בנים  $(10 \cdot 2 =)$ , ו-10 בנות, ובסך הכול הגיעו 30 בנים  $(10 + 20 =)$  ו-10 בנות. מצאנו כי הגיעו בסך הכול 50 בנים  $(20 + 30 =)$ , ו-50 בנות  $(40 + 10 =)$ .

$$\frac{\text{מספר הבנות שהגיעו למסיבה של יובל}}{\text{מספר הבנים שהגיעו למסיבה של יובל}} = \frac{50}{50} = 1$$

**תשובה (1).**

**12. השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע, ו-CED הוא משולש שווה-צלעות ששטחו  $\frac{3}{2}$  סמ"ר.



מה שטח הריבוע ABCD (בסמ"ר)?

**פיתרון:** שטח הריבוע שווה ל- $(\text{צלע})^2$ .

על מנת למצוא את שטח הריבוע עלינו למצוא את מה ערך צלעו.

נתון כי שטח המשולש שווה הצלעות הוא  $\frac{3}{2}$  סמ"ר, ומכאן שניתן באמצעות

נוסחת שטח משולש לחלץ את גודל הצלע או באמצעות נוסחת שטח משולש

שווה צלעות, אשר לפיה כאשר x צלע המשולש שווה-הצלעות שטחו שווה ל- $\frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$ .

$$\frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}, \text{ הרי ש: } \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x^2 \sqrt{3} = 6, \text{ ונקבל: } x^2 \sqrt{3} = 6$$

$$x^2 = 2\sqrt{3}, \text{ ונקבל: } x^2 = 2\sqrt{3}$$

צלע הריבוע שווה לצלע המשולש, כלומר ל-x, ומכאן כי שטח הריבוע הוא  $2\sqrt{3}$  סמ"ר.

**תשובה (1).**

13.

**השאלה:** מחירים של חולצה ומכנסיים יחד הוא 270 שקלים. לאחר הנחה של 20% ממחיר החולצה והנחה של 25% ממחיר המכנסיים, מחירים יחד הוא 210 שקלים. מה מחיר החולצה לפני ההנחה (בשקלים)?

**פיתרון: דרך א':** הצבת תשובות

מבקשים מאיתנו למצוא את מחירה ההתחלתי של החולצה, ולכן ניתן לבדוק את התשובות המוצעות. מומלץ להתחיל בבדיקת התשובות העגולות והנוחות ביותר, ובמקרה שלפנינו: 100.

**תשובה (1):** 100. אם מחיר החולצה הוא 100 שקלים לפני ההנחה, ומחירים של החולצה והמכנסיים הוא 270 שקלים, הרי שמחיר המכנסיים לפני ההנחה הוא 170 שקלים. אם מחיר החולצה הוא 100 שקלים לפני ההנחה, הרי שהנחה של 20% ממחירה היא הנחה של 20 שקלים, ומחירה לאחר ההנחה הוא 80 שקלים ( $100 - 20 =$ ). אם מחיר המכנסיים הוא 170 שקלים לפני ההנחה, הרי שהנחה של 25% ממחירים היא הנחה שאינה מספר שלם, מכיוון ש-25% שקולים לשבר  $\frac{1}{4}$ , והמספר 170 אינו מתחלק ללא שארית ב-4. מכאן שניתן לפסול תשובה זו.

נעבור לתשובה העגולה הבאה: 150.

**תשובה (3):** 150. אם מחיר החולצה הוא 150 שקלים לפני ההנחה, ומחירים של החולצה והמכנסיים הוא 270 שקלים, הרי שמחיר המכנסיים לפני ההנחה הוא 120 שקלים ( $270 - 150 =$ ). אם מחיר החולצה הוא 150 שקלים לפני ההנחה, הרי שהנחה של 20% ממחירה היא הנחה של 30 שקלים (10% מ-150 הם 15 שקלים, ו-20% הם פעמיים 15), ומחירה לאחר ההנחה הוא 120 שקלים ( $150 - 30 =$ ). מחיר המכנסיים הוא 120 שקלים לפני ההנחה. הביטוי 25% שקול לשבר  $\frac{1}{4}$ , ומכאן שהנחה של 25% מ-120 היא הנחה של 30 שקלים ( $120 \cdot \frac{1}{4} =$ ), ומחיר המכנסיים לאחר ההנחה הוא 90 שקלים ( $120 - 30 =$ ). אם מחיר החולצה לאחר ההנחה הוא 120 שקלים, ומחיר המכנסיים הוא 90 שקלים, הרי שלאחר ההנחה מחיר יחד הוא 210 שקלים. מכיוון שזה מחירים לפי נתוני השאלה, זו התשובה הנכונה.

**דרך ב':** אלגברה

נשאלנו מה מחיר החולצה, ולכן נסמן את מחיר החולצה ב- $x$ . מכיוון שמחירים של חולצה ומכנסיים יחד לפי נתוני השאלה הוא 270 שקלים, הרי שמחיר המכנסיים לפני ההנחה הוא  $(270 - x)$ . נתון כי לאחר הנחה של 20% ממחיר החולצה, כלומר לאחר שמחירה הפך ל-80% ממחירה ההתחלתי ( $100\% - 20\% =$ ), ולאחר הנחה של 25% ממחיר המכנסיים, כלומר לאחר שמחירים הפך ל-75% ממחירים ההתחלתי ( $100\% - 25\% =$ ), מחירים יחד של החולצה והמכנסיים הוא 210 שקלים.

$$\Leftrightarrow 80\%x + 75\%(270 - x) = 210$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{5} + \frac{3 \cdot (270 - x)}{4} = 210 \Leftrightarrow \frac{80x}{100} + \frac{75 \cdot (270 - x)}{100} = 210$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 4x + 5 \cdot 3 \cdot (270 - x) = 20 \cdot 210$$

$$\Leftrightarrow x = 4,200 - 4,050 \Leftrightarrow 16x + 15 \cdot 270 - 15x = 4,200 \Leftrightarrow 16x + 15(270 - x) = 20 \cdot 210$$

$$. x = 150$$

**תשובה (3).**

14. השאלה: נתון:  $y < x < 0$

$$0 < a$$

איזה מאי-שוויונות הבאים נכון בהכרח?

**פיתרון: דרך א':** הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין בשאלה נתונים מספריים נציב מספרים המקיימים את הנתונים:  $y = -2$ ;  $x = -1$ ;  $a = 1$ , ונבדוק מי מהתשובות המוצעות נפסלת:

**תשובה (1):**  $\frac{ay}{x} < \frac{a}{xy}$ . כאשר מציבים  $y = -2$ ;  $x = -1$ ;  $a = 1$ , מקבלים את אי השוויון הבא:

$$2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot (-2)}{-1} < \frac{1}{(-1) \cdot (-2)}$$

מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (2):**  $ax < ay$ . כאשר מציבים  $y = -2$ ;  $x = -1$ ;  $a = 1$ , מקבלים את אי השוויון הבא:

$$-1 < -2 \Leftrightarrow 1 \cdot (-1) < 1 \cdot (-2)$$

מכיוון שהמספר (-2) אינו גדול מהמספר (-1) אלא קטן ממנו, הרי שאי-שוויון שקיבלנו אינו נכון, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (3):**  $a - y < y - a$ . כאשר מציבים  $y = -2$ ;  $x = -1$ ;  $a = 1$ , מקבלים את אי השוויון הבא:

$$3 < -3 \Leftrightarrow 1 + 2 < -2 - 1 \Leftrightarrow 1 - (-2) < (-2) - 1$$

מכיוון שהמספר (-3) אינו גדול מהמספר 3, אלא קטן ממנו, הרי שאי-שוויון שקיבלנו אינו נכון, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שבשלב זה ניתן לסמן את תשובה (4).

**דרך ב':** אלגברה

נפשט כל אחת מהתשובות הנתונות על ידי שימוש בפעולות מותרות (כפל במספרים חיוביים, חיבור/חיסור של מספרים/משתנים משני האגפים):

**תשובה (1):**  $\frac{ay}{x} < \frac{a}{xy}$ .  $x$  ו- $y$  הם מספרים שליליים, ומכאן שכאשר נכפול את שני האגפים ב- $xy$ , אנו

$$\text{כופלים את אי-השוויון במספר חיובי, ומכאן שנקבל: } ay^2 < a$$

$$\text{כעת נחלק את שני האגפים במספר החיובי } a, \text{ ונקבל: } y^2 < 1$$

נתון כי  $y$  הוא מספר שלילי אשר קטן מ- $x$ , לא ניתן לפי נתון זה לקבוע כי  $y^2 < 1$ , ומכאן שתשובה זו נפסלת.

**תשובה (2):**  $ax < ay$ . נחלק את שני האגפים במספר החיובי  $a$ , ונקבל:  $x < y$ .

מכיוון שלפי נתוני השאלה  $y$  הוא מספר שלילי אשר קטן מ- $x$ , הרי שתשובה זו אינה נכונה.

**תשובה (3):**  $a - y < y - a$ . נחבר  $a$  ו- $y$  לשני האגפים, ונקבל  $2a < 2y$ , נחלק ב-2, ונקבל:  $a < y$

לפי הנתונים  $a$  הוא מספר חיובי ו- $y$  הוא מספר שלילי, ומכאן שלא יתכן ש- $a$  יהיה קטן מ- $y$ , ולכן תשובה זו נפסלת.

**תשובה (4):**  $a - x < a - y$ . נחסר  $a$  משני האגפים, ונקבל  $-x < -y$ .

$$\text{נחבר } x \text{ ו-} y \text{ לשני האגפים, ונקבל: } y < x$$

מכיוון שלפי הנתונים  $y$  הוא מספר שלילי אשר קטן מ- $x$ , הרי שזו בהכרח התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

15. השאלה: נתונה המשוואה:  $x + y = z$

איזו מהמשוואות הבאות מספיקה כדי לחשב את ערכו המספרי של  $y$ ?

**פיתרון:** בכדי לענות על השאלה נציב את המשוואה הנתונה בכל אחת מן התשובות המוצעות, ונבדוק באיזה מהמקרים צירוף המשוואות מאפשר למצוא את ערכו המספרי של  $y$ .

**תשובה (1):**  $x - y = 0$ .

נחבר  $y$  לשני האגפים, ונקבל:  $x = y$ .

נציב במקום  $x$  במשוואה המקורית את  $y$ , ונקבל כי  $y + y = z \Leftrightarrow 2y = z$ .

ממשוואה זו לא ניתן למצוא מה ערכו המספרי של  $y$  ולכן התשובה נפסלת.

**תשובה (2):**  $x - y = z$ .

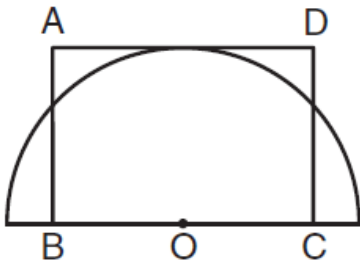
נחבר  $y$  לשני האגפים, ונקבל:  $x = y + z$ .

נציב במקום  $x$  במשוואה המקורית את הביטוי שמצאנו  $(y + z)$ , ונקבל כי  $y + z + y = z$ .

נחסר  $z$  משני האגפים, ונקבל כי  $2y = 0$ .

מצאנו כי ערכו המספרי של  $y$  הוא  $0$ , ולכן זו התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**



16. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן.

הצלע AD משיקה לחצי המעגל שמרכזו O ואורך רדיוסו 1 ס"מ.

**נתון:**  $BO = OC$

שטח המלבן שווה לשטח חצי המעגל.

מה אורך הקטע BO (בס"מ)?

**פיתרון:** נתון כי שטח המלבן שווה לשטח חצי המעגל.

נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 1 ס"מ, ומכאן ששטח המעגל הוא  $\pi$  סמ"ר  $(\pi = 1^2)$ , ושטח חצי

מהמעגל הוא  $\frac{\pi}{2}$  סמ"ר.

שטח המעגל שווה למכפלת אורך המלבן ברוחבו, כלומר מכפלת אורך הצלע AB בצלע BC.

רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית בת  $90^\circ$  עם המשיק, ומכאן שכאשר נוריד רדיוס ממרכז המעגל,

הנקודה O, לצלע AD, הרדיוס יהיה מאונך לצלע AD. נסמן את נקודת ההשקה בנקודה E.

מכיוון שהצלע OE מקבילה לצלע AB, הרי שאורך הצלע AB הוא שווה ל-1 ס"מ.

נתון כי  $BO = OC$ , ולפיכך על מנת למצוא את אורך הצלע BO המהווה מחצית מאורך הצלע BC, עלינו

לחלץ נתון זה מהמשוואה הנתונה, שטח המלבן שווה למחצית שטח המעגל, כאשר מצאנו כי שטח חצי

מהמעגל הוא  $\frac{\pi}{2}$  ואורך הצלע AB הוא 1 ס"מ:  $\frac{\pi}{2} = 1 \cdot BC$ .

מכיוון שמצאנו כי אורך הצלע BC הוא  $\frac{\pi}{2}$ , הרי שאורך הקטע BO השווה למחצית הצלע BC

$$\left( \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} = \right) \frac{\pi}{4}$$

שווה ל-  $\frac{\pi}{4}$

**תשובה (4).**



**דצמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית**

**17. השאלה:** לאיזה מהמספרים הבאים יש מספר אי-זוגי של מחלקים שונים (לא כולל המספר עצמו ו-1)

**פיתרון:** נבדוק כל אחת מהתשובות המוצעות:

**תשובה (1):** 12. המחלקים של המספר 12 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 3, 4 ו-6, כלומר 4 מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 12 הוא זוגי, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (2):** 22. המחלקים של המספר 22 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2 ו-11, כלומר 2 מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 22 הוא זוגי, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (3):** 18. המחלקים של המספר 18 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 3, 6 ו-9, כלומר 4 מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 18 הוא זוגי, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

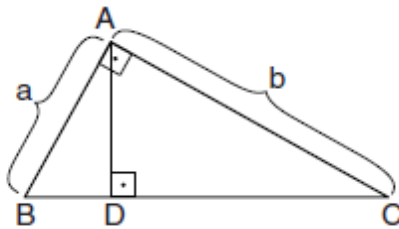
**תשובה (4):** 16. המחלקים של המספר 16 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 4 ו-8, כלומר 3 מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 16 הוא אי-זוגי, הרי שזו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

**הערה:** מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש מספר זוגי של מחלקים למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר: 4, 9, 16, 25 וכו', אשר להם בלבד יש מספר אי-זוגי של מחלקים.

**18. השאלה:** לפי הנתונים שבסרטוט,

$$AD = ?$$



**פיתרון:** דרך א': שטח משולש

נתבקשנו למצוא מה אורך הקטע AD שהוא גובה לצלע BC.

$$\text{שטח משולש שווה ל-} \frac{\text{הגובה לצלע} \cdot \text{צלע}}{2}$$

את שטחו של משולש ABC ניתן לחשב בשתי דרכים:

(א) חלוקה ב-2 של תוצאת מכפלת אורכי הניצבים AB ו-AC.

(ב) חלוקה ב-2 של מכפלת אורך הצלע BC באורך הגובה לצלע BC, כלומר ב-AD.

מכיוון שבשתי הדרכים עלינו לקבל את אותה תוצאה, אנו יכולים ליצור משוואה, שבה נשווה בין שתי הדרכים.

$$\text{אורכי הניצבים AB ו-AC הם } a \text{ ו-} b, \text{ ומכאן ששטח המשולש שווה ל-} \frac{a \cdot b}{2}$$

באמצעות משפט פיתגורס, לפיו:  $a^2 + b^2 = (BC)^2$ , ניתן למצוא כי אורך היתר BC הוא  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .

כעת אנו יכולים ליצור משוואה שבה המשתנה היחיד שאינו ידוע הוא אורכו של AD:

$$\frac{a \cdot b}{2} = \frac{(\sqrt{a^2 + b^2}) \cdot AD}{2}$$

$$a \cdot b = (\sqrt{a^2 + b^2}) \cdot AD \text{ , ונקבל:}$$

$$\frac{a \cdot b}{(\sqrt{a^2 + b^2})} = AD \text{ , ונקבל:}$$

**דרך ב':** דמיון משולשים

משולשים ABC ו-ADC הם משולשים ישרי-זווית, שיש להם זווית נוספת משותפת – זווית ACD.

מכיוון שלשני המשולשים שני זוגות של זוויות שוות, הרי שהם בהכרח דומים זה לזה.

במשולש ABC נמצא מול הזווית הישרה יתר המשולש, הצלע BC, אשר באמצעות משפט פיתגורס ניתן למצוא כי היא שווה ל-  $\sqrt{a^2 + b^2}$ , ובמשולש ADC נמצאת הצלע AC, אשר אורכה שווה ל-b.

במשולש ABC נמצא מול זווית ACD, הצלע AB, אשר אורכה שווה ל-a, ובמשולש ADC נמצא הניצב

AD.

דצמבר 2015 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

כעת נציב את הנתונים בריבוע יחסים :

ADC	90°	
A	$\sqrt{a^2 + b^2}$	משולש ABC
AD	b	משולש ACD

היחס בשורה הראשונה שווה ליחס בשורה השנייה, ומכאן ש:  $\frac{AD}{b} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

נכפול את שני האגפים ב-b, ונקבל:  $AD = \frac{a \cdot b}{(\sqrt{a^2 + b^2})}$

תשובה (1).

19. **השאלה:** גילם של אדי, של אודי ושל אהוד הוא x שנים כל אחד. גילן של שרי ושל שרה הוא y שנים כל אחת.

ממוצע הגילים של כל החמישה שווה לממוצע הגילים של אדי ושל שרית.

$$\frac{x}{y} = ?$$

**פיתרון:** נבנה משוואה בעזרת נוסחת הממוצע: נתון כי גילם של אדי, של אודי ושל אהוד הוא x שנים, ומכאן שסכום גיליהם הוא 3x שנים ( $x + x + x =$ ). נתון כי גילן של שרי ושל שרה הוא y שנים כל אחת, ולפיכך סכום גיליהן הוא 2y שנים ( $y + y =$ ).

לפי נוסחת הממוצע: הממוצע =  $\frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$ , ומכאן שממוצע הגילאים של כל החמישה שווה

$$\rightarrow \frac{3x + 2y}{5}$$

נתון כי ממוצע הגילים של כל החמישה שווה לממוצע הגילים של אדי ושל שרית, כלומר:  $\frac{3x + 2y}{5} = \frac{x + y}{2}$

נכפול את שני האגפים ב-10, ונקבל:  $2(3x + 2y) = 5(x + y) \Leftrightarrow 6x + 4y = 5x + 5y$   
נחסר 5x ו-4y משני האגפים, ונקבל:  $x = y$ .

מצאנו כי  $x = y$ , ומכאן כי ערך הביטוי  $\frac{x}{y}$  שווה ל-1  $\left(\frac{x}{y} = \frac{y}{y} = 1\right)$

תשובה (1).

20. **השאלה:** לכל שני מספרים חיוביים ושלמים a ו-b הוגדרה הפעולה  $\$(a, b) = a^{(b-a)}$  כך:  $\$(a, b) = a^{(b-a)}$

x ו-y הם שני מספרים חיוביים ושלמים.

$$\sqrt[y]{\$(xy, y^2)} = ?$$

**פיתרון:** לפי הגדרת הפעולה  $\$(a, b) = a^{(b-a)}$ . נשתמש בהגדרה על מנת לפשט את הביטוי שבתוך השורש:

$$\$(xy, y^2) = (xy)^{y^2 - xy} = (xy)^{y(y-x)}$$

לאחר שהשתמשנו בהגדרת הפעולה  $\$,$  הביטוי שלפנינו הוא:  $\sqrt[y]{(xy)^{y(y-x)}}$ .

לפי הגדרת המונח שורש:  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ . נשתמש בהגדרה זו על מנת לפשט את הביטוי הנתון, ונקבל:

$$\sqrt[y]{(xy)^{y(y-x)}} = (xy)^{\frac{y(y-x)}{y}} = (xy)^{y-x}$$

**תשובה (4).**