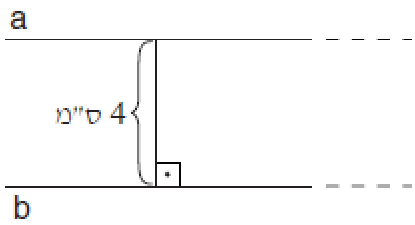
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(3)	(2)	(4)	(1)	(1)	(1)	(2)	(2)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(2)	(3)	(3)	(4)	(4)	(2)	(1)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)



1. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני ישרים מקבילים, a ו-b.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה המרחק הגדול ביותר האפשרי בין נקודה כלשהי על הישר a
לבין נקודה כלשהי על הישר b?

פתרון: על פי נתוני הסרטוט המרחק בין שני הישרים הוא 4 ס"מ, אולם זהו המרחק כאשר מורידים אנך ומודדים את אורכו. כאשר מדובר בשתי נקודות אקראיות אשר אינן נמצאות בהכרח אחת מעל השנייה, קיימת תמיד האפשרות 'למשוך' אחת מהן ימינה או שמאלה, לפי המקרה, על מנת להגדיל את המרחק ביניהן. ומכאן שהמרחק יכול להיות כל מרחק שנרצה.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: נועם שילם 2 תשלומים מתוך 5 תשלומים שווים של 500 שקלים כל אחד,
ו-2 תשלומים מתוך 3 תשלומים שווים של 333 שקלים כל אחד.

הסכום (בשקלים) שנותר לנועם לשלם הוא -

פיתרון: לפי נתוני השאלה הסכום שעל נועם לשלם עדיין מורכב משני סכומים:
א) 3 תשלומים של 500 שקלים, כלומר 1,500 שקלים $\left(3\cdot 500=\right)$.
ב) תשלום אחד של 333 שקלים.

סך הכול הסכום שנותר לנועם לשלם הוא 1,833 שקלים $\left(1{,}500+333=\right)$.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: מחירו של עט גבוה ב-5 שקלים ממחירו של עיפרון וגבוה פי 2 ממחירו של מחק.
המחיר הכולל של עט, עיפרון ומחק הוא 20 שקלים.

מה מחירו של עט (בשקלים)?

פיתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות
נשאלנו מה מחירו של עט, ומכאן שניתן לבדוק את התשובות המוצעות.
נתחיל בהצבת התשובה העגולה והנוחה ביותר:

<u>תשובה (2)</u>: 10.

נתון כי מחירו של עט גבוה ב-5 שקלים ממחירו של עיפרון, ומכאן שאם מחירו של עט הוא 10 שקלים, הרי שמחירו של עיפרון קטן ב-5 שקלים, כלומר שווה ל-5 שקלים $\left(10-5=\right)$.

נתון כי מחירו של עט גבוה פי 2 ממחירו של מחק, ולכן אם מחירו של עט הוא 10 שקלים, הרי שמחיר המחק קטן פי 2, כלומר שווה ל-5 שקלים $\left(=\frac{10}{2}\right)$.

המחיר הכולל של עט, עיפרון ומחק הוא 20 שקלים $(10+5+5=)$.

מכיוון שסכום זה תואם את נתוני השאלה, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : אלגברה

נשאלנו לגבי מחירו של עט, ולפיכך נסמן את מחירו ב-x.

נתון כי מחירו של עט גבוה ב-5 שקלים ממחירו של עיפרון, ומכאן שאם מחירו של עט הוא x שקלים, הרי שמחירו של עיפרון קטן ב-5 שקלים, כלומר שווה ל- $x-5$.

נתון כי מחירו של עט גבוה פי 2 ממחירו של מחק, ולכן אם מחירו של עט הוא x, הרי שמחיר המחק קטן פי 2, כלומר שווה ל- $\frac{x}{2}$

המחיר הכולל של עט, עיפרון ומחק הוא 20 שקלים, ומכאן שניתן ליצור את המשוואה:

$$x+(x-5)+\frac{x}{2}=20$$

$$2\frac{1}{2}x-5=20 .$$

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $5x-10=40$.

נוסיף 5 לשני האגפים: $5x=50$

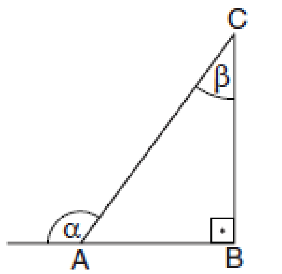
נחלק ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $x=10$

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ישר-זווית ABC.

$\alpha-\beta=?$



פתרון: <u>דרך א'</u>: בניית משוואה

α היא זווית חיצונית למשולש CAB.

זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, ומכאן ש: $\alpha=90°+\beta$.

נציב נתון זה בביטוי המבוקש, ונקבל:

$\alpha-\beta=90°+\beta-\beta=90°$.

תשובה (4).

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת דוגמה מספרית. נציב לדוגמה כי β שווה ל-$40°$.

סכום זוויות במשולש שווה ל- $180°$, אם β שווה ל-$40°$, הרי שזווית CAB שווה ל-$50°$ $(180°-90°-40°=)$. וזווית α הצמודה לה שווה ל-$130°$ $(180°-50°=)$. כעת נציב ערכים אלו בביטוי המבוקש: $\alpha-\beta$, ונקבל כי הביטוי שווה ל-$90°$. נציב בתשובות כי β שווה ל-$40°$ ונמצא כעי תשובות (1), (2) ו-(3) נפסלות.

תשובה (4).

5. **השאלה**: נתון: $\frac{x-y}{y}=1.25$

$y=24$

$x=?$

פיתרון: **דרך א'**: בדיקת תשובות

נציב כל אחת מהתשובות המוצעות:

תשובה (1): 54. אם נציב ש- $x=54$ ו- $y=24$ (לפי הנתון), נקבל את המשוואה הבאה:

$\frac{54-24}{24}=1.25$ ⇦ $\frac{30}{24}=\frac{5}{4}$.

נצמצם את המונה והמכנה של צד שמאל של המשוואה ב-6, ונקבל: $\frac{5}{4}=\frac{5}{4}$.

מכיוון שהמספרים שהצבנו מקיימים את המשוואה, הרי שזו התשובה הנכונה.

הערה: מי ששם לב כי לפי נתוני המשוואה ערכו של השבר שבצד שמאל גדול מ-1, ויסרוק את התשובות המוצעות ימצא כי הערך המוצע בתשובה (1) הוא היחידי אשר נותן ערך גדול מ-1 לשבר, ומכאן שזו התשובה היחידה האפשרית.

דרך ב': אלגברה – בניית משוואה

$\frac{x-y}{y}=1.25$. נציב כי $y=24$, ונקבל: $\frac{x-24}{24}=\frac{5}{4}$

נכפול ב-24 את שני האגפים, ונקבל: $x-24=30$.

נוסיף 24 לשני האגפים, ונקבל: $x=54$

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: לדן ולרות היו כמויות שוות של מים.

תחילה שתה דן $\frac{1}{2}$ מהמים שלו, ורות שתתה $\frac{1}{3}$ מהמים שלה.

לאחר מכן שתה $\frac{1}{3}$ מהמים שנותרו לו, ורות שתתה $\frac{1}{2}$ מהמים שנותרו לה.

$\frac{\text{כמות המים שנותרה לבסוף לדן}}{\text{כמות המים שנותרה לבסוף לרות}}=?$

פיתרון: **דרך א'**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כל נתון מספרי ממשי לגבי כמויות המים שהיו בידי דן ורות, ואנו לא נשאלים דבר לגבי כמויות אלו, הרי שניתן להציב דוגמה מספרית נוחה.

נציב ככמות המים שבידי דן ורות מספר אשר מתחלק ב-2 וב-3 ללא שארית, למשל 6.

אם לדן ולרות היו 6 ליטרים של מים, הרי שאם דן שתה $\frac{1}{2}$ מהמים שהיו לו, הוא שתה 3 ליטר $\left(=\frac{1}{2}\cdot 6\right)$, נותרו לו 3 ליטר $(=6-3)$. אם לאחר מכן שתה דן $\frac{1}{3}$ מהמים שנותרו לו, הרי שהוא שתה 1 ליטר מים $\left(=\frac{1}{3}\cdot 3\right)$, ומכאן שנותרו לו 2 ליטר מהמים $(=3-1)$.

אם רות שתתה $\frac{1}{3}$ מהמים שהיו לה, היא שתתה 2 ליטר $\left(=\frac{1}{3}\cdot 6\right)$, ונותרו לה 4 ליטר מים $(=6-2)$.

אם לאחר מכן היא שתתה $\frac{1}{2}$ מהמים שנותרו לה, הרי שהיא שתתה 2 ליטר מים $\left(=\frac{1}{2}\cdot 4\right)$, ונותרו לה 2 ליטר

מים $(4-2=)$.

אם כמות המים שנותרה לדן ולרות זהות, הרי שערכו של הביטוי המבוקש הוא 1.

__דרך ב׳__: אלגברה

נתון כי לדן ורות יש כמויות שוות של מים. נסמן כמויות אלו ב-x.

אם דן שתה מחצית מהמים, הרי שנותרו לו מים בכמות של $\frac{1}{2}x$ $\left(x-\frac{1}{2}x=\right)$.

נתון כי לאחר מכן שתה דן $\frac{1}{3}$ מהמים שנותרו לו, אם הוא שתה שליש מכמות של $\frac{1}{2}x$, ניתן לחשב מה הכמות שדן שתה ולהפחית אותה מהכמות שבידו או פשוט לומר, כי אם הוא שתה שליש, נותרו למעשה שני שליש מהכמות שנותרה לו, שני שליש מ $\frac{1}{2}x$ הם $\frac{1}{3}x$ $\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}x=\right)$.

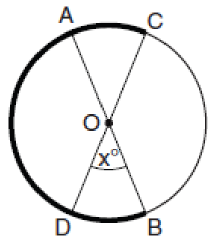
אם רות שתתה $\frac{1}{3}$ מהמים שהיו לה, כלומר היא שתתה $\frac{1}{3}x$ ליטר, ונותרו לה $\frac{2}{3}x$ ליטר מים.

אם לאחר מכן היא שתתה $\frac{1}{2}$ מהמים שנותרו לה, הרי שנותרו לה מחצית מהכמות שהיו לה, כלומר מחצית מ-$\frac{2}{3}x$, שהם $\frac{1}{3}x$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}x=\right)$.

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם הנקודה O היא מרכז המעגל. AB ו-CD הם קטרים במעגל. $\angle DOB = x°$.



מה היחס בין אורך הקשת המודגשת BC לבין היקף המעגל?

פיתרון: יחס אורכי הקשתות שווה ליחס הזוויות המרכזיות הנשענות על אותן קשתות.

הזווית המרכזית שנשענת על הקשת המודגשת CADB, מורכבת מהקו הישר CD והזווית המרכזית x, כלומר הזווית המרכזית הנשענת על הקשת המודגשת CADB שווה ל- $(180°+x)$.

הזווית המרכזית הנשענת על היקף המעגל שווה ל-360°, ומכאן שהיחס בין הזוויות המרכזיות הנשענות על הקשתות הוא $(180°+x):360°$.

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: מפעל מכפיל את התפוקה שלו כל שנה.

בשנה הראשונה לפעילותו ייצר המפעל 250 יחידות של מוצר מסויים.

במהלך השנה ה-____ לפעילותו ייצר המפעל את היחידה ה-30,000 של מוצר זה.

פיתרון: נבדוק מה מספר היחידות שמייצר המפעל בכל שנה.

אם בשנה הראשונה מייצר המפעל 250 יחידות, ובכל שנה מכפיל המפעל את התפוקה בכל שנה, הרי שבשנה השנייה מייצר המפעל 500 יחידות $(2\cdot 250=)$.

בשנה השלישית מייצר המפעל 1,000 יחידות $(2\cdot 500=)$.

בשנה הרביעית מייצר המפעל 2,000 יחידות $(2\cdot 1{,}000=)$.

בשנה החמישית מייצר המפעל 4,000 יחידות $(2\cdot 2{,}000=)$.

בשנה השישית מייצר המפעל 8,000 יחידות $(2\cdot 4{,}000=)$.

מכיוון שלפי התשובה הראשונה המפעל יצר בשנה ה-6 לפעילותו את היחידה ה-30,000, הרי שעלינו לסכום בשלב זה את מספר היחידות שהמפעל ייצר עד כה:

עד לסוף השנה השישית ייצר המפעל 15,750 יחידות $(250+500+1{,}000+2{,}000+4{,}000+8{,}000=)$

ומכאן שתשובה (1) אינה נכונה.

בשנה השביעית מייצר המפעל 16,000 יחידות $(=2\cdot 8{,}000)$.
עד לסוף השנה ה-7, ייצר המפעל 31,750 יחידות $(=15{,}750+16{,}000)$, כלומר, יותר מ-30,000 יחידות.

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: נתון: $25\cdot 5^{2x}=125^{x}$.
$x=?$

פיתרון: על מנת לפתור משוואה מעריכית יש להשוות את הבסיסים.
נמיר את כל הבסיסים לבסיס 5, ונקבל: $5^2\cdot 5^{2x}=\left(5^3\right)^x$
נפשט את אגף שמאל באמצעות חוק החזקות לגבי מכפלת בסיסים זהים $\left(a^m\cdot a^n=a^{m+n}\right)$, ואת אגף ימין באמצעות החוק המתייחס להעלאת חזקה בחזקה $\left(\left(a^m\right)^n=a^{m\cdot n}\right)$, ונקבל: $5^{2+2x}=5^{3x}$.
כעת לאחר שהשווינו בסיסים, ניתן להשוות את המעריכים, ומכאן ש: $2+2x=3x$.
נחסר $2x$ משני האגפים, ונקבל: $2=x$.

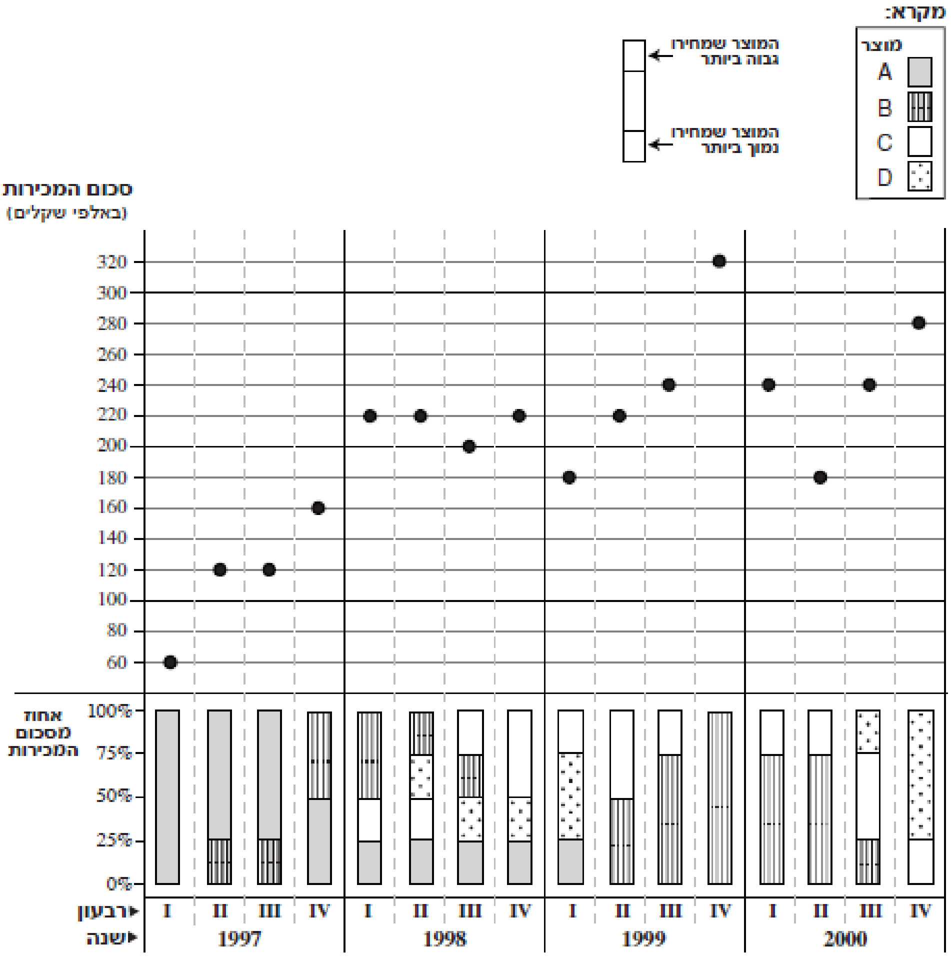
תשובה (2).

הסקה מתרשים (שאלות 10-13)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מתואר היקף המכירות של חברה בכל אחד מהרבעונים של השנים 1997-2000.
בתקופה המתוארת בתרשים מכרה החברה ארבעה מוצרים: C ,B ,A ו-D (ראו מקרא). מחירו של כל אחד מהמוצרים נשאר קבוע במשך כל רבעון, אך יכול להשתנות מרבעון לרבעון.
כל נקודה בחלקו העליון של התרשים מייצגת את סכום המכירות של החברה (באלפי שקלים) ברבעון מסוים של שנה מסוימת.
במלבנים שבחלקו התחתון של התרשים מסומן חלקו (באחוזים) של כל מוצר מתוך סכום המכירות של החברה באותו רבעון.
סדר סימון המוצרים בתוך המלבנים נקבע על פי מחיריהם באותו רבעון: המוצר שמחירו הגבוה ביותר מסומן בחלק העליון של המלבן, והמוצר שמחירו הנמוך ביותר מסומן בחלק התחתון של המלבן.

לדוגמה: ברבעון II בשנת 2000 מכרה החברה מוצרים בסכום כולל של 180 אלף שקלים: 75% מסכום זה היו ממכירת מוצר B, ו-25% מהסכום היו ממכירת מוצר C. ברבעון זה היה מחירו של מוצר C גבוה ממחירו של מוצר B.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

10. **השאלה**: ברבעון IV בשנת 1997 מכרה החברה 800 יחידות של מוצר B.

מה היה מחיר יחידה אחת של מוצר B ברבעון זה (בשקלים)?

פיתרון: על מנת למצוא את התשובה לשאלה עלינו לחלק את הסכום הכולל שהתקבל ממכירות מוצר B באותו רבעון, במספר מוצרי B שמכרה החברה, כלומר ב-800.
הנקודות בחלקו העליון של התרשים מייצגות את סכום המכירות הכולל של החברה ברבעון מסוים.
סכום המכירות הכולל של החברה ברבעון IV של שנת 1997 הוא 160,000 שקלים, אולם סכום זה הוא סך המכירות של כל מוצרי החברה. כעת עלינו למצוא מה היה חלקו של מוצר B מתוך סכום המכירות.
לפי חלקו התחתון של התרשים, מכירות מוצר B היוו 50 אחוז מתוך סכום המכירות הכולל, כלומר הסכום שהתקבל ממכירות מוצר B היה 80,000 שקלים $\left(=\frac{50}{100}\cdot 160{,}000\right)$.

אם בסך הכול נמכרו 800 יחידות של מוצר B בסכום כולל של 80,000 שקלים, הרי שמחיר יחידה אחת של מוצר B היה 100 שקלים $\left(=\frac{80{,}000}{800}\right)$.

תשובה (2).

---

11. **השאלה**: המוצר "החם ביותר" בכל שנה הוא זה שסכום המכירות השנתי שלו גבוה מסכום המכירות השנתי של כל אחד מן המוצרים האחרים.

איזה מוצר היה "החם ביותר" בשנת 1998?

פיתרון: לכאורה, כדי למצוא את התשובה לשאלה, עלינו לחשב מה סכום המכירות הכולל בכל רבעון מכל אחד מהמוצרים, ולסכם את התוצאות שנקבל. על אף שניתן אכן לעשות זאת ולמצוא את התשובה באופן זה, הרי שרוב השאלות בהסקה מתרשים מסוג זה ניתנות לפיתרון באופן ויזואלי.
נתבונן בנתוני התרשים: סכום ההכנסות ברבעונים ה-1, 2 ו-4 היה שווה ל-220 אלף, וסכום ההכנסות ברבעון השלישי הוא 200 אלף. לשם הפשטות ניתן להניח כי למעשה סכום המכירות בכל רבעון זהה, כלומר ניתן לחבר את אחוזי המכירות של המוצרים ברבעונים השונים, מכיוון שמדובר מאחוזים משלם זהה.
אחוזי המכירות של מוצר A הוא 25% בכל אחד מהרבעונים, ומכאן שאחוז המכירות השנתי הכולל של מוצר A הוא 100% $(=25\%+25\%+25\%+25\%)$.

אחוזי המכירות של מוצר B הוא 50% ברבעון הראשון ו-25% ברבעון השני והשלישי, ומכאן שאחוז המכירות השנתי הכולל של מוצר B אף הוא שווה ל-100% $(=25\%+25\%+50\%)$.

אחוזי המכירות של מוצר C הוא 25% ברבעון הראשון, השני והשלישי, ו-50% ברבעון הרביעי, ומכאן שאחוז המכירות השנתי הכולל של מוצר C שווה ל-125% $(=50\%+25\%+25\%+25\%)$.

אחוזי המכירות של מוצר D הוא 25% ברבעון השני, השלישי והרביעי, ומכאן שאחוז המכירות השנתי הכולל של מוצר D שווה ל-75% $(=25\%+25\%+25\%)$.

מצאנו שהמוצר החם ביותר בשנת 1998 הוא מוצר C.

תשובה (3).

.12 **השאלה**: בכמה אחוזים גדל סכום המכירות של החברה ברבעון IV בשנת 1999 ביחס לרבעון שקדם לו?

פיתרון: נמצא מה היה סכום המכירות של החברה ברבעון הקודם לרבעון ה-IV , כלומר ברבעון ה-III, מה היה סכום המכירות ברבעון ה-IV , בכמה היה הגידול בשקלים בין שני הרבעונים ואיזה חלק הוא מהווה מהרבעון ה-III.

סכום המכירות של החברה ברבעון ה-III הוא 240 אלף שקלים.

סכום המכירות של החברה ברבעון ה-IV הוא 320 אלף שקלים.

הגידול בסכום המכירות בין שני הרבעונים הוא 80 אלף שקלים $\left(=320{,}000-240{,}000\right)$.

סכום המכירות ברבעון ה-III הוא 240,000 שקלים, 80 אלף שקלים מהווים שליש מתוך 240 אלף שקלים, ומכאן שאחוז הגידול במכירות הוא $33\frac{1}{3}\%$.

תשובה (3).

.13 **השאלה**: מה היה סכום המכירות הגבוה ביותר של מוצר A ברבעון כלשהו (באלפי שקלים)?

פיתרון: ניתן למצוא את הפיתרון על ידי חישוב סכום המכירות של מוצר A בכל רבעון:

<u>**שנת 1997**</u> - מכירות מוצר A מהוות 100% מתוך סך הכול 60,000 שקלים ממכירות החברה ברבעון ה-I, ומכאן שמכירות מוצר A הן 60,000 שקלים $\left(=100\%\cdot 60{,}000\right)$.

מכירות מוצר A מהוות 75% מתוך סך הכול מכירות החברה ברבעון ה-II.

מכירות החברה ברבעון ה-II היו 120,000 שקלים, ומכאן שמכירות מוצר A ברבעון ה-II הן 90,000 שקלים $\left(=\frac{3}{4}\cdot 120{,}000 = 75\%\cdot 120{,}000\right)$.

מכירות מוצר A מהוות 75% מתוך סך הכול מכירות החברה ברבעון ה-III.

מכירות החברה ברבעון ה-III היו בסכום כולל של 120,000 שקלים, ומכאן שמכירות מוצר A ברבעון ה-III, הן 90,000 שקלים $\left(=\frac{3}{4}\cdot 120{,}000 = 75\%\cdot 120{,}000\right)$.

מכירות מוצר A מהוות 50% מתוך סך הכול מכירות החברה ברבעון ה-IV .

מכיוון שסכום המכירות הכולל של החברה ברבעון ה-IV היה בסך 160,000 שקלים, הרי שסכום המכירות של מוצר A היו בסכום של 80,000 שקלים $\left(=\frac{1}{2}\cdot 160{,}000 = 50\%\cdot 160{,}000\right)$.

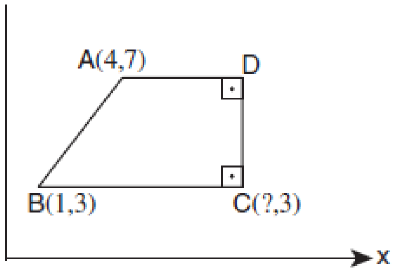
<u>**שנת 1998**</u> – בכל אחד מהרבעונים בשנת 1998 אחוז המכירות של מוצר A היווה 25% מסכום המכירות הכולל של החברה. מכיוון שסכום המכירות הרבעוני הגבוה ביותר של החברה ברבעונים של שנת 1998 היה 240 אלף, הרי שסכום המכירות הגבוה ביותר של החברה ממוצר A ברבעון בשנת 1998 הוא 60 אלף שקלים $\left(=\frac{1}{4}\cdot 240{,}000 = 25\%\cdot 240{,}000\right)$.

<u>שנת 1999</u> - הרבעון היחיד שבו נמכרו מוצר A בשנת 1999 הוא רבעון I, ברבעון זה היה סכום המכירות הכולל של החברה 180,000 שקלים. אחוז המכירות של מוצר A ברבעון זה היווה 25% מסכום המכירות הכולל של החברה, ומכאן שסכום המכירות של מוצר A ברבעון זה היה 45 אלף שקלים $\left(=\frac{1}{4}\cdot 180{,}000 = 25\%\cdot 180{,}000\right)$.

סכום המכירות הגבוה ביותר של מוצר A ברבעון כלשהו היה 90,000 אלפי שקלים.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)



14. השאלה: במערכת הצירים שלפניכם טרפז ישר-זווית ABCD $(AD \parallel BC)$
שטח הטרפז הוא 26.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה שיעור ה-x של הנקודה C?

פיתרון: נתבקשנו למצוא את שיעור ה-x של נקודה C. מכיוון שעל פי נתוני השאלה שטח טרפז שווה ל-26, הרי שככל הנראה יש לעשות שימוש בנתון זה, על מנת למצוא את ערך ה-x של הנקודה.
שטח טרפז שווה למכפלת סכום אורכי בסיסי הטרפז במחצית אורכו של גובה הטרפז.
מכיוון שישנו מספר רב של נתונים בסרטוט המתייחסים לערך ה-y של הנקודות, ננסה למצוא בעזרת נתונים אלו את גובה הטרפז.
ערכי ה-y של שתי הנקודות המצוינות על הבסיס BC הוא 3, ומכאן שצלע זו מקבילה לציר ה-x.
מכיוון שבסיס הטרפז מקבילים זה לזה, הרי שגם הצלע AD מקבילה לציר ה-x.
ערך ה-y של הצלע AD הוא 7, ערך ה-y של הצלע BC הוא 3, ההפרש בין ערך ה- y של הצלע AD לערך ה-y של הצלע BC הוא 4, ומכאן שגובה הטרפז הוא 4.
נתון כי שטח הטרפז הוא 26, ומכאן ש: $26 = \frac{\text{הגובה}\cdot(\text{סכום אורכי הבסיסים})}{2}$ ⇦
$26 = \frac{(\text{סכום אורכי הבסיסים})\cdot 4}{2}$ ⇦ $(\text{סכום הבסיסים})\cdot 2 = 26$.
נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל כי: $13 = \text{סכום אורכי הבסיסים}$.

כעת נבדוק את התשובות המוצעות, ונמצא מה שיעור ה-x של נקודה C אשר מביא למצב בו סכום אורכי הבסיסים הוא 13:
<u>תשובה (1)</u>: 6. אורכו של קו המקביל לציר ה-x שווה להפרש בערך מוחלט של שיעורי ה-x של הנקודות שבקצות הקו. שיעור ה-x של נקודה B הוא 1, ומכאן שאם שיעור ה-x של נקודה C הוא 6, הרי שאורך הבסיס BC הוא 5 $= |6-1|$.

שיעור ה-x של נקודה A הוא 4. הצלע CD מקבילה לציר ה-y (זוויות מתאימות שוות ל-90°), ומכאן שאם שיעור ה-x של נקודה C הוא 6, הרי שגם שיעור ה-x של נקודה D הוא 6. אורך הבסיס AD הוא 2 $= |6-4|$.
מצאנו כי סכום אורכי הבסיסים הוא 7 $(= 5+2)$.

מכיוון שעלינו למצוא מצב בו סכום אורכי הבסיסים הוא 13, נחפש ערך גדול יותר שעשוי לקרב אותנו לתוצאה הרצויה, למשל $x = 9$.

<u>תשובה (3)</u>: 9. שיעור ה-x של נקודה B הוא 1, ומכאן שאם שיעור ה-x של נקודה C הוא 9, הרי שאורך הבסיס BC הוא 8 $= |9-1|$.

שיעור ה-x של נקודה A הוא 4. הצלע CD מקבילה לציר ה-y (זוויות מתאימות שוות ל-90°), ומכאן שאם שיעור ה-x של נקודה C הוא 9, הרי שגם שיעור ה-x של נקודה D הוא 9. אורך הבסיס AD הוא 5 $= |9-4|$.
מצאנו כי סכום אורכי הבסיסים הוא 13 $(= 8+5)$.

תשובה (3).

.15 **השאלה**: שלוש צפרדעים יוצאות מנקודה A וקופצות על מסלול ישר עד לנקודה B.
בכל קפיצה הצפרדע הראשונה מתקדמת 3 מטרים לאורך המסלול, הצפרדע השנייה מתקדמת 2 מטרים, והשלישית $1\frac{2}{3}$ מטרים.

שלוש הצפרדעים נחתו על הקרקע בדיוק בנקודה B, כל אחת לאחר מספר שלם של קפיצות.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות אורך המסלול AB (במטרים)?

פיתרון: מכיוון שעל פי נתוני השאלה כל אחת מהצפרדעים נחתה בנקודה B לאחר מספר שלם של קפיצות, הרי שהמרחק בין A ל-B הוא מספר אשר מתחלק ב-3, ב-2 וב-$1\frac{2}{3}$ ללא שארית.

הערכים בכל התשובות מתחלקים ללא שארית ב-2, ולכן נעבור לבדוק מי מהם אינו מתחלק ב-3.
הערך המוצע בתשובה (1) אינו מתחלק ב-3 ללא שארית, ולכן תשובה זו נפסלת.

חלוקה של מספר ב-$1\frac{2}{3}$, היא חלוקה ב-$\frac{5}{3}$. חלוקה בשבר היא למעשה כפל בהופכי של אותו שבר, כלומר, חלוקה ב-$\frac{5}{3}$ היא למעשה כפל ב-$\frac{3}{5}$, ומכאן שהמרחק בין נקודות A ל-B צריך להיות מספר אשר מתחלק ב-5 ללא שארית.

תשובות (2) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3) אשר מתחלקת ללא שארית ב-2, 3 ו-5.

תשובה (3).

.16 **השאלה**: נתון: $\frac{(x+y)^2}{2x+2y} = x^2 - y^2$, $x + y \neq 0$

$x - y = ?$

פיתרון: פישוט משוואה

כדי לצמצם שבר יש לחלק את המונה והמכנה באותו מספר/ביטוי.

כדי להפוך את המכנה למכפלה, נוציא 2 כגורם משותף בין שני האיברים שבמכנה, ונקבל:

$\frac{(x+y)^2}{2(x+y)} = x^2 - y^2$.

נחלק את המונה והמכנה בביטוי $(x+y)$ (השונה מ-0 על פי הנתונים), ונקבל: $\frac{x+y}{2} = x^2 - y^2$.

נפשט את אגף ימין של המשוואה על ידי שימוש בנוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$\frac{x+y}{2} = (x+y)(x-y)$.

נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $x + y = 2 \cdot (x+y)(x-y)$.

כעת נחלק את שני האגפים בביטוי $(x+y)$ (השונה מ-0 על פי הנתונים), ונקבל: $1 = 2 \cdot (x-y)$.

נתבקשנו למצוא את ערכו של הביטוי $x - y$, ולכן נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $\frac{1}{2} = x - y$.

תשובה (4).

---

17. **השאלה**: נתון: $c < -1 < b < 0 < a < 1$

איזה מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר?

פיתרון: מכיוון שנשאלנו מי מהביטויים הוא הקטן ביותר, ונתון טווח הערכים אשר כל משתנה יכול לקבל, נציב דוגמה נוחה ונחשב את ערך הביטויים המוצעים בתשובות:

נציב מספרים נוחים המתאימים לנתוני השאלה, למשל: $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$ ו- $c = -2$.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{a}{c}$. כאשר $a = \frac{1}{2}$ ו- $c = -2$, ערכו של הביטוי הוא $-\frac{1}{4}$ $\left(\frac{a}{c} = \frac{\frac{1}{2}}{-2} = \frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} = \right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{b}{c}$. כאשר $b = -\frac{1}{2}$ ו- $c = -2$, ערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{4}$ $\left(\frac{b}{c} = \frac{-\frac{1}{2}}{-2} = -\frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} = \right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{b}{a}$. כאשר $b = -\frac{1}{2}$ ו- $a = \frac{1}{2}$, ערכו של הביטוי הוא 1- $\left(\frac{b}{a} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \right)$.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{c}{a}$. כאשר $c = -2$ ו- $a = \frac{1}{2}$, ערכו של הביטוי הוא 4- $\left(\frac{c}{a} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -2 \cdot \frac{2}{1} = \right)$.

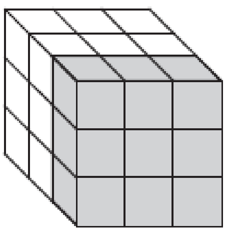
התשובה אשר ערכה הוא הקטן ביותר היא תשובה (4).

תשובה (4).

---

18. **השאלה**: קובייה גדולה מורכבת מ-27 קוביות קטנות, מהן 9 אפורות (ראו סרטוט).
קובייה קטנה נקראת "חיונית" אם לאחר שמסירים אותה (ורק אותה) מהקובייה הגדולה, מתקבל גוף ששטח הפנים שלו **שונה** משטח הפנים של הקובייה הגדולה.

כמה מהקוביות האפורות הן חיוניות?



פיתרון: הסרה של כל אחת מ-4 הקוביות הפינתיות, מסירה קובייה אשר 'תורמת' 3 פאות לשטח הפנים של הקובייה הגדולה ובמקומה נחשפות 3 פאות חדשות, ולפיכך הסרת הקוביות הללו אינה משנה את שטח הפנים הכולל של הגוף.
הסרת כל אחת מהקוביות האפורות הקטנות האחרות גורמת לשינוי שטח הפנים הכולל, מכיוון שמספר הפאות ש'מאבדים' בשל הסרת הקובייה אינו שווה למספר הפאות ש'נחשפות' בשל כך.
מכיוון שיש בסרטוט 9 קוביות אשר רק הסרת 4 מהן אינה משנה את שטח הפנים הכולל, הרי שישנן 5 קוביות שהן חיוניות $(9 - 4 =)$.

תשובה (2).

---

19. **השאלה**: בתוך שק יש 6 כדורים: 5 כדורים שחורים וכדור אחד לבן.
אורי מוציא באקראי את הכדורים בזה אחר זה (כדור אחר כדור), ואינו מחזיר אותם לשק.

מה ההסתברות שהכדור האחרון שיוציא אורי יהיה הכדור הלבן?

פיתרון: **דרך א'**: ההסתברות שכל אחד מהכדורים שנמצאים בשק יהיה הכדור האחרון שיוצא ממנו זהה.
מכיוון שיש 6 כדורים, הרי שההסתברות שכל כדור ספציפי יהיה הכדור האחרון שיוצא מהכד שווה ל- $\frac{1}{6}$, שכן

מתוך ששת הכדורים, רק אחד, הלבן, עונה על הדרישה בשאלה.

דרך ב': על מנת שהכדור האחרון שיוציא אורי יהיה הכדור הלבן על כל 5 הכדורים שקדמו לו להיות כדורים שחורים. כלומר, הכדור הראשון צריך להיות שחור **וגם** הכדור השני צריך להיות שחור **וגם** הכדור השלישי צריך להיות שחור וכך הלאה.
מכאן שההסתברות שהכדור האחרון שאורי יוציא יהיה לבן שווה למכפלת ההסתברות שהכדור הראשון יהיה שחור, בהסתברות שהכדור השני יהיה שחור, בהסתברות שהכדור השלישי יהיה שחור וכך הלאה.

יש 5 כדורים שחורים מתוך סך הכול 6 כדורים, ולכן ההסתברות שהכדור הראשון שיוצא יהיה שחור שווה ל- $\frac{5}{6}$.

לאחר הוצאת הכדור השחור ישארו בשק 4 כדורים שחורים מתוך סך הכול 5 כדורים, ולכן ההסתברות שהכדור השני שיוצא יהיה שחור שווה ל- $\frac{4}{5}$.

לאחר הוצאת שני כדורים שחורים ישארו בשק 3 כדורים שחורים מתוך סך הכול 4 כדורים, ולכן ההסתברות שהכדור השלישי שיוצא יהיה שחור שווה ל- $\frac{3}{4}$.

באותו אופן, ניתן להמשיך ולקבוע כי ההסתברות שהכדור הרביעי שיוצא יהיה שחור שווה ל- $\frac{2}{3}$, וכי ההסתברות שהכדור החמישי שיוצא יהיה שחור שווה ל- $\frac{1}{2}$.

ההסתברות שכל 5 הכדורים הראשונים שיוצאו יהיו כדורים שחורים שווה ל- $\frac{1}{6}$ $\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\right)$.

תשובה (1).

---

20. **השאלה**: מספר שלם נקרא "k-ראשוני" אם יש לו בדיוק k גורמים ראשוניים השונים זה מזה.

נתון: a הוא "5-ראשוני".
b הוא "3-ראשוני".

$a\cdot b$ הוא "x-ראשוני".
מה נכון בהכרח בנוגע ל-x?

פיתרון: אם a הוא "5-ראשוני" הרי שהוא מורכב ממכפלה של בדיוק 5 מספרים ראשוניים השונים זה מזה.
אם b הוא "3-ראשוני" הרי שהוא מורכב ממכפלה של בדיוק 3 מספרים ראשוניים השונים זה מזה.
$a\cdot b$ הוא "x-ראשוני", כלומר עלינו למצוא מכמה מספרים ראשוניים מורכב המספר x אשר שווה למכפלת שני המספרים a ו-b.
מנתוני השאלה לא ניתן לדעת האם חלק או כל המספרים הראשוניים המרכיבים את המספר b מרכיבים גם את המספר a וכמו כן, בתשובות יש טווח של מספרים שיכולים לקיים את x. מכאן שיש שני מצבים קיצוניים אפשריים:
א) אם כל המספרים הראשוניים המרכיבים את b מרכיבים גם את a, הרי שהמספר x מורכב בסך הכול ממכפלה של 5 מספרים ראשוניים שונים, כלומר x הוא מספר "5-ראשוני".
ב) כל המספרים הראשוניים המרכיבים את b שונים מהמספרים הראשוניים המרכיבים את a, ומכאן שהמספר x מורכב ממכפלה של 8 מספרים ראשוניים שונים $(5+3=)$, כלומר x הוא מספר "8-ראשוני".

תשובה (1).
