מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(2)	(1)	(1)	(2)	(2)	(4)	(3)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(4)	(2)	(3)	(2)	(1)	(1)	(3)	(1)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(3)	(2)	(1)	(4)	(4)

הסברים

השוואה כמותית (שאלות 1-6)

	טור א	טור ב	מידע נוסף
1. השאלה:	BD	AC	ABC הוא משולש ישר זווית החסום במעגל. BD חוצה את AC באמצעו.

מידע נוסף: מכיוון שבכל מעגל, זווית היקפית בת 90° בהכרח נשענת על קוטר, ניתן לראות על פי הסרטוט כי הקטע AC הוא קוטר. כמו כן, נתון כי BD חוצה את AC באמצעו.
נקודת האמצע של הקוטר AC היא בהכרח מרכז המעגל, ומכאן שמהנתון כי BD חוצה את הקוטר AC ניתן להסיק כי הקטע BD עובר אף הוא דרך מרכז המעגל ולכן גם הוא קוטר. קיבלנו שהקטעים בשני הטורים הם קטרים, וכידוע כל הקטרים במעגל שווים זה לזה.

תשובה (3).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
2. השאלה:	מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית ב-7	מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית גם ב-2 וגם ב-3	

פיתרון: מכיוון שכל מספר המתחלק ללא שארית גם ב-2 וגם ב-3, מתחלק למעשה ללא שארית ב-6 $(2\cdot 3=)$, קיבלנו בטורים:

טור א	טור ב
מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית ב-7	מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית ב-6

טור א': $60 = \frac{420}{7}$ מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית ב-7 הוא 60.

טור ב׳: $70 = \frac{420}{6}$ ולכן מספר המספרים בין 1 ל-420 המתחלקים ללא שארית ב-6 הוא 70.

קיבלנו שהביטוי בטור ב׳ גדול יותר מהביטוי בטור א׳.

תשובה (2).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
3. השאלה:	1	$p \cdot q$	$p + q = 1$ $0 < p,q$

מידע נוסף: על פי המידע הנוסף p ו- q הם שני מספרים **חיוביים** שסכומם שווה ל-1. מכאן אנו יכולים להבין כי כל אחד מהם הוא שבר פשוט בין אפס ל-1.

טור ב׳: מכיוון שכאשר כופלים מספר חיובי בשבר פשוט הוא תמיד קטן, הרי שהמכפלה $p \cdot q$ צריכה להיות קטנה יותר מ-p וגם קטנה יותר מ-q ולכן בהכרח קטנה מ-1.

תשובה (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
4. השאלה:	ההספק של פועל אחד	ההספק של מכונה אחת	במפעל מסוים ההספק של 3 פועלים שווה להספק של 4 מכונות. כל הפועלים עובדים באותו ההספק, וכל המכונות עובדות באותו ההספק.

מידע נוסף: נתון כי ההספק של 3 פועלים שווה להספק של 4 מכונות. כלומר, אם רוצים לבצע עבודה מסויימת, נדרשות 4 מכונות על מנת לסיים את העבודה באותו זמן שיבצעו אותה 3 פועלים. אם כמות קטנה יותר של פועלים מספיקה על מנת לעשות את אותה עבודה שעושה כמות גדולה יותר של מכונות, הרי שהספקם של כל אחד מהפועלים גדול יותר מהספקן של כל אחת מהמכונות.

תשובה (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
5. השאלה:	היקף המשולש ABC	סכום אורכי הקטעים המודגשים	ABC הוא משולש שווה צלעות. על הצלע BC סורטטו 4 ריבועים חופפים.

פיתרון: נסמן את אורכן של כל אחת מצלעות הריבועים הקטנים ב- x.

טור ב׳: הקטעים המודגשים מורכבים בסך הכל מ-13 פעמים צלע ריבוע, כלומר 13x.

טור א׳: ניתן לראות כי אורך הקטע BC מורכב מ-4 פעמים צלע הריבוע, כלומר $BC = 4x$.
נתון כי המשולש ABC הוא שווה צלעות ולכן היקפו שווה ל-3 פעמים צלע BC, כלומר ל- 12x $(3 \cdot 4x =)$.

קיבלנו בטורים:

טור א	**טור ב**
$12x$	$13x$

x הוא מספר חיובי ולכן טור ב' גדול יותר מטור א'.

תשובה (2).

	טור א	**טור ב**	**מידע נוסף**
6. השאלה:	α	$40°$	ABC הוא משולש. $AB = AC$

מידע נוסף:

דרך א':

מכיוון שסכום זוויות פנימיות במשולש שווה ל-$180°$, הרי שבהכרח זווית הראש של המשולש ABC קטנה מ-$180°$. כלומר, $\alpha+\alpha+100° < 180°$ ⇦ $2\alpha+100° < 180°$ נחסר $100°$ משני האגפים, ונקבל: $2\alpha < 80°$. נחלק ב-2, ונקבל: $\alpha < 40°$.

דרך ב':

על פי הנתון, המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים, ומטעמי סימטריה ניתן להסיק כי גם המשולש הפנימי הוא משולש שווה שוקיים, אשר זווית הראש שלו היא $100°$. אם כך, ניתן למצוא את זוויות הבסיס במשולש זה, נסמן כל אחת מזוויות הבסיס באות β ונכתוב: $\beta+\beta+100° = 180°$.

נחלץ את β ונקבל: $\beta = 40°$. כעת נשים לב כי β היא למעשה זווית חיצונית למשולש השווה לסכום שתי הזוויות שאינם צמודות לה, כלומר: $\beta = \alpha + \angle ABC$. נבודד את α ונקבל:

$\alpha = \beta - \angle ABC = 40° - \angle ABC$.

קיבלנו שהזווית α שווה ל- $40°$ פחות משהו, ולכן היא קטנה מ-$40°$.

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 7-10)

7. השאלה: באיזו ארוחה אכל נדב את הכמות הגדולה ביותר של סיבים תזונתיים?

פיתרון: על מנת לדעת את כמות הסיבים התזונתיים הכוללת שאכל נדב בכל ארוחה יש לסכום את ערכי הסיבים התזונתיים בכל המוצרים המרכיבים את אותה ארוחה. מכיוון שאנו מחפשים את הארוחה בה כמות הסיבים התזונתיים היא הגדולה ביותר, אין צורך לחשב במדוייק את כל הערכים אלא מספיק לחפש את הארוחה בה הסכום הוא הגדול ביותר. בסריקה מהירה של הארוחות ניתן לראות כי בארוחת הערב כמות הסיבים התזונתיים הכוללת היא הגדולה ביותר מפני שהתפוז לבדו מכיל 2.6 גרם סיבים תזונתיים, כמות הגדולה יותר מכל שאר הארוחות.

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: באיזו ממנות המזון הבאות שאכל נדב היה מספר הקלוריות הגדול ביותר?

פיתרון: נבדוק על פי עמודת ה"קלוריות" בטבלה את כמות הקלוריות בכל אחת מהאפשרויות המוצעות:

תשובה (1): קרואסון- 227 קלוריות.
תשובה (2): חביתה- 100 קלוריות.
תשובה (3): גביע יוגורט- 232 קלוריות.
תשובה (4): פרוסת לחם מלא- 63 קלוריות.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: איזו ממנות המזון הבאות שאכל נדב קרובה ביותר לסלט במספר הקלוריות שבה, אך רחוקה ביותר מן הסלט במספר הקלוריות ב-100 גרם?

פיתרון: עלינו לבדוק את התשובות המוצעות, ועבור כל תשובה למצוא את ההפרש בין כמות הקלוריות הכוללת באותה מנה לכמות הקלוריות הכוללת בסלט שהיא 28 גרם, ובנוסף את ההפרש בין כמות הקלוריות ל-100 גרם באותה מנה לכמות הקלוריות ל-100 גרם סלט, שהיא 18 גרם.

תשובה (1): ספל קפה. כמות הקלוריות בספל קפה היא 5 קלוריות. ההפרש בין כמות הקלוריות בסלט לבין כמות הקלוריות בספל הקפה הוא 23 קלוריות $(=28-5)$, וההפרש בין כמות הקלוריות ב-100 גרם של קפה לבין 100 גרם של סלט הוא 16 קלוריות $(=18-2)$.

תשובה (2): חמאה. כמות הקלוריות בחמאה היא 36 קלוריות. ההפרש בין כמות הקלוריות בחמאה לבין כמות הקלוריות בסלט הוא 8 קלוריות $(=36-28)$, וההפרש בין כמות הקלוריות ב-100 גרם של חמאה לבין כמות הקלוריות ב-100 גרם של סלט הוא 702 קלוריות $(=720-18)$.

תשובה (3): ספל מרק. כמות הקלוריות בספל מרק היא 5 קלוריות. ההפרש בין כמות הקלוריות בספל מרק לבין כמות הקלוריות בסלט הוא 35 קלוריות $(=63-28)$, וההפרש בין כמות הקלוריות ב-100 גרם של מרק לבין 100 גרם של סלט הוא 7 קלוריות $(=25-18)$.

תשובה (4): תפוז. כמות הקלוריות בתפוז היא 62 קלוריות. ההפרש בין כמות הקלוריות בתפוז לבין כמות הקלוריות בסלט הוא 34 קלוריות $(=62-28)$, וההפרש בין כמות הקלוריות ב-100 גרם של תפוז לבין 100 גרם של סלט הוא 30 קלוריות $(=48-18)$.

לסיכום, המנה שהכי קרובה לסלט במספר הקלוריות שבה, אך רחוקה ביותר מן הסלט במספר הקלוריות ב-100 גרם היא החמאה.

תשובה (2).

---

10. **השאלה**: מה המשקל הגדול ביותר של מנת מזון שאכל נדב בארוחה אחת?

פיתרון: נסרוק את עמודת ה"משקל בגרמים" בטבלה ונחפש את המשקל הגדול ביותר שאכל נדב במנה כלשהי. המשקל הגדול ביותר שמופיע בעמודה זו הוא 250 גרם, זה הוא משקלם של ספל קפה ושל ספל מרק.

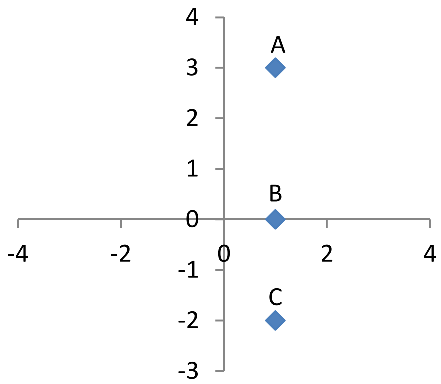
תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 11-25)

.11 **השאלה**: במערכת צירים נתונות שלוש נקודות A, B ו- C:
ערכי הנקודה A הם (1,3),
ערכי הנקודה B הם (1,0),
וערכי הנקודה C הם (1, -2).

$\angle ABC = ?$

פיתרון: נסרטט מערכת צירים ונסמן עליה את הנקודות הנתונות:



ניתן לראות כי מכיוון שערכי ה- x של שלושת הנקודות זהים, הנקודות יוצרות קו ישר המקביל לציר ה- y, ולכן הזווית $\angle ABC$ היא זווית שטוחה ושווה ל- $180°$.

תשובה (3).

.12 **השאלה**: נתונים שני מספרים שלמים וחיוביים a ו- b, $b < a$
נתון: a^2b הוא מספר זוגי

$(a+b)$ הוא מספר אי-זוגי

איזו מהטענות הבאות **אינה** נכונה?

פיתרון: נביט בנתון הראשון: מכפלה של שני איברים שהיא מספר זוגי, משמעות הדבר היא שלפחות אחד מהאיברים הוא זוגי (נזכור שאם a^2 הוא זוגי אז בהכרח גם a זוגי). כלומר, או ש- a זוגי או ש- b זוגי או ששניהם זוגיים.
כעת נביט בנתון השני: סכום של שני איברים שהוא מספר אי זוגי, מצב זה מתקבל כאשר אחד האיברים זוגי והאיבר השני אי זוגי. לסיכום, הגענו למסקנה שאחד מהמשתנים a ו-b הוא זוגי והשני אי-זוגי. כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $b(a^2+a)$ הוא מספר זוגי. אם b זוגי אז הוא הופך את כל הביטוי לזוגי, ואם a זוגי אז גם (a^2+a) זוגי, ולכן הביטוי בהכרח זוגי. נשאלנו איזו טענה **אינה** נכונה ולכן זו אינה התשובה הנכונה.
<u>תשובה (2)</u>: $(a+b-1)$ הוא מספר זוגי. ידוע כי $(a+b)$ הוא מספר אי זוגי. כאשר מחסירים 1 ממספר אי-זוגי מתקבל מספר זוגי. זו אינה התשובה הנכונה.
<u>תשובה (3)</u>: ab^2 הוא מספר אי-זוגי. כאמור ידוע כי או ש- a זוגי או ש- b זוגי. מכיוון שהגענו למסקנה אחד האיברים במכפלה זו הוא זוגי ולכן הביטוי בהכרח זוגי בוודאות. זו התשובה הנכונה ואין צורך לבדוק את יתר התשובות.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: נתון: 20% מ- $2x$ שווים ל-10.
כמה אחוזים מ- x שווים ל-10?

פיתרון: דרך א': הבנה
מכיוון שהקטינו את השלם פי 2 (מ-$2x$ ל-x), אותו חלק מספרי (10) יהווה אחוז גדול פי 2, כלומר יהווה 40%.

דרך ב': אלגברה

נמצא את x לפי נוסחת האחוזים, נתון כי 20% מ-$2x$ שווים ל-10, לכן: $\frac{1}{5}\cdot 2x = 10$

נכפול את שני האגפים ב-5 ונקבל: $2x = 50$, נחלק את שני האגפים ב-2 ונקבל: $x = 25$.

כעת עלינו לגלות כמה אחוזים מהווה 10 מתוך 25, שוב נציב בנוסחה המתאימה: $\frac{10}{25}\cdot 100 = 40\%$

תשובה (4).

---

14. **השאלה**: $\left(\sqrt{\frac{4}{9}}-\frac{4}{9}\right)^2 = ?$

פיתרון: $\left(\sqrt{\frac{4}{9}}-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{6}{9}-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{4}{81}$

תשובה (2).

---

15. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מלבן הבנוי מ-12 ריבועים חופפים.
אורך הצלע של כל אחד מהריבועים הוא 1 ס"מ.
לפי נתונים אלה, מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

פיתרון: השטח הכהה מורכב משטח המלבן פחות שטחי שלושת המשולשים הלבנים. לפי הסרטוט שטח המלבן שווה ל-12 סמ"ר $(=3\cdot 4)$.

שטח המשולש בפינה השמאלית העליונה הוא 1 סמ"ר $\left(=\frac{2\cdot 1}{2}\right)$.

שני המשולשים האחרים זהים בגודלם, ושטח כל אחד מהם שווה ל-3 סמ"ר $\left(=\frac{3\cdot 2}{2}\right)$, כלומר שטח שני המשולשים הוא 6 סמ"ר $(=2\cdot 3)$.
אם כך, השטח הכהה שווה בסך הכל ל-5 סמ"ר $(=12-1-6)$.

תשובה (3).

---

16. **השאלה**: בשני שקים יחד יש 60 ק"ג קפה. אם יעבירו לשק ב' $\frac{2}{7}$ מכמות הקפה שבשק א', תהיה כמות הקפה בשני השקים שווה.

כמה ק"ג קפה יש בשק א'?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.
תשובה (1): 35. אם ידוע כי בשק א' יש 35 ק"ג קפה, ושבשני השקים יחד יש 60 ק"ג קפה, ניתן לדעת כי בשק ב' ישנם 25 ק"ג קפה $(=60-35)$.
$\frac{2}{7}$ משק א' הם 10 ק"ג קפה $\left(=\frac{2}{7}\cdot 35\right)$.

כעת, אם נעביר 10 ק"ג משק א' לשק ב', אז בשק א' יוותרו 25 ק"ג ובשק ב' יהיו 35 ק"ג קפה. כמות הקפה בשני השקים לא שווה ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2) : 42. אם בשק א׳ יש 42 ק״ג קפה, ושבשני השקים יחד יש 60 ק״ג קפה, ניתן לדעת כי בשק ב׳ ישנם 18 ק״ג קפה $(60-42=)$.

$\frac{2}{7}$ משק א׳ הם 12 ק״ג קפה $\left(\frac{2}{7}\cdot 42=\right)$.

אם נעביר 12 ק״ג משק א׳ לשק ב׳, אז בשק א׳ יוותרו 30 ק״ג $(42-12=)$ ובשק ב׳ יהיו גם כן 30 ק״ג קפה $(18+12=)$. זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

17. **השאלה:** לזברה יש ראש אחד ו-4 רגליים.
ליען יש ראש אחד ו-2 רגליים.
בשדה שנמצאים בו רק זברות ויענים, יש 50 ראשים ו-120 רגליים.
כמה זברות יש בשדה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.
תשובה (1) : 10. לפי הנתון ל- 10 זברות יש בסה״כ 10 ראשים ו-40 רגליים. אם בשדה יש 50 זברות ויענים, הרי שמספר היענים ביחד הוא 40 $(50-10=)$, מכיוון שלכל יען יש 2 רגליים, הרי שמספר הרגליים של כל היענים הוא 80 רגליים $(120-40=)$. קיבלנו שמספר הרגליים של כלל החיות הוא 120 $(40+80=)$, מכיוון שמספרים אלו תואמים לנתוני השאלה. לא קיבלנו סתירה עם הנתונים ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

18. **השאלה** : בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD שאורך צלעו a ס״מ.
המעגל, שמרכזו O, משיק לצלע AD באמצעה, בנקודה E.
קוטר המעגל שווה ל- a ס״מ. $\angle FOA=90°$.
$FA=?$

פיתרון : נמתח בניית עזר OE ונשים לב כי OE הוא רדיוס המאונך למשיק AD בנקודת ההשקה E.
נתבונן במשולש AOE :
משולש AOE הוא משולש ישר זווית.

מכיוון שנתון כי קוטר המעגל שווה ל- a ס״מ, הרי ש-OE רדיוס המעגל שווה ל- $\frac{a}{2}$ ס״מ.

כמו כן, נתון כי הקטע AE שווה למחצית מצלע הריבוע AD. מכיוון שאורכה של צלע הריבוע ABCD הוא a, הרי שאורך הקטע AE שווה ל- $\frac{a}{2}$ ס״מ.

קיבלנו שהמשולש AOE הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים. במשולש כזה יתר המשולש גדול פי $\sqrt{2}$ מצלע המשולש, ועל כן, היתר AO שווה ל- $\frac{a}{2}\cdot\sqrt{2}$ ס״מ.

כעת נביט במשולש AOF, זהו משולש ישר זווית, אשר ידוע לנו אורכם של שתיים מצלעותיו, שני הניצבים : אורך הניצב FO הוא $\frac{a}{2}$ ואורך הניצב AO שווה ל- $\frac{a}{2}\cdot\sqrt{2}$.

על מנת למצוא את היתר AF נשתמש במשפט פיתגורס : $AF^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\frac{a^2}{4}+\frac{2a^2}{4}=AF^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4}=AF^2$. נוציא שורש משני האגפים ונקבל : $AF=\sqrt{\frac{3}{4}}a=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

תשובה (1).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD שהיקפו 22 ס"מ.
נתון: $BE = DF$
לפי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה היקף המרובע AEFD (בס"מ)?

פיתרון: דרך א': היקף המרובע AEFD שווה לסכום כל צלעות המרובע, כלומר ל: $AE + EF + FD + AD$.
נתון כי אורך הצלע EF הוא 5 ס"מ, ומכאן שעלינו למצוא למה שווה הביטוי: $AE + AD + DF$
נתון כי $BE = DF$.
$AE + BE = AB$, מכיוון ש- $BE = DF$, הרי ש- $AE + DF = AB$.
$(AE + DF) + AD = AB + AD$
בכל מקבילית סכום של כל זוג צלעות סמוכות שווה לחצי מהיקף המקבילית ולכן $AB + AD$ שווה ל-11 ס"מ. היקף המרובע AEFD שווה לסכום ארבעת צלעותיו: $AE + AD + DF + EF$.
נתון כי $EF = 5$ ולכן ההיקף הכולל הוא 16 ס"מ $(= 11 + 5)$.

דרך ב': מכיוון שנתון כי $BE = DF$, הרי שמשיקולי סימטריה היקף שני המרובעים שנוצרו כתוצאה מהעברת הישר EF שווה. היקף המלבן ABCD שווה ל-22 ס"מ ולכן היקף זה מתחלק שווה בשווה בין כל אחד מהמרובעים שנוצרו. כלומר, היקף כל אחד מהם שווה ל-11 ס"מ + הצלע EF, כלומר 16 ס"מ.

תשובה (3).

---

20. **השאלה**: לכל מספר שלם וחיובי n הוגדרה הפעולה \$ כך:
אם $n = 1$, $\$(n) = 3$
אם $n > 1$, $\$(n) = \$(n-1) + 1$
$\$(5) = ?$

פיתרון: נציב בביטוי עבור $n > 1$ ונקבל: $\$(5) = \$(5-1) + 1 = \$(4) + 1$
כלומר, על מנת למצוא את $\$(5)$ יש למצוא תחילה את $\$(4)$: $\$(4) = \$(4-1) + 1 = \$(3) + 1$
נמשיך ונמצא גם את $\$(3)$: $\$(3) = \$(3-1) + 1 = \$(2) + 1$
ואת $\$(2)$: $\$(2) = \$(2-1) + 1 = \$(1) + 1$
מכיוון שנתון כי $\$(1) = 3$, ניתן כעת להציב ערך זה אחורה בכל המשוואות עד שנמצא את $\$(5)$.

$$\$(2) = \$(1) + 1 = 3 + 1 = 4$$
$$\$(3) = \$(2) + 1 = 4 + 1 = 5$$
$$\$(4) = \$(3) + 1 = 5 + 1 = 6$$
$$\$(5) = \$(4) + 1 = 6 + 1 = 7$$

תשובה (1).

---

21. **השאלה**: אם ממוצע של 4 מספרים שלמים וחיוביים קטן או שווה ל-10,
מה יכול להיות ערכו המקסימלי של המספר הגדול ביותר ביניהם?

פיתרון: אם ממוצע של 4 מספרים שווה ל-10, אז סכומם של 4 המספרים שווה ל-40 $(= 10 \cdot 4)$. על מנת שאחד המספרים יקבל את הערך המקסימלי האפשרי עבורו, 3 המספרים האחרים צריכים להיות קטנים ככל האפשר. מכיוון שנתון כי 4 המספרים חיוביים ושלמים, הרי שהמספר הקטן ביותר האפשרי הוא 1. מכאן, שהמצב הרצוי מתקבל כאשר 3 מתוך 4 המספרים שווים ל-1. במצב כזה, המספר הרביעי שווה ל-37 $(= 40 - 1 - 1 - 1)$.

תשובה (3).

.22 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם גליל שרדיוס בסיסו r. בתוך הגליל מונחת קובייה. הפאה העליונה של הקובייה חסומה על ידי הבסיס העליון והפאה התחתונה חסומה על ידי הבסיס התחתון של הגליל.

$$\frac{\text{נפח הקוביה}}{\text{נפח הגליל}} = ?$$

פיתרון: האלכסון של בסיס הקובייה שווה לקוטר בסיס הגליל, כלומר ל-2r. בסיס הקובייה הוא ריבוע שאורך אלכסונו הוא 2r. מכיוון שאלכסון בריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחת מצלעות הריבוע, הרי שצלע הריבוע שווה ל- $r\sqrt{2}$ $\left(=\frac{2r}{\sqrt{2}}\right)$.

כעת נכתוב את הביטוי לנפח הקובייה: $\left(r\sqrt{2}\right)^3 = r^3 \cdot (\sqrt{2})^3$

נפח גליל שווה לשטח בסיס הגליל $r^2\pi$ כפול גובה הגליל. מכיוון שגובה הגליל שווה למקצוע הקובייה, הרי שגובה הגליל הוא $r\sqrt{2}$. נפח הגליל הוא $\pi r^3\sqrt{2}$ $\left(=\pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot r\sqrt{2}=\right)$.

נחלק את שני הביטויים זה בזה על מנת למצוא את היחס הרצוי ונקבל:

$$\frac{\text{נפח הקוביה}}{\text{נפח הגליל}} = \frac{r^3 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{\cancel{3}2}}{\pi r^3 \cancel{\sqrt{2}}} = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{\pi} = \frac{2}{\pi}$$

תשובה (2).

.23 **השאלה**: באקווריום יש 100 דגים מ-3 סוגים: גדולים, בינוניים וקטנים.
43 מהדגים **אינם** בינוניים, ו-71 מהדגים **אינם** קטנים.
כמה דגים באקווריום **אינם** גדולים?

פיתרון: אם ידוע כי 43 דגים אינם בינוניים, הרי שכל שאר הדגים בינוניים, מכאן שישנם 57 דגים בינוניים $(=100-43)$. כמו כן, ידוע כי 71 דגים **אינם** קטנים, ומכאן שכל שאר הדגים הם קטנים, כלומר באקווריום יש 29 דגים קטנים $(=100-71)$.

שאלו כמה דגים **אינם** גדולים. מצאנו כי יש 57 דגים בינוניים ו-29 דגים הם קטנים, ומכאן שישנם בסך הכול 86 דגים ש**אינם** גדולים $(=57+29)$.

תשובה (1).

.24 **השאלה**: דורון ואפרת שיחקו ב"משחק הניחוש". דורון הטיל 2 קוביות הוגנות שפאותיהן ממוספרות מ-1 עד 6, ואמר לאפרת מה סכום התוצאות שהראו הקוביות. אפרת נדרשה לנחש את שני המספרים שיצרו סכום זה (אין חשיבות לסדר קבלתם).
בכמה מסכומי התוצאות האפשריים, אפרת זקוקה לניחוש אחד בלבד כדי לנחש נכונה?

פיתרון: אפרת תהיה זקוקה לניחוש אחד בלבד אך ורק כאשר ישנה אופציה אחת ויחידה להגיע לסכום אותו קיבל דורון. נבדוק מבין כל הסכומים האפשריים, לאיזה סכום ניתן להגיע באמצעות צירוף אחד בלבד של מספרים:

הסכום	הצירופים האפשריים
2	1+1
3	2+1
4	3+1 ,2+2
5	4+1 ,2+3
6	5+1 ,2+4 ,3+3
7	4+3 ,5+2 ,6+1

8	4+4, 6+2, 5+3
9	6+3, 5+4
10	6+4, 5+5
11	6+5
12	6+6

ראינו כי ישנם 4 סכומים שדורשים רק ניחוש אחד והם 2, 3, 11 ו-12.

תשובה (4).

.25 **השאלה**: $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = ?$

פיתרון: <u>דרך א׳:</u> אלגברה

נשים לב שכל התשובות הן ללא קו שבר ולכן ננסה לעשות פעולה כלשהי שבאמצעותה 'ניפטר' מהמכנה.

לצורך כך ניתן להכפיל את המונה והמכנה בביטוי $\left(1-\sqrt{2}\right)$, נקבל:

$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1-\sqrt{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}$ כעת ניתן להשתמש במכנה בנוסחת הכפל המקוצר השלישית

ולקבל: $\frac{\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)}{1^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}-2}{1-2} = \frac{\sqrt{2}-2}{-1} = -(\sqrt{2}-2) = 2-\sqrt{2}$

<u>דרך ב׳</u>: הערכת סדר גודל

$\sqrt{2}$ שווה בערך ל-1.4, נציב ערך זה בביטוי ונקבל: $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1.4}{1+1.4} = \frac{1.4}{2.4}$ נרחיב את המונה והמכנה של השבר שקיבלנו, ונקבל $\frac{14}{24}$, שבר הגדול במעט ב- $\frac{1}{2}$.

נבדוק את ערכי התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ מכיוון ש- $\sqrt{2}$ שווה לכ-1.4, הרי שהביטוי בסוגריים הוא שבר שערכו שווה ל-0.4. כאשר מעלים שבר בריבוע ערכו קטן ולכן בהכרח לא יהיה ערך הביטוי בתשובה גדול מ- $\frac{1}{2}$

<u>תשובה (2)</u>: $2\sqrt{2}$. כאמור $\sqrt{2}$ שווה לכ-1.4, ולכן ערך תשובה זו שווה בקירוב לכ-2.8.

<u>תשובה (3)</u>: $1+\sqrt{2}$. מכיוון ש- $\sqrt{2}$ שווה לכ-1.4, ערך תשובה זו שווה בקירוב לכ-2.4.

<u>תשובה (4)</u>: $2-\sqrt{2}$. 2 פחות 1.4 שווה לכ-0.6, שבר הגדול מ- $\frac{1}{2}$. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).
