מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(4)	(1)	(3)	(3)	(2)	(1)	(3)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(2)	(2)	(4)	(1)	(3)	(1)	(2)	(2)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(4)	(1)	(1)	(2)	(3)

הסברים

.1 בשאלה זו עלינו לקבוע מי הביא את כמות המשקה (בליטרים) הגדולה ביותר. לגבי כל אדם, נתונים כמות הבקבוקים שהביא וכמות הליטרים שמכיל כל אחד מהבקבוקים. לפיכך, בכדי למצוא את כמות הליטרים שהביא כל אדם, נכפול את מספר הבקבוקים שהביא בכמות הליטרים שמכיל כל בקבוק:

יוסי הביא 9 בקבוקים של $\frac{2}{3}$ ליטר $\left(9 \cdot \frac{2}{3} = \frac{18}{3} = 6\right)$.

זיו הביא 4 בקבוקים של $1\frac{1}{2}$ ליטר $\left(4 \cdot 1\frac{1}{2} = 6\right)$.

לימור הביאה 3 בקבוקים של 2 ליטר $(3 \cdot 2 = 6)$.

גילינו שכולם הביאו אותה כמות של משקה.

תשובה (4).

.2 בשאלה זו עלינו לקבוע איזו מהתשובות שווה לערכו של הביטוי $\left(\sqrt{5}+1\right)^2$. מכיוון שבתשובות אין סוגריים, ניפתח את הסוגריים על פי נוסחת הכפל המקוצר הראשונה:

$$\left(\sqrt{5}+1\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 1 + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$$

תשובה (2).

.3 בשאלה זו עלינו לקבוע כמה מלפפונים ועגבניות חתכו ציפי ושלמה בסך-הכל ב-35 דקות, כאשר נתון כמה מלפפונים חותכת ציפי ב-5 דקות וכמה עגבניות חותך שלמה ב-7 דקות. נבדוק כמה מלפפונים חותכת ציפי ב-35 דקות וכמה עגבניות חותך שלמה ב-35 דקות, ונחבר את המספרים שנקבל:

ציפי חותכת ב-5 דקות 3 מלפפונים. לפיכך, ב-35 דקות, זמן הגדול פי 7, תחתוך כמות מלפפונים גדולה פי 7. כלומר 21 מלפפונים $(= 3 \cdot 7)$.

שלמה חותך ב-7 דקות 4 עגבניות. לפיכך, ב-35 דקות, זמן הגדול פי 5, יחתוך כמות עגבניות גדולה פי 5. כלומר 20 מלפפונים $(= 4 \cdot 5)$.

בסך הכל חתכו השניים יחד 41 ירקות ב-35 דקות $(= 21 + 20)$.

תשובה (4).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 4-7)

.4 בשאלה זו עלינו לקבוע כמה מדינות מוצגות בתרשים. שמה של כל מדינה מופיע בתרשים פעמיים. פעם אחת בטור הימני (המציג את תוחלת החיים של הגברים במדינה) ופעם אחת בטור השמאלי (המציג את תוחלת החיים של הנשים). בכדי לדעת כמה מדינות מוצגות בתרשים, נספור את מספר השמות הרשומים באחד הטורים. בטור הימני, למשל, מופיעים 10 שמות של מדינות. זהו מספר המדינות המופיעות בתרשים.

תשובה (1).

.5 בשאלה זו עלינו לקבוע מה הפער הגדול ביותר (בשנים) בתוחלת החיים בין נשים לגברים שחיים באותה מדינה. מבחינה ויזואלית, אנו מחפשים בתרשים את המדינה בה ההפרש הגדול ביותר בין מיקום השם של המדינה בטור הימני (גברים) למיקום השם של אותה מדינה בטור השמאלי (נשים). מדינה זו היא רוסיה, אשר בה תוחלת החיים של הגברים היא 62 שנים ותוחלת החיים של השנים היא 75 שנים. ההפרש בין תוחלות החיים היא 13 שנים $(= 75 - 62)$.

תשובה (3).

.6 בשאלה זו עלינו לבחור מבין התשובות את צמד המדינות שבהן תוחלת החיים של הגברים במדינה הראשונה גבוהה מזו של הגברים במדינה השנייה. ואילו אצל הנשים המצב הפוך. נבדוק את התשובות:

<u>תשובה (1)</u>: תוחלת החיים של הגברים בארה"ב היא 69 ושל הגברים בצרפת היא 69. מכיוון שתוחלת החיים של הגברים בארה"ב אינה גבוהה מזו של הגברים בצרפת, תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: תוחלת החיים של הגברים באוסטריה היא 68 ושל הגברים ביפן היא 71. מכיוון שתוחלת החיים של הגברים באוסטריה אינה גבוהה מזו של הגברים ביפן, תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: תוחלת החיים של הגברים בגרמניה היא 68 ושל הגברים בפינלנד היא 67. תוחלת החיים של הגברים במדינה הראשונה אכן גבוה יותר. תוחלת החיים של הנשים בגרמניה היא 75 ושל הנשים בפינלנד היא 76. תוחלת החיים של הנשים במדינה השנייה אכן גבוה יותר. לפיכך, תשובה (3) נכונה.

תשובה (3).

.7 בשאלה זו עלינו להשוות בין טווח תוחלת הגברים במדינות השונות, לטווח תוחלת החיים של הנשים במדינות השונות. בכדי למצוא את הטווחים הללו, נחפש עבור כל מין את המדינה בה תוחלת החיים היא הגבוהה ביותר (המדינה הכי גבוהה בטור) ואת המדינה בה תוחלת החיים היא הנמוכה ביותר בטור (המדינה הכי נמוכה בטור) ואז נחסר בין תוחלות החיים שמצאנו.

<u>גברים</u>: בטור הימני המדינה הגבוהה ביותר היא שוודיה, בה תוחלת החיים של הגברים היא 72 שנים. והמדינה הנמוכה ביותר היא רוסיה, בה תוחלת החיים של הגברים היא 62 שנים.
הטווח הוא: $72 - 62 = 10$.

<u>נשים</u>: בטור השמאלי המדינה הגבוהה ביותר היא שוודיה, בה תוחלת החיים של הנשים היא 78 שנים. והמדינות הנמוכות ביותר הן רוסיה וגרמניה, בהן תוחלת החיים של הנשים היא 75 שנים.
הטווח הוא: $78 - 75 = 3$.

הטווח של הגברים גדול יותר.

<u>שימו לב</u>: גם מבלי לחשב את גודל הטווחים, ניתן לראות כי המדינות בטור השמאלי צפופות יותר ובטור הימני הן מפוזרות יותר, כל שהטווח של הגברים גדול יותר.

תשובה (2).

השוואות כמותיות (שאלות 8-13)

8. השאלה:

טור א	טור ב	מידע נוסף
α	$120°$	

במידע הנוסף מתוארים קווים נחתכים ועלינו להשוות בין זווית α ל-$120°$. נחשב את גודלה של זווית α.
זווית α משלימה את זווית AOC ל-$180°$. זווית AOC שווה לזווית COE, שכן הישר CD חוצה את זווית EOA. זווית EOA משלימה את הזווית בת ה-$90°$ ל-$180°$. לפיכך גם זווית EOA שווה ל-$90°$, והישר CD חוצה אותה לשתי זוויות בנות $45°$. הזווית α משלימה זווית בת $45°$ ל-$180°$, ולכן ערכה $135°$ $(180° - 45° =)$.

תשובה (1).

---

9. השאלה:

טור א	טור ב	מידע נוסף
הסיכוי שסכום המספרים שיקבל גיא יהיה 11	הסיכוי שסכום המספרים שיקבל גיא יהיה 3	על פאותיה של קובייה הוגנת רשומים המספרים 1-6. גיא מטיל את הקובייה פעמיים.

בכדי לקבוע איזה מהסיכויים גדול יותר, נבדוק כמה אפשרויות, מתוך כל הזוגות הקיימים בהטלת קובייה פעמיים, יובילו לסכום שבכל אחד מהטורים:

<u>טור א׳</u>: זוגות התוצאות שיובילו לסכום של 11 הם: (5,6) ו-(6,5).

<u>טור ב׳</u>: זוגות התוצאות שיובילו לסכום של 3 הם: (1,2) ו-(2,1).

מכיוון שלשני הסכומים ישנן 2 אפשרויות מתוך כל האפשרויות הקיימות, הסיכויים שיתקבלו הסכומים הללו שווים.

תשובה (3).

---

10. השאלה:

טור א	טור ב	מידע נוסף
$b + c$	a	$a - 2b = 2c$ $0 < a, b, c$

מכיוון שבטור א׳ מופיעים הנעלמים b ו-c ובטור ב׳ הנעלם a, נבודד במשוואה שבמידע הנוסף את a באחד האגפים ואת b ו-c באגף השני. לצורך כך נחבר 2b לשני אגפי המשוואה, ונקבל: $a = 2b + 2c$.
נציב זאת בטור ב׳, ונקבל:

<u>טור א׳</u>: $b + c$

<u>טור ב׳</u>: $a = 2b + 2c$

טור ב׳ שווה לפעמיים טור א׳. מכיוון שכל הנעלמים חיוביים, טור ב׳ גדול מטור א׳.

תשובה (2).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
11. השאלה:	אורך הקטעים המודגשים $(BA + AE)$	אורך הקטעים המקווקווים $(FE + ED)$	ABCDE מחומש משוכלל אשר המשיכו 2 מצלעותיו.

נתבונן בקטעים המופיעים בטורים.

הקטע BA שבטור א' והקטע ED שבטור ב' הם צלעות המחומש המשוכלל. במחומש משוכלל כל צלעות שוות, ולכן $BA = ED$.
מכאן שעלינו להשוות רק בין הקטעים AE ו-FE על מנת לקבוע את היחס בין הטורים.
הקטע AE המופיע בטור א' הוא צלע במחומש המשוכלל והקטע FE המופיע בטור ב' הוא המשך אחת מצלעות המחומש. שני הקטעים הללו הם צלעות במשולש FAE, בכדי להשוות בין שתי צלעות של משולש, נחשב את זוויות המשולש. זוויות FEA ו-FAE משלימות זוויות של המחומש ל-$180°$. כל אחת מהזוויות הפנימיות במחומש משוכלל שווה ל-$108°$, ולכן הזוויות המשלימות שוות ל-$72°$ $(= 180° - 108°)$.
הזווית השלישית במשולש, זווית AFE משלימה את שתי האחרות ל-$180°$, ולכן שווה ל-$36°$ $(= 180° - 72° - 72°)$.
במשולש מול זווית גדולה יותר נמצאת הצלע הגדולה יותר, ומכאן שהצלע FE הנמצאת מול זווית בת $72°$, גדולה מהצלע AE, הנמצאת מול זווית בת $36°$. טור ב' גדול מטור א'.

תשובה (2).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
12. השאלה:	b	a^2b	$a^b = 1$ $\lvert a \rvert \neq 1$

על פי המידע הנוסף $a^b = 1$. ישנם שלושה מצבים בהם תוצאה של חזקה היא 1:

<u>מצב ראשון</u>: הבסיס (a) שווה ל-1.
<u>מצב שני</u>: הבסיס (a) שווה ל-(-1) והמעריך (b) הוא זוגי.
<u>מצב שלישי</u>: המעריך (b) הוא 0.

מכיוון שנתון כי $\lvert a \rvert \neq 1$, הרי ששני המצבים הראשונים אינם מתאימים לשאלה, ולכן בהכרח $b = 0$.
ומכאן ששני הטורים שווים ל-0.

תשובה (3).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
13. השאלה:	$\frac{\text{שטח המעגל}}{\text{רדיוס המעגל}}$	אורך הקו המודגש	

נחשב כל אחד מהטורים בנפרד, ואז נשווה ביניהם:

<u>טור א'</u>: על פי המידע הנוסף r הוא רדיוס המעגל. $\frac{\text{שטח המעגל}}{\text{רדיוס המעגל}} = \frac{\pi r^2}{r} = \pi r$

<u>טור ב'</u>: הקו המודגש מורכב מקוטר (שני רדיוסים) וממחצית היקף המעגל: $2r + \frac{2\pi r}{2} = 2r + \pi r$.

הביטוי שבטור ב׳ שווה לביטוי שבטור א׳ ועוד איבר חיובי, ולכן טור ב׳ גדול מטור א׳.

תשובה (2).

---

14. בשאלה זו עלינו לקבוע איזו מצלעות שבתשובות יכולות להיות צלעות המשולש. ראשית נבדוק באיזה סוג משולש מדובר. נתון כי זוויות המשולש הן α, 2α ו-3α. נחשב את גודלן המספרי של הזוויות, על ידי השוואת סכומן ל-$180°$:

$$\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180° \quad \Leftarrow \quad 6\alpha = 180° \quad \Leftarrow \quad \alpha = 30°$$

כלומר, זוויות המשולש הן $30°$ (α), $60°$ (2α) ו-$90°$ (3α). משולש זה הוא משולש זהב, ולכן צלעותיו צריכות לקיים יחס של $1 : \sqrt{3} : 2$. התשובה היחידה בה הצלעות מקיימות יחס זה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

15. בשאלה זו מתואר קשר בין גילם של כמה בני משפחה, ועלינו לקבוע בכמה שנים מבוגר האב מהאם. לצורך כך נביע את גילו של האב (היום) ואת גילה של האם (היום) באמצעות גילם של שני הבנים (נסמן את גילם ב-x ו-y) ואז נחסר בין התוצאות שקיבלנו.

גילו של האב שווה לסכום גילאי שני הילדים. כלומר ל: $x + y$.

גילה של האם לפני 4 שנים היה שווה לסכום גילאי שני ילדיה. לפני 4 שנים היה גיל הילד הראשון $(x-4)$ וגיל הילד השני $(y-4)$, ולכן גיל האם היה: $(x-4)+(y-4) = x+y-8$. כיום גילה גדול ב-4 שנים מגילה לפני 4 שנים. כלומר, היום גיל האם הוא: $x+y-8+4 = x+y-4$.

כעת, בכדי למצוא את ההפרש בין גיל האב לגיל האם, נחסר בין הגילאים של השניים, ונקבל: $(x+y)-(x+y-4) = x+y-x-y+4 = 4$.

תשובה (4).

---

16. בשאלה זו נתון כי עמוס בחר 11 מספרים שלמים, חיוביים ושונים זה מזה. עלינו לקבוע באיזה מהמספרים שבתשובות מתחלק בהכרח ההפרש בין שניים מהמספרים שבחר. בתשובות מופיעים מספרים גדולים יחסית, ולכן נתחיל בפסילת תשובות באמצעות דוגמה מספרית קטנה ככל האפשר. 11 המספרים הקטנים ביותר, שהם שלמים חיוביים ושונים הם: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. ההפרש הגדול ביותר בין שניים מהמספרים הללו הוא ההפרש בין 1 ל-11. כלומר 10. שאר ההפרשים קטנים יותר. לפיכך, ניתן לפסול את תשובות (2), (3) ו-(4), שכן ההפרשים שבהן גדולים מדי ואינם מתאימים לדוגמה שבחרנו. מכאן שתשובה (1), היא התשובה הנכונה.

<u>שימו לב</u>: בכל קבוצה של 11 מספרים שלמים, חיוביים ושונים יהיה לפחות מספר אחד שיסתיים ב-0, לפחות אחד שיסתיים ב-1, ולפחות אחד שיסתיים בכל אחת מהספרות האחרות. המספר האחרון יסתיים בספרה שכבר יש מספר אחר המסתיים בה, ולכן ההפרש בין שני המספרים הללו יהיה 10 או כפולה של 10, ולכן יתחלק ב-10.

תשובה (1).

---

17. בשאלה זו נתון כי הממוצע של a ו-b שווה ל-2a, ועלינו לקבוע למה שווה ממוצע זה במונחי b. לצורך כך, ניצור משוואה על פי נוסחת הממוצע, ונביע את 2a במונחי b.

על פי הנתון, הממוצע של a ו-b הוא 2a. כלומר: $\frac{a+b}{2} = 2a$.

כעת נבודד את a (בכדי למצוא את ערכו של 2a במונחי b):

נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $a + b = 4a$.

נחסר a משני האגפים, ונקבל: $b = 3a$.

נחלק ב-4 את שני האגפים, ונקבל: $\frac{b}{3} = a$.

כעת נמצא את הממוצע (2a) במונחי b: $2a = 2 \cdot \frac{b}{3} = \frac{2b}{3}$.

תשובה (3).

---

18. בשאלה זו עלינו לקבוע מי מהדוברים טועה ומי צודק. נתבונן בכל טענה בנפרד:

עינב: "די לדעת את היקפו של ריבוע בכדי לחשב את שטחו."
כלומר, עינב טוענת שכאשר נתון היקף ריבוע ניתן לחשב את שטחו. ניזכר בנוסחאות לחישוב היקף ושטח ריבוע. בשתיהן הנעלם היחיד הוא הצלע (היקף ריבוע שווה ל-4 פעמים הצלע, ושטח ריבוע שווה לצלע בריבוע). לפיכך, אם נתון ההיקף, ניתן לחלץ אץ הצלע ולחשב באמצעותה את השטח. מכאן שעינב צודקת.

ארז: "די לדעת את היקפו של מעוין בכדי לחשב את שטחו."
כלומר, ארז טוען שכאשר נתון היקף מעוין ניתן לחשב את שטחו. ניזכר בנוסחאות לחישוב היקף ושטח מעוין. היקף מעוין שווה ל-4 פעמים הצלע, ושטח מעוין שווה לצלע כפול גובה או למחצית מכפלת האלכסונים. לפיכך, אם נתון ההיקף, ניתן לחלץ אץ הצלע, אך נתון זה בלבד אינו מספיק בכדי לחשב את הגובה או את שני האלכסונים. ולכן לא ניתן יהיה לחשב את השטח. מכאן שארז טועה.

תשובה (1).

---

19. בשאלה זו עלינו לקבוע כמה אפשרויות שונות קיימות לבחירת 5 ילדים מתוך 6. כאשר אנו בוחרים 5 ילדים מתוך 6, אנו למעשה משאירים "בחוץ" ילד אחד מתוך ה-6. לפיכך מספר האפשרויות לבחירת 5 ילדים מתוך 6 שווה למספר האפשרויות לבחירת ילד אחד מתוך 6. נוח יותר לחשב את מספר האפשרויות להשארת ילד אחד. הילד שיישאר יכול להיות כל אחד מ-6 הילדים. כלומר, 6 אפשרויות.

תשובה (2).

---

20. בשאלה זו עלינו לקבוע כמה צלעות יש למצולע שבו סכום הזוויות הפנימיות הוא $1440°$.
הנוסחה לחישוב סכום הזוויות במצולע בעל n צלעות היא: $(n-2)\cdot 180°$. במצולע שלפנינו סכום הזוויות הוא $1440°$. כלומר: $(n-2)\cdot 180° = 1440°$. כעת נחלץ את ערכו של n (מספר הצלעות).

נפתח סוגריים, ונקבל: $180n - 360 = 1440$.

נחבר 360 לשני האגפים, ונקבל: $180n = 1800$.

נחלק ב-180 את שני האגפים, ונקבל: $n = 10$.

תשובה (2).

---

21. בשאלה זו עלינו לקבוע מה ההפרש בין שטח הפנים של גליל לשטח הפנים של שני הגלילים שנוצרו כתוצאה מחיתוך הגליל לשני גלילים חופפים, במקביל לבסיסו. נתבונן בשתי דרכים לחשב את ההפרש המבוקש:

דרך א':

נחשב את שטח הפנים של הגליל המקורי ואת שטחי הפנים של הגלילים שנוצרו ונחסר ביניהם:

שטח הפנים של הגליל המקורי: לצורך חישוב שטח הפנים עלינו למצוא את גובה הגליל (נתון: 10 ס"מ) ואת רדיוס הגליל. נחלץ את הרדיוס מתוך שטח הבסיס. נתון כי שטח הבסיס שווה ל-4π. כלומר:
$\pi r^2 = 4\pi$, נחלק את שני האגפים ב-π ונוציא שורש משני האגפים, ונקבל: $r = 2$.
כעת נחשב את שטח הפנים של הגליל. שטח פנים שווה להיקף הבסיס כפול הגובה ועוד סכום שטחי הבסיסים: $2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 40\pi + 8\pi = 48\pi$.
שטח הפנים של הגלילים הקטנים: גובה כל אחד מהם 5 ס"מ ורדיוס כל אחד מהם 2 ס"מ (כמו הגליל המקורי). לפיכך, שטח הפנים של כל אחד מהם הוא:
$2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot \pi \cdot 2^2 = 20\pi + 8\pi = 28\pi$.
וסכום שטחם הוא: $28\pi + 28\pi = 56\pi$
נחסר את שטח הפנים של הגליל המקורי מסכום שטחי הפנים של הגלילים הקטנים, ונקבל את ההפרש המבוקש: $56\pi - 48\pi = 8\pi$.

דרך ב':
נבדוק ממה מורכב ההפרש המבוקש. כאשר חוצים את הגליל הגדול, המעטפת שלו (כלומר, ה'מסביב' שלו) מתחלק לשני חלקים (אחד הוא המעטפת של הגליל הקטן העליון והשני הוא המעטפת של הגליל הקטן התחתון). הבסיס העליון של הגליל הגדול, הוא הבסיס העליון של הגליל הקטן העליון. והבסיס התחתון של הגליל הגדול הוא הבסיס התחתון של הגליל הקטן התחתון. כלומר, כל שטח הפנים של הגליל הגדול הוא חלק משטחי הפנים של הגלילים שנוצרו, אך בגלילים הקטנים ישנם עוד שני חלקים 'חדשים': הבסיס התחתון של הגליל העליון, והבסיס העליון של הגליל התחתון. הבדל זה הוא ההפרש המבוקש. כלומר, ההפרש המבוקש שווה לשטח שני בסיסים. מכיוון שנתון כי שטח כל בסיס הוא 4π, הרי שההפרש שווה ל-8π $(= 2 \cdot 4\pi)$.

תשובה (4).

---

22. בשאלה זו עלינו לקבוע מה ערכו של השבר: $\frac{\text{מספר המספרים החד – ספרתיים המקיימים } \$(x) = x}{\text{מספר המספרים הדו – ספרתיים המקיימים } \$(x) = x}$

כאשר $\$(x)$ הוא המספר שסדר ספרותיו הפוך מזה של x. כלומר, עלינו למצוא את היחס בין מספר המספרים החד-ספרתיים בהם היפוך סדר הספרות אינו משנה את המספר, למספר המספרים הדו-ספרתיים בהם היפוך סדר הספרות אינו משנה את המספר.
נתבונן במונה בנפרד ובמכנה בנפרד:
מונה: עבור כל מספר חד-ספרתי, היפוך סדר הספרות אינו משנה את המספר, שכן יש רק ספרה אחת. ישנם בסך-הכל 9 מספרים חד-ספרתיים גדולים מ-0 (המספרים 1-9) ולכן המונה שווה ל-9.
מכנה: המספרים הדו-ספרתיים שבהם היפוך סדר הספרות אינו משנה את המספר, הם המספרים הדו-ספרתיים שבהם שתי הספרות זהות. ישנם בסך הכל 9 מספרים כאלו (11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99) ולכן המכנה שווה ל-9.
המונה והמכנה שווים, ולכן ערכו של השבר הוא 1.

תשובה (1).

---

23. בשאלה זו נתונים אי-שוויון $\left(y^2 \cdot x + y^2 \cdot z < (x+z)^2\right)$ ומשוואה $(x + z = y)$, ועלינו לקבוע איזה מהמספרים שבתשובות אינו יכול להיות ערכו של y. לצורך כך, נפשט קודם כל את הנתונים ואז נציב את התשובות ונבדוק איזו מהן אינה מקיימת את הנתונים. מכיוון ששואלים על y, נבודד את y.
נוציא את y^2 כגורם משותף מחוץ לסוגריים באגף שמאל של אי-השוויון, ונקבל: $y^2(x+z) < (x+z)^2$.
לא ניתן לצמצם $(x+z)$ משני האגפים, מכיוון שאיננו יודעים אם ביטוי זה הוא חיובי, שלילי או שווה ל-0, אך על פי המשוואה: $x + z = y$, ולכן נציב y במקום $(x+z)$ בשני אגפי אי-השוויון, ונקבל:
$y^2 \cdot y < y^2 \quad \Leftarrow \quad y^3 < y^2$.
כעת נתבונן בתשובות:

עבור כל y שלילי (כגון תשובות (3) ו-(4)), y^3 יהיה שלילי (שכן חזקה אי-זוגית משמרת סימן) ו- y^2 יהיה חיובי. כלומר, עבור מספרים שליליים: $y^3 < y^2$. מכאן ש-y יכול להיות שלילי.
עבור כל y שהוא שבר חיובי (כגון תשובה (2)), חזקת 3 מקטינה יותר מחזקת 2 (שכן יש בה כפל נוסף בשבר). כלומר, עבור שברים חיוביים: $y^3 < y^2$. מכאן ש-y יכול להיות שבר חיובי.
התשובה שלא תיתכן היא תשובה (1), שכן עבור y השווה 1 מתקיים: $y^3 = y^2$ ולא $y^3 < y^2$.

<u>שימו לב</u>: מאי-השוויון $y^3 < y^2$ עולה ש-y אינו יכול להיות 0 (שכן עבור 0 מתקיים $y^3 = y^2$ ולא $y^3 < y^2$). לפיכך ניתן לחלק את שני האגפים ב- y^2 (שהוא בהכרח חיובי), ולקבל: $y < 1$.

תשובה (1).

---

24. בשאלה זו עלינו לקבוע כמה סוכריות קיבל רונן. נתון כי רונן חילק את הסוכריות שקיבל ל-2 ערמות. אכל $\frac{1}{4}$ מהסוכריות אחת מהן ו- $\frac{1}{8}$ מהסוכריות בשנייה. ונותרו לו 14 סוכריות בערמה אחת ו-9 בשנייה.
איננו יודעים באיזו ערמה נותרו 14 ובאיזו נותרו 9, לפיכך נבדוק את שני המצבים.
נסמן כי בערמה הראשונה היו x סוכריות. לאחר שרונן אכל $\frac{1}{4}$ מהן, נותרו בה $\frac{3x}{4}$ סוכריות.
נסמן כי בערמה השנייה היו y סוכריות. לאחר שרונן אכל $\frac{1}{8}$ מהן, נותרו בה $\frac{7y}{8}$ סוכריות.
<u>מצב ראשון</u>: בערימה הראשונה נותרו 14 סוכריות ובערימה השנייה נותרו 9 סוכריות. כלומר:
$\frac{3x}{4} = 14$ ו- $\frac{7y}{8} = 9$. נפשט את המשוואות שקיבלנו, ונחלץ את x ו-y:

$$\frac{3x}{4} = 14 \quad \Leftarrow \quad 3x = 52 \quad \Leftarrow \quad x = 17\frac{2}{3}.$$

מכיוון ש-x מייצג מספר סוכריות, לא ייתכן שאינו שלם, ולכן המצב הראשון נפסל (אין צורך לבודד גם את y).
<u>מצב שני</u>: בערימה הראשונה נותרו 9 סוכריות ובערימה השנייה נותרו 14 סוכריות. כלומר: $\frac{3x}{4} = 9$ ו- $\frac{7y}{8} = 14$. נפשט את המשוואות שקיבלנו, ונחלץ את x ו-y:

$$\frac{3x}{4} = 9 \quad \Leftarrow \quad 3x = 36 \quad \Leftarrow \quad x = 12.$$

$$\frac{7y}{8} = 14 \quad \Leftarrow \quad 7y = 112 \quad \Leftarrow \quad y = 16.$$

מספר הסוכריות שקיבל רונן שווה לסכום מספרי הסוכריות שבשתי הערימות: $x + y = 12 + 16 = 28$.

תשובה (2).

---

25. בשאלה זו עלינו לקבוע מה ערכו של n, שהוא ערך ה-x של נקודת הקצה של קטע בו נתונה נקודת הקצה השנייה ונקודה החיתוך עם ציר ה-X. בכדי להבין את הקשר בין הנקודות, נעביר אנך מנקודה A לציר ה-X ומנקודה B לציר ה-X. קיבלנו שני משולשים דומים (האנכים שהורדנו מקבילים לציר ה-Y, ולכן מקבילים, ומשולשים בין מקבילים דומים זה לזה). המשולש התחתון הוא משולש ישר זווית ושווה-שוקיים (שכן כל אחת משוקיו שווה 1), ולכן גם המשולש העליון צריך להיות ישר-זווית ושווה שוקיים. אחת משוקיו של המשולש שווה ל-3 (שכן ערך ה-Y של נקודה A הוא 3), ולכן גם השוק השנייה צריך להיות באורך 3. כלומר, n צריך להיות גדול ב-3 מ-2 (ערך ה-X של נקודה C). לפיכך $n = 5$.

<u>שימו לב</u>: קו ישר הוא קו בעל שיפוע קבוע. כלומר, בכל הנקודות שעליו מתקיים קשר קבוע בין ערך ה-X לערך ה-Y. בנקודה B, ערך ה-X גדול ב-2 מערך ה-Y. כך גם בנקודה C, ולכן גם בנקודה A, אשר נמצאת על אותו קו ישר, ערך ה-X צריך להיות ב-2 מערך ה-Y. מכיוון שערך ה-Y של נקודה A הוא 3, ערך ה-X שלה צריך להיות 5, כלומר: $n = 5$.

תשובה (3).