מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(1)	(3)	(3)	(3)	(4)	(2)	(2)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(3)	(2)	(1)	(3)	(3)	(4)	(4)	(2)	(1)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(2)	(1)	(4)	(3)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-4)

1. **השאלה**: נתון: x הוא מספר שלם.

$$2x+3<0$$
$$x^2<8$$
$$x=?$$

פיתרון:

$2x+3<0$, נחסר 3 משני האגפים $2x<-3$, נחלק ב-2, ונקבל: $x<-\frac{3}{2}$.

ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(4).

מכיוון ש- $x^2<8$ x **אינו** יכול להיות שווה ל-(-3) אשר בריבוע שווה ל-9.

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: צלעותיו של ריבוע הוגדלו פי 3. פי כמה גדל שטחו?

פיתרון: מכיוון שלא נתון אורכה של צלע הריבוע נציב כדוגמה שאורך צלע הריבוע היא x.

מכיוון ששטח ריבוע הוא $(\text{צלע})^2$, שטח הריבוע הוא x^2 .

אם מגדילים את אורכה של צלע הריבוע פי 3, אורכה של צלע הריבוע החדש הוא 3x ושטח הריבוע שווה ל- $9x^2$ $\left((3x)^2=\right)$.

מכאן ששטח הריבוע גדל בעקבות הגדלת הצלעות פי 9.

תשובה (1).

הערה: כפי שלמדנו, במקרה של צורות משוכללות מאותו סוג: יחס השטחים = $(\text{היחס הקווי})^2$.

מכיוון שיחס הצלעות הוא 1:3, הרי שיחס השטחים שווה ל-1:9 $\left((1:3)^2=\right)$.

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני מעגלים חופפים העוברים זה דרך מרכזו של זה.
המעגלים נחתכים בנקודות A ו-D.
AB ו-AC הם קטרים במעגלים.
$\alpha = ?$

פיתרון: נחבר את מרכזי המעגלים המסומנים בסרטוט, ונקבל משולש שכל צלעותיו הן רדיוסים באחד מהמעגלים החופפים שבסרטוט, כלומר משולש שהוא שווה צלעות.
מכיוון ש-α היא זווית פנימית במשולש שווה צלעות, α שווה ל-$60°$.

תשובה (3).

---

4. **השאלה**: במכללה מסוימת בדיוק 20% מהסטודנטים דוברים סינית.

איזה מן המספרים הבאים **עשוי** להיות מספר הסטודנטים במכללה?

פיתרון: מכיוון שנשאלנו מה **עשוי** להיות מספר הסטודנטים במכללה, ונתון כי 20% מהסטודנטים דוברים סינית, עלינו לבדוק מהו המספר בתשובות שממנו ניתן לחשב 20% ולקבל תוצאה שלמה.

20% הם $\frac{1}{5}$ $\left(=\frac{20}{100}\right)$, ומכאן שמספר התלמידים במכללה הוא בהכרח מתחלק מספר המתחלק ב-5 ללא שארית.

תשובה (3).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 8-5)

5. **השאלה**: באיזו מחלקה ההפרש, בערך מוחלט, בין השכר הממוצע הכולל לבין השכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18 הוא הגדול ביותר?

פיתרון: קבוצת הגיל 35-18 היא קבוצת הגיל המיוצגת על ידי מעגל בהיר. עלינו למצוא באיזו מחלקה העיגול הבהיר נמצא במרחק הגדול ביותר מהקו האופקי המודגש (המייצג את השכר הממוצע הכולל בכל מחלקה). המחלקה בה העיגול הבהיר נמצא במרחק הגדול ביותר מהקו האופקי המודגש היא מחלקת הפיתוח.

ניתן כמובן גם לעבור ולבדוק בכל אחת מהתשובות מה ההפרש בערך מוחלט בכל אחת מהמחלקות המוצעות בין השכר הממוצע הכולל לבין השכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18:

<u>תשובה (1)</u>: מחלקת הייצור. השכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 6,000 שקלים והשכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18 הוא 5,000 שקלים, כלומר ההפרש בערך מוחלט הוא 1,000 שקלים $\left(=|6,000-5,000|\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: מחלקת הכספים. השכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 7,000 שקלים והשכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18 הוא 9,000 שקלים, כלומר ההפרש בערך מוחלט הוא 2,000 שקלים $\left(=|7,000-9,000|\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: מחלקת הפיתוח. השכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 8,000 שקלים והשכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18 הוא 5,000 שקלים, כלומר ההפרש בערך מוחלט הוא 3,000 שקלים $\left(=|8,000-5,000|\right)$.

<u>תשובה (4)</u>: מחלקת תחזוקה. השכר הממוצע הכולל במחלקה הוא 7,000 שקלים והשכר הממוצע של קבוצת הגיל 35-18 הוא 8,000 שקלים, כלומר ההפרש בערך מוחלט הוא 1,000 שקלים $\left(=|7,000-8,000|\right)$.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל _____ שווה לשכר הממוצע של **כל** עובדי מחלקת ה______.

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): 18-35 ; פיתוח. השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל **18-35** הוא 9,000 שקלים, והשכר הממוצע של **כל** עובדי מחלקת ה**פיתוח** הוא 8,000 שקלים, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (2): 35-55 ; כספים. השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל **35-55** הוא 8,000 שקלים, והשכר הממוצע של **כל** עובדי מחלקת ה**כספים** הוא 7,000 שקלים, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (3): 55 ומעלה ; שיווק. השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל **55 ומעלה** הוא 6,000 שקלים, והשכר הממוצע של **כל** עובדי מחלקת ה**שיווק** הוא 8,000 שקלים, ולכן תשובה זו אינה נכונה. בשלב זה מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (4), אך לשם השלמת הפיתרון נבדוק גם תשובה זו.

תשובה (4): 55 ומעלה ; ייצור. השכר הממוצע של עובדי מחלקת הכספים השייכים לקבוצת הגיל **55 ומעלה** הוא 6,000 שקלים, והשכר הממוצע של **כל** עובדי מחלקת ה**ייצור** הוא 6,000 שקלים, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: באיזו מחלקה השכר הממוצע נמוך יותר ככל שגיל העובדים גבוה יותר?

פיתרון: שאלה זו למעשה מבקשת מאיתנו למצוא מבחינה ויזואלית באיזו מחלקה העיגול המייצג את הגילאים הצעירים ביותר (העיגול הבהיר) הוא הגבוה ביותר, העיגול האפור נמצא מתחתיו והעיגול הכהה (גילאי 55 ומעלה) הוא התחתון ביותר. מחלקת הכספים היא המחלקה בה ככל שהגיל עולה יורד השכר הממוצע.

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: במפעל הוחלט לאחד את מחלקת השיווק והפיתוח. העובדים במחלקה החדשה הם כל עובדי מחלקות השיווק והפיתוח, ושכר העובדים לא השתנה.

איזו מהאפשרויות הבאות **יכולה** להיות עמודה בתרשים המתארת את השכר במחלקה החדשה?

פיתרון: במחלקת השיווק יש עובדים בגילאי 35-55, אולם במחלקת הפיתוח אין עובדים בגילאים אלו ולכן עם איחודן של שתי המחלקות, מיקומו של העיגול האפור, המייצג קבוצת גיל זו, בהכרח זהה למיקומו במחלקת השיווק. תשובה (1) נפסלת.

במחלקת הפיתוח יש עובדים בגילאי 55 ומעלה, אולם במחלקת השיווק עובדים בגילאים אלו, ולכן עם איחודן של שתי המחלקות, מיקומו של העיגול השחור, המייצג קבוצת גיל זו, בהכרח זהה למיקומו במחלקת השיווק. תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 9-19)

9. **השאלה**: בכד יש 24 כדורים בשלושה צבעים: ירוקים, צהובים וכחולים. ההסתברות להוציא באקראי כדור ירוק היא $\frac{1}{4}$, וההסתברות להוציא באקראי כדור צהוב היא $\frac{1}{3}$.

כמה כדורים **כחולים** יש בכד?

פיתרון: מכיוון שההסתברות שווה לגודל שמהווה הקבוצה הרצויה מתוך השלם, הרי שאם ההסתברות להוצאת כדור ירוק היא $\frac{1}{4}$ הרי שמספר הכדורים הירוקים מהווה רבע מסך כל הכדורים, כלומר יש 6 כדורים ירוקים $\left(\frac{1}{4}\cdot 24=\right)$.

אם ההסתברות להוצאת כדור צהוב היא $\frac{1}{3}$ הרי שמספר הכדורים הצהובים מהווה שליש מסך כל הכדורים, כלומר יש 8 כדורים צהובים $\left(\frac{1}{3}\cdot 24=\right)$.

אם יש 24 כדורים שמתוכם 6 ירוקים ו-8 צהובים, ניתן למצוא כי מספר הכדורים הכחולים הוא 10 $(24-8-6=)$.

תשובה (2).

---

10. **השאלה**: כמה מספרים זוגיים שמתחלקים ב-3 ללא שארית נמצאים בין 2 ל-22?

פיתרון: המספרים הזוגיים המתחלקים ב-3 ללא שארית בין 2 ל-22 הם: 6, 12 ו-18.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

x שווה בהכרח ל-

פיתרון: מן הסרטוט ניתן ללמוד כי אלכסון המלבן הקטן הוא גם אלכסון המלבן הגדול.

לשם הנוחות, נסמן נקודה E כקודקוד המלבן הקטן כך שאלכסון המלבן הקטן יהיה AE ונקודה F היא קודקוד המלבן הקטן הנמצא על הצלע AD.

נתבונן במשולשים AEF ו-ACD.

לשני המשולשים זווית משותפת: זווית EAF ולשניהם זווית ישרה. כאשר יש שתי זוויות שוות בין שני משולשים ניתן לקבוע כי בהכרח שני המשולשים דומים זה לזה.

מכיוון שצלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו, הרי שאורך הצלע AF שווה ל-x ואורך הצלע AD שווה ל-4 ס"מ. מכיוון שהמשולשים דומים, הרי שיש יחס זהה בין ניצבי המשולשים,

כלומר: $\frac{4}{2}=\frac{x}{y}$ ⇐ $\frac{x}{y}=2$, נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל כי: $x=2y$.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: במערכת צירים נתון מעגל שמרכזו נמצא על ציר ה-x.
מעבירים משיק למעגל, כך שהערכים של נקודת ההשקה הם (0,0).
המשיק הזה הוא -

פיתרון: נתון כי מרכז המעגל נמצא על ציר ה-x וערכי נקודת ההשקה (0,0). מכיוון שמרכז המעגל נמצא על ציר ה-x הרי שקוטר המעגל הוא חלק מציר ה-x.
משיק יוצר זווית של $90°$ עם רדיוס המעגל בנקודת ההשקה. מכיוון שציר ה-x וציר ה-y מאונכים זה לזה, הרי שציר ה-y מאונך לרדיוס המעגל (לציר ה-x) בנקודת ההשקה ולפיכך ניתן לקבוע כי ציר ה-y משיק למעגל.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: a ו-b הם מספרים ראשוניים, $a \le b$.
איזה מן הביטויים הבאים הוא בהכרח זוגי?

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית.

<u>תשובה (1)</u>: $a \cdot b$. נתון כי $a \le b$, ולפיכך יתכן כי a יהיה שווה ל-3 ו-b שווה ל-5. במצב כזה מכפלת a ו-b תהיה שווה ל-15 $(= 3 \cdot 5)$, כלומר למספר אי-זוגי.

<u>תשובה (2)</u>: $a \cdot (b+1)$. מכיוון שנתון כי $a \le b$, הרי שאם a הוא מספר ראשוני זוגי (2), הרי שתוצאת המכפלה היא מספר זוגי, ואם a אינו זוגי, הרי שבהכרח b הוא מספר ראשוני אי-זוגי ולפיכך הביטוי $(b+1)$ הוא בהכרח זוגי. מכיוון שמצאנו כי בכל מקרה הביטוי הוא זוגי אין צורך להמשיך ולבדוק תשובות נוספות אולם לשם השלמת הפיתרון נפסול את שתי התשובות הנותרות.

<u>תשובה (3)</u>: $(a+1) \cdot b$. נתון כי $a \le b$, ולפיכך יתכן ש-a יהיה מספר ראשוני זוגי (2), ו-b יהיה מספר ראשוני אי-זוגי, למשל 3. במצב כזה תוצאת המכפלה תהיה שווה ל-9 $[= 3 \cdot (2+1) \cdot 3]$, כלומר מספר אי-זוגי.

<u>תשובה (4)</u>: $a + b$. נתון כי $a \le b$, ולפיכך יתכן ש-a יהיה מספר ראשוני זוגי (2), ו-b יהיה מספר ראשוני אי-זוגי, למשל 3. במצב כזה הביטוי יהיה שווה ל-5 $(2+3)$, כלומר מספר אי-זוגי.

תשובה (2).

---

14. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
נתון: $\beta + \gamma = \alpha$.

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח** -

פיתרון: סכום זוויות פנימיות בכל משולש הוא $180°$, כלומר $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.
מכיוון שנתון כי $\beta + \gamma = \alpha$, נציב במקום $\beta + \gamma$ את זווית α, ונקבל: $2\alpha = 180°$, נחלק ב-2 ונקבל: $\alpha = 90°$, כלומר המשולש הוא ישר זווית.

תשובה (1).

---

15. **השאלה**: דני רץ x ק״מ מנקודה A לנקודה B במהירות של 6 קמ״ש. הוא חזר לנקודה A במהירות קטנה פי 3. כל הריצה ארכה 4 שעות.

$x = ?$

פיתרון: **דרך א׳**: אלגברה

מכיוון ש- זמן · מהירות = דרך , הרי שזמן הריצה בכל אחד מהקטעים שווה ל- $\frac{\text{דרך}}{\text{מהירות}}$.

על פי נתוני השאלה אורך הדרך מ-A ל-B הוא x ק״מ. מהירותו של דני בדרך הלוך היא 6 קמ״ש, ומכאן שזמן ריצתו שווה ל- $\frac{x}{6}$, בדרך מנקודה B לנקודה A הייתה מהירותו קטנה פי 3, כלומר שווה ל-2 קמ״ש, ומכאן שזמן ריצתו בדרך חזור היא $\frac{x}{2}$. זמן הריצה הכולל הוא 4 שעות, כלומר $4 = \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$.

נכפול ב-6 את שני האגפים, ונקבל: $x + 3x = 24$ ⇦ $4x = 24$, נחלק ב-4, ונקבל כי: $x = 6$.

דרך ב׳: הצבת תשובות.

<u>תשובה (1)</u>: 12. אם אורכה של הדרך הוא 12 ק״מ, הרי שאם דני רץ במהירות של 6 קמ״ש הוא יעבור את הדרך כולה בשעתיים $\left(=\frac{12}{6}\right)$, בדרכו חזרה דני רץ במהירות הקטנה פי 3, כלומר במהירות של 2 קמ״ש ולכן יעבור את הדרך חזרה בזמן של 6 שעות ובסך הכול כל ארכה הריצה 8 שעות $(=6+2)$. מכיוון שעל פי נתוני השאלה כל הריצה ארכה 4 שעות, תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 8. אם אורכה של הדרך הוא 8 ק״מ, הרי שאם דני רץ במהירות של 6 קמ״ש הוא יעבור את הדרך כולה בשעה ושליש $\left(=\frac{8}{6}\right)$, בדרכו חזרה דני רץ במהירות הקטנה פי 3, כלומר במהירות של 2 קמ״ש ולכן יעבור את הדרך חזרה בזמן של 4 שעות $\left(=\frac{8}{2}\right)$. מכיוון שבסך הכול כל ארכה הריצה למעלה מ-4 שעות, תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: 6. אם אורכה של הדרך הוא 6 ק״מ, הרי שאם דני רץ במהירות של 6 קמ״ש הוא יעבור את הדרך כולה בשעה $\left(=\frac{6}{6}\right)$, בדרכו חזרה דני רץ במהירות הקטנה פי 3, כלומר במהירות של 2 קמ״ש ולכן יעבור את הדרך חזרה בזמן של 3 שעות $\left(=\frac{6}{2}\right)$. מכיוון שבסך הכול כל ארכה הריצה 4 שעות, זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

16. **השאלה**: לשולה יש 100 קוביות משני גדלים:
50 קוביות שגובה כל אחת מהן 3 ס״מ, ו-50 קוביות שגובה כל אחת מהן 4 ס״מ.

בכמה קוביות, לכל היותר, יכולה שולה להשתמש כדי לבנות מגדל שגובהו 230 ס״מ?

פיתרון: על מנת ששולה תשתמש במספר הקוביות הגדול ביותר כדי לבנות את המגדל עליה להשתמש קודם כל בקוביות שגובהן הוא הקטן ביותר.
אם נעמיד 50 קוביות שגובה כל אחת מהן 3 ס״מ, נקבל מגדל שגובהו 150 ס״מ $(=3 \cdot 50)$. מכיוון שגובה המגדל המבוקש הוא 230 ס״מ והשתמשנו בכל הקוביות שגובהן 3 ס״מ, הרי שאת 80 הס״מ הנוספים נבנה באמצעות 20 קוביות שגובהן 4 ס״מ. בסך הכול השתמשנו לשם בניית המגדל ב-70 קוביות $(=20+50)$.

תשובה (3).

---

17. **השאלה**: לכל n, הביטוי $2^n - 2^{n-1}$ שווה ל-

פיתרון: **דרך א'**: אלגברה

נפשט את הביטוי באמצעות הוצאת גורם משותף:

$$2^n - 2^{n-1} = 2^n \cdot \left(1 - 2^{-1}\right) = 2^n \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2^n \cdot \frac{1}{2} = 2^n \cdot 2^{-1} = 2^{n-1}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית.

נציב n=1, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1 $\left(2^n - 2^{n-1} = 2^1 - 2^{1-1} = 2 - 2^0 = 2 - 1 =\right)$.

נציב $n = 1$ בתשובות ונפסול את תשובות (1), (2) ו-(3).

תשובה (4).

---

18. **השאלה**: נתון: $c \le b \le a$

הממוצע של a, b ו-c שווה ל-a.

מהנתון נובע **בהכרח** כי -

פיתרון: נתון כי הממוצע של a, b ו-c שווה ל-a, ולפיכך: $\frac{a+b+c}{3} = a$, נכפול את שני האגפים ב-3

ונקבל: $a + b + c = 3a$, נחסר a משני האגפים, ונקבל: $b + c = 2a$.

על פי הנתון $c \le b \le a$, אם b ו-c היו קטנים כל אחד מ-a, הרי שסכומם היה קטן מ-2a.

על מנת שסכומם של b ו-c יהיה שווה ל-2a, כל אחד מהם חייב להיות שווה ל-a.

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: בסל א' יש 400 ביצים. בסל ב' יש 500 ביצים.

כמה ביצים יש להעביר מסל א' לסל ב' כדי שבסל א' יהיו $\frac{7}{11}$ מהביצים שבסל ב'?

פיתרון:

דרך א': בדיקת תשובות. ראשית, כדאי כאשר בודקים תשובות לבדוק ראשית את התשובות ה'עגולות', אשר ברור כי נוח יותר לעבוד איתן. במקרה של שאלה זו, עלינו לבדוק עבור כל אחת מהתשובות האם בהעברת מספר הביצים האמור בה $\frac{7}{11} = \frac{\text{מספר הביצים בסל א}}{\text{מספר הביצים בסל ב}}$.

<u>תשובה (2)</u>: 50. מכיוון שבסל א' היו 400 ביצים ובסל ב' 500 ביצים, הרי שלאחר העברת 50 ביצים מסל א' לסל ב' יהיה מספר הביצים בסל א' 350 ומספר הביצים בסל ב' 550.

קיבלנו כי היחס בין מספר הביצים בסל א' למספר ביצים בסל ב' הוא: $\frac{350}{550}$, כאשר נצמצם ב-10 את המונה והמכנה של השבר שקיבלנו, נקבל: $\frac{35}{55}$, נצמצם ב-5 את המונה והמכנה, ונקבל: $\frac{7}{11}$. זו התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

$\frac{1}{2} = \frac{b}{a}$. תשובה (3) נפסלת.

דרך ב': אלגברה. נשאלנו כמה ביצים יש להעביר על מנת שבסל א' יהיו $\frac{7}{11}$ מהביצים שבסל ב'. נסמן ב-x את מספר הביצים המבוקש, ונבנה משוואה ולפיה $\frac{7}{11} = \frac{400 - x}{500 + x}$.

נכפול במכנה המשותף המינימלי, כלומר ב: $11 \cdot (500 + x)$, ונקבל:

$4{,}400-11x=3{,}500+7x \Leftarrow 11\cdot(400-x)=7\cdot(500+x)$

נחבר $11x$ ונחסר 3,500 משני האגפים, ונקבל: $900=18x$, נחלק את שני האגפים ב-18,

ונקבל: $x=\frac{\cancel{900}^{100}}{\cancel{18}_2}=50$.

תשובה (2).

השוואות כמותיות (שאלות 20-25)

	טור א	טור ב	מידע נוסף
.20 השאלה:	מספר השנים שחלפו מאז שתילת העץ ועד שהגיע לגובה $\frac{x}{2}$ ס"מ.	4	אלכס שתל עץ. בכל שנה מאז שתילתו הכפיל העץ את גובהו. לאחר 8 שנים הגיע העץ לגובה x ס"מ.

פיתרון:

טור א': נתון כי העץ מכפיל את גובהו כל שנה. נתון זה ניתן להבין בשתי דרכים:

א) בכל שנה גובה העץ גדול פי 2 מגובהו בשנה הקודמת.

ב) בכל שנה גובה העץ שווה למחצית מגובהו בשנה הבאה אחריו.

מכיוון שנתון כי לאחר 8 שנים הגיע העץ לגובה x ס"מ, הרי שגובהו בשנה השביעית שווה למחצית מגובהו בשנה השמינית, כלומר ל- $\frac{x}{2}$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי שבטור א' שווה ל-7, הרי שהביטוי בטור א' בהכרח גדול מן הביטוי בטור ב'.

תשובה (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
.21 השאלה:	$\|x\|^2-2\|x\|\cdot\|y\|+\|y\|^2$	$(x-y)^2$	$x\cdot y<0$

פיתרון: על מנת להשוות בין הביטויים נפשט את הביטוי בטור ב' ונביא אותו לצורה ה'דומה' יותר לצורה בה מופיע הביטוי בטור א'.

<u>טור א</u>	<u>טור ב</u>
$\|x\|^2-2\|x\|\cdot\|y\|+\|y\|^2$	x^2+y^2-2xy

ישנם ביטויים שווים בשני הטורים: הביטוי x^2 והביטוי $|x|^2$ שווים; הביטוי y^2 והביטוי $|y|^2$ שווים.
נחסר ביטויים אלו משני הטורים, ונקבל:

<u>טור א</u>	<u>טור ב</u>
$-2\|x\|\cdot\|y\|$	$-2xy$

<u>טור א'</u>: הביטוי $-2|x|\cdot|y|$ מורכב ממכפלת מספר שלילי (-2) בביטוי חיובי (ערך מוחלט), ומכאן שהוא בהכרח ביטוי שלילי.

<u>טור ב'</u>: הביטוי $-2xy$ מורכב ממכפלת מספר שלילי (-2) בביטוי שעל פי הנתונים הוא שלילי $(x\cdot y<0)$, ומכאן שהוא בהכרח ביטוי חיובי.

הביטוי בטור ב׳ בהכרח גדול מן הביטוי בטור א׳.

תשובה (2).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
22. השאלה:	α	β	AD הוא תיכון במשולש

פיתרון: זווית α היא זווית חיצונית למשולש ABE וזווית β היא זווית פנימית במשולש זה.
מכיוון שזווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, הרי שזווית חיצונית למשולש בהכרח תמיד גדולה מכל אחת מהזוויות הפנימיות שאינה צמודה לה, ומכאן שזווית α גדולה מזווית β.

תשובה (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
23. השאלה:	קוטר המעגל	אורך הקטע EF	ABCD הוא מרובע המשיק למעגל בנקודות E ו-F.

מידע נוסף: מכיוון שלא נתון דבר לגבי מיקומן של נקודות E ו-F, הרי שיתכן כי:
א) הקטע EF הוא מיתר העובר דרך מרכז המעגל, כלומר אורכו שווה לקוטר המעגל. במקרה כזה הביטויים בשני הטורים שווים זה לזה.
ב) המיתר EF אינו עובר דרך מרכז המעגל.
מכיוון שאורכו של כל מיתר שאינו קוטר המעגל בהכרח קטן מאורכו של קוטר המעגל, הרי שבמקרה שכזה טור א׳ גדול מטור ב׳.

לסיכום: לא ניתן לקבוע את יחס הגדלים בין הביטויים.

תשובה (4).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
24. השאלה:	$\$\left(\$\left(\frac{m-2}{2}\right)\right)$	$\$(m)$	לכל מספר טבעי n הוגדרה הפעולה \$ כך: $\$(n)=2\cdot(n+1)$

נפשט את הטורים בעזרת המשוואה הנתונה במידע הנוסף ולפיה: $\$(n)=2\cdot(n+1)$.

טור א׳: $\$\left(\$\left(\frac{m-2}{2}\right)\right)$. נתחיל בפישוט הביטוי הנמצא בסוגריים הפנימיים: $\$\left(\frac{m-2}{2}\right)$.

על פי המשוואה: $\$\left(\frac{m-2}{2}\right)=2\cdot\left(\frac{m-2}{2}+1\right)$. כעת נפשט את הביטוי שקיבלנו:

$$2\cdot\left(\frac{m-2}{2}+1\right)=2\cdot\frac{m-2}{2}+2=m-2+2=m$$

מכיוון שקיבלנו כי הביטוי בתוך הסוגריים הפנימיים שווה ל-m, הרי שהביטוי בטור א׳ הוא $\$(m)$, והביטויים בשני הטורים זהים.

תשובה (3).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
25. השאלה:	שטח הריבוע ABCO	סכום השטחים הכהים	ABCD ו-ODEF הם ריבועים חופפים. O הוא מרכז המעגל. רדיוס המעגל קטן מאורך צלע הריבוע.

טור ב': סכום השטחים הכהים. כל אחד מהשטחים הכהים היא גזרה במעגל אשר הזווית המרכזית היוצרת אותה שווה ל-$90°$, כלומר לרבע משטח המעגל $\left(\frac{90°}{360°}=\right)$, ומכאן שסכום שטחי שתי הגזרות שווה למחצית משטח המעגל $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\right)$.

שטח מעגל שווה ל- $r^2\pi$, ומכאן שסכום השטחים הכהים הוא $\frac{1}{2}r^2\pi$.

טור א': שטח הריבוע ABCO. נתון במידע הנוסף כי רדיוס המעגל קטן מאורך צלע הריבוע. מכיוון שאורכה של צלע הריבוע אינו ידוע נבדוק את מקרי הקיצון.

מקסימום: מכיוון שאין כל מגבלה על גודלה המקסימלי של צלע הריבוע, ניתן להגדיל צלע זו עד למצב בו הביטוי בטור א' יהיה גדול מהביטוי בטור ב'.

מינימום: על מנת למצוא את שטחו המינימלי האפשרי של הריבוע, נניח כי אורך צלע הריבוע שווה לרדיוס המעגל. במצב כזה שטח הריבוע שווה ל- r^2.

טור א	טור ב
r^2	$\frac{1}{2}r^2\pi$

נכפול את שני הטורים ב-2 ונחלק ב- r^2, ונקבל:

טור א	טור ב
2	π

במצב כזה טור ב' גדול מטור א'. מכיוון שקיבלנו שתי תשובות שונות, לא ניתן לקבוע את יחס הגדלים בין הטורים.

תשובה (4).