

**מפתח תשובות נכונות**

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(1)	(1)	(3)	(1)	(3)	(1)	(2)	(1)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(1)	(3)	(4)	(2)	(2)	(1)	(2)	(4)	(1)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(1)	(1)	-	(4)	(1)

**הסברים**

**שאלות הסקה מתרשים (שאלות 1-4)**

1. **השאלה:** בכמה פעולות מוצלחות השתתפה הכלבה אלפא?

**פיתרון:** הכלבה אלפא השתתפה ב-64 פעולות שמהן 75% היו מוצלחות. מכיוון ש-75% הם  $\frac{3}{4}$ , הרי

$$\text{שמספר הפעולות המוצלחות שבהן השתתפה הכלבה אלפא הוא } 48 \left( = \frac{3}{4} \cdot 64 \right)$$

**תשובה (3).**

2. **השאלה:** משלחת חיפוש הורכבה מכל הכלבים המתמחים בחילוץ מהריסות ובחילוץ ממפולות שלגים. מה **סכום** הגילים (בשנים) של הכלבים במשלחת?

**פיתרון:** הכלבים המתמחים בחילוץ מהריסות הם: בק שגילו 3 שנים וגונזו שגילו 3 שנים. הכלב היחיד המתמחה בחילוץ ממפולות שלגים הוא פלאף שגילו 5 שנים. סך הכול סכום הגילים של הכלבים אשר השתתפו במשלחת הוא 11 שנים  $(= 3 + 3 + 5)$ .

**תשובה (1).**

3. **השאלה:** באיזה מהתחומים הבאים **לא** מתמחים כלבים שדירוג חוש הריח שלהם הוא 8 או יותר?

**פיתרון:** ישנם שלושה כלבים אשר דירוג הריח שלהם הוא 8 או יותר: אלפא המתמחה בחיפוש בשטח פתוח אשר דירוג הריח שלו הוא 10. פלאף המתמחה בחילוץ ממפולות שלגים אשר דירוג הריח שלו הוא 8. צייקו המתמחה בסריקות במים ודירוג הריח שלו הוא 9. אף אחד מהם אינו מתמחה בחילוץ מהריסות.

**תשובה (1).**

4. **השאלה:** בהנחה שמספר הפעולות שכלב משתתף בהן מתחלק באופן שווה על פני שנות חייו, בכמה פעולות צפוי להשתתף הכלב צייקו מרגע היוולדו ועד הגיעו לגיל 8 שנים?

**פיתרון:** הכלב צייקו הוא בן 6 והשתתף עד היום ב-54 פעולות. מכיוון שעל פי נתוני השאלה מספר הפעולות שכלב משתתף בהן מתחלק באופן שווה על פני שנות חייו,

$$\text{הרי שצייקו משתתף ב-9 פעולות בשנה } \left( = \frac{54}{6} \right)$$

## פברואר 2010 - הסברים לפרק 1 בחשיבה כמותית

לצייקו נותרו שנתיים עד הגיעו לגיל 8. מכיוון שבכל אחת מהשנים הוא אמור להשתתף ב-9 פעולות נוספות, הרי שבסך הכול צפוי צייקו להשתתף ב-18 פעולות נוספות במהלך שנתיים אלו ( $2 \cdot 9 =$ ) ובסך הכול עד לגיל 8 צפוי צייקו להשתתף ב-72 פעולות ( $54 + 18 =$ ).

**תשובה (3).**

### שאלות ובעיות (שאלות 5-9)

**5. השאלה:** יואב נתן  $\frac{1}{5}$  משכרו לחגית, ואחר כך נתן 200 שקלים לאסף.

אם נשארו לו 600 שקלים, מה היה שכרו (בשקלים)?

**פיתרון:** דרך א' - אלגברה

נסמן את שכרו של יואב ב- $x$ . אם יואב נתן  $\frac{1}{5}$  משכרו לחגית, הרי שהסכום שנותר ברשותו הוא  $\frac{4}{5}x$ .

אם לאחר שנתן לאסף 200 שקלים נותרו בידו של יואב 600 שקלים, הרי ש:  $\frac{4}{5}x - 200 = 600$ .

נוסיף 200 לשני האגפים ונכפול ב-5, ונקבל:  $4x = 4,000$ , נחלק את שני האגפים ב-4, ונקבל:  $x = 1,000$ .

**דרך ב':** הצבת תשובות

**תשובה (1):** 1,000.

לאחר שיואב נתן  $\frac{1}{5}$  משכרו לחגית ו-200 שקלים לאסף נותרו לו 600 שקלים.

$\frac{1}{5}$  מ-1,000 הם 200 שקלים. כלומר יואב נתן לחגית ולאסף 200 שקלים לכל אחד ואז נותרו לו 600 שקלים.

1,000 פחות פעמיים 200 שקלים הם 600 ולכן זו התשובה הנכונה ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

**תשובה (1).**

**6. השאלה:**  $x(x-1) - (x-1)(x-2) = ?$

**פיתרון:** נפתח את הסוגריים, ונקבל:

$$x(x-1) - (x-1)(x-2) = x^2 - x - (x^2 - 2x - x + 2) = x^2 - x - x^2 + 2x + x - 2$$

נכנס איברים דומים, ונקבל:  $2x - 2$

**תשובה (3).**

**שימו לב:** ניתן להוציא מהביטוי המבוקש גורם משותף של  $(x-1)$  ולקבל:

$$(x-1)[x - (x-2)] = (x-1) \cdot (x - x + 2) = (x-1) \cdot 2 = 2x - 2$$

**7. השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ששטחו 8.

**על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,**

**מהם ערכי הנקודה A?**

**פיתרון:** נתון כי שטח המשולש ישר הזווית ABC הוא 8. שטח משולש ישר זווית שווה למכפלת ניצבים

$$\text{לחלק ל-2, כלומר } \frac{BC \cdot AC}{2} = 8$$

ערכי ה- $y$  של הנקודות B ו-C זהים ולפיכך ניתן לקבוע בוודאות כי בסיס המשולש, הצלע BC, הוא קטע המקביל לציר ה- $x$ . אורכו של BC שווה להפרש בערך מוחלט בין ערכי ה- $x$  של נקודות B ו-C, כלומר אורך

הקטע BC שווה ל-4 ( $7 - 3 =$ ).

$$AC = 4 \Leftrightarrow 2 \cdot AC = 8 \Leftrightarrow \frac{4 \cdot AC}{2} = 8$$

נציב את אורכו של BC בנוסחת שטח המשולש, ונקבל:  $AC = 4 \Leftrightarrow 2 \cdot AC = 8 \Leftrightarrow \frac{4 \cdot AC}{2} = 8$ . מכיוון שזווית BCA היא זווית ישרה, הרי שאם ישר BC מקביל לציר ה-x, הרי שבהכרח ישר AC המאונך לו, מקביל לציר ה-y. כלומר, ערכי ה-x של נקודות A ו-C זהים, תשובות (3) ו-(4) נפסלות, וערך ה-y של נקודה A גדול ב-4 מערך ה-y של נקודה C, כלומר שווה ל-6 ( $2 + 4 = 6$ ). תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

8.

השאלה: נתון x הוא מספר שלם.

איזה מן הביטויים הבאים הוא בהכרח מספר שלם:

פיתרון: נציב כדוגמה מספרות  $x = 1$  ו- $x = 2$ , ונבדוק איזה מהביטויים בהכרח שלם.

תשובה (1):  $\frac{x+1}{2}$ . כאשר  $x = 1$  הביטוי שווה ל-1  $\left(\frac{1+1}{2} = 1\right)$ , אם  $x = 2$  הביטוי שווה ל- $\frac{3}{2}$ .

$\left(\frac{2+1}{2} = \right)$ . מכיוון שאנו מחפשים ביטוי שהוא בהכרח מספר שלם, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2):  $\frac{x^2+x}{2}$ . כאשר  $x = 1$  הביטוי שווה ל-1  $\left(\frac{1^2+1}{2} = 1\right)$ , אם  $x = 2$  הביטוי שווה ל-3.

$\left(\frac{2^2+2}{2} = \right)$

תשובה (3):  $\frac{x^2+x}{3}$ . אם  $x = 1$  הביטוי שווה ל- $\frac{2}{3}$   $\left(\frac{1^2+1}{3} = \frac{2}{3}\right)$ . מכיוון שקיבלנו ביטוי שאינו מספר שלם, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (4):  $\frac{x^2}{2}$ . אם  $x = 1$  הביטוי שווה ל- $\frac{1}{2}$   $\left(\frac{1^2}{2} = \frac{1}{2}\right)$ . ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2).

שימו לב: גם כאשר x זוגי וגם כאשר x הוא אי-זוגי, הביטוי  $x^2 + x$  הוא זוגי, מכיוון שהוא

סכום של שני מספרים 'מאותו סוג' (שני זוגיים או שני אי-זוגיים). מכאן שהביטוי  $\frac{x^2+x}{2}$  הוא

בהכרח שלם, שכן על פי הגדרה, מספר זוגי תמיד מתחלק ב-2 ללא שארית.

9.

השאלה: כרטיס לאופרה עולה 100 שקלים, כרטיס לתאטרון עולה 50 שקלים וכרטיס לקולנוע עולה 25 שקלים.

דינה קנתה 7 כרטיסים, מתוכם 2 לתאטרון.

כמה כסף הוציאה דינה על הכרטיסים (בשקלים)?

פיתרון: על פי נתוני השאלה דינה קנתה בוודאות שני כרטיסים לתאטרון שסכום מחירם הוא 100 שקלים ( $2 \cdot 50 = 100$ ).

מכיוון שאין נתונים על 5 הכרטיסים הנותרים ובתשובות נתונים טווחים, נבדוק מה מקסימום ומינימום סכום המחירים ששילמה דינה עבור הכרטיסים.

מקסימום: יתכן כי 5 הכרטיסים הנותרים שדינה קנתה, הם לאופרה ואז דינה שילמה עבורם 500 שקלים ( $5 \cdot 100 = 500$ ), ובסך הכול שילמה 600 שקלים ( $100 + 500 = 600$ ). תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

מינימום: יתכן כי 5 הכרטיסים הנותרים שדינה קנתה, הם לקולנוע ואז דינה שילמה עבורם 125 שקלים ( $5 \cdot 25 = 125$ ), ובסך הכול שילמה 225 שקלים ( $100 + 125 = 225$ ). תשובה (2) נפסלת.

תשובה (1).

השוואות כמותיות (שאלות 10-15)

מידע נוסף	טור ב	טור א	
ABCD הוא טרפז ישר זווית. ABED הוא מלבן.	שטח המלבן ABED	שטח המקבילית AECD	10. השאלה:

טור א': שטח מקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית בגובה המקבילית, כלומר שטח מקבילית AECD שווה ל-  $EC \cdot DE$

טור ב': שטח מלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחבו, כלומר שטח המלבן ABED שווה ל-  $AD \cdot DE$ .

טור א	טור ב
$EC \cdot DE$	$AD \cdot DE$

נחלק ב-DE את שני האגפים, ונקבל:

טור א	טור ב
EC	AD

מכיוון ש-EC ו-AD הן צלעות נגדיות במקבילית, הביטויים בשני הטורים בהכרח שווים זה לזה.

תשובה (3).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
N היא קבוצת כל המספרים השלמים מ-1 ועד 11.	סכום כל המספרים בקבוצה N המתחלקים ב-5 ללא שארית	סכום 3 המספרים הקטנים ביותר בקבוצה N המתחלקים ב-2 ללא שארית	11. השאלה:

טור א': 3 המספרים הקטנים ביותר בקבוצה N המתחלקים ב-2 ללא שארית הם: 2, 4 ו-6 וסכומם שווה ל-12.

טור ב': המספרים בקבוצה N המתחלקים ב-5 ללא שארית הם 5 ו-10 וסכומם הוא 15.

תשובה (2).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
$1 < a < 10$	$\frac{a}{4}$	$\sqrt{a}$	12. השאלה:

מידע נוסף: דרך א' - אלגברה

מכיוון שבשני הטורים מדובר בביטויים חיוביים, ניתן להעלות בריבוע את שני הטורים על מנת להיפטר מסימן השורש. נקבל:

טור א	טור ב
a	$\frac{a^2}{16}$

נכפול ב-16 את שני הטורים, ונקבל:

פברואר 2010 - הסברים לפרק 1 בחשיבה כמותית

**טור ב**

$$a^2$$

**טור א**

$$16a$$

נחלק ב-a את שני הטורים, ונקבל:

**טור ב**

$$a$$

**טור א**

$$16$$

מכיוון שעל פי הנתונים a קטן מ-10, הרי שטור א' בהכרח גדול מטור ב'.

**דרך ב' - הצבת דוגמה מספרית**

מכיוון שנתון טווח של ערכים עבור a, נציב את הערך המינימלי והמקסימלי של a.

אם  $a = 2$ . טור א' שווה ל- $\sqrt{2}$  וטור ב' שווה ל- $\frac{1}{2}$  ( $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ), כלומר הביטוי שבטור א' גדול יותר. אם

$a = 9$ , הביטוי שבטור א' שווה ל- $(\sqrt{9} = 3)$  והביטוי שבטור ב' שווה ל- $2\frac{1}{4}$  ( $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ ) כלומר הביטוי

שבטור א' גדול יותר גם עבור ערכו המינימלי וגם עבור ערכו המקסימלי של a.

**תשובה (1).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	13. השאלה:
AB הוא קו ישר.	$\beta$	$\alpha$	

נסמן את הזווית הכלואה בין זוויות  $\alpha$  ו- $\beta$  ב-x.

**טור א' :** נתבונן בישר AB. סכום זוויות על גבי קו ישר שווה ל- $180^\circ$  ומכאן:  $90^\circ + \alpha + x = 180^\circ$ .

$$\alpha = 90^\circ - x$$

**טור ב' :** זווית  $\beta$  ועוד זווית x שוות יחדיו ל- $90^\circ$ , כלומר:  $\beta + x = 90^\circ \Leftrightarrow \beta = 90^\circ - x$ .

מכיוון שהן זוויות  $\alpha$  והן זווית  $\beta$  שוות ל- $(90^\circ - x)$ , הרי שבהכרח זוויות  $\alpha$  ו- $\beta$  שוות זו לזו.

**תשובה (3).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	14. השאלה:
$ y  <  x $ $y < 0$	0	$x + y$	

נציב דוגמאות מספריות המקיימות את הנתון במידע הנוסף.

נציב למשל  $x = 3$  ו- $y = -2$ , ונקבל כי הביטוי בטור א' שווה ל- $(3 + (-2) = 1)$ , כלומר הביטוי בטור א' גדול מן הביטוי בטור ב'.

כעת נציב שני שליליים, למשל  $x = -2$  ו- $y = -1$ , ונקבל כי הביטוי  $x + y$  שווה ל- $(-2 + -1 = -3)$ ,

מכיוון שכעת קיבלנו כי הביטוי שבטור ב' גדול מן הביטוי שבטור א', לא ניתן לקבוע את היחס בין הטורים.

**תשובה (4).**

15.

מידע נוסף: כל המעגלים בטור א ובטור ב הם בעלי אותו רדיוס.

**טור א':** על מנת למצוא את היקף הריבוע החוסם את המעגלים, עלינו למצוא את אורך צלע הריבוע. אורך צלעו של הריבוע שווה לאורך הקטרים של המעגלים שלאורך צלעו.

מכיוון שכל המעגלים זהים נסמן את רדיוס המעגלים ב- $r$ .

לאורך כל אחת מצלעות הריבוע מונחים 4 מעגלים, כלומר אורך צלע הריבוע מורכבת מ-4 קטרים, כלומר שווה ל- $8r$  ( $4 \cdot 2r =$ ), ומכאן שהיקף הריבוע הוא  $32r$  ( $4 \cdot 8r =$ ).

**טור ב':** היקף המלבן החוסם את המעגלים.

אורך צלעו הארוכה של המלבן שווה לאורך הקטרים של המעגלים שלאורך צלעו.

לאורך צלעו הארוכה של המלבן מונחים 8 מעגלים, כלומר אורך הצלע הארוכה מורכבת מ-8 קטרים, כלומר שווה ל- $16r$  ( $8 \cdot 2r =$ ).

לצלעו הקצרה של המלבן מונחים 2 מעגלים, כלומר אורך הצלע הקצרה מורכבת מ-2 קטרים ואורכה שווה ל- $4r$  ( $2 \cdot 2r =$ ).

היקף המלבן שווה ל- $40r$  ( $2(16r + 4r) =$ ).

הביטוי בטור ב' גדול מן הביטוי שבטור א'.

תשובה (2).

### שאלות ובעיות (שאלות 16-25)

16.

**השאלה:** ב-60 דקות יגאל מסייד  $\frac{1}{4}$  קיר ועודד מסייד קיר שלם.

שניהם שומרים על קצב עבודה קבוע.

בכמה דקות יסיידו שניהם יחד קיר שלם?

**פיתרון:** בשאלה זו מדובר בשאלת 'פועלים שונים' בה נתון מה הספק עבודתם של שני הפועלים באותו

זמן, ב-60 דקות. ניתן לחבר ולמצוא כי ב-60 דקות מסיידים שני הפועלים יחדיו  $1\frac{1}{4}$  קיר.

באמצעות ריבוע יחסים נמצא בכמה זמן יסיימו הפועלים לסייד 1 קיר.

דקות	קירות
60	$1\frac{1}{4}$
?	1

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש:  $\frac{x}{1} = \frac{60}{1\frac{1}{4}}$

נכפול את שני האגפים ב- $1\frac{1}{4}$ , ונקבל:  $1\frac{1}{4}x = 60$ , נכפול את שני האגפים ב-4, ונקבל  $5x = 240$ , נחלק

ב-5:  $x = 48$ .

שני הפועלים יסיימו לסייד יחדיו קיר ב-48 דקות.

תשובה (3).

17. **השאלה:** 6 מעוינים חופפים, שהיקף כל אחד מהם 8 ס"מ, יוצרים צורה כבסרטוט. חיבור 6 אלכסונים של המעוינים יוצר משושה (הקו המקווקו).

מה היקפו של המשושה (בס"מ)?

**פיתרון:** במעוין כל הצלעות שוות זו לזו. מכיוון שנתון כי היקף כל אחד מן המשושים הוא 8 ס"מ, הרי

$$\left(\frac{8}{4} = \right) \text{ שאורך צלעו של כל מעוין היא 2 ס"מ}$$

חיבור האלכסונים בסרטוט יוצר משושה שכל צלעותיו שוות.. כל אחת מן הצלעות שווה לאלכסון המעוין. על מנת להוכיח כי המשושה משוכלל נתבונן במרכז המשושה (המקום בו נפגשים כל האלכסונים המסומנים בסרטוט). סכום 6 הזוויות אשר נוצרו בנקודת מפגש זה הוא  $360^\circ$ , כלומר כל

אחת מן הזוויות שווה ל- $60^\circ$ .  $\left(\frac{360^\circ}{6} = \right)$  6 המשולשים שנוצרו כתוצאה מהמפגש הם משולשים שווי

שוקיים (צלעות המשולשים שוות לצלעות המעוינים) אשר אחת מזוויותיהם שווה ל- $60^\circ$ , כלומר המשולשים הם שווי צלעות ואורך כל אחת מצלעותיהם שווה ל-2 ס"מ. היקף המשושה מורכבת מ-6 צלעות אשר אורך כל אחת מהן היא 2 ס"מ, כלומר היקף המשושה שווה ל-12 ס"מ.

**תשובה (1).**

18. **השאלה:** x אחוזים מהכסף שבארנקו של ברק הם 100 שקלים.

y אחוזים מהכסף שבארנקו הם 140 שקלים.

מה נכון בהכרח?

**פיתרון:** נציב דוגמה מספרית. נניח שסכום הכסף שבארנקו של ברק הוא 100 שקלים.

אם x אחוזים מהכסף בארנקו של ברק הם 100 שקלים, הרי ש-x שווה ל-100.

אם y אחוזים מהכסף בארנקו של ברק הם 140 שקלים, הרי ש-y שווה ל-140.

נבדוק את התשובות המוצעות.

**תשובה (1):**  $4x = y$ . מכיוון ש- $4 \cdot 100 \neq 140$ , ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (2):**  $7x = 5y$ .  $7 \cdot 100 = 5 \cdot 140$  ומכאן שתשובה זו נכונה, אולם לא ניתן לסמנה עד שלא נפסול

את כל יתר התשובות.

**תשובה (3):**  $y < x$ . מכיוון ש-140 לא קטן מ-100, הרי שתשובה זו נפסלת.

**תשובה (4):**  $x + y \leq 100$ .  $x + y = 100 + 140$  הם 240 ואינם קטנים מ-100 ולכן גם תשובה (4) נפסלת.

תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

19. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם AD ו-BD הם חוצי זוויות במשולש ABC.

$\beta = ?$

**פיתרון:** בסרטוט שלפנינו שני משולשים: משולש קטן ABD ומשולש גדול ABC.

נתבונן במשולש ABD.

נסמן ב-x את זווית BAD וב-y את זווית ABD.

סכום זוויות במשולש שווה ל- $180^\circ$ , ומכאן ש:  $x + y + \beta = 180^\circ$ .

כעת נתבונן במשולש ABC: נתון כי AD ו-BD הם חוצי זוויות, ומכאן שזווית BAC שווה ל-2x וזווית

ABC שווה ל-2y.

סכום זוויות במשולש שווה ל- $180^\circ$ , ומכאן ש:  $2x + 2y + \alpha = 180^\circ$ .

נחלץ ממשוואה זו את הביטוי  $x + y$  ונציב במשוואה הראשונה:  $2x + 2y = 180^\circ - \alpha$  נחלק ב-2,

ונקבל:  $x + y = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

נציב ביטוי זה במשוואה הראשונה, ונקבל:  $90^\circ - \frac{\alpha}{2} + \beta = 180^\circ$ . נחסר  $90^\circ$  ונחבר  $\frac{\alpha}{2}$  לשני האגפים,

ונקבל:  $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$

**תשובה (4).**

**20. השאלה:** נתון:  $x - y = 12$

$x + y = 70$

איזו מן הטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

**פיתרון:** מכיוון שהתשובות מתיחסות ל- $x$  ו- $y$  נפתור את מערכת המשוואות הנתונה. נחליף את  $x$  מהמשוואה הראשונה, ונקבל:  $x = 12 + y$

כעת נציב את הביטוי שקיבלנו במקום  $x$  במשוואה השנייה, ונקבל:  $(12 + y) + y = 70$

$12 + 2y = 70$ , נחסר 12 משני האגפים, ונקבל:  $2y = 58 \Leftrightarrow y = 29$

מכיוון ש- $x = 12 + y$ , הרי ש- $x = 12 + 29 = 41$

ו- $y$  הם מספרים ראשוניים.

**תשובה (1).**

**21. השאלה:** בסרטוט שלפניכם BCDE הוא מלבן.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה שטחו של המחומש ABCDE?

**פיתרון:** המחומש ABCDE מורכב ממלבן BCDE וממשולש ABE.

על מנת למצוא הן את שטח המלבן והן את שטח המשולש עלינו למצוא את אורכה של הצלע BE.

נתבונן במשולש ABE.

משולש ABE הוא משולש שווה שוקיים אשר זווית הראש שלו שווה ל- $120^\circ$  וזוויות הבסיס שלו שוות ל- $30^\circ$ .

גובה במשולש שווה שוקיים הוא גם תיכון וגם חוצה זווית, נוריד גובה מקודקוד A ונסמן את נקודת

החיתול שלו עם הצלע BE ב-G.

משולש ABG הוא משולש ישר זווית. זווית ABE שווה ל- $30^\circ$  וזווית BAG שווה ל- $60^\circ$ , כלומר משולש זהב.

אורך היתר במשולש, הצלע AB שווה ל- $2a$  ומכאן שאורך הניצב הקטן AG שווה למחצית היתר, כלומר

ל- $a$  ואורך הניצב הגדול BG גדול פי  $\sqrt{3}$  מהניצב הקטן, כלומר שווה ל- $a\sqrt{3}$ .

מכיוון ש-AG הוא תיכון, הרי שאורך הצלע BE גדול פי 2 מאורך BG, כלומר שווה ל- $2a\sqrt{3}$ .

שטח המלבן BCDE שווה למכפלת צלעות המלבן, כלומר ל- $2a^2\sqrt{3}$  ( $BC \cdot BE = a \cdot 2a\sqrt{3} = 2a^2\sqrt{3}$ ).

שטח משולש ABE שווה ל- $a^2\sqrt{3}$  ( $\frac{BE \cdot AG}{2} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot a}{2} = a^2\sqrt{3}$ ).

שטח המחומש שווה לסכום שטחי משולש ABE ומלבן BCDE, כלומר ל- $3a^2\sqrt{3}$  ( $2a^2\sqrt{3} + a^2\sqrt{3} = 3a^2\sqrt{3}$ ).

**תשובה (1).**

22. השאלה:  $\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^4 = ?$

**פיתרון:** נפרק את החזקה הרביעית ונפשט את הביטוי באופן הבא:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^4 = \left(\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^2\right)^2$$

מכיוון שאנו יודעים ששורש וחזקה זהים מבטלים זה את זה, הרי ש:

$$\left(\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^2\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

כעת נפשט את הביטוי באמצעות שימוש בנוסחאות הכפל המקוצר:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{\sqrt{6}}$$

מכיוון שבכל התשובות נתון ביטוי אחד, נחבר את שלושת השברים:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{3+2+2\sqrt{6}}{6} = \frac{5+2\sqrt{6}}{6}$$

**תשובה (1).**

23. השאלה לא נכללה במבחן

24. השאלה: AOB היא גזרה של מעגל שמרכזו O ורדיוסו 1 ס"מ.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה גודל השטח הכהה?

**פיתרון:** השטח הכהה שווה לשטח הגזרה המרכזית אשר יוצרת הזווית בת ה-45° פחות שטח המשולש ישר הזווית אשר מהווה חלק מן הגזרה.

שטח מעגל שרדיוסו 1 ס"מ שווה ל- $\pi$  ( $r^2\pi = 1^2\pi = \pi$ ). זווית בת 45° יוצרת גזרה המהווה  $\frac{1}{8}$  מהמעגל

$\left(\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}\right)$  ולכן שטח הגזרה שווה ל- $\frac{1}{8}\pi$ . (הערה: שימו לב כי כבר בשלב זה ניתן לקבוע כי רק תשובה

(4) יכולה להתאים לביטוי המיצג את השטח הכהה במעגל ולמעשה אין צורך להמשיך ולחשב את שטח המשולש).

משולש ישר זווית אשר אחת מזוויותיו שווה ל-45° הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

במשולש ישר זווית ושווה שוקיים אורך כל אחד מהניצבים קטן פי  $\sqrt{2}$  מיתר המשולש. מכיוון שנתון

כי אורך היתר הוא 1 ס"מ, הרי שניתן לקבוע כי אורך הניצבים הוא  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ס"מ, ושטח המשולש שווה ל-

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right) \text{ סמ"ר}$$

השטח הכהה שווה ל- $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ .

**תשובה (4).**

25. **השאלה:** לכל מספר  $x$  הוגדרה הפעולה  $\$(x) = (x-2) \cdot (x+1)$ .  
 כמה מספרים  $a$  מקיימים את השוויון  $\$(a) = \$(a+3)$ ?

**פיתרון:** נשאלנו כמה מספרים מקיימים את השוויון  $\$(a) = \$(a+3)$ , באמצעות הגדרת פעולת ה- $\$$  נפשט

כל אחד מהאגפים של המשוואה הנתונה:

$$\$(a) = (a-2)(a+1)$$

$$\$(a+3) = [(a+3)-2][(a+3)+1] = (a+1)(a+4)$$

כעת נשווה בין שני הביטויים:  $(a-2)(a+1) = (a+1)(a+4)$

$$a^2 - a - 2 = a^2 + 5a + 4 \Leftrightarrow a^2 + a - 2a - 2 = a^2 + 4a + a + 4$$

נחסר משני האגפים  $a^2$  ונחבר  $a$ , ונקבל:  $-2 = 6a + 4$

$$-6 = 6a \Leftrightarrow -1 = a$$

יש ערך אחד בלבד של  $a$  המקיים את המשוואה  $a = -1$ .

**תשובה (1).**