

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(3)	(2)	(2)	(2)	(3)	(1)	(4)	(1)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(1)	(4)	(1)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(1)	(4)	(4)	(4)	(1)

הסברים

השוואות כמותיות (שאלות 1-5)

1.	טור א	טור ב	מידע נוסף
	מספר הגולות שיש לאילן	מספר הגולות שיש ליניב	לאילן ויניב יחד יש 8 גולות. ליניב ומנחם יחד יש 10 גולות.

דרך א': הבנה אלגברית

מידע נוסף: על פי המידע הנוסף כאשר מוסיפים למספר הגולות שיש ליניב את מספר הגולות שיש למנחם, מקבלים מספר הגדול ב-2 מהמספר המתקבל כאשר מוסיפים את מספר הגולות שיש לאילן למספר הגולות שיש ליניב. מכאן ניתן להסיק שלמנחם 2 גולות יותר מלאילן, אולם לא ניתן לדעת מה היחס בין מספר הגולות שיש לאילן למספר הגולות שיש ליניב.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית.

נציב לדוגמה כי לאילן יש 4 גולות. מכיוון שנתון כי לאילן ויניב יחד יש 8 גולות, הרי שליניב יש גם 4 גולות ($8 - 4 =$).

אם ליניב יש 4 גולות וליניב ומנחם יחד יש 10 גולות, הרי שלמנחם יש 6 גולות ($10 - 4 =$).

קיבלנו כי מספר הגולות שיש לאילן (טור א'), שווה למספר הגולות שיש ליניב (טור ב').

כעת, נציב כי לאילן יש 5 גולות. מכיוון שנתון כי לאילן ויניב יחד יש 8 גולות, הרי שליניב יש 3 גולות ($8 - 5 =$).

אם ליניב יש 5 גולות וליניב ומנחם יחד יש 10 גולות, הרי שלמנחם יש 5 גולות ($10 - 5 =$).

קיבלנו כי מספר הגולות שיש לאילן הוא 5 גדול ממספר הגולות שיש ליניב שהוא 3 (טור ב').

תשובה (4).

אוקטובר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מידע נוסף	טור ב	טור א	2.
הנקודה O היא מרכז המעגל שרדיוסו r. AB ו-CD הם קטרים במעגל.	r	אורך הקטע AC	

מידע נוסף: נתבונן במשולש ACO.

זווית COA היא זווית קודקודית לזווית BOD, ומכאן שזווית COA שווה ל- α . מכיוון שקודקוד משולש ACO הוא במרכז המעגל, הרי ש- $r=AO=CO$, כלומר משולש COA הוא משולש שווה שוקיים. במשולש שווה שוקיים מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, ולפיכך גם זווית ACO שווה ל- α . מכיוון שכל זוויות משולש ACO שוות ל- α , הרי שמשולש ACO הוא משולש שווה צלעות שכל אחת מצלעותיו שווה ל-r, ולפיכך אורך הקטע AC הוא r.

תשובה (3).

מידע נוסף	טור ב	טור א	3.
$x^x = y^0$ $0 < x, y$	2	x	

מידע נוסף: $x^x = y^0$. מכיוון שכל מספר בחזקת 0 שווה ל-1, הרי ש- $x^x = 1$.

על מנת שמספר בחזקה מסוימת יתן תוצאה של 1, יש שתי אפשרויות:

(א) שהחזקה תהיה שווה ל-0.

(ב) שהבסיס יהיה שווה ל-1.

מכיוון ש-x גדול מ-0 האפשרות היחידה הרלוונטית היא ש-x יהיה שווה ל-1, ולפיכך בהכרח טור ב' גדול מטור א'.

תשובה (2).

מידע נוסף	טור ב	טור א	4.
$x < 0$	$(x - 10)^2$	$(x + 10)^2$	

נפשט את הביטויים בשני הטורים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר, ונקבל:

טור ב

טור א

$$x^2 + 100 - 20x$$

$$x^2 + 100 + 20x$$

נחסר משני האגפים x^2 ו-100, ונקבל:

אוקטובר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

<u>טור ב</u>	<u>טור א</u>
$-20x$	$20x$

נחבר לשני האגפים $20x$, ונקבל:

<u>טור ב</u>	<u>טור א</u>
0	$40x$

מכיוון ש- $x < 0$ הביטוי שבטור ב' בהכרח גדול מטור א'.

תשובה (2).

מידע נוסף	טור ב	טור א	5.
<p>ABCD הוא טרפז. השטח הכהה שווה ל-$\frac{1}{2}$ מהשטח הבהיר</p>	$\frac{3}{2}x$ ס"מ	AD	

מידע נוסף: נתון כי ABCD הוא טרפז וכי השטח הכהה שווה למחצית מהשטח הבהיר.

שטח המשולש הכהה שווה ל- $\frac{x \cdot h}{2}$, ומכאן שהשטח הבהיר כפול בגודלו, כלומר שווה ל- $x \cdot h$.

$$\left(2 \cdot \frac{x \cdot h}{2} = \right) \text{ שטח הטרפז שווה לשטח הכהה + השטח הבהיר, כלומר ל: } \frac{3xh}{2} \left(xh + \frac{xh}{2} = \right)$$

שטח טרפז שווה לסכום בסיסים כפול הגובה לחלק ל-2, כלומר: $\frac{(BC + AD) \cdot h}{2}$, מכיוון ש- $BC=2x$,

ומצאנו ששטח הטרפז שווה ל- $\frac{3xh}{2}$, הרי ש: $\frac{(2x + AD) \cdot h}{2} = \frac{3xh}{2}$, נכפול ב-2 ונחלק ב-h, ונקבל:

$$2x + AD = 3x \quad \text{נחסר } 2x \text{ משני האגפים, ונקבל: } AD = x$$

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 6-12)

6. השאלה: נתון: $|x + y| = 2$

$$|x - y| = 2$$

$$x \cdot y = ?$$

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נחפש זוג מספרים אשר מקיימים את נתוני השאלה, כלומר סכומם והפרשם בערך מוחלט שווה ל-2. לדוגמה: $x = 2$ ו- $y = 0$, ונקבל כי מכפלת x ו-y שווה ל-0.

דרך ב': אלגברה

נתון: $|x + y| = 2$, מכאן ש: $x + y = 2$ או ש: $x + y = -2$.

נתון: $|x - y| = 2$, מכאן ש: $x - y = 2$ או ש: $x - y = -2$.

אוקטובר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

אם $x + y = 2$, הרי ש: $x = 2 - y$. נציב נתון זה במשוואה $x - y = 2$, ונקבל: $2 - y - y = 2 \Leftrightarrow 2 - 2y = 2$
 $2 - 2y = 2$, נחסר 2 משני האגפים, ונקבל: $-2y = 0 \Leftrightarrow y = 0$ ו- x השווה ל- $2 - y$, שווה ל-2.
 $(2 - 0 =)$
 אם נציב את הנתון $x = 2 - y$ במשוואה $x - y = -2$, נקבל: $2 - y - y = -2 \Leftrightarrow 2 - 2y = -2$, נחסר
 2 משני האגפים, ונקבל: $-2y = -4$, נחלק את שני האגפים ב- (-2) , ונקבל: $y = 2$, ומכאן ש- x השווה
 ל- $2 - y = 0$. שווה ל- $(2 - 2 =)$.
 מכיוון שבכל אחד מהמקרים קיבלנו כי x או y שווים ל-0, הרי שבהכרח מכפלת x ב- y תהא שווה ל-0.
תשובה (3).

7. השאלה: על צדו האחד של מטבע הוגן רשום המספר 1, ועל צדו השני רשום המספר $\frac{1}{2}$.

מטילים את המטבע פעמיים.

מה ההסתברות ש**סכום** תוצאות ההטלות יהיה **קטן** מ-1?

פיתרון: בהטלת מטבע פעמיים יש אפשרות לתוצאות שונות. נבדוק מה המינימום ומה המקסימום של התוצאות האפשריות.
 הסכום המינימלי שעשוי להתקבל כתוצאה מהטלת המטבע פעמיים, הוא במקרה בו נקבל פעמיים את המספר $\frac{1}{2}$, במקרה כזה הסכום שיתקבל הוא $1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \right)$. מכאן שבכל מקרה אין סיכוי לקבל סכום תוצאות הקטן מ-1 (אין צורך לבדוק מה המקסימום), ולפיכך ההסתברות לקבלת סכום הקטן מ-1 היא 0.

תשובה (1).

8. השאלה: a, b ו- c הם מספרים שלמים עוקבים, $0 < a < b < c$.
 מכפלת שלושת המספרים גדולה פי 5 מסכומם.

$$b = ?$$

פיתרון: דרך א': הצבת תשובות.

מומלץ שלא להתחיל מתשובה (1) אשר ערכה המספרי גדול יחסית כי אם מתשובה (2).

תשובה (2): אם b שווה ל-2, הרי ש- $a = 1$ ו- $c = 3$. מכפלת שלושת המספרים a, b ו- c שווה ל-6
 $(1 \cdot 2 \cdot 3 =)$ וסכומם שווה אף הוא ל-6 $(1 + 2 + 3 =)$.

ושוב נדלג על תשובה (3) מכיוון שערכה המספרי גדול יחסית ונבדוק את תשובה (4).

תשובה (4): אם b שווה ל-4, הרי ש- $a = 3$ ו- $c = 5$. מכפלת שלושת המספרים a, b ו- c שווה ל-60
 $(3 \cdot 4 \cdot 5 =)$ וסכומם שווה ל-12 $(3 + 4 + 5 =)$. מכיוון ש-60 גדול פי 5 מ-12, הרי שזו

התשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה

על פי נתוני השאלה מכפלת שלושת המספרים גדולה פי 5 מסכומם, כלומר: $a \cdot b \cdot c = 5 \cdot (a + b + c)$
 ב"שאלות מספרים עוקבים" הדרך האלגברית לפתרון היא המרת כל המשתנים למשתנה אחד. מכיוון שנסאלנו מה ערכו של b , נמיר את כל המשתנים ל- b . $a = b - 1$; $c = b + 1$.
 $b \cdot (b^2 - 1) = 5 \cdot 3b \Leftrightarrow (b - 1) \cdot b \cdot (b + 1) = 5 \cdot (b - 1 + b + b + 1)$
 נחלק את שני האגפים ב- b , ונקבל:
 $b^2 - 1 = 15$ נחבר 1 לשני האגפים, ונקבל: $b^2 = 16$, כלומר $b = \pm 4$.

תשובה (4).

9. **השאלה:** 6 משולשים חופפים וישרי זווית שהיקף כל אחד מהם הוא 12 ס"מ, מרכיבים את הצורה שבסרטוט.

מה היקפה של הצורה (אורך הקו המודגש בס"מ)?

פיתרון: נסמן את ניצביו של אחד מהמשולשים שבסרטוט ב-a ו-b ואת היתר ב-c. על פי נתוני השאלה כל המשולשים שבסרטוט הם חופפים, ולפיכך ניתן לקבוע שהקו המודגש מורכב מ-2 ניצבים השווים ל-a, 2 ניצבים השווים ל-b ושני יתרים השווים ל-c, ומכאן שאורך הקו המודגש שווה ל- $2a + 2b + 2c$ כלומר ל: $2 \cdot (a + b + c)$. מכיוון שנתון כי היקף כל אחד מהמשולשים שווה ל-12 ס"מ, שאורך הקו המודגש שווה לפעמיים היקף המשולש, כלומר ל-24 ס"מ ($2 \cdot 12 =$).

תשובה (1).

10. **השאלה:** נתון: $0 < x < y < \frac{1}{2}$.

ערכו של איזה מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר?

פיתרון: דרך א': בדיקת תשובות.

נציב $x = \frac{1}{4}$ ו- $y = \frac{1}{3}$ ונבדוק איזה מהביטויים שבתשובות הוא הגדול ביותר.

$$\text{תשובה (1): } x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{9}$$

$$\text{תשובה (2): } 2y = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{תשובה (3): } x + y = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{תשובה (4): } \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{3}$$

דרך ב': הבנה אלגברית

תשובה (1) היא חיבור של שני שברים אשר כל אחד מהם בהכרח קטן מ- $\frac{1}{2}$ ולכן בהכרח ערכה קטן מ-1.

תשובה (2) היא כפל של שבר הקטן מ- $\frac{1}{2}$ ב-2, ולכן בהכרח ערכה קטן מ-1. תשובה (3) היא חיבור של

שני שברים אשר כל אחד מהם קטן מ- $\frac{1}{2}$ ולכן בהכרח ערכה קטן מ-1. תשובה (4) היא שבר אשר

המונה שלו גדול מהמכנה שלו ולפיכך ערכו בהכרח גדול מ-1.

תשובה (4).

11. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם צורה המורכבת משני מעגלים חופפים.

היקף הצורה מודגש. שטח כל הצורה הוא 17 סמ"ר.

השטח המקווקו שווה ל-3 סמ"ר.

מה שטחו של כל מעגל (בסמ"ר)?

פיתרון: הצורה שבסרטוט מורכבת משני שטחים לבנים השווים בגודלם והשטח המקווקו.

נתון כי שטח הצורה כולה הוא 17 סמ"ר וגודלו של השטח המקווקו הוא 3 סמ"ר, ולפיכך גודלו של כל

השטח הלבן בצורה הוא 14 סמ"ר, ושטחו של כל אחד מהשטחים הלבנים הוא 7 סמ"ר ($\frac{14}{2} =$).

אוקטובר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מכיוון ששטחו של כל מעגל שווה לשטח לבן + השטח המקווקו, הרי ששטחו של כל מעגל הוא 10 סמ"ר
($7 + 3 =$).

תשובה (3).

12. השאלה: x הוא מספר שלם וחיובי.

$$y = 17x + 7$$

y מתחלק ב-10 ללא שארית.

x יכול להיות שווה ל-

פיתרון: בדיקת תשובות.

מכיוון שנתון כי y מתחלק ב-10 ללא שארית, הרי שספרת האחדות של y בהכרח שווה ל-0.

על מנת שספרת האחדות של y תהיה שווה ל-0, על ספרת האחדות של הביטוי $17x$ להיות שווה ל-3.

נבדוק לפי כלל הספרה האחרונה מהי ספרת האחדות של הביטוי $17x$.

תשובה (1): 190. אם x שווה ל-190 הרי שספרת האחדות של הביטוי $17x$ תהיה שווה ל-0.

תשובה (2): 227. אם x שווה ל-227 הרי שספרת האחדות של הביטוי $17x$ תהיה שווה ל-9 ($7 \cdot 7 = 49$).

תשובה (3): 379. אם x שווה ל-379 הרי שספרת האחדות של הביטוי $17x$ תהיה שווה ל-3 ($9 \cdot 7 = 63$).

זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 13-16)

13. השאלה: ממוצע _____ גדול מ _____ של _____.

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): ההכנסה השנתית; המקסימום; הרווח השנתי. ממוצע ההכנסה השנתית הוא 5 מיליוני

שקלים. המקסימום של הרווח השנתי הוא 2 מיליון שקלים ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

14. השאלה: "אמצע הטווח" של משתנה הוא ממוצע המינימום והמקסימום של המשתנה.

באיזה מן המשתנים "אמצע הטווח" גדול מן הממוצע?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): הכנסה שנתית. המינימום של ההכנסה השנתית הוא 1 מיליוני שקלים והמקסימום של

ההכנסה השנתית הוא 7 מיליוני שקלים. "אמצע הטווח" הוא הממוצע של המינימום

והמקסימום של המשתנה ולפיכך שווה ל-4 מיליוני שקלים ($= \frac{1+7}{2}$). ממוצע ההכנסה

השנתית על פי נתוני התרשים הוא 5 מיליוני שקלים, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): הוצאה שנתית. המינימום של ההוצאה השנתית הוא 2 מיליוני שקלים והמקסימום של

ההכנסה השנתית הוא 5 מיליוני שקלים. "אמצע הטווח" הוא הממוצע של המינימום

והמקסימום של המשתנה ולפיכך שווה ל-3.5 מיליוני שקלים ($= \frac{2+5}{2}$). ממוצע ההוצאה

השנתית על פי נתוני התרשים הוא 4 מיליוני שקלים, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): רווח שנתי. המינימום של הרווח השנתי הוא (-2) מיליוני שקלים והמקסימום של הרווח

השנתי הוא 2 מיליוני שקלים. "אמצע הטווח" הוא הממוצע של המינימום והמקסימום של

המשתנה ולפיכך שווה ל-0 מיליוני שקלים $\left(\frac{-2+2}{2} = \right)$. ממוצע הרווח השנתי על פי נתוני

התרשים הוא 1 מיליוני שקלים, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (4): גידול ברווח שנתי. המינימום של הגידול ברווח השנתי הוא (-1) מיליוני שקלים והמקסימום של הגידול ברווח השנתי הוא 4 מיליוני שקלים. "אמצע הטווח" הוא הממוצע של המינימום

והמקסימום של המשתנה ולפיכך שווה ל-1.5 מיליוני שקלים $\left(\frac{-1+4}{2} = \right)$. ממוצע הגידול

ברווח השנתי על פי נתוני התרשים הוא 1 מיליוני שקלים, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

הערה: ניתן לחפש ויזואלית משתנה שבו האמצע גדול מהקו המושחר.

15. השאלה: ידוע שבשלוש השנים האחרונות מתוך חמש השנים היו הכנסות התאגיד "אור עץ": 1, 7 ו-7 מיליוני שקלים.

איזה מזוגות המספרים הבאים יכול להיות גובה הכנסות התאגיד בשנתיים האחרונות (במיליוני שקלים)?

פיתרון: על פי נתוני התרשים ההכנסה הממוצעת של התאגיד במהלך חמשת השנים היא 5 מיליוני שקלים, כלומר סך הכנסותיו של התאגיד במהלך כל 5 השנים הם 25 מיליוני שקלים. אם הכנסותיו של התאגיד ב-3 השנים האחרונות מתוך 5 השנים הן: 1, 7 ו-7 מיליוני שקלים אז סך ההכנסות בשלושת השנים האחרונות הם 15 מיליוני שקלים. יש לעבור על התשובות ולבדוק באיזה מהתשובות נמצא זוג מספרים אשר סכומם הוא 10 מיליון שקלים.

תשובה (1).

16. השאלה: מה היה סך כל הרווחים של התאגיד בחמש השנים האחרונות (במיליוני שקלים)?

פיתרון: אם ממוצע הרווחים לשנה הוא 1 מיליון שקלים, אז סך כולל הרווחים של התאגיד בחמש השנים האחרונות שווה למכפלת הרווח הממוצע לשנה ב-5. כלומר 5 מיליון שקלים.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 17-25)

17. **השאלה:** 4 פועלים עובדים באותו קצב קבוע וממלאים יחד 5 שקים של תפוחי אדמה בשעה.

כמה זמן יידרש לפועל אחד כדי למלא שק אחד של תפוחי אדמה?

פיתרון: בשאלות 'פועלים זהים' נמצא ראשית את סך כל העבודה שהושקעה על ידי הפועלים.

4 פועלים העובדים בקצב קבוע במשך שעה משקיעים עבודה של 4 שעות.

התוצרת שנתקבלה על ידי הפועלים בזמן זה היא 5 שקים ואנו מתבקשים למצוא כמה עבודה נדרשת על

מנת למלא שק אחד. נפתור באמצעות ריבוע יחסים.

שקים	שעות עבודה
5	4
1	?

מכיוון שהיחס בטור השמאלי שווה ליחס בטור הימני, הרי ש: $\frac{1}{5} = \frac{x}{4}$. נכפול ב-5 את שני האגפים,

ונקבל: $x = \frac{4}{5}$. קיבלנו שעל מנת למלא שק אחד עלינו להשקיע $\frac{4}{5}$ שעות עבודה.

מכיוון שבשעה 60 דקות, הרי ש- $\frac{4}{5}$ שעה הן 48 דקות $\left(\frac{4}{5} \cdot 60 =\right)$.

תשובה (4).

18. **השאלה:** נתון ABCDE הוא מחומש משוכלל החסום במעגל.

FG משיק למעגל בנקודה E.

AF הוא המשך הצלע BA.

לפי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$

פיתרון: נתבונן במשולש AFE.

על מנת למצוא את זווית α עלינו למצוא את גודלן של שתי הזוויות הנותרות במשולש: זווית FAE

וזווית AEF.

זווית FAE היא זווית משלימה לזווית פנימית במחומש משוכלל.

מכיוון שזווית פנימית במחומש משוכלל שווה ל- 108° , הרי שזווית FAE שווה ל- $72^\circ (= 180^\circ - 108^\circ)$.

FG משיק למעגל שעל גבו שלוש זוויות: זווית AED שהיא זווית פנימית במחומש משוכלל, אשר כאמור

שווה ל- 108° וזווית AEF ו-DEG השוות זו לזו משיקולי סימטריה. מכיוון שסכום זוויות אלו הוא 72°

$\left(= 180^\circ - 108^\circ\right)$, הרי שכל אחת מהן שווה ל- $36^\circ = \left(\frac{72^\circ}{2}\right)$. לסיכום: זווית α שווה ל- 72°

$\left(= 180^\circ - 72^\circ - 36^\circ\right)$.

תשובה (3).

19.

השאלה: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו r ס"מ.

AB הוא קוטר במעגל.

אורך הקשת המקווקוות CB גדול פי 2 מאורך הקשת המקווקוות AC.

לפי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה אורך הקטע AC (בס"מ)?

פיתרון: מכיוון שבמעגל יחס אורכי הקשתות שווה ליחס הזוויות ההיקפיות הנשענות על אותן קשתות, הרי שמן הנתון כי אורך הקשת המקווקוות CB גדול פי 2 מאורך הקשת המקווקוות AC, ניתן להסיק

כי הזווית ההיקפית הנשענת על הקשת CB גדולה פי 2 מהזווית ההיקפית הנשענת על הקשת AC.

נסמן את זווית CBA ב- α ואת זווית CAB ב- 2α .

$$\alpha + 2\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow 3\alpha = 90^\circ \text{ נחלק את שני האגפים, ונקבל: } \alpha = 30^\circ.$$

מצאנו כי משולש CAB הוא משולש זהב. AB היא יתר המשולש והצלע AC היא הניצב הקטן. מכיון

שאורך היתר AB שווה ל- $2r$, הרי שאורך הניצב הקטן AC הוא r.

תשובה (4).

20.

השאלה: קוף אוכל בכל שבוע לפחות חצי מהבננות שהיו לו בתחילת אותו שבוע.

בתחילת שבוע מסוים היו לקוף 1,000 בננות.

מה יכול להיות מספר השבועות הגדול ביותר שאחריהם בפעם הראשונה יישארו לקוף פחות מ-100

בננות?

פיתרון: אם בתחילת השבוע היו לקוף 1,000 בננות, הרי שעל מנת למצוא את מספר השבועות הגדול ביותר

שלאחריהם יישארו לקוף 100 בננות, עלינו לבדוק מה הכמות הנותרת בידי הקוף כאשר הוא אוכל את הכמות

המינימלית האפשרית, כלומר **בדיוק** מחצית מהבננות בכל שבוע. במקרה כזה, בשבוע הראשון יאכל הקוף

מחצית מ-1,000 הבננות שברשותו, כלומר 500 בננות, וישארו לו 500 בננות ($1,000 - 500 =$).

בשבוע השני יאכל הקוף מחצית מ-500 הבננות, כלומר 250 בננות, וישארו לו 250 בננות ($500 - 250 =$).

בשבוע השלישי יאכל הקוף מחצית מ-250 הבננות, כלומר 125 בננות, וישארו לו 125 בננות ($250 - 125 =$).

בשבוע הרביעי יאכל הקוף מחצית מ-125 הבננות, כלומר כ-62 בננות וישארו לו לראשונה פחות מ-100 בננות.

תשובה (4).

21.

השאלה: לתחנת מוניות יש טלפון ופקס שמספריהם הם מספרים של 7 ספרות.

במספר הטלפון כל 7 הספרות זהות. מספר הפקס הוא המספר העוקב למספר הטלפון.

מה שארית החלוקה של סכום הספרות של מספר הפקס ב-7?

פיתרון: מכיוון שמדובר בתשובות מספריות, נראה כי הצבת דוגמה מספרית היא הדרך הקלה ביותר

לפיתרון השאלה.

דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתון כי במספר הטלפון כל 7 הספרות זהות, נציב לדוגמה כי מספר הטלפון הוא 1111111.

מספר הפקס הוא המספר העוקב למספר הטלפון, כלומר מספר הגדול ממספר הטלפון ב-1: 1111112.

סכום הספרות של מספר הפקס הוא $8 (= 6 \cdot 1 + 2)$. כאשר מחלק 8 ב-7 מקבלים שארית 1.

שימו לב: כאשר נאמר בשאלה כי מספר הפקס הוא המספר העוקב למספר הטלפון אין הכוונה כי כל

ספרותיו של מספר הפקס הן הספרות העוקבות לספרותיו של מספר הטלפון אלא שמדובר במספר הגדול

ב-1 ממספר הטלפון.

דרך ב': אלגברה

אם כל ספרותיו של מספר הטלפון הן זהות, הרי שניתן לסמן כל אחת מהן ב- x .
אם מספר הפקס הוא המספר העוקב למספר הטלפון, הרי שספרת האחדות של מספר הפקס שווה ל- $x+1$, כלומר סכום ספרותיו של מספר הפקס הוא $7x+1$, כאשר נחלק ביטוי זה ב-7, נקבל בהכרח ביטוי עם שארית 1.

תשובה (1).

22. השאלה: בחבילת ופלים יש 60 ופלים. בחבילת סוכריות יש 100 סוכריות.

$$\text{נתון: } \frac{\text{מחיר חבילת ופלים}}{\text{מחיר חבילת סוכריות}} = \frac{3}{2}$$

$$? = \frac{\text{מחיר ופל}}{\text{מחיר סוכרייה}}$$

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנתון כי היחס בין מחיר חבילת ופלים למחיר חבילת סוכריות הוא 3:2, נניח כי מחיר חבילת ופלים הוא 300 שקלים ומחיר חבילת סוכריות הוא 200 שקלים.

נתון כי בחבילת ופלים יש 60 ופלים. אם מחירה של החבילה הוא 300 שקלים, הרי שמחירו של ופל בודד הוא 5 שקלים $\left(\frac{300}{60} = 5\right)$.

נתון כי בחבילת סוכריות יש 100 סוכריות. אם מחירה של חבילת סוכריות הוא 200 שקלים, הרי

$$\text{שמחירה של סוכרייה בודדת הוא 2 שקלים} \left(\frac{200}{100} = 2\right)$$

$$\frac{\text{מחיר ופל}}{\text{מחיר סוכרייה}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

תשובה (4).

23. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע החסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו 1 ס"מ.

נתון $OE \perp AD$.

מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

פיתרון: דרך א':

נעביר כבניית עזר שני אלכסונים בריבוע. כל אחד מהאלכסונים הוא קוטר במעגל ולפיכך אורכו שווה ל-2 ס"מ. שטח הריבוע שווה למכפלת אלכסונים לחלק ב-2, כלומר ל-2 סמ"ר $\left(\frac{2 \cdot 2}{2} = 2\right)$.

השטח הכהה מהווה שמינית משטח הריבוע ולפיכך השטח הכהה שווה ל- $\frac{1}{4}$ סמ"ר $\left(\frac{2}{8} = \frac{1}{4}\right)$.

דרך ב':

נעביר כבניית עזר את הישר AO ונתבונן במשולש AOD.

מכיוון ש- $AO = OD = 1$, משולש AOD הוא משולש שווה שוקיים אשר זווית הראש שלו היא זווית מרכזית הנשענת על צלע אחת בריבוע כלומר שווה ל- 90° $\left(\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ\right)$.

OE הוא גובה במשולש שווה השוקיים AOD, ומכאן שהוא גם תיכון וגם חוצה זווית, ומכאן שזווית EOD שווה ל- 45° $\left(\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ\right)$. מצאנו שתי זוויות פנימיות במשולש הכהה: זווית DEO השווה

ל- 90° וזווית EOD השווה ל- 45° , ומכאן שהמשולש הכהה הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים אשר אורך היתר שלו שווה ל-1 ס"מ.

יתר במשולש ישר זווית ושווה שוקיים גדול מכל אחד מהניצבים פי $\sqrt{2}$, ולפיכך אורך כל אחד מניצבי

המשולש הוא $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

שטח משולש ישר זווית שווה למכפלת ניצבים לחלק ב-2, כלומר השטח הכהה שווה ל- $\frac{1}{4}$ סמ"ר

$$\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = \right)$$

תשובה (4).

24. השאלה: היחס A:B שווה ליחס B:C.

מכאן שהיחס A:C שווה ל-

פיתרון: נתון כי היחס A:B שווה ליחס B:C, כלומר $\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$. מכיוון שנתבקשנו למצוא לכמה שווה

היחס A:C או $\frac{A}{C}$, נחלץ A מהמשוואה ונציב בביטוי. נכפול את שני האגפים ב- $B \cdot C$, ונקבל:

$$A = \frac{B^2}{C} \quad \text{נחלק את שני האגפים ב-} C, \text{ ונקבל: } A \cdot C = B^2$$

$$\frac{A}{C} = \frac{\frac{B^2}{C}}{C} = \frac{B^2}{C^2} = \frac{B^2}{C^2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{B^2}{C^2}$$

תשובה (4).

25. השאלה: לכל שלושה מספרים x, y ו-z הוגדרה הפעולה \$ כך ש:

$$\$(x, y, z) = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$$

נתון: A, B, C ו-D הם מספרים $A + B \neq 0$.

$$\frac{\$(A, B, C) - \$(A, B, D)}{A + B} = ?$$

פיתרון:

$$\frac{\$(A, B, C) - \$(A, B, D)}{A + B} = \frac{AB + AC + BC - (AB + AD + BD)}{A + B} = \frac{AB + AC + BC - AB - AD - BD}{A + B} =$$

$$= \frac{AC + BC - AD - BD}{A + B} = \frac{C(A + B) - D(A + B)}{A + B} = \frac{(C - D) \cdot (A + B)}{A + B} = C - D$$

תשובה (1).