

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(2)	(1)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(1)	(4)	(1)	(4)	(1)	(2)	(1)	(3)	(1)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(2)	(3)	(4)	(4)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. **השאלה:** לקחו חוט שאורכו 6 ס"מ, ויצרו מעגל על ידי חיבור קצותיו (ראו סרטוט).

מה רדיוס המעגל שנוצר (בס"מ)?

פיתרון: נתון כי חיברו את קצותיו של החוט כך שהתקבל מעגל ועלינו למצוא את רדיוס המעגל שנוצר. נבדוק את הקשר בין החוט למעגל. החוט יוצר צורה של מעגל, כלומר אורכו שווה להיקף המעגל. נשווה את נוסחת היקף המעגל ל-6 ס"מ ונחלץ מתוכה את אורך הרדיוס המבוקש:

$$2\pi r = 6 \quad \text{נחלק את שני האגפים ב-} 2\pi, \text{ ונקבל: } r = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

תשובה (3).

2. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים.

$$\text{נתון: } x = a^2 = b^4$$

x יכול להיות שווה ל-

פיתרון: בשאלה זו נתון כי x שווה למספר שלם בריבוע (a^2) וגם למספר שלם ברביעית (b^4). עלינו לקבוע איזה מהמספרים שבתשובות יכול להיות ערכו של x. נחפש תשובה שיש לה גם שורש ריבועי שלם וגם שורש רביעי שלם. התשובה היחידה העונה על הדרישות הללו היא 16 השווה ל- 4^2 (כלומר, a שווה ל-4) וגם ל- 2^4 (כלומר, b שווה ל-2).

תשובה (2).

יולי 2010 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

3. **השאלה:** 5 כלבים משחקים בחצר. יש בחצר 4 כדורים לבנים ו-4 כדורים שחורים, וכל כלב משחק לבדו בכדור אחד בלבד.

מספר הכדורים השחורים שהכלבים משחקים בהם הוא -

פיתרון: עלינו לקבוע מה הטווח עבור מספר הכדורים השחורים בהם משחקים הכלבים. נבדוק את המקסימום ואת המינימום:

מקסימום: במצב המקסימלי הכלבים משחקים עם כל הכדורים השחורים. כלומר, 4 מהכלבים משחקים עם כדור שחור (והחמישי, אשר לא נותר לו כדור שחור, משחק עם כדור לבן).
מינימום: בכדי שמספר הכדורים השחורים יהיה מינימלי, הכלבים צריכים לשחק עם מספר כדורים לבנים גדול ככל האפשר. אם 4 מהכלבים ישחקו עם כדור לבן (כלומר, כל הכדורים הלבנים ישתתפו במשחק), עדיין יוותר כלב אחד שיאלץ לשחק עם כדור שחור, שכן אין לו כדור לבן פנוי.

לסיכום, מספר הכדורים השחורים בהם משחקים הכלבים הוא לכל הפחות 1 ולכל היותר 4.

תשובה (1).

4. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם הישר a מסורטט במערכת צירים.

A ו-B הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים.

הנקודה C, הנמצאת על הישר a, מקיימת $CB = BA$.

מה ערכי הנקודה C?

פיתרון: הנקודה B היא למעשה אמצע הקטע AC (שכן $CB = BA$).

ערכי אמצע קטע הם הממוצע בין ערכי ה-X ובין ערכי ה-Y של קצות הקטע. כלומר, ערך ה-X של נקודה B, שהוא 0, צריך להיות הממוצע של ערך ה-X של נקודה A, שהוא 2, ושל ערך ה-X של נקודה C. מכאן שערך ה-X של נקודה C הוא -2. ערך ה-Y של נקודה B, שהוא -1, צריך להיות הממוצע של ערך ה-Y של נקודה A, שהוא 0, ושל ערך ה-Y של נקודה C. מכאן שערך ה-X של נקודה C הוא -2.

תשובה (3).

5. **השאלה:** $2^x \cdot 2^{-x} = ?$ ($0 < x$)

פיתרון: בשאלה זו עלינו פשוט את הביטוי: $2^x \cdot 2^{-x}$. זוהי מכפלה של חזקות בעלות בסיסים זהים, ולכן נחבר מעריכים, ונקבל: $2^x \cdot 2^{-x} = 2^{x+(-x)} = 2^{x-x} = 2^0 = 1$.

תשובה (1).

6. בשאלה זו מעגל החסום במשולש. נתון רדיוס המשולש, ועלינו לקבוע מה אורכו של הישר AO. בכדי למצוא את הקשר בין הרדיוס הנתון לישר המבוקש, נעביר רדיוסים ממרכז המעגל לנקודות ההשקה בין שתי הצורות. מכיוון שרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, נוצרות זוויות של 90° בין צלעות המשולש לרדיוסים שהעברנו. לפיכך נוצר משולש שאחת מזוויותיו היא הזווית הנתונה בת ה- 30° ואחת מזוויותיו היא בת 90° . זהו משולש זהב. הניצב הקטן במשולש זה הוא רדיוס המעגל שאורכו 10 ס"מ. היתר במשולש הוא הישר AO. מכיוון שבמשולש זהב היתר ארוך פי 2 מהניצב הקטן, הרי שאורכו של AO הוא 20 ס"מ.

תשובה (2).

7. השאלה: $x + y + z = 8$

$$y + z = 15$$

$$y + z + w = -6$$

$$x + y + z + w = ?$$

פיתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את ערכו של הביטוי $x + y + z + w$. על פי המשוואה הראשונה: $x + y + z = 8$. נציב זאת בביטוי המבוקש, ונקבל: $x + y + z + w = 8 + w$. נותר לנו למצוא את ערכו של w . נעלם זה מופיע במשוואה השלישית: $y + z + w = -6$. בכדי לחלץ את ערכו של w , עלינו לדעת את ערכו של $y + z$. על פי המשוואה השנייה: $y + z = 15$. נציב זאת במשוואה השלישית, ונקבל: $y + z + w = 15 + w = -6$. נבודד את w , ונקבל: $w = -21$. נציב זאת בביטוי המבוקש, ונקבל: $x + y + z + w = 8 + w = 8 + (-21) = 8 - 21 = -13$.

תשובה (3).

8. בשאלה זו נתון מחומש בו נתונות שלוש צלעות ושלוש זוויות, ועלינו למצוא את היקפו. מכיוון שאין לנו חוקים גיאומטריים לגבי מחומש מסוג זה, נחלק אותו לצורות משנה בעזרת אלכסון. נעביר את האלכסון BE, ונקבל ריבוע BCDE (זהו ריבוע שכן שלוש מצלעותיו שוות ויש לו 2 זוויות של 90°), ומשלוש ישר זווית ושווה שוקיים ABE (נתונה זווית ישרה ונתון כי $AB = AE$) שאורך היתר שלו הוא 1 ס"מ (צלע בריבוע). במשולש שכזה אורך הניצב קטן פי $\sqrt{2}$ מאורך היתר, ולכן אורך כל ניצב הוא:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \text{כעת יש לנו את כל צלעות המחומש וניתן לחשב את היקפו:}$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 + \frac{2}{\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2}$$

תשובה (1).

9. השאלה: אילנה נסעה 250 ק"מ ב-3 שעות.

כמה שעות הייתה אורכת נסיעתה של אילנה אילו הייתה נוסעת במהירות הגדולה פי 1.5 מהמהירות שבה נסעה?

פיתרון: בשאלה זו נתון כי אילנה נסעה 250 ק"מ ב-3 שעות, ועלינו לקבוע כמה שעות הייתה אורכת נסיעתה אילו הייתה נוסעת במהירות הגדולה פי 1.5. ראשית נחשב את מהירותה המקורית של אילנה:

אילנה נסעה 250 ק"מ ב-3 שעות. נחלק את הדרך בזמן, ונקבל את המהירות: $\frac{250}{3}$. כעת נחשב את

המהירות החדשה, על-ידי הכפלת המהירות המקורית ב-1.5 (כלומר ב- $\frac{3}{2}$): $\frac{250}{3} \cdot \frac{3}{2} = 125$. אילו

הייתה אילנה נוסעת במהירות 125 קמ"ש, דרך של 250 ק"מ הייתה לוקחת לה שעתיים $\left(\frac{250}{125} = 2\right)$.

שימו לב: כאשר הדרך קבועה, ישנו יחס הפוך בין המהירות לזמן. כלומר, אם המהירות גדלה פי $\frac{3}{2}$,

הזמן יקטן פי $\frac{2}{3}$.

תשובה (2).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 10-14)

10. השאלה: מה היה אחוז הגברים שעסקו בתחום הממשל בשנת 1800?

פיתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה היה אחוז הגברים שעסקו בממשל בשנת 1800. נתבונן בגרף של שנת 1800 (הגרף השמאלי ביותר). בעמודה הימנית ביותר מופיע תחום הממשל. על פי הגרף, 25% מהעובדים בתחום זה היו נשים (החלק הכהה), ולכן שאר ה-75% היו גברים (החלק הבהיר).

תשובה (3).

11. השאלה: בשנים המתוארות בתרשים, באיזה תחום עלה בהתמדה אחוז הנשים שעסקו בו?

פיתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע באיזה תחום עלה בהתמדה אחוז הנשים שעסקו בו. נתבונן באחוז הנשים שעסקו בכל שנה בכל אחד מהתחומים שבתשובות:

תשובה (1): ממשל. בשנת 1800 25% מהעובדים בתחום זה היו נשים. בשנת 1850, 20% מהעובדים בתחום זה היו נשים. מכיוון שזו ירידה, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): תקשורת. בשנת 1800 30% מהעובדים בתחום זה היו נשים. בשנת 1850 60% מהעובדים בתחום זה היו נשים. בשנת 1900 35% מהעובדים בתחום זה היו נשים. כיוון שזו ירידה, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3): כלכלה. בשנת 1800, 55% מהעובדים בתחום זה היו נשים. בשנת 1850 40% מהעובדים בתחום זה היו נשים. כיוון שזו ירידה, ניתן לפסול את התשובה.

התשובה הנכונה היא תשובה (4), שכן באף אחד מהתחומים לא מצאנו עליה עקבית.

תשובה (4).

12. השאלה: באיזו שנה מהשנים המתוארות בתרשים היה האחוז הגבוה ביותר של גברים שעסקו בתחום התקשורת?

פיתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע באיזו מהשנים שבתרשים היה האחוז הגבוה ביותר של גברים שעסקו בתחום התקשורת. נבדוק את 4 השנים המתוארות:

בשנת 1800: 30% מהעוסקים בתקשורת היו נשים, ושאר ה-70% היו גברים.

בשנת 1850: 60% מהעוסקים בתקשורת היו נשים, ושאר ה-40% היו גברים.

בשנת 1900: 35% מהעוסקים בתקשורת היו נשים, ושאר ה-65% היו גברים.

בשנת 1950: 40% מהעוסקים בתקשורת היו נשים, ושאר ה-60% היו גברים.

אחוז הגברים הגבוה ביותר היה בשנת 1800.

תשובה (1).

13. השאלה: בשנת 1900 הועסקו 200 אלף עובדים בארץ עוץ, והם נחלקו שווה בשווה בין ארבעת תחומי התעסוקה המיוצגים בתרשים.

כמה נשים עסקו בשנה זו בתחום התקשורת?

פיתרון: עלינו לקבוע כמה נשים עסקו בתקשורת בשנה זו.

על פי התרשים, בשנת 1900 35% מהעוסקים בתקשורת היו נשים. כלומר הנשים שעסקו בתקשורת

$$\text{בשנה זו מהוות } 35\% \text{ מ-} 50,000 : 50,000 \cdot \frac{35}{100} = 35 \cdot 500 = 17,500$$

תשובה (4).

14. **השאלה:** בשנת 1950 היה הספק העבודה של אישה גדול פי 3 משל גבר

באיזה תחום היה הספק העבודה הכולל של הנשים זהה להספק העבודה הכולל של הגברים בשנה זו?

פיתרון: בשאלה זו נתון כי בשנת. עלינו לקבוע באיזה תחום היה הספקם הכולל של הגברים שווה להספק הכולל של הנשים. מכיוון שהספק של אישה בודדת שווה להספקם של 3 גברים, הרי שבכדי שההספק הכולל יהיה שווה, מספר הגברים צריך להיות גדול פי 3 ממספר הנשים. מצב זה מתקיים רק בתחום הממשל שבו אחוז הנשים המועסקות הוא 25% ואחוז הגברים הוא 75%.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 15-19)

15. **השאלה:** במהלך כל יום גדל מספר הנמלים בחצר פי 2.

אם בתחילת היום הראשון היו 3 נמלים בחצר, מספר הנמלים בסוף היום השלישי יהיה -

פיתרון: בתחילת היום הראשון היו בחצר 3 נמלים. עלינו למצוא את מספר הנמלים שהיו בחצר בסוף היום השלישי. נעבוד בשלבים, יום אחרי יום:

במהלך היום הראשון גדל מספר הנמלים פי 2. מכאן שאם בתחילת היום היו 3 נמלים, בסופו יהיו 6 נמלים. זהו גם מספר הנמלים שיהיו בתחילת היום השני (שכן בלילה מספר הנמלים לא משתנה).

במהלך היום השני גדל מספר הנמלים פי 2. מכאן שאם בתחילת היום היו 6 נמלים, בסופו יהיו 12 נמלים. זהו גם מספר הנמלים שיהיו בתחילת היום השלישי (שכן בלילה מספר הנמלים לא משתנה).

במהלך היום השלישי גדל מספר הנמלים פי 2. מכאן שאם בתחילת היום היו 12 נמלים, בסופו יהיו 24.

תשובה (4).

16. **השאלה:** מכפלת גיליהם של דני ושל אביו מתחלקת ב-11. ההפרש בין גיליהם הוא 25 שנים.

היום שניהם חוגגים יום הולדת, ודני הוא בן פחות מ-10 שנים.

בן כמה דני (בשנים)?

פיתרון: על מנת לקבוע בן כמה דני היום. ניעזר בתשובות, ונבדוק איזו מהן מתאימה לכל הנתונים:

תשובה (1): דני בן 8. ההפרש בין גילו של דני לגילו של אביו הוא 25 שנים. כלומר, אביו בן 33 (= 8 + 25). מכיוון שגילו של האב מתחלק ב-11, גם מכפלת גילם של השניים תתחלק ב-11. תשובה זו מתאימה לכל הנתונים ולכן היא נכונה. מכיוון שלא ייתכן שיהיו כמה תשובות נכונות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

17. בשאלה זו שני מעגלים בעלי מרכז משותף. גודלו של השטח הכהה נתון ועלינו למצוא את ערכו של הביטוי: $R^2 - r^2$. נביע את גודל השטח הכהה באמצעות הרדיוסים. השטח הכהה שווה לגזרה של המעגל הגדול פחות גזרה של המעגל הקטן. מכיוון שהזוויות המרכזיות של שתי הגזרות היא 60° , כל אחת מהגזרות מהווה $\frac{1}{6}$ משטח המעגל לו היא שייכת. לפיכך השטח הכהה שווה ל: $\frac{1}{6} \cdot \pi R^2 - \frac{1}{6} \cdot \pi r^2$.

. נתון כי גודל השטח הכהה הוא π . כלומר: $\frac{1}{6} \cdot \pi R^2 - \frac{1}{6} \cdot \pi r^2 = \pi$. כעת נחלץ את הביטוי המבוקש:

$$\pi R^2 - \pi r^2 = 6\pi, \text{ ונקבל: } 6 - r^2 = R^2$$

$$\text{נחלק את שני האגפים ב-}\pi, \text{ ונקבל: } R^2 - r^2 = 6$$

תשובה (2).

יולי 2010 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

18. השאלה: x הוא מספר דו-ספרתי שספרת האחדות שלו היא 5. אם הופכים את סדר הספרות של x , מתקבל מספר הגדול פי 2 מ- $(x + 1)$.

מה סכום הספרות של המספר x ?

פיתרון: נבדוק את המספרים הדו-ספרתיים שספרת האחדות שלהם היא 5, עד שנגיע למספר המקיים את כל הנתונים:

$x = 15$. כשנהפוך את ספרת הספרות של x , נקבל 51. מספר זה אינו מתחלק ב-2, ולכן אינו יכול להיות גדול פי 2 מהמספר השלם $(x + 1)$.

$x = 25$. כשנהפוך את ספרת הספרות של x , נקבל 52. מספר זה גדול פי 2 מהמספר השלם $(x + 1)$,

כלומר, $x + 1 = \frac{52}{2} = 26$. מספר זה מקיים את כל הנתונים שכן 26 באמת גדול ב-1 מ-25, ולכן מצאנו את ה- x הנכון. סכום הספרות של x הוא $7 (2 + 5)$.

תשובה (1).

19. בשאלה זו עלינו לקבוע באיזו שעה צריכה תמר לעזוב את עבודתה בכל יום, בכדי שתספיק לעבוד 30 שעות בשבוע ולצאת פעמיים בשבוע להפסקה בת שעתיים. לצורך כך נחשב את מספר השעות שצריכה תמר לעבוד בכל יום. נוסיף את 4 השעות של ההפסקה ל-30 שעות העבודה השבועיות, בכדי שנוכל לחלק אותן שווה בשווה על פני השבוע, כך שתמר תלך הביתה בכל יום באותה שעה. נחלק את 34 השעות שקיבלנו ב-5 ימים, ונקבל: $6\frac{4}{5} = \frac{34}{5}$. (חמישית שעה שווה ל-12 דקות ולכן 4 חמישיות הן 48 דקות).

זהו מספר השעות היומי שתבלה תמר בעבודה בכל יום (כולל ההפסקות). נוסיף מספר שעות זה לשעת ההתחלה 8:00, ונקבל: 14:48.

תשובה (3).

השוואות כמותיות (שאלות 20-25)

מידע נוסף	טור ב	טור א	
אורי גבוה משמעון ב-5%. שמעון גבוה מגד ב-5%.	הפרש הגבהים בין שמעון לגד (בס"מ)	הפרש הגבהים בין אורי לשמעון (בס"מ)	20. השאלה:

מכיוון שאין כל נתונים מספריים במידע הנוסף על גובהם של השלושה, נפתור את השאלה על ידי הצבת דוגמה מספרית. נציב כי גובהו של גד הוא 100 ס"מ.

טור ב': אם שמעון גבוה מגד ב-5%, הרי שהפרש הגבהים בין שמעון לגד הוא 5 ס"מ, וגובהו של שמעון הוא 105 ס"מ.

טור א': אם אורי גבוה משמעון ב-5%, הרי שהפרש הגבהים בין אורי לשמעון הוא 5.25 ס"מ (10% מ-105 הם 10.5 ו-5% הם 5.25 ס"מ).

מצאנו כי הביטוי בטור א' גדול מהביטוי בטור ב'.

שימו לב: במידע הנוסף מתוארים שלושה אנשים בגבהים שונים. גד הוא הנמוך ביותר. שמעון הבינוני גבוה מגד ב-5%. ואורי הגבוה ביותר גבוה משמעון ב-5%. ההפרש בין גובהו של אורי לגובהו של שמעון (טור א') שווה ל-5% מגובהו של שמעון. ההפרש בין גובהו של שמעון לגובהו של גד (טור ב') שווה ל-5% מגובהו של גד. מכיוון שגובהו של שמעון גדול מגובהו של גד, הרי שגם 5% מגובהו של שמעון גדולים מ-5% מגובהו של גד.

תשובה (1).

יולי 2010 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מידע נוסף	טור ב	טור א	
ABCD ו-EFGB הם ריבועים חופפים.	היקף משולש DEF	היקף משולש DEC	21. השאלה:

בכדי להשוות בין היקפי המשולשים, נבדוק מאילו צלעות הם מורכבים:

טור א': $DEC = DE + EC + CD$. שווה לצלע הריבוע. EC שווה לפעמיים צלע הריבוע. כלומר, היקף המשולש שבטור א' הוא 3 צלעות של ריבוע ועוד DE (אין צורך לחשב את ערכו של DE , שכן הוא משותף גם למשולש שבטור ב').

טור ב': $DEF = DE + EF + FD$. שווה לצלע הריבוע. FD שווה לפעמיים אלכסון הריבוע. כלומר, היקף המשולש שבטור ב' הוא צלע של ריבוע ועוד 2 אלכסונים של ריבוע ועוד DE (אין צורך לחשב את ערכו של DE , שכן הוא משותף גם למשולש שבטור א').

מכיוון שאלכסון ריבוע גדול מצלעו, הרי שטור ב' גדול מטור א'.

תשובה (2).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
	שארית החלוקה של 4^3 ב-3	שארית החלוקה של 3^4 ב-4	22. השאלה:

נחשב את השארית בכל אחד מהטורים

טור א': $3^4 = 81$. כאשר מחלקים את 81 ב-4, מתקבלת שארית 1.

טור ב': $4^3 = 64$. כאשר מחלקים את 64 ב-3, מתקבלת שארית 1.

הביטויים בשני הטורים שווים זה לזה.

תשובה (3).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
E היא נקודת החיתוך של המיתרים AC ו-BD. $AE = EC$	השטח המקווקו	השטח הכהה	23. השאלה:

ראשית שימו לב: לא נאמר שנקודה E היא מרכז המעגל. כלומר, הסרטוט עלול להטעות. בכדי להשוות בין הטורים נבדוק את מיקום המיתרים. נתון כי $AE = EC$ וכי המיתרים מאונכים זה לזה. מכאן שמיתר BD חוצה את המעגל בדיוק באמצע, ולכן הוא קוטר. אך מכיוון שלא ידוע מה היחס בין BE ל-ED, לא ניתן לדעת היכן ממוקם מיתר AC. אם הוא מימין למרכז, טור ב' גדול יותר. ואם הוא משמאל, טור א' גדול יותר. מכאן שלא ניתן לקבוע מה יחס הגדלים בין הביטויים.

תשובה (4).

יולי 2010 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מידע נוסף	טור ב	טור א	
$y < 0 < x < 1$	$\frac{x}{y}$	$\frac{y}{x}$	24. השאלה:

על פי המידע הנוסף x חיובי ו- y שלילי. כלומר, בשני הטורים חילוק של מספרים שוני סימן, המניב תוצאה שלילית. מכיוון שאיננו יודעים אם y הוא שבר או לא, לא ניתן להשוות בין ערכם המוחלט של שני הטורים. אם למשל, y שווה ל- x בערכו המוחלט (כלומר, x ו- y הם מספרים נגדיים), שני הטורים יהיו שווים זה לזה, אך אם y שונה מ- x בערכו המוחלט, הטורים לא יהיו שווים. מכאן שאין מספיק מידע לקבוע מה יחס הגדלים בין הטורים

תשובה (4).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
המלבן אינו ריבוע.	שטח מלבן שהיקפו a	שטח ריבוע שהיקפו a	25. השאלה:

כאשר לשתי צורות היקף שווה, לצורה המשוכללת יותר (הסימטרית יותר, הדומה יותר למעגל) היא בעלת שטח גדול יותר. ריבוע יותר סימטרי ממלבן, ולכן שטחו גדול יותר.

תשובה (1).