

**מפתח תשובות נכונות**

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(4)	(2)	(3)	(3)	(4)	(1)	(3)	(1)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(4)	(2)	(1)	(1)	(3)	(2)	(1)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(1)	(1)	(2)	(1)	(2)

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-8)**

**1.** **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז שווה שוקיים, ו-BCE הוא משולש שווה צלעות.

נתון:  $CE = ED$

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה היקף הטרפז ABCD (בס"מ)?

**פיתרון:** היקף הטרפז שווה השוקיים ABCD מורכב מסכום אורכי השוקיים וסכום אורכי הבסיסים. על פי הנתון אורך השוק BC שווה ל-1 ס"מ, ומכאן שגם אורך השוק AD שווה ל-1 ס"מ, כלומר סכום אורכי השוקיים שווה ל-2 ס"מ. כעת נמצא את אורך הבסיסים: נתבונן במשולש BCE.

על פי נתוני השאלה משולש BCE הוא משולש שווה צלעות, כלומר  $1 = BC = BE = CE$  ס"מ.

נתון כי  $CE = ED$ , ומכאן שאורך הבסיס התחתון, המורכב מהקטעים CE ו-ED, הוא 2 ס"מ ( $1 + 1 =$ ).

על מנת למצוא את אורך הבסיס העליון נחבר את נקודות A ו-E בקו ישר.

הבסיס AB הוא חלק ממשולש ABE. כל שאנו יכולים לומר בשלב זה לגבי המשולש הוא כי אורך הצלע

BE הוא 1 ס"מ. על מנת למצוא נתונים לגבי משולש זה נתבונן במשולש AED:

אורכן של הצלעות AD ו-DE הוא 1 ס"מ, כלומר משולש AED הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי משולש BCE הוא משולש שווה צלעות, ומכאן שזווית BCE שווה ל- $60^\circ$ .

מכיוון שזוויות הבסיס בטרפז שווה שוקיים שוות זו לזו, הרי שגם זווית ADE שווה ל- $60^\circ$ .

משולש שווה שוקיים אשר אחת מזוויותיו שווה ל- $60^\circ$ , הוא משולש שווה צלעות, ומכאן שאורך הצלע

AE הוא 1 ס"מ.

משולש BAE הוא משולש שווה שוקיים ( $1 = BE = AE$  ס"מ).

מכיוון שזוויות BEC ו-AED שוות ל- $60^\circ$ , הרי שזווית BEA, המשלימה זוויות אלו ל- $180^\circ$ , שווה ל- $60^\circ$ .

משולש BAE הוא משולש שווה שוקיים אשר אחת מזוויותיו שווה ל- $60^\circ$ , כלומר הוא משולש שווה

צלעות, ומכאן שאורך AB הוא 1 ס"מ, וסכום אורכי הבסיסים הוא 3 ס"מ ( $1 + 2 =$ ).

היקף הטרפז שווה ל-5 ס"מ ( $3 + 2 =$ ).

**תשובה (3).**

2. **השאלה:** A הוא מספר חיובי דו-ספרתי, B הוא מספר חיובי תלת-ספרתי. מה נכון בנוגע למספר  $(A + B)$  ?

**פיתרון:** מכיוון שאיננו יודעים דבר לגבי גודל המספרי הדו-ספרתי וגודל המספר התלת-ספרתי ניתן להסיק כי זוהי שאלת טווחים בה יש לבדוק את מקרי הקיצון: הסכום המינימלי והסכום המקסימלי האפשריים.  
 כאשר נציב כ-A ו-B את המספרים המינימליים האפשריים, כלומר את המספרים 11 ו-111 נקבל כי סכומם שווה ל-122, כלומר למספר תלת-ספרתי, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3).  
 כאשר נציב כ-A ו-B את המספרים המקסימליים האפשריים, כלומר את המספרים 99 ו-999 נקבל כי סכומם שווה ל-1,098, כלומר למספר ארבע-ספרתי, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (1).  
**תשובה (4).**

3. **השאלה:**  $x^2 = (x - y)^2$  ( $x, y \neq 0$ )  
 $y = ?$

**פיתרון:** נפשט את המשוואה הנתונה, ונקבל:  $x^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ . נחסר  $x^2$  משני האגפים, ונקבל:  
 $0 = y^2 - 2xy \Leftrightarrow 2xy = y^2$ , מכיוון ש-y שונה מ-0, ניתן לחלק את שני האגפים ב-y, ולקבל כי  $2x = y$ .

**תשובה (2).**

לאחר שמקבלים כי  $0 = y^2 - 2xy$ , ניתן להוציא y כגורם משותף ולפתור את המשוואה על ידי השוואת כל אחד מגורמי המכפלה ל-0.

4. **השאלה:** יקותיאל עובד 10 שעות ביום.

במשך 50% מזמן העבודה שלו הוא קורא בלוח המודעות.  
 במשך 10% מזמן הקריאה בלוח המודעות הוא צוחק.

כמה דקות ביום צוחק יקותיאל בעת הקריאה בלוח המודעות.

**פיתרון:** יקותיאל עובד 10 שעות ביום ובמשך 50% מזמן העבודה שלו, שהם מחצית מזמן עבודתו, הוא קורא בלוח המודעות, כלומר במשך 5 שעות בכל יום  $\left(10 \cdot \frac{1}{2} = 5\right)$  הוא קורא בלוח המודעות.

במשך 10% מזמן הקריאה בלוח המודעות הוא צוחק. מכיוון ש-10% הם עשירית, הרי שהעשירית מ-5 השעות שבהן יקותיאל קורא בלוח המודעות, כלומר ב- $\frac{1}{2}$  שעה  $\left(\frac{1}{10} \cdot 5 = \frac{1}{2}\right)$  יקותיאל צוחק.  
 מכיוון שבשעה 60 דקות, הרי שחצי שעה הן 30 דקות  $\left(\frac{1}{2} \cdot 60 = 30\right)$ .

**תשובה (3).**

5. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם BAC ו-DAC הם משולשים שווי צלעות.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,  
 $\alpha - \beta = ?$

**פיתרון:** מרובע ABCD מורכב משני משולשים שווי צלעות, ומכאן שבהכרח כל צלעותיו שוות זו לזו. מכיוון שהזוויות הנגדיות ABC ו-ADC הן זוויות פנימיות במשולשים שווי צלעות, כל אחת מהן שווה ל- $60^\circ$ . הזוויות הנגדיות BAD ו-BCD מורכבות כל אחת משתי זוויות פנימיות של משולש שווה צלעות ולפיכך כל אחת מהן שווה ל- $120^\circ$ .  
 מכיוון שמרובע ABCD הוא מרובע שכל צלעותיו שוות וזוויותיו הנגדיות שוות, ניתן לקבוע שמרובע ABCD הוא מעוין.

זווית  $\alpha$  היא זווית פנימית במשולש שווה צלעות ולפיכך שווה ל- $60^\circ$ .  
 אלכסונים במעוין חוצים את הזוויות הפנימיות. זווית  $\beta$  שווה למחצית מזווית ADC שהיא זווית

## אפריל 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

פנימית במשולש שווה צלעות, כלומר זווית  $\beta$  שווה ל- $30^\circ$ .  
 $\alpha - \beta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

**תשובה (3).**

- 6.** **השאלה:** בכיתה יש 30 ילדים, מתוכם 10 בנים.  
 $\frac{1}{2}$  מהילדים לובשים מכנסיים ארוכים, והשאר לובשים מכנסיים קצרים.  
5 בנות בדיוק לובשות מכנסיים ארוכים.  
כמה בנים לובשים מכנסיים ארוכים?  
**פיתרון:** בכיתה יש 30 ילדים, ומתוכם 10 בנים, ומכאן שיש בכיתה 20 בנות ( $30 - 10 =$ ).  
 $\frac{1}{2}$  מהילדים לובשים מכנסיים ארוכים, והשאר לובשים מכנסיים קצרים, כלומר 15 מהם לובשים מכנסיים ארוכים ו-15 לובשים מכנסיים קצרים.  
לפי נתוני השאלה בדיוק 5 בנות לובשות מכנסיים ארוכים, כלומר מתוך 15 הילדים שלובשים מכנסיים ארוכים, 5 הן בנות ו-10 הם בנים ( $15 - 5 =$ ). מכיוון שישנם בכיתה 10 בנים, הרי שכל 10 הבנים לובשים מכנסיים ארוכים. ואף אחד מהם לא לובש מכנסיים קצרים.

**תשובה (4).**

- 7.** **השאלה:** מה נפח החרוט שבסרטוט?  
**פיתרון:** נפח כל פירמידה שווה ל-  $\frac{\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס}}{3}$ .  
מכיוון שרדיוס בסיס החרוט הוא  $a$ , שטח בסיס החרוט שווה ל-  $a^2 \pi$ .  
גובה החרוט הוא  $4a$ .  
נפח החרוט הוא:  $\frac{4a^3}{3} = \left( \frac{a^2 \pi \cdot 4a}{3} \right)$ .  
**תשובה (1).**

- 8.** **השאלה:**  $(x + 120)$  אחוזים מ-40 הם 100.  
 $x = ?$   
**פיתרון:** אלגברה  
נמיר את הנתונים למשוואה, ולפיה:  $\frac{x + 120}{100} \cdot 40 = 100$ .  
נכפול את המשוואה ב-100, ונקבל:  $(x + 120) \cdot 40 = 10,000$ .  
נפשט את המשוואה:  $40x + 4,800 = 10,000$ .  
נחסר 4,800 משני האגפים, ונקבל:  $40x = 5,200$ .  
נחלק את שני האגפים ב-40, ונקבל:  $x = 130$ .  
**תשובה (3).**

השוואות כמותיות (שאלות 9-13)

מידע נוסף	טור ב	טור א	
5 ק"ג סוכר ו-4 ליטרים חלב עולים 2 שקלים יותר מ-4 ק"ג סוכר ו-5 ליטרים חלב.	המחיר של 1 ליטר חלב (בשקלים)	המחיר של 1 ק"ג סוכר (בשקלים)	9. השאלה:

**מידע נוסף:** מהנתון כי 5 ק"ג סוכר ו-4 ליטרים חלב עולים 2 שקלים יותר מ-4 ק"ג סוכר ו-5 ליטרים חלב, ניתן לבנות משוואה ולפיה: 5 חלב + 4 סוכר = 2 + 4 חלב + 5 סוכר.  
 נחסר 4 סוכר ו-4 חלב, ונקבל: 1 חלב + 2 שקלים = 1 סוכר. מצאנו כי 1 ק"ג סוכר עולה 2 שקלים יותר מ-1 ליטר חלב, ומכאן שהביטוי בטור א' גדול מן הביטוי בטור ב'.  
**תשובה (1).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
$a \neq 0, b = \frac{1}{a}$	b	a - 1	10. השאלה:

**מידע נוסף:** מכיוון שלא ידוע האם a ו-b שבשרים או גדולים מ-1, והאם הם חיוביים או שליליים נפתור את השאלה על ידי הצבת דוגמה מספרית.

נציב לדוגמה  $a = 10$ , ונקבל כי  $b = \frac{1}{10}$ .  $\left( b = \frac{1}{a} = \frac{1}{10} \right)$

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בטורים במקום a ו-b, ונחשב את ערכו המספרי של כל אחד מן הטורים:

<b>טור א</b>	<b>טור ב</b>
$10 - 1 = 9$	$\frac{1}{10}$

קיבלנו כי הביטוי בטור א' גדול מהביטוי בטור ב'.

נציב לדוגמה  $a = \frac{1}{10}$ , ונקבל כי  $b = 10$ .  $\left( b = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 1 \cdot \frac{10}{1} = 10 \right)$

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בטורים במקום a ו-b, ונחשב את ערכו המספרי של כל אחד מן הטורים:

<b>טור א</b>	<b>טור ב</b>
$\frac{1}{10} - 1$	10

קיבלנו כי כעת הביטוי בטור ב' גדול מן הביטוי שבטור א', ולפיכך התשובה היא כי לא ניתן לקובע את יחס הגדלים בין הטורים.

**תשובה (4).**

**אפריל 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
AC הוא קוטר במעגל שבסרטוט. B היא נקודה על AC. הקשת AB היא חצי מעגל שקוטרו AB, והקשת BC היא חצי מעגל שקוטרו BC.	חצי היקף המעגל שבסרטוט	אורך הקו המודגש	<b>11. השאלה:</b>

**טור א':** אורך הקו המודגש. הקו המודגש מורכב מהיקף חצי מעגל שקוטרו AB, ומהיקף חצי מעגל שקוטרו BC. הנוסחה להיקף מעגל היא:  $\pi \cdot \text{קוטר}$ .

אורך הקו המודגש AB שווה לחצי היקף מעגל שקוטרו AB, כלומר  $\frac{AB \cdot \pi}{2}$ .

אורך הקו המודגש BC שווה לחצי היקף מעגל שקוטרו BC, כלומר  $\frac{BC \cdot \pi}{2}$ .

אורך הקו המודגש כולו שווה ל:  $\frac{AB \cdot \pi}{2} + \frac{BC \cdot \pi}{2} = \frac{\pi}{2}(AB + BC) = \frac{\pi}{2} \cdot AC$ .

**טור ב':** חצי היקף המעגל שבסרטוט. קוטר המעגל שבסרטוט הוא AC, חצי מהיקף המעגל שבסרטוט שווה ל-:  $\frac{\pi \cdot AC}{2}$ .

**לסיכום:** הביטויים בשני הטורים שווים זה לזה.

**תשובה (3).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
ABC הוא משולש שווה צלעות. AD הוא גובה לצלע BC.	$4 \cdot AD$	היקף המשולש ABC	<b>12. השאלה:</b>

**מידע נוסף:** נסמן את צלע המשולש ב- $2x$ .

**טור א':** היקף המשולש ABC. מכיוון שמשולש ABC הוא משולש שווה צלעות אשר אורך כל אחת מצלעותיו שווה ל- $2x$ , היקף משולש ABC שווה ל- $6x$ .

**טור ב':** כאשר מורידים גובה במשולש שווה צלעות מקבלים שני משולשי זהב, ומכאן שמשולש ADC הוא משולש זהב אשר אורך היתר שלו, הצלע AC, שווה ל- $2x$ .

אורך הניצב הקטן במשולש זהב שווה למחצית היתר, ולפיכך אורך הניצב DC, שווה ל- $x = \left(\frac{1}{2} \cdot 2x\right)$ .

**אפריל 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית**

אורך הניצב הגדול במשולש זהב גדול פי  $\sqrt{3}$  מאורך הניצב הקטן, כלומר אורך הניצב AD שווה ל- $x\sqrt{3}$ .

**טור ב**

$$4 \cdot x\sqrt{3}$$

**טור א**

$$6x$$

נחלק את שני הטורים ב- $2x$ , ונקבל:

**טור ב**

$$2\sqrt{3}$$

**טור א**

$$3$$

נעלה את שני הטורים בריבוע, ונקבל:

**טור ב**

$$4 \cdot 3 = 12$$

**טור א**

$$9$$

הביטוי בטור ב' גדול מהביטוי בטור א'.

**תשובה (2).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	13. השאלה:
$0 < a$	$a^a$	$a^{-a}$	

**מידע נוסף:**  $0 < a$ . אמנם ידוע כי  $a$  חיובי, אולם לא ידוע האם  $a$  הוא שבר, מספר גדול מ-1 או שווה ל-1. נציב כדוגמה  $a$  שווה ל-1.

**טור א':**  $a^{-a}$ . מכיוון ש-1 בכל חזקה שווה ל-1, הביטוי שווה ל-1.

**טור ב':**  $a^a$ . מכיוון ש-1 בכל חזקה שווה ל-1, הביטוי שווה ל-1. כאשר  $a$  שווה ל-1 הביטויים בשני הטורים שווים זה לזה.

כעת נציב כדוגמה  $a = 2$ :

$$\text{טור א': } a^{-a} . \text{ כאשר } a = 2 . \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{-2} = a^{-a}$$

$$\text{טור ב': } a^a . \text{ כאשר } a = 2 . 4 = 2^2 = a^a$$

כאשר  $a$  שווה ל-2 הביטוי בטור ב' גדול מהביטוי בטור א'. מכיוון שקיבלנו שני מצבים שונים, הרי שלא ניתן לקבוע את יחס הגדלים בין הביטויים.

**תשובה (4).**

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 14-17)

14. השאלה: לפי הטבלה, איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון: נתחיל בבדיקת התשובות המוצעות:

**תשובה (1):** ככל שהחשוד משקר פחות (באחוזים), כך עולה זיהוי השקר של שני השוטרים. חשוד D הוא החשוד אשר ענה את אחוז התשובות השקרי הגבוה ביותר - 75%. אחוז המקרים בהם זיהה שוטר א' את התשובות השקריות של חשוד D הוא 90% ואחוז המקרים בהם זיהה שוטר ב' את התשובות השקריות של חשוד D הוא 95%. חשוד A הוא החשוד אשר ענה את אחוז התשובות השקרי הנמוך ביותר - 10%. אחוז המקרים בהם זיהה שוטר א' את התשובות השקריות של חשוד D הוא 35% ואחוז המקרים בהם זיהה שוטר ב' את התשובות השקריות של חשוד D הוא 45%. מצאנו כי אחוז זיהוי השקר של שני השוטרים יורד ככל שהחשוד משקר פחות, או במילים אחרות אחוז זיהוי השקר של שני השוטרים עולה ככל שהחשוד משקר יותר. מהתבוננות בחשודים B ו-C נמצא כי מגמה זו מתקיימת גם לגביהם, אחוז זיהוי השקר של שני השוטרים עולה ככל שהחשוד משקר יותר.

תשובה (2).

15. השאלה: כמה אחוזים מתשובותיו השקריות של חשוד D לא זוהו על ידי שוטר א כתשובות שקריות?

פיתרון: שוטר א זיהה 90% מתשובותיו השקריות של חשוד D כתשובות שקריות, כלומר ב-10% מהתשובות השקריות לא זיהה שוטר א' את התשובה השקרית ככזו.

תשובה (1).

16. השאלה: בחקירתו של מי מהחשודים יש בהכרח תשובות שקריות שלא זוהו על ידי שום שוטר?

פיתרון: על מנת לקבוע בוודאות כי בחקירתו של חשוד יש תשובות שקריות שלא זוהו על ידי שום שוטר יש למצוא לגבי מי מהחשודים אחוז התשובות השקריות אשר זוהו על ידי שני השוטרים גם יחד קטן מ-100. לגבי חשוד שכזה נוכל לקבוע כי בהכרח ישנן תשובות שקריות אשר אף אחד מהשוטרים לא זיהה ככאלו.

שוטר א' זיהה 35% מהתשובות השקריות של חשוד A ושוטר ב' זיהה 45% מהתשובות השקריות של חשוד A. לפחות 20% מתשובותיו השקריות של חשוד A לא זוהו על ידי אף אחד מהשוטרים כשקריות ( $= 100\% - 35\% - 45\%$ ).

תשובה (1).

17. השאלה: חשוד A וחשוד B נשאלו 1,000 שאלות כל אחד.

מה ההפרש בין מספר התשובות האמיתיות של חשוד A שזוהו כאמיתיות על ידי שוטר ב, לבין מספר התשובות האמיתיות של חשוד B שזוהו כאמיתיות על ידי שוטר ב?

פיתרון: חשוד A נשאל 1,000 שאלות ומתוכן ענה על 10% בתשובה שקרית. 10% מ-1,000 הם 100 ומכאן ש-100 מתשובותיו היו שקריות ו-900 תשובות אמיתיות. שוטר ב' זיהה 90% מתשובותיו האמיתיות של חשוד A כאמיתיות, כלומר 90% מ-900 התשובות האמיתיות זוהו על ידו כאמיתיות. 10% מ-900 הם 90 ו-90% מ-900 הם 810 (9 פעמים 90).

חשוד B נשאל 1,000 שאלות ומתוכן ענה על 20% בתשובה שקרית. 20% מ-1,000 הם 200 ומכאן ש-200 מתשובותיו היו שקריות ו-800 תשובות אמיתיות. שוטר ב' זיהה 90% מתשובותיו האמיתיות של חשוד A כאמיתיות, כלומר 90% מ-800 התשובות האמיתיות זוהו על ידו כאמיתיות. 10% מ-800 הם 80 ו-90% מ-800 הם 720 (9 פעמים 80).

מספר התשובות האמיתיות של חשוד A שזוהו כאמיתיות על ידי שוטר ב הוא 810, מספר התשובות האמיתיות של חשוד B שזוהו כאמיתיות על ידי שוטר ב הוא 720 ולכן ההפרש הוא 90.

תשובה (3).

**שאלות ובעיות (שאלות 18-25)**

**18.**

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

נתון: אורך הקשת המודגשת (בס"מ) שווה לגודל השטח הכהה (בסמ"ר).

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה רדיוס המעגל (בס"מ)?

**פיתרון:** היקף המעגל שווה ל- $2r\pi$ . על מנת למצוא את אורכה של קשת יש לכפול את החלק שמהווה הקשת מתוך היקף המעגל, הנקבע על ידי הזווית המרכזית בהיקף המעגל. כלומר, אורך הקשת שווה ל-

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2r\pi$$

שטח מעגל שווה ל- $r^2\pi$ . על מנת למצוא את גודל שטח גזרה יש לכפול את החלק שמהווה הגזרה מתוך

שטח המעגל, הנקבע על ידי הזווית המרכזית בשטח המעגל. כלומר, שטח הגזרה שווה ל- $\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2\pi$ .

אורך הקשת המודגשת (בס"מ) שווה לגודל השטח הכהה (בסמ"ר), ומכאן ש:  $\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2r\pi = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2\pi$

נכפול ב-360 את שני האגפים ונחלק ב- $\alpha$ , ו- $r$  ונקבל:  $2 = r$ .

**תשובה (2).**

**19.**

**השאלה:** נתון:  $x + y = z$

$$x + z = y$$

**כמה ערכים שונים יכול x לקבל?**

**פיתרון:** על פי המשוואה הראשונה:  $x + y = z$ . על מנת למצוא לכמה שווה x 'ניפטר' מהמשתנים

שבהם איננו מעוניינים. מכיוון שעל פי המשוואה השנייה  $x + z = y$ , נציב במקום  $x + z$ , ונקבל:

$$x + x + z = z \Leftrightarrow 2x + z = z$$

נחסר z משני האגפים ונקבל:  $2x = 0$ , נחלק ב-2, ונקבל כי:  $x = 0$ .

מצאנו כי למשוואה יש פיתרון אחד בלבד.

**תשובה (1).**

**20.**

**השאלה:** 2 פועלים מיומנים קוטפים בשעה פי 2 תפוזים ממספר התפוזים שקוטפים בשעה

3 פועלים לא מיומנים.

$$= ? \frac{\text{מספר התפוזים שקוטף פועל מיומן בשעה}}{\text{מספר התפוזים שקוטף פועל לא מיומן בשעה}}$$

**פיתרון: דרך א':** הצבת דוגמה מספרית

נתון כי 2 פועלים מיומנים קוטפים בשעה פי 2 תפוזים ממספר התפוזים שקוטפים בשעה 3 פועלים לא

מיומנים. לשם הנוחות, נציב במקום מספר התפוזים שקוטפים הפועלים המיומנים והפועלים הלא

מיומנים, מספר המתחלק ב-2 וב-3, למשל 6.

אם 2 פועלים מיומנים קוטפים בשעה 6 תפוזים, הרי שכל פועל מיומן קוטף 3 תפוזים בשעה  $\left(\frac{6}{2} = 3\right)$ .

מכיוון שידוע כי הכמות הנקטפת על ידי 2 פועלים מיומנים גדולה פי 2 מהכמות הנקטפת על ידי 3

פועלים לא מיומנים, הרי ש-3 פועלים לא מיומנים קוטפים יחדיו 3 תפוזים בשעה  $\left(\frac{6}{2} = 3\right)$ , ומכאן שכל

אחד מהם קוטף תפוז אחד בשעה.

$$\frac{\text{מספר התפוזים שקוטף פועל מיומן בשעה}}{\text{מספר התפוזים שקוטף פועל לא מיומן בשעה}} = \frac{3}{1} = 3$$

**תשובה (3).**



21. **השאלה:**  $n$  הוא מספר שלם גדול מ-1.

לפחות מחצית מן המספרים בין 1 ל- $n$  (כולל 1 ו- $n$ ) הם \_\_\_\_\_.

**פיתרון:** הצבת דוגמה מספרית. מכיוון שערכו המספרי של  $n$  אינו נתון, נציב לדוגמה כי  $n = 3$ .  
 בין 1 ל-3 (כולל 1 ו-3), ישנם 2 מספרים אי-זוגיים (1 ו-3) ומספר אחד זוגי (2). מכיוון שפחות ממחצית מהמספרים הם זוגיים ניתן לפסול את תשובה (2).  
 בין 1 ל-3 (כולל 1 ו-3), ישנם 2 מספרים ראשוניים (2 ו-3) ומספר אחד שאינו ראשוני (1). מכיוון שפחות ממחצית מהמספרים אינם ראשוניים ניתן לפסול את תשובה (4).  
 כעת נציב  $n$  גדול יותר על מנת לבדוק איזו מבין התשובות (1) ו-3 היא הנכונה, למשל  $n = 10$ .  
 בין 1 ל-10 (כולל 1 ו-10), ישנם 4 מספרים ראשוניים (2, 3, 5 ו-7). מכיוון שפחות ממחצית מהמספרים הם ראשוניים ניתן לפסול את תשובה (3).

**תשובה (1).**

22. **השאלה:** לגבריאל 4 חבלים שאורכיהם 15 מטרים, 8 מטרים, 3 מטרים ו-2 מטרים.

הוא יכול לקצר כל אחד מן החבלים פעם אחת בלבד לכדי מחצית מאורכו על ידי קיפולו לשניים. הוא יכול גם לחבר את החבלים (שניים או יותר) זה לזה ולקבל חבל אחד, בלי לאבד אורך. לאחר חיבור חבלים, גבריאל אינו יכול לקפל את החבל שקיבל. לאיזה מאורכי החבל הבאים (במטרים) לא יוכל גבריאל להגיע?

**פיתרון:** בדיקת תשובות.

**תשובה (1):**  $4\frac{1}{2}$ . אורכם של כל החבלים הם מספרים שלמים ולכן על מנת להגיע לאורך שיש בתוכו שבר עלינו לקפל חבל כל שהוא. קיפול חבל שאורכו זוגי לא יתן שבר ולכן עלינו לקפל שאורכו אי-זוגי.

מכיוון שקיפול החבל שאורכו 15 מטר יתן חבל שאורכו  $7\frac{1}{2}$  מטר, הגדול מאורך החבל המבוקש. קיפול החבל שאורכו 3 מטר יתן חבל שאורכו  $1\frac{1}{2}$  מטר, מכיוון שאין חבל נוסף באורך 3 מטר שניתן לחבר לחבל שקיבלנו לא ניתן להגיע לחבל שאורכו  $4\frac{1}{2}$  מטר.

על מנת להשלים את ההסבר נבדוק כיצד נגיע לאורכים המצוינים ביתר התשובות.

**תשובה (2):** 9. נקפל את החבל שאורכו 2 מטר ונקבל חבל שאורכו 1 מטר, ונחבר אותו לחבל שאורכו 8 מטר, ונקבל חבל שאורכו 9 מטר.

**תשובה (3):** 14. סכום אורכי כל החבלים יחדיו הוא 28 מטר ( $15 + 8 + 3 + 2 =$ ), כלומר אם נקפל את כל החבלים ונחבר אותם יחדיו נקבל חבל שאורכו 14 מטר ( $7\frac{1}{2} + 4 + 1\frac{1}{2} + 1 =$ ).

**תשובה (4):**  $16\frac{1}{2}$ . נקפל את החבל שאורכו 3 מטר ונקבל חבל שאורכו  $1\frac{1}{2}$  מטר, ונחבר אותו לחבל שאורכו 15 מטר, ונקבל חבל שאורכו  $16\frac{1}{2}$  מטר.

**תשובה (2).**

**אפריל 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית**

**23. השאלה:** מצולע בעל  $n$  צלעות חסום במעגל. המצולע מחלק את המעגל ל-7 שטחים נפרדים.

$$n = ?$$

**פיתרון:** נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): 5. כאשר מצולע בן 5 צלעות חסום במעגל, המצולע מחלק את המעגל ל-6 שטחים נפרדים: 5 השטחים הכלואים בין צלעות המחומש ושטח המחומש.

תשובה (2): 6. כאשר מצולע בן 6 צלעות חסום במעגל, המצולע מחלק את המעגל ל-7 שטחים נפרדים: 6 השטחים הכלואים בין צלעות המשושה ושטח המשושה. זו התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

**24. השאלה:** איזה מהמספרים הבאים הוא הקטן ביותר?

**פיתרון:** בשאלה זו אנו מתבקשים להשוות בין ארבעה שברים. מכיוון לשני שברים יש מונה שווה ולשני שברים מכנה שווה, נחלק אותם ראשית לזוגות בהתאם לכך.

תשובה (1):  $\frac{6}{5}$  : תשובה (2):  $\frac{7}{5}$ . כאשר לשני שברים מכנה שווה, השבר בעל המונה הקטן יותר הוא

השבר הקטן יותר, ולכן ניתן לפסול את תשובה (2).

תשובה (3):  $\frac{17}{13}$  : תשובה (4):  $\frac{17}{14}$ .

כאשר לשני שברים מונה שווה, השבר בעל המכנה הגדול יותר הוא השבר הקטן יותר, ולכן ניתן לפסול את תשובה (3)

כעת נותר להשוות בין  $\frac{6}{5}$  ו-  $\frac{17}{14}$ .

נשווה בין שני השברים על ידי הרחבתם כך שמכני השברים יהיו שווים ל-  $14 \cdot 5$ .

תשובה (1):  $\frac{6}{5} = \frac{6 \cdot 14}{5 \cdot 14} = \frac{84}{70}$  : תשובה (4):  $\frac{17}{14} = \frac{17 \cdot 5}{14 \cdot 5} = \frac{85}{70}$ .

כעת לשני השברים מכנים שווים אולם לתשובה (2) מונה קטן יותר, ולפיכך היא התשובה הנכונה.

**תשובה (1).**

**הערה:** ניתן לשנות את כל השברים לשברים מעורבים:  $\frac{1}{5}, 1\frac{2}{5}, 1\frac{4}{13}$  ו-  $1\frac{3}{14}$ , ולראות כי  $\frac{1}{5}$  קטן מ-

$\frac{3}{14}$ ,  $\frac{4}{13}$  ו-  $\frac{2}{5}$ .

**25. השאלה:**  $n$  אנשים יושבים בחדר. ברגע מסוים קם אחד מהם, נותן שקל אחד לכל אחד מהאחרים

ויצא מהחדר. מיד אחר כך קם עוד אחד מהאנשים, נותן שקל אחד לכל אחד מהנותרים בחדר ויצא, וכך הלאה.

אם בתחילה היו לכל אחד מ- $n$  האנשים  $n$  שקלים בדיוק, כמה שקלים יוותרו בידי האיש הרביעי כשיצא מהחדר?

**פיתרון:** דרך א': הצבת דוגמה.

מכיוון שלא ניתן לדעת על פי נתוני השאלה מה מספר האנשים בחדר וכמה שקלים יש בידי כל אחד מהם, נציב לדוגמה כי  $n = 6$ .

כעת נספר את ה'סיפור' בהתאם למספר שהצבנו: בחדר יש 6 אנשים שבידי כל אחד מהם 6 שקלים. לפני שהאיש הראשון יוצא מהחדר הוא נותן לכל אחד מהנוכחים האחרים שקל אחד, כלומר בידי כל אחד מהם יש כעת 7 שקלים ( $= 6 + 1$ ).

לפני שהאיש השני יוצא מהחדר הוא נותן שקל אחד לכל אחד מיתר הנוכחים, כלומר בידי כל אחד מ-4 האנשים הנותרים בחדר יש לאחר יציאתו 8 שקלים ( $= 7 + 1$ ).

## אפריל 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

לפני שהאיש השלישי יוצא מהחדר הוא נותן שקל אחד לכל אחד מיתר הנוכחים, כלומר בידי כל אחד מ-3 האנשים שנותרו בחדר יש כעת 9 שקלים ( $8 + 1$ ).

לפני שהאיש הרביעי יוצא את החדר הוא נותן שקל אחד לכל אחד מ-2 האנשים שנותרו בחדר, כלומר נותרים בידי 7 שקלים ( $9 - 2$ ).

כעת נציב  $n = 6$  בתשובות. תשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות.

**דרך ב':** אלגברה

בתחילה היו לכל אחד מ- $n$  האנשים  $n$  שקלים בדיוק. לפני שהאיש הרביעי יוצא את החדר ישנם שלושה אנשים היוצאים לפניו אשר אחד מהם נותן לו שקל אחד. כלומר, האיש הרביעי קיבל 3 שקלים מהאנשים אשר יצאו את החדר לפניו, כך שעוד לפני שהוא מחלק את המטבעות יש בידי  $n + 3$  מטבעות.

האיש הרביעי מחלק מטבע לכל אחד מהנוכחים שנשארו בחדר. בחדר היו בתחילה  $n$  אנשים, אולם מכיוון שהאיש הרביעי אינו מחלק ל-3 האנשים שכבר יצאו מטבעות וכמובן לעצמו, הרי שהוא מחלק רק  $(n - 4)$  מטבעות. הביטוי המתאר את מספר המטבעות שנותרו בידי האיש הרביעי לאחר צאתו מהחדר

הוא:  $(n - 4) - 3 + n$ . כאשר נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת הסוגריים, נקבל כי בידי האיש

הרביעי נותרו בהכרח לאחר צאתו את החדר 7 מטבעות  $[n + 3 - (n - 4) = n + 3 - n + 4 = 7]$ .

**תשובה (2).**