מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(2)	(1)	(4)	(3)	(3)	(1)	(2)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(4)	(4)	(3)	(1)	(2)	(1)	(4)	(4)	(2)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(4)	(1)	(1)	(4)	(2)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-4)

1. **השאלה** : במטע אגסים יש 7 עצים. כל עץ מניב בין 2 ל-4 ק״ג אגסים בשנה, ובכל ק״ג יש בין 3 ל-6 אגסים בשנה.

מספר האגסים שהמטע מניב בשנה הוא לפחות ______ ולכל היותר ______.

פיתרון : נתבקשנו למצוא את הכמות המינימאלית והמקסימאלית שמניב המטע.
הכמות המינימאלית שמפיק במטע מתקבלת כאשר כל עץ מניב את כמות הק״ג המינימאלית, כלומר 2 ק״ג ובכל ק״ג יש את מספר האגסים המינימאלי לק״ג, כלומר 3 אגסים.
במצב כזה מניב כל עץ במטע 6 אגסים $(=2\cdot3)$, ובסך הכול מניב המטע שבו 7 עצים, 42 אגסים $(=7\cdot6)$.
תשובות (3) ו-(4) נפסלות.
הכמות המקסימאלית שמפיק במטע מתקבלת כאשר כל עץ מניב את כמות הק״ג המקסימאלית, כלומר 4 ק״ג ובכל ק״ג יש את מספר האגסים המקסימאלי לק״ג, כלומר 6 אגסים.
במצב כזה מניב כל עץ במטע 24 אגסים $(=4\cdot6)$, ובסך הכול מניב המטע שבו 7 עצים, $7\cdot24$ אגסים, אין צורך לחשב שהמדובר ב-168 אגסים, מספיק לעשות הערכה של גודל המספר (למעלה מ-100) הפוסלת את תשובה (1) או לפסול אותה על סמך ספרת האחדות (7 כפול 24 בהכרח נותן תשובה אשר ספרת האחדות שלה היא 8).

תשובה (2).

---

2. **השאלה** : a, b ו-c הם מספרים עוקבים, $a<b<c$.
איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון : דרך א׳ : אלגברה
מכיוון שהמדובר בשאלת מספרים עוקבים, ׳נמיר׳ את כל המשתנים למשתנה אחד, למשל ל-a.
$b=a+1$; $c=a+2$
תשובה (1) : $b+c=2\cdot(a+1)$ ⇦ $a+1+a+2=2\cdot(a+1)$ ⇦ $2a+3=2a+2$. מכיוון שקיבלנו משוואה שבהכרח אינה נכונה, ניתן לפסול תשובה זו.
תשובה (2) : $a+c=2b$ ⇦ $a+a+2=2\cdot(a+1)$ ⇦ $2a+2=2a+2$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נמשיך ונבדוק את יתר התשובות.
תשובה (3) : $a+b+2=2c$ ⇦ $a+a+1+2=2\cdot(a+2)$ ⇦ $2a+3=2a+4$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

דרך ב׳: הצבת דוגמה מספרית.

נציב לדוגמה כי $a = 1$; $b = 2$ ו- $c = 3$.

תשובה (1): $b + c = 2 \cdot (a+1)$. מכיוון ש: $2 + 3 \neq 2 \cdot (1+1)$ ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): $a + c = 2b$. מכיוון ש: $1 + 3 = 2 \cdot 2$, תשובה זו אינה נפסלת.

תשובה (3): $a + b + 2 = 2c$. מכיוון ש: $1 + 2 + 2 \neq 2 \cdot 3$, תשובה זו נפסלת.

כעת ניתן לבדוק את תשובה (2) באמצעות הצבת מספרים נוספים או לנסות ולהבין מדוע תשובה זו נכונה. מכיוון שכאשר לוקחים כל שלושה מספרים עוקבים, ממוצע שני האיברים הקיצוניים a ו-c שווה בהכרח למספר העוקב הנמצא ביניהם, כלומר ל-b: $\frac{a+c}{2} = b$, הרי שאם נכפול את שני אגפי המשוואה נקבל כי $a + c = 2b$.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ארבעה משושים משוכללים חופפים שאורך צלעם 1 ס״מ.

מה המרחק בין הנקודות A ו-B (בס״מ)?

פיתרון: אם נעביר קו ישר בין נקודות A ו-B נמצא כי המרחק בין נקודות A ו-B בסרטוט שווה ל-2 אלכסונים של המשושה המשוכלל + צלע של המשושה המשוכלל.

אורכו של אלכסון במשושה משוכלל העובר דרך מרכז המשושה שווה לפעמיים צלע המשושה, כלומר ל-2 ס״מ, ולפיכך אורך הקו AB שווה ל-5 ס״מ $(= 2 + 1 + 2)$

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: AB ו-CD הם קטרים במעגל.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$\beta = ?$

פיתרון: זווית β היא זווית קודקודית לזווית המסומנת 3α, כלומר שווה לה. לפיכך על מנת למצוא את גודלה של β עלינו למצוא תחילה לכמה שווה α.

CD הוא קו ישר. סכום זוויות על גבי קו ישר שווה ל-$180°$, ולפיכך $\alpha + 3\alpha = 180°$ ⇦ $4\alpha = 180°$

נחלק את שני האגפים ב-4, ונקבל: $\alpha = 45°$.

מכיוון ש-3α שווה ל-β, זווית β שווה ל-$135°$ $(= 3 \cdot 45°)$

תשובה (4).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 14-17)

5. **השאלה**: מה היה המרחק בין אלון לתומר בתום הדקה ה-7 לריצה?

פיתרון: באמצעות התבוננות בתרשים נמצא כי בתום הדקה ה-7 עבר תומר 1,050 מטרים ואילו אלון עבר 1,200 מטרים, ולפיכך המרחק ביניהם בתום הדקה ה-7 לריצה הוא 150 מטרים $(= 1{,}200 - 1{,}050)$.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: כמה מטרים עבר אלון בשתי הדקות **האחרונות** של ריצתו?

פיתרון: משך הריצה היה בסך הכול 9 דקות. שתי הדקות האחרונות לריצה הן מתום הדקה ה-7 ועד תום הדקה ה-9. בתום הדקה ה-7 עבר אלון 1,200 מטרים ובתום הדקה ה-9 סיים אלון את המירוץ, כלומר עבר 1,500 מטרים.

סך הכול עבר אלון במהלך שתי הדקות האחרונות למירוץ מרחק של 300 מטרים $(= 1{,}500 - 1{,}200)$.

תשובה (3).

---

7. **השאלה**: מי משני הרצים עבר ראשון את מחצית המסלול?

פיתרון: אורכו של המסלול כולו הוא 1,500 מטרים, ולפיכך מחצית מן המסלול הם 750 מטרים.
אלון עבר בתום הדקה ה-5 מרחק של 800 מטרים, כלומר למעלה ממחצית מן המסלול, בעוד שבתום הדקה ה-5 עבר תומר 700 מטרים בלבד, כלומר טרם עבר מחצית מן המסלול.

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: בכמה זמן עבר תומר את 500 המטרים **האחרונים** במסלול?

פיתרון: אורך המסלול כולו הוא 1,500 מטרים.
500 המטרים האחרונים של המסלול הם מ-1,000 ועד 1,500 מטרים.
בתום הדקה ה-7 עבר תומר 1,050 מטרים, כלומר במהלך שתי הדקות האחרונות לריצה עבר תומר 450 מטרים $(=1{,}500-1{,}050)$. תשובה (1) נפסלת.

בתום הדקה ה-6 עבר תומר 850 מטרים, כלומר במהלך 3 הדקות האחרונות לריצה עבר תומר מרחק של 650 מטרים $(=1{,}500-850)$. מכאן שתומר עבר את 500 המטרים האחרונים ביותר מ-2 דקות ובפחות מ-3 דקות.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 9-14)

9. **השאלה**: a, b ו-c הם מספרים חיוביים.
a שווה ל-20% מ-b.
a שווה ל-120% מ-c.

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון: אלגברה.

a שווה ל-20% מ-b, כלומר: $a=\frac{20}{100}b$.

a שווה ל-120% מ-c, כלומר: $a=\frac{120}{100}c$.

מכיוון שהתשובות מתייחסות ליחס שבין b ל-c, הרי שעלינו 'להיפטר' מ-a. נחלץ את a מהמשוואה הראשונה ונציב במשוואה השנייה, ונקבל: $\frac{20}{100}b=\frac{120}{100}c$. נכפול ב-100 את שני האגפים, ונקבל: $20b=120c$, נחלק את שני האגפים ב-20, ונקבל: $b=6c$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: מוכר בלונים מוכר בכל יום מחצית מהבלונים שברשותו, ובסוף היום הוא קונה 2 בלונים במקום כל בלון שמכר במהלך היום.

אם בתחילת יום **א** יש למוכר 40 בלונים, כמה בלונים יהיו ברשותו **בסוף** יום **ג**?

פיתרון: אם בתחילת יום א' היו למוכר 40 בלונים והוא מכר במהלך היום, מחצית מכמות הבלונים, הרי שהוא מכר 20 בלונים $\left(=\frac{1}{2}\cdot 40\right)$ ונותרים ברשותו לאחר המכירה 20 בלונים $(=40-20)$.

אם המוכר קונה 2 בלונים במקום כל בלון שמכר, הרי שהוא רוכש בסוף יום א' 40 בלונים $(=2\cdot 20)$ ובסוף יום א' יש ברשותו 60 בלונים (20 שלא מכר + 40 שרכש).
בתחילת יום ב' יש ברשות המוכר 60 בלונים, אם הוא מוכר במהלך היום, מחצית מכמות הבלונים, הרי שהוא מוכר 30 בלונים $\left(=\frac{1}{2}\cdot 60\right)$ ונותרים ברשותו 30 בלונים $(=60-30)$.

אם המוכר קונה 2 בלונים במקום כל בלון שמכר, הרי שהוא רוכש בסוף יום ב' 60 בלונים $(=2\cdot 30)$

ובסוף יום ב' יש ברשותו 90 בלונים (30 שלא מכר + 60 שרכש).
בתחילת יום ג' יש ברשות המוכר 90 בלונים ובמהלך היום הוא מוכר מחצית מכמות הבלונים, כלומר 45 $\left(\frac{1}{2}\cdot 90=\right)$ ונותרים ברשותו לאחר המכירה 45 בלונים $(90-45=)$.
אם המוכר קונה 2 בלונים במקום כל בלון שמכר, הרי שהוא רוכש בסוף יום ג' 90 בלונים $(2\cdot 45=)$
ובסוף יום ג' יש ברשותו 135 בלונים (45 שלא מכר + 90 שרכש).

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: הנקודה A שערכיה הם (8,0) היא מרכז המעגל שבסרטוט. רדיוס המעגל הוא 10.
הנקודה (0,y) נמצאת על היקף המעגל, $0<y$.

$y=?$

פיתרון: נחבר בקו ישר את הנקודה A והנקודה (0,y).
קיבלנו משולש ישר זווית אשר אורך אחד מניצביו הוא 8, אורך הניצב השני הוא y ואורך היתר שלו, המהווה את רדיוס המעגל, הוא 10. אלו המכירים את השלשה הנפוצה: 6:8:10 ימצאו כי אורך הניצב השווה ל-y הוא 6. למי שלא שם לב לאפשרות זו ניתן באמצעות משפט פיתגורס למצוא את אורך הניצב השווה ל-y: $8^2+y^2=10^2 \Leftarrow 64+y^2=100$, נחסר 64 משני האגפים, ונקבל: $y^2=36 \Leftarrow y=6$.

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שתי מקביליות ABCD ו-BEFC.
AF ו-BC נחתכים בנקודה H.

נתון: $FH=FC$
איזו מהזוויות הבאות אינה בהכרח שווה ל-α?

פיתרון:
<u>תשובה (1)</u>: $\angle EFH$. זווית EFH היא זווית מתחלפת לזווית α (זוויות Z) ולכן בהכרח שווה לה.
<u>תשובה (2)</u>: $\angle BEF$. נתבונן במשולש HFC. על פי הנתון FH=FC, ומכאן שמשולש HFC הוא משולש שווה שוקיים. במשולש מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ומכאן שזווית HCF שווה ל-α.
BEFC מקבילית. במקבילית זוויות נגדיות שוות זו לזו, ומכאן שאם זווית BCF שווה ל-α, הרי שגם זווית BEF שווה ל-α.
<u>תשובה (3)</u>: $\angle DAH$. זווית DAH היא זווית מתחלפת לזווית AHB (זוויות Z), ומכאן שווה לזווית זו.
זווית AHB היא זווית קודקודית לזווית α.
מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (2) ו-(3) ניתן לסמן את תשובה (4) גם מבלי לבדוק אותה.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: נתון: a ו-c הם מספרים שלמים, $0<a<c$.

$a^c=c^a$

$c=?$

פיתרון: בדיקת תשובות
<u>תשובה (1)</u>: 5. עלינו לבדוק האם קיים a שלם וקטן מ-5 המקיים את המשוואה: $a^5=5^a$, מכיוון שאין מספר שלם המקיים משוואה זו, תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (2)</u>: 6. עלינו לבדוק האם קיים a שלם וקטן מ-6 המקיים את המשוואה: $a^6=6^a$, מכיוון שאין מספר שלם המקיים משוואה זו, תשובה זו נפסלת.
<u>תשובה (3)</u>: 3. עלינו לבדוק האם קיים a שלם וקטן מ-3 המקיים את המשוואה: $a^3=3^a$, מכיוון שאין מספר שלם המקיים משוואה זו, תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): 4. עלינו לבדוק האם קיים a שלם וקטן מ-4 המקיים את המשואה: $a^4 = 4^a$, עבור a שווה ל-2 משוואה זו מתקיימת ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

14. **השאלה**: מחירו של תפוז אחד גבוה ממחירם של שני לימונים.
מחירה של אשכולית אחת גבוה ממחירם של 3 תפוזים ונמוך ממחירם של 9 לימונים.

מחיר אשכולית אחת יכול להיות שווה למחירם של -

פיתרון: אלגברה
מחירו של תפוז גבוה ממחירם של שני לימונים, כלומר: תפוז > 2 לימונים .

מחירה של אשכולית גבוה ממחירם של 3 תפוזים ונמוך ממחירם של 9 לימונים, כלומר:
9 לימונים > אשכולית > 3 תפוזים .

מכיוון שנשאלנו לגבי מחירה של אשכולית אחת והתשובות ניתנות במונחים של תפוזים ולימונים, על מנת לקבל את טווח מחירה של האשכולית במונחי 'לימונים' נמיר את התפוז ללימונים.
נתון כי מחירו של תפוז אחד גבוה ממחירם של שני לימונים, ולכן מחירם של 3 תפוזים (כמות הגדולה פי 3 מתפוז אחד) גבוה ממחירם של 6 לימונים. כעת נציב נתון זה באי-השוויון, ונקבל:
9 לימונים > אשכולית > 6 לימונים . תשובה (4) נפסלת.

כעת נעבור לבדוק מה טווח מחירה של האשכולית במונחי 'תפוזים', על מנת לעשות זאת נמיר את הלימון לתפוזים.
נתון כי: 9 לימונים > אשכולית > 3 תפוזים .

אם מחירו של תפוז גבוה ממחירם של שני לימונים, הרי שמחירם של 9 לימונים (המהווים כמות הגדולה פי 4.5 מ-2 לימונים) נמוך ממחירם של 4.5 תפוזים, כלומר: 4.5 תפוזים > אשכולית > 3 תפוזים . תשובות (1) ו(2) נפסלות.

תשובה (3).

השוואות כמותיות (שאלות 15-19)

	טור א	טור ב	מידע נוסף
15. השאלה:	נפח החרוט	נפח הגליל	גובה החרוט גדול פי π מגובה הגליל.

מידע נוסף: גובה החרוט גדול פי π מגובה הגליל.
על פי הסרטוט, שטח בסיס החרוט ושטח בסיס הגליל זהים. נסמן את שטח בסיס הגליל והחרוט ב-x.
אם נסמן את גובה הגליל ב-h, הרי שמכיוון שגובה החרוט גדול פי π מגובה הגליל, הרי שגובה החרוט שווה ל-πh.
טור א': נפח החרוט. נפח כל פירמידה שווה לשטח בסיס הפירמידה כפול הגובה לחלק ב-3.
נפח החרוט שווה ל- $\frac{x \cdot \pi h}{3}$.
טור ב': נפח הגליל. נפח כל מנסרה ישרה שווה לשטח בסיס המנסרה כפול גובהה.
נפח הגליל שווה ל- $x \cdot h$.

כעת נציב את הביטויים שקיבלנו בטורים, ונבדוק את היחס בין הטורים:

טור א	טור ב
$\frac{x \cdot \pi h}{3}$	$x \cdot h$

נכפול את שני הטורים ב-3, ונקבל:

טור א	**טור ב**
$x \cdot \pi h$	$3x \cdot h$

נחלק את שני הטורים ב-xh, ונקבל:

טור א	**טור ב**
π	3

מכיוון ש-π גדול מ-3, הביטוי בטור א' גדול מטור ב'.

תשובה (1).

---

16. השאלה:

	טור א	טור ב	מידע נוסף
16. השאלה:	p	5	p הוא מספר ראשוני. **רק אחד** מן המספרים 28, 30, 35 מתחלק ב-p.

דרך א': בדיקה ידנית

מידע נוסף: נתון כי **רק אחד** מן המספרים 28, 30, 35 מתחלק ב-p. מכיוון שנתבקשנו למצוא את היחס בין p ל-5, נבדוק האם p יכול להיות 5.

מכיוון שמבין המספרים 28, 30 ו-35 שני מספרים (30 ו-35) מתחלקים ב-5, הרי שלא יתכן כי p שווה ל-5.

נבדוק האם p יכול להיות מספר ראשוני הקטן מ-5, כלומר 2 או 3.

מבין המספרים 28, 30 ו-35, שני מספרים (28 ו-30) מתחלקים ב-2, ומכאן שלא יתכן כי p שווה ל-2.

מבין המספרים 28, 30 ו-35, מספר אחד בלבד (30) מתחלק ב-3, ומכאן שיתכן כי p שווה ל-3.

מצאנו כי p יכול להיות קטן מ-5 ועל מנת לבדוק שהתשובה אינה (4), עלינו לבדוק כי p אינו יכול להיות מספר ראשוני הגדול מ-5.

המספרים הראשוניים הגדולים מ-5 הם: 7, 11, 13, 17

אם נבדוק נמצא כי שני מספרים (28 ו-35) מתחלקים ב-7 וכי המספרים הנתונים אינם מתחלקים במספרים ראשוניים נוספים, ולפיכך טור ב' בהכרח גדול מטור א'.

דרך ב': פירוק לגורמים ראשוניים.

הגורמים הראשוניים המרכיבים את המספר 28 הם: $2 \cdot 2 \cdot 7$.

הגורמים הראשוניים המרכיבים את המספר 30 הם: $2 \cdot 3 \cdot 5$.

הגורמים הראשוניים המרכיבים את המספר 35 הם: $5 \cdot 7$.

על מנת למצוא מיהו p עלינו למצוא מיהו הגורם הראשוני המופיע רק באחד מהמספרים.

מכיוון שהגורם הראשוני היחיד המופיע רק באחד מהמספרים הוא 3, p שווה בהכרח ל-3.

תשובה (2).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
17. השאלה:	0	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d \cdot e}$	a, b, c, d ו-e הם מספרים שונים מ-0. שניים מהם חיוביים והשאר שליליים.

מידע נוסף: נתון כי שניים מהמספרים חיוביים והשאר, כלומר שלושה מהם שליליים.
על מנת להשוות בין הביטוי בטור ב' ל-0, עלינו לקבוע האם הביטוי חיובי או שלילי.
נבדוק מהם המצבים האפשריים:
א. שלושת המשתנים השליליים נמצאים במכנה.
אם שלושת המשתנים במכנה יהיו שליליים הרי שמכיוון שמכפלת שלושה מספרים שליליים היא שלילית, הרי שמכנה הביטוי יהיה שלילי ומונה הביטוי, שכל איבריו חיוביים, יהיה חיובי.
במצב כזה הביטוי יהיה שלילי.
ב. שניים מהמשתנים השליליים נמצאים במכנה.
אם שניים מהמשתנים במכנה יהיו שליליים הרי שמכיוון שמכפלת שני מספרים שליליים היא חיובית, הרי שמכנה הביטוי יהיה חיובי ומונה הביטוי, שאחד מאיבריו שלילי והאחר חיובי, יהיה שלילי.
במצב כזה הביטוי יהיה שלילי.
ג. אחד מהמשתנים השליליים נמצא במכנה.
אם אחד מהמשתנים במכנה יהיה שלילי הרי שמכיוון שמכפלה שמספר השליליים בה הוא אי-זוגי, תהיה שלילית, הרי שמכנה הביטוי יהיה שלילי ומונה הביטוי, ששני איבריו שליליים, תהיה חיובית.
במצב כזה הביטוי יהיה שלילי.
מכיוון שמצאנו כי בכל המצבים האפשריים הביטוי הוא שלילי, הרי שטור א' בהכרח גדול מטור ב'.

תשובה (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
18. השאלה:	8	מספר המשתתפים במסיבה ששתו מיץ, אכלו עוגה **ולא** רקדו	בנוגע למשתתפים במסיבה נתון: 20 משתתפים שתו מיץ. 30 משתתפים אכלו עוגה. 12 משתתפים שתו מיץ, אכלו עוגה ורקדו.

מידע נוסף: ידוע כי 20 משתתפים במסיבה שתו מיץ, 30 משתתפים אכלו עוגה וכי 12 משתתפים גם שתו מית גם אכלו עוגה וגם רקדו.
מבין 20 האנשים ששתו מיץ ישנם בוודאות 12 שאכלו עוגה (וגם רקדו), כלומר יש 8 אנשים $(=20-12)$ שידוע שלא אכלו עוגה וגם רקדו. לגבי 8 האנשים הללו יתכנו מספר אפשרויות:
יתכן שאף אחד מהם לא אכל עוגה וגם לא רקד. במקרה כזה הביטוי בטור ב' שווה ל-0 וטור א' גדול מטור ב'.
יתכן שכולם אכלו עוגה אבל אף אחד מהם לא רקד. במקרה כזה הביטוי בטור ב' שווה ל-8 והביטויים בשני הטורים שווים.

לסיכום: המידע הנתון אינו מספיק על מנת לקבוע את יחס הגדלים בין הטורים.

תשובה (4).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
19. השאלה:	שטח המלבן AEFD	$\frac{\text{שטח הטרפז ABCD}}{2}$	ABCD הוא טרפז (AD‖BC)

מידע נוסף: לא נתון דבר לגבי גודלם של שני המשולשים ABE ו-DFC. לפיכך יתכן מצב בו נמתח את שני המשולשים כך ששטח הטרפז יהיה כל כך גדול שגם מחצית משטחו תהיה גדולה משטח המלבן ויתכן מצב שבו גודלם של שני המשולשים הוא כה קטן/זניח עד ששטח הטרפז יהיה גדול רק במעט משטח המלבן ומחצית משטח הטרפז תהיה קטנה משטח המלבן.

תשובה (4).

שאלות ובעיות (שאלות 20-25)

20. השאלה: נתון: $0 < x$

$$\frac{1}{3} < \frac{x}{x+1} < \frac{2}{3}$$

מה התחום המדויק שבו x יכול להימצא?

פיתרון: נפצל את אי השוויון הנתון לשני אי-שוויונים:

I: $\frac{x}{x+1} < \frac{2}{3}$. נכפול את שני האגפים של המשוואה בביטוי החיובי $3(x+1)$, ונקבל: $3x < 2\cdot(x+1)$ ⇦ $3x < 2x+2$, נחסר משני האגפים 2x, ונקבל: $x < 2$. כבר בשלב זה ניתן לסמן את תשובה (2) אולם על מנת להשלים את ההסבר נפתור גם את אי השוויון השני.

II: $\frac{1}{3} < \frac{x}{x+1}$. נכפול את שני האגפים של המשוואה בביטוי החיובי $3(x+1)$, ונקבל: $x+1 < 3x$, נחסר x משני האגפים, ונקבל: $1 < 2x$, נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $\frac{1}{2} < x$.

תשובה (2).

---

21. השאלה: בסרטוט שלפניכם שני ריבועים שיש להם צלע משותפת.

$$\frac{AC}{AB} = ?$$

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית.

נסמן את צלע הריבועים ב-1.

AB הוא אלכסון בריבוע, ולכן אורכו גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך צלע הריבוע, כלומר שווה ל- $\sqrt{2}$.

AC הוא אלכסון במשולש ישר זווית אשר אורך אחד מניצביו שווה ל-1 ואורך הניצב השני הוא 2.

באמצעות משפט פיתגורס נמצא כי אורכו של AC שווה ל- $\sqrt{5}$ $\left(1^2+2^2=AC^2\right)$.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

תשובה (4).

---

22. **השאלה**: ממוצע מספר הבולים של גלעד ונגה גדול ב-8 מממוצע מספר הבולים של גלעד וראובן.

מספר הבולים של נגה גדול ______ ממספר הבולים של ראובן.

פיתרון: **דרך א'**: אלגברה

ממוצע הבולים של גלעד ונגה הוא: $\frac{\text{גלעד}+\text{נגה}}{2}$

ממוצע הבולים של גלעד וראובן הוא: $\frac{\text{גלעד}+\text{ראובן}}{2}$

מכיוון שנתון כי ממוצע מספר הבולים של גלעד ונגה גדול ב-8 מממוצע מספר הבולים של גלעד וראובן:

$$\frac{\text{גלעד}+\text{נגה}}{2}=\frac{\text{גלעד}+\text{ראובן}}{2}+8$$

נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $\text{גלעד}+\text{נגה}=\text{גלעד}+\text{ראובן}+16$, נחסר את גלעד משני האגפים, ונקבל: $\text{נגה}=\text{ראובן}+16$.

תשובה (1).

---

23. **השאלה**: לכל שני מספרים שלמים a ו-b השונים מ-0, הוגדרה הפעולה $\$(a,b)$ כך:

$$\$(a,b)=\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$$

$$\$(-1,3)=?$$

פיתרון: $\$(-1,3)=\frac{-1}{3}-\frac{3}{-1}=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{3}{1}\right)=-\frac{1}{3}+3=2\frac{2}{3}$.

כעת עלינו לבדוק ערכה של מי מהתשובות שווה ל- $2\frac{2}{3}$.

<u>תשובה (1)</u>: $\$(3,1)$. $\$(3,1)=\frac{3}{1}-\frac{1}{3}=3-\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$

מכיוון שמצאנו תשובה שערכה שווה לערך הביטוי אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

---

24. **השאלה**: הקוד הסודי של כספת מסוימת הוא בן 4 ספרות. הספרה הראשונה היא 5, וכל אחת מהספרות הבאות **גדולה** מהספרה הקודמת לה.

כמה אפשרויות שונות ייתכנו עבור הקוד הסודי של כספת זו?

פיתרון: מכיוון שהמספרים בתשובות קטנים יחסית נפתור את השאלה על ידי ספירה ידנית של האפשרויות הקיימות, כאשר על פי הכללים עלינו להתחיל תמיד בספרה 5 ובכל פעם ננסה לבדוק מהספרה הקטנה ביותר ועד לגדולה מהן האפשרויות הקיימות.
האפשרויות הקיימות לקוד הן: 5678; 5679; 5689; 5789.

תשובה (4).

.25 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם: ABCD הוא טרפז ($AD \parallel BC$),
הנקודה O היא מרכז המעגל החסום בטרפז,
E ו-F הן נקודות ההשקה של CD ו-CB עם המעגל, בהתאמה.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה שטח הגזרה הכהה (בסמ"ר)?

פיתרון: על מנת למצוא את שטח הגזרה הכהה עלינו למצוא את גודל הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה. נתון כי ABCD הוא טרפז וכי אחת מזוויותיו שווה ל-$40°$.
סכום זוויות על אותה שוק בטרפז שווה ל-$180°$ ולפיכך זווית ECF שווה ל-$140°$ $(= 180° - 40°)$.
נתבונן במרובע OECF. CD ו-CB משיקים למעגל, מכיוון שרדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית של $90°$ עם המשיק, הרי שזוויות OEC ו-CFO שוות ל- 90.
סכום זוויות פנימיות במרובע שווה ל-$360°$, מכיוון שמצאנו 3 מזוויותיו הפנימיות של המרובע: $90°$, $90°$ ו-$140°$, הרי שניתן לחשב ולמצוא כי הזווית EOF שווה ל-$40°$ $(= 360° - 90° - 90° - 140°)$.
אם הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה שווה ל-$40°$, הרי שהגזרה מהווה $\frac{1}{9}$ מהמעגל $\left(= \frac{40°}{360°}\right)$.
שטח מעגל שרדיוסו שווה ל-3 ס"מ הוא 9π $(= 3^2\pi)$ ושטח הגזרה שווה ל-π $\left(= \frac{1}{9} \cdot 9\pi\right)$.

תשובה (2).
