מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(1)	(4)	(4)	(2)	(1)	(4)	(1)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(4)	(3)	(1)	(4)	(2)	(4)	(2)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(1)	(3)	(1)	(2)	(3)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-5)

1. **השאלה**: במחשבון מסוים אפשר לבצע את הפעולות הבאות בלבד:
להכפיל כל מספר נתון ב-2 או ב-3.

לאיזה מהמספרים הבאים **אי-אפשר** להגיע על ידי סדרת פעולות במחשבון זה,
אם מתחילים מהמספר 5?

פיתרון: הצבת תשובות.

תשובה (1): 15. אם נכפול את המספר 5 ממנו אנו מתחילים ב-3 נקבל את התוצאה 15 $(=5\cdot3)$, ומכאן ש**ניתן** להגיע לתוצאה 15.

תשובה (2): 20. אם נכפול את המספר 5 ב-2 פעמיים נקבל את התוצאה 20 $(=5\cdot2\cdot2)$, ומכאן ש**ניתן** להגיע לתוצאה 20.

תשובה (3): 25. על מנת להגיע לתוצאה 25 יש לכפול את המספר 5 ב-5, מכיוון שניתן לכפול את המספר 5 רק ב-2 או ב-3, הרי **שלא ניתן** להגיע לתוצאה של 25. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

2. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם קוטר המעגל הקטן הוא רדיוס המעגל הגדול, ואורכו 2 ס״מ.

מה גודל השטח הכהה (בסמ״ר)?

פיתרון: גודל השטח הכהה שבסרטוט שווה לשטח המעגל הגדול פחות שטח המעגל הקטן.
אורכו של רדיוס המעגל הגדול הוא 2 ס״מ ומכאן ששטח המעגל הגדול הוא 4π סמ״ר $(=2^2\pi)$.
רדיוס המעגל הגדול הוא קוטר המעגל הקטן, כלומר אורכו של קוטר המעגל הקטן הוא 2 ס״מ ואורך רדיוסו של המעגל הקטן הוא 1 ס״מ, ומכאן ששטחו של המעגל הקטן הוא π סמ״ר $(=1^2\pi)$.
גודל השטח הכהה הוא 3π סמ״ר $(=4\pi-\pi)$.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: אם נוסיף ל-x את המספר 4, נקבל מספר הגדול פי 2 מהמספר שנקבל אם נוסיף ל-x את המספר (‎-3).

$x = ?$

פיתרון: דרך א׳: בניית משוואה.

$x+4=2\cdot(x+(-3)) \Leftarrow x+4=2\cdot(x-3) \Leftarrow x+4=2x-6$

נחסר x משני האגפים, ונקבל: $4 = x - 6$

נוסיף 6 לשני האגפים, ונקבל: $10 = x$

דרך ב׳: הצבת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 10. כאשר מוסיפים ל-10 את המספר 4 מתקבלת התוצאה 14 $(10+4=)$. כאשר מוסיפים ל-10 את המספר (-3) מקבלים את התוצאה 7. מכיוון ש-14 גדול פי 2 מ-7, זו התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: נתון כי שטחו של משולש א׳ שווה לשטחו של משולש ב׳.

איזו מהטענות הבאות נובעת מכך **בהכרח**?

פיתרון: שטח משולש שווה למכפלת צלע המשולש בגובה המשולש.
כאשר שטחי המשולשים שווים, צלעותיהם אינן בהכרח שוות זו לזו.
כך לדוגמה יתכן כי שני המשולשים הם ישרי זווית. אורך ניצביו של המשולש האחד הם 6 ו-8 ואורך היתר 10 ס״מ. שטחו של המשולש שווה ל-24 סמ״ר $\left(=\frac{6\cdot 8}{2}\right)$.

אורך ניצבי המשולש השני הם 4 ו-12 ואורך היתר שלו $\sqrt{160}$ $\left(=\sqrt{144+16}=\sqrt{12^2+4^2}\right)$ ושטחו אף הוא 12 סמ״ר.

היקפי המשולשים אינם שווים. אף אחת מצלעות משולש א׳ רינה שווה לצלעו של משולש ב׳ והמשולשים אינם דומים זה לזה, כלומר זוויותיהם אינן שוות.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: אבישי נסע x שעות במהירות קבועה של x קמ״ש, ואחר כך הוא נסע עוד y שעות במהירות קבועה של y קמ״ש.

מה המרחק שעבר אבישי בסך הכול (בק״מ)?

פיתרון: המרחק שעבר אבישי מתחלק לשני חלקים. בחלק הראשון של הדרך נסע x שעות במהירות x קמ״ש, כלומר עבר מרחק של x^2 ק״מ $(x\cdot x=)$, בחלק השני של הדרך נסע y שעות במהירות y קמ״ש, כלומר עבר מרחק של y^2 ק״מ $(y\cdot y=)$.

סך הכול המרחק הכולל שעבר אבישי הוא: x^2+y^2.

תשובה (4).

שאלות הסקה מתרשים (שאלות 9-6)

6. **השאלה**: בסיומו של איזה יום חנתה משלחת ב׳, בפעם הראשונה, **גבוה** ממשלחת א׳?

פיתרון: על מנת לענות על השאלה, עלינו למצוא מתי לראשונה הוקם המחנה של משלחת ב׳ (המסומן בנקודה) במקום גבוה מהמחנה של משלחת א׳ (המסומן ב-X).
היום הראשון שבו הנקודה ממוקמת מעל ה-X הוא היום השישי.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: בכמה לילות הקימו שתי המשלחות מחנה באותו גובה?

פיתרון: הימים שבהם שתי המשלחות הקימו מחנה באותו גובה הם הימים בהם סימן הנקודה וסימן ה-X מתלכדים. יש יום אחד בלבד שבו זה קורה - היום הרביעי.

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: באיזה מטווחי הגבהים הבאים (במטרים) טיפסו שתי המשלחות בתוך ערפל?

פיתרון: עלינו למצוא מתי יש חפיפה בין השטחים האפורים המציינים את הגבהים בהן המשלחות עבור בערפל. התחום היחיד שבו קיימת חפיפה כזו הוא בין גובה 7,700 ל-7,750 מטר.

תשובה (4).

---

9. **השאלה**: כמה מטרים בסך הכול טיפסה משלחת ב׳ ביומיים הראשונים?

פיתרון: משלחת ב׳ התחילה את הטיפוס בגובה 6,000 מטר ובתום יומיים הקימה מחנה בגובה 6,600 מטר. מכאן שביומיים הראשונים טיפסה המשלחת 600 מטר.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 13-10)

10. **השאלה**: נתון: $a^n \neq |a|^n$, n הוא מספר שלם.
מהנתון אפשר להסיק ש-

פיתרון: ממבט בתשובות ניתן לראות כי שתי תשובות מציעות כי a שלילי ושתי תשובות כי a חיובי.
בשל הערך המוחלט, האגף הימני של המשוואה יהיה תמיד חיובי, כאשר יהיה a חיובי גם האגף השמאלי של המשוואה יהיה חיובי, ולפיכך שני אגפי המשוואה יהיו שווים זה לזה. ניתן לפסול את תשובות (3) ו-(4).
כאשר a שלילי, הרי שאם החזקה זוגית האגף השמאלי של המשוואה יהיו בהכרח חיוביים, ולפיכך שווים זה, וכאשר החזקה תהיה אי-זוגית, הרי שהאגף השמאלי של המשוואה יהיה שלילי והימני בהכרח חיובי.

תשובה (2).

---

11. **השאלה**: במערכת צירים נתונה, הישר m מקביל לציר ה-x.
איזה מזוגות הנקודות הבאים יכול להיות זוג נקודות הנמצא על הישר m?

פיתרון: מכיוון שנתון כי הישר m מקביל לציר ה-x, הרי ששיעורי ה-y של כל זוג נקודות הנמצא על גבי הישר חייב להיות זהה. זוג הנקודות היחיד בו שיעורי ה-y של שתי הנקודות זהה הוא זוג הנקודות המצוין בתשובה (2).

תשובה (2).

---

12. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD ו-EFGH ריבועים.

נתון: $\sqrt{2} = \frac{\text{היקף הריבוע ABCD}}{\text{היקף הריבוע EFGH}}$

$= \frac{\text{צלע הריבוע ABCD}}{\text{צלע הריבוע EFGH}}$

פיתרון: מן הנתון כי יחס היקפי הריבועים שווה ל- $\sqrt{2}$ ניתן להסיק כי ה"יחס הקווי" בין שני הריבועים שווה ל- $\sqrt{2}$. מכאן שהיחס בין כל שני קווים מתאימים בשני הריבועים שווה ל- $\sqrt{2}$.

תשובה (3).

---

13. השאלה: a ו-b הם מספרים חיוביים **שונים**. $\frac{a}{b}$ הוא מספר שלם.

איזה מהאי-שוויונים הבאים נכון בהכרח?

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית. נציב לדוגמה $a = 2$ ו- $b = 1$. $a - b = 1$. תשובות (1) ו-(2) נפסלות.

$\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$. תשובה (3) נפסלת.

תשובה (4).

השוואות כמותיות (שאלות 14-19)

	טור א	טור ב	מידע נוסף
14. השאלה:	היחס בין מספר הכדורים השחורים לבין מספר הכדורים הלבנים בשק	היחס בין ההסתברות להוציא כדור שחור מהשק לבין ההסתברות להוציא כדור לבן מהשק	בשק יש כדורים משני צבעים: B כדורים שחורים ו-W כדורים לבנים. נתון: $0 < W < B$

טור א: היחס בין מספר הכדורים השחורים לבין מספר הכדורים הלבנים בשק. מכיוון שמספר הכדורים השחורים הוא B ומספר הכדורים הלבנים הוא W, הרי שהיחס בין השחורים ללבנים הוא: $\frac{B}{W}$.

טור ב: היחס בין ההסתברות להוציא כדור שחור מהשק לבין ההסתברות להוציא כדור לבן מהשק.

הסתברות שווה ל- $\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}$, כלומר למספר הכדורים הרצויים מתוך סך כל הכדורים.

ההסתברות להוצאת כדור שחור מהשק היא $\frac{B}{B+W}$.

ההסתברות להוצאת כדור לבן מהשק היא $\frac{W}{B+W}$.

היחס בין ההסתברות להוציא כדור שחור מהשק לבין ההסתברות להוציא כדור לבן מהשק היא:

$\frac{\frac{B}{B+W}}{\frac{W}{B+W}}$, נפשט את הביטוי ונקבל: $\frac{B}{B+W} \cdot \frac{B+W}{W} = \frac{B}{W}$

תשובה (3).

---

15. השאלה:

	טור א	טור ב	מידע נוסף
	היקף המשולש	היקף המשולש	

טור א: המשולש בטור א' הוא משולש ישר זווית ושווה-שוקיים אשר אורך ניצביו הוא a.
מכיוון שאורך היתר במשולש ישר זווית שווה שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך כל אחד מהניצבים, ולפיכך אורך היתר הוא $a\sqrt{2}$.
היקף המשולש הוא $2a + a\sqrt{2}$ $\left(a + a + a\sqrt{2} =\right)$.
טור ב: המשולש בטור ב הוא משולש שווה שוקיים אשר זווית הראש שלו שווה ל-$50°$.
סכום זוויות פנימיות במשולש הוא $180°$, ומכאן שגודלה של כל אחת מזוויות הבסיס שווה ל-$65°$ $\left(\frac{180° - 50°}{2} =\right)$.
במשולש מול זווית גדולה מונחת צלע גדולה, ומכאן שאורך שוקי המשולש השווה ל-a והנמצאות מול זווית בת $65°$ בהכרח גדול מאורך בסיס המשולש, כלומר בסיס המשולש בהכרח קטן מ-a.

מכיוון שהיקף המשולש בטור א' גדול מ-$3a$ והיקף המשולש בטור ב' קטן מ-$3a$, הביטוי בטור א' בהכרח גדול מן הביטוי בטור ב'.

תשובה (1).

---

16. השאלה:

	טור א	טור ב	מידע נוסף
	1	מספר המספרים האי-זוגיים מתוך המספרים הנתונים	נתונים 4 מספרים שלמים וחיוביים שסכומם הוא מספר אי-זוגי.

מידע נוסף: נתון כי סכומם של 4 מספרים שלמים הוא אי-זוגי, ומכאן שמספר המספרים האי-זוגיים הוא מספר אי-זוגי, כלומר 1 או 3.

במקרה שמספר המספרים האי-זוגיים הוא 1 טור ב שווה לטור א ובמקרה שמספר המספרים האי-זוגיים הוא 3 טור ב גדול מטור א.
לסיכום: לא ניתן לקבוע מה יחס הגדלים בין הביטויים.

תשובה (4).

---

17. השאלה:

	טור א	טור ב	מידע נוסף
	8 סמ"ק	נפח כל גליל קטן	גליל שרדיוס בסיסו 3 ס"מ וגובהו 5 ס"מ נחתך ל-15 גלילים קטנים בעלי נפח שווה.

מידע נוסף: נפח כל מנסרה ישרה שווה לשטח בסיסה כפול גובהה.
שטח בסיס הגליל הגדול הוא 9π סמ"ר $\left(3^2\pi =\right)$, וגובהה 5 ס"מ, ומכאן שנפח הגליל שווה ל-45π $\left(9\pi \cdot 5 =\right)$.
מכיוון שנתון כי הגליל הגדול נחתך ל-15 גלילים קטנים אשר נפחם שווה, הרי שנפח כל גליל קטן הוא 3π $\left(\frac{45\pi}{15} =\right)$.

טור ב	**טור א**
3π	8 סמ"ק

מכיוון ש-π גדול מ-3, הביטוי בטור ב גדול מטור א.

תשובה (2).

	טור א	**טור ב**	**מידע נוסף**
18. השאלה:	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{2a}$	$a \neq 0$; $b \neq 0$ $a < 2b$

מכיוון שעל פי המידע הנוסף $a < 2b$, אולם לא ידוע האם המשתנים חיובים או שליליים, ולכן נציב דוגמה מספרית. יתכן כי $a = 1$ ו- $b = 1$ ואז:

טור ב	**טור א**
$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{b} = \frac{1}{1} = 1$

הביטוי בטור א גדול מהביטוי בטור ב.

כעת נציב $a = -3$ ו-$b = -1$ $(-3 < -2)$, במקרה כזה:

טור ב	**טור א**
$\frac{1}{2a} = \frac{1}{2 \cdot -3 \cdot} = \frac{1}{-6}$	$\frac{1}{b} = \frac{1}{-1} = -1$

הביטוי בטור ב גדול מהביטוי בטור א.

תשובה (4).

	טור א	**טור ב**	**מידע נוסף**
19. השאלה:	אורך הצלע שמול הזווית הקהה	קוטר המעגל	נתון משולש קהה-זווית החסום במעגל.

מידע נוסף: נתחיל ממצב מוכר.
נתבונן במשולש ישר זווית החסום במעגל. מכיוון שזווית היקפית השווה ל-$90°$ נשענת על קוטר המעגל, הרי שהצלע במשולש שמול הזווית בת ה-$90°$, היתר, היא קוטר המעגל.
על מנת לחסום משולש קהה זווית, עלינו 'לפתוח' את ניצבי המשולש ישר-הזווית. אמנם איננו יודעים מה יהיה גודלה המדויק של הצלע שמול הזווית הקהה, אך מכיוון שהזווית ההיקפית הנשענת עליה שונה מ-$90°$, הרי שניתן לקבוע בוודאות כי צלע זו אינה קוטר המעגל.
קוטר המעגל הוא המיתר הארוך במעגל, אורכו של כל מיתר שאינו קוטר המעגל בהכרח קטן מקוטר המעגל.

תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 20-25)

.20 **השאלה**: עבור כל מספר x הוגדרו הפעולות הבאות:

$\$(x) = x + 2$

$\#(x) = x^2$

נתון: $\$(\#(a)) = \#(\$(a))$

$a = ?$

פיתרון: ראשית נעשה את הפעולות על הסוגריים הפנימיים $\$(x^2) = \#(x + 2)$, נבצע את הפעולות על הביטויים שקיבלנו בשני האגפים, ונקבל: $x^2 + 2 = (x + 2)^2$ נפתח את הסוגריים, ונקבל: $x^2 + 2 = x^2 + 4 + 4x$, נחסר x^2 משני האגפים, ונקבל: $2 = 4 + 4x$ נחסר 4 משני האגפים, ונקבל: $-2 = 4x \Leftarrow -\frac{1}{2} = x$.

תשובה (3).

.21 **השאלה**: 14 כבשים רעו בשדה א'. לפחות חצי מהן קפצו מעל גדר לשדה ב'.
מהכבשים שנשארו בשדה א', לפחות 3 הן שחורות.
מספר הכבשים השחורות שקפצו משדה א' לשדה ב' הוא בין ____ ל-_____.

פיתרון:
על פי השאלה עלינו לבדוק מה יכול להיות מספר הכבשים השחורות המקסימלי והמינימלי שעברו משדה א' לשדה ב'.
מקסימום: בשדה א' רעו 14 כבשים ולפחות מחצית מהן, כלומר לכל הפחות 7 עברו לשדה ב'.
אם לפחות 3 מהכבשים שנותרו בשדה א' הן שחורות, יתכן שהן הכבשים היחידות אשר נותרו בשדה א', כלומר, וש-11 הכבשים הנותרות עברו משדה א' לשדה ב' וכולן שחורות.
מינימום: יתכן כי 3 הכבשים השחורות אשר נותרו בשדה א' הן הכבשים השחורות היחידות אשר היו בעדר, וכי כל הכבשים אשר עברו משדה א' לשדה ב' הן כולן לבנות. במקרה כזה מספר הכבשים השחורות שעברו משדה א' לשדה ב' הן 0.

תשובה (1).

.22 **השאלה**: בשנת 1960 ירדו בממוצע 100 מ"מ גשם בחודש.
אם בששת החודשים ינואר-יוני 1960 ירדו 150 מ"מ גשם בחודש בממוצע, כמה מ"מ גשם לכל היותר ירדו בחודש דצמבר באותה שנה?

פיתרון: אם במהלך 12 החודשים של שנת 1960 ירדו בממוצע 100 מ"מ גשם לחודש, הרי שסך הכול ירדו במהלך שנת 1960, 1,200 מ"מ גשם $(12 \cdot 100 =)$.

במהלך ששת החודשים ינואר-יוני 1960 ירדו 150 מ"מ גשם, הרי שבמהלך חודשים אלו ירדו 900 מ"מ גשם $(6 \cdot 150 =)$, כלומר, במהלך החודשים יולי עד דצמבר ירדו סך הכול 300 מ"מ גשם $(1{,}200 - 900 =)$.

הכמות הגדולה ביותר של משקעים בחודש דצמבר תרד אם כל המשקעים שירדו במהלך ששת החודשים האחרונים של השנה תרד בחודש דצמבר, כלומר הכמות הגדולה ביותר של גשם האפשרית בחודש דצמבר היא 300 מ"מ גשם.

תשובה (3).

.23 **השאלה**: x הוא מספר חיובי. ל-x בדיוק שלושה מחלקים שונים (כולל 1 ו-x עצמו).
$\sqrt{x}$ הוא בהכרח מספר -

פיתרון: הצבת דוגמה מספרית. נציב לדוגמה $x = 9$, ל-9 שלושה מחלקים שונים: 3,1 ו-9.
$\sqrt{9} = 3$. מכיוון ש-3 הוא מספר שלם ואינו מספר זוגי, ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4).
כעת נציב דוגמה נוספת, למשל $x = 4$, ל-4 שלושה מחלקים שונים: 2,1 ו-4.
$\sqrt{4} = 2$, מכיוון ש-2 אינו מתחלק ב-3, ניתן לפסול את תשובה (3).

תשובה (1).

.24 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע. CE חוצה את הזווית $\angle ACD$ ו-CF חוצה את הזווית $\angle ACB$.

$$\frac{AE}{AG} = ?$$

פיתרון: נתבונן באלכסון AC.
האלכסון AC חוצה את הריבוע לשני משולשים ישרי זווית ושווי-שוקיים, כלומר זוויות DAC ו-BAC שוות ל-$45°$.
משולשים ACD ו-ACB הם משולשים ישר-זווית ושווי-שוקיים אשר בשניהם יוצא חוצה זווית מקודקוד C. משיקולי פרופורציה $CE = CF$, ומכאן ש: $DE = BF$ ו- $AE = AF$.
נתבונן במשולש FAE: משולש FAE הוא משולש ישר זווית $(\angle FAE = 90°)$ ושווה-שוקיים $(AE = AF)$, כלומר זווית AEG שווה ל-$45°$.
AC הוא אלכסון הריבוע, ולפיכך חוצה את הזווית הפנימית בריבוע, ולפיכך משולש AGE הוא משולש ישר זווית ושווה-שוקיים $(AG = GE)$. במשולש ישר זווית ושווה-שוקיים אורכו של היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים.

תשובה (2).

.25 **השאלה**: $\left(\frac{3^7 - 3^6}{2}\right)^2 = ?$

פיתרון: מכיוון שהביטוי שבתוך הסוגריים הוא גורם מורכב, נוציא גורם משותף במונה, ונקבל:
$\left(\frac{3^6(3-1)}{2}\right)^2 = \left(\frac{3^7 - 3^6}{2}\right)^2$. נפשט את הביטוי שקיבלנו, ונקבל: $3^{12} = 3^{6\cdot 2} = \left(3^6\right)^2 = \left(\frac{3^6 \cdot 2}{2}\right)^2$.

תשובה (3).
