

**מפתח תשובות נכונות**

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(2)	(3)	(4)	(2)	(2)	(4)	(3)	(3)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(4)	(3)	(2)	(4)	(3)	(3)	(4)	(1)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(1)	(1)	(1)	(1)	(2)

**הסברים**

**השוואות כמותיות (שאלות 1-6)**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
ABC הוא משולש שווה שוקיים. (AB = AC).	60°	α	1. השאלה:

נסמן את נקודת החיתוך בין האנך אשר הורידו מנקודה B לצלע AC ב-D. נתבונן במשולש ישר הזווית, משולש BDC, מכיוון שסכום זוויות במשולש הוא 180°, הרי שזווית ACB שווה ל-60° (= 180° - 90° - 30°). משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים (AB = AC). זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים בהכרח שוות, ומכאן שזווית ABC שווה אף היא ל-60°. נתבונן במשולש ABC. סכום זוויות במשולש שווה ל-180°, ומכאן שזווית α שווה ל-60°.

**תשובה (3).**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
מפעל מכוניות מייצר בין 200 ל-300 מכוניות בחודש.	6	מספר החודשים הדרושים למפעל כדי לייצר 1,000 מכוניות.	2. השאלה:

מכיוון שעל פי המידע הנוסף למפעל קצב יצור מינימלי ומקסימלי, נבדוק מה מספר החודשים המינימלי הדרוש ליצור 1,000 מכוניות ומה מספר החודשים המקסימלי. **מקסימום**: אם המפעל ייצר בקצב האיטי ביותר, כלומר 200 מכוניות בחודש, הרי שייצור 1,000 המכוניות יסתיים בתוך 5 חודשים (=  $\frac{1,000}{200}$ ). בשלב זה הביטוי בטור א קטן מן הביטוי בטור ב. ברור כי אם מספר החודשים המקסימלי לייצור 1,000 מכוניות קטן מ-6, הרי שאין צורך לחשב מהו מספר החודשים המינימלי לייצורן, שכן בהכרח מספר זה יהיה אף הוא קטן מ-6.

**תשובה (2).**

פברואר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מידע נוסף	טור ב	טור א	
הנקודה O היא מרכז המעגל.	$\frac{\text{השטח מקווקו}}{2}$	השטח הכהה	3. השאלה:

**מידע נוסף:** שטחן של גזרות במעגל נקבע הזוויות המרכזיות היוצרות את אותן גזרות. מכיוון שהשטחים אליהם מתייחסת השאלה הן שטחי גזרות במעגל, נמצא את הזוויות המרכזיות היוצרות את אותן גזרות. נתבונן במשולש המקווקו אשר זווית הראש שלו היא זווית מרכזית במעגל ואחת מזוויות הבסיס שלו שווה ל- $30^\circ$ . המשולש האמור הוא משולש שווה-שוקיים שכן שתי שוקיו הן רדיוסים במעגל, ומכאן ששתי זוויות הבסיס שלו שוות ל- $30^\circ$  וזווית הראש שלו שווה ל- $120^\circ (= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ)$ . הזווית המרכזית המגדירה את השטח המקווקו שווה ל- $120^\circ$ . מכיוון שהזווית המרכזית של הגזרה הכהה משלימה אותה ל- $180^\circ$ , הזווית המרכזית המגדירה את השטח הכהה שווה ל- $60^\circ$ .

<u>טור א</u>	<u>טור ב</u>
$60^\circ$	$\frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

תשובה (3).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
$a + b = 20$ $a + c = 15$	b	a	4. השאלה:

במידע הנוסף נתונות שתי משוואות ובהן 3 נעלמים, מכיוון שלא ניתן לפתור במצב כזה את המשוואות נציב דוגמה מספרית. נציב לדוגמה  $a = 10$ ;  $b = 10$  ו- $c = 5$ , ונקבל כי הטורים שווים זה לזה. כעת נציב לדוגמה  $a = 11$ ;  $b = 9$  ו- $c = 6$ , ונקבל שטור א גדול מטור ב'. מכיוון שקיבלנו שתי תוצאות שונות, לא ניתן לקבוע מה יחס הגדלים בין הטורים.

תשובה (4).

מידע נוסף	טור ב	טור א	
$x + 1 <  x $	0	x	5. השאלה:

השאלה מבקשת להשוות בין x ל-0. נבדוק באמצעות הצבת דוגמה מספרית מה גודלו של x. נציב  $x = 0$ , ונקבל:  $0 + 1 < |0|$ , מכיוון ש-1 אינו קטן מ-0, x אינו שווה ל-0. כעת נבדוק האם יתכן ש- $0 < x$ , נציב  $x = 1$ , ונקבל:  $1 + 1 < |1|$ , מכיוון ש-2 אינו קטן מ-1, x אינו גדול מ-0, ומכאן ש- $x < 0$ .

תשובה (2).

**פברואר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית**

מידע נוסף	טור ב	טור א	
	היקף הצורה החיצונית	היקף הצורה הפנימית	6. השאלה:

במידע הנוסף מסורטטים שני משושים כך שקודקודי המשושה הפנימי מונחים על צלעות המשושה החיצוני. על מנת להשוות בין היקפי שני המשושים, נתבונן ביחסי הגדלים המתקיימים בין צלע המשושה הפנימי לצלע המשושה החיצוני.

כל צלע במשושה הפנימי יוצרת משולש עם שני חלקי צלעות של המשושה החיצוני. בכל אחד מששת המשולשים שנוצרו, אורכה של צלע המשושה הפנימי קטן מסכום שתי הצלעות הנותרות ומכאן שאורך כל צלע במשושה הפנימי קטן יותר מסכום שני חלקי הצלע של המשושה החיצוני. בסך הכול אם נתבונן בכל ששת המשולשים סכום צלעותיו של המשושה החיצוני, המהוות את היקף המשושה החיצוני גדול מסכום צלעותיו של המשושה הפנימי, כלומר מהיקף המשושה הפנימי.

**תשובה (2).**

**שאלות ובעיות (שאלות 7-11)**

7. **השאלה:** A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

$$\frac{AB}{B9} \text{ נתון: } \times \frac{B}{B9}$$

$$A + B = ?$$

**פיתרון:** על מנת למצוא את סכומן של A ו-B ננסה להציב מספרים שיקיימו את הנתון. ספרת האחדות של התוצאה (9) היא תוצאת המכפלה של הספרה B בעצמה. מכאן ש-B עשויה לייצג את הספרה 3. על פי הצבה זו, תוצאת המכפלה של המספר A3 ב-3 היא 39, ולפיכך הספרה A בהכרח מייצגת את הספרה 1. כאשר  $A = 1$  ו- $B = 3$ , סכומן של הספרות A ו-B הוא:

$$A + B = 1 + 3 = 4$$

**תשובה (4).**

8. **השאלה:** פועלים קוטפים תפוזים בקצב שווה וקבוע.

נסמן:  $x =$  מספר התפוזים ש-5 פועלים קוטפים בשעה.

$y =$  מספר התפוזים ש-3 פועלים קוטפים בשעה.

$$\text{נתון: } x = y + 60$$

כמה תפוזים קוטף פועל אחד בשעה?

**פיתרון:** על פי המשוואה  $x$  גדול מ- $y$  ב-60, ומכאן ש-5 פועלים קוטפים במהלך שעה 60 תפוזים יותר ממספר התפוזים שקוטפים 3 פועלים באותה שעה.

כלומר, 2 הפועלים הנוספים גרמו לגידול של 60 תפוזים בתוצרת או במילים אחרות ניתן להסיק, כי 2 פועלים קוטפים 60 תפוזים בשעה.

אם 2 פועלים קוטפים 60 תפוזים בשעה, הרי שפועל אחד קוטף בשעה רק חצי מן הכמות, כלומר פועל אחד קוטף 30 תפוזים בשעה.

**תשובה (3).**

9. השאלה:  $\alpha + \beta = ?$

**פיתרון:** הזווית  $\beta$  צמודה לזווית בת  $100^\circ$  ומשלימה אותה ל- $180^\circ$ . מכאן,  $\beta = 80^\circ$ . הזווית  $\beta$  מורכבת משתי זוויות: זווית  $\alpha$  וזווית בת  $55^\circ$ , ומכאן ש- $\beta = \alpha + 55^\circ$ , נחסר  $55^\circ$  משני האגפים, ונקבל:  
 $\alpha + \beta = 25^\circ + 80^\circ = 105^\circ$  ;  $\alpha = 25^\circ$

**תשובה (3).**

10. השאלה: נתון:  $2y < x < -2y$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

**פיתרון:** מן הנתון נובעים מספר אי-שוויונים. כל התשובות מתייחסות ל- $y$ , ומכאן שעלינו לבדוק מה אנו יכולים להסיק מאי-השוויון לגבי  $y$ . המידע שאנו יכולים להסיק לגבי  $y$  הוא כי:  $2y < -2y$ .  
 נחבר  $2y$  לשני האגפים ונקבל:  $4y < 0$ . נחלק את שני האגפים ב-4 ונקבל:  $y < 0$ .

**תשובה (1).**

11. השאלה: O הוא מרכז מעגל שרדיוסו 2 ס"מ. AB משיק למעגל. שטח המשולש AOB הוא 3 סמ"ר.

מה אורך הקטע AB (בס"מ)?

**פיתרון:** הקטע AB הוא צלע במשולש ששטחו 3 סמ"ר, ולכן נשאף לבנות משוואת שטח משולש על מנת לחץ ממנה את אורך הצלע. שטח המשולש שווה למכפלת הצלע AB בגובה לצלע זו.  
 נוריד רדיוס ממרכז המעגל לנקודת ההשקה. מכיוון שרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, הרי שהרדיוס מהווה גובה לצלע AB.

$$\frac{R \cdot AB}{2} = 3 \quad \text{AOB שטח המשולש}$$

$$AB = 3 \Leftrightarrow \frac{12 \cdot AB}{21} = 3 \quad \text{ומכאן: } AB = 3$$

**תשובה (3).**

## הסקה מתרשים (שאלות 12-15)

12. השאלה: בין אלו שני כיוונים ההפרש בעוצמת הרוח הממוצעת הוא הגדול ביותר?

**פיתרון:**

**תשובה (1):** צפון ודרום.

עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון דרום היא 15 קמ"ש ועוצמת הרוח הממוצעת מכיוון צפון היא 10 קמ"ש. ההפרש בעוצמת הרוח בין שני הכיוונים הוא 5 קמ"ש.

**תשובה (2):** מזרח ומערב.

עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון מזרח היא 35 קמ"ש ועוצמת הרוח הממוצעת מכיוון מערב היא גם 35 קמ"ש. ההפרש בעוצמת הרוח בין שני הכיוונים הוא 0 קמ"ש.

**תשובה (3):** צפון-מזרח ודרום-מערב.

עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון צפון-מזרח היא 5 קמ"ש ועוצמת הרוח הממוצעת מכיוון דרום-מערב היא 30 קמ"ש. ההפרש בעוצמת הרוח בין שני הכיוונים הוא 25 קמ"ש.

**תשובה (4):** צפון-מערב ודרום-מזרח.

עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון צפון-מערב היא 60 קמ"ש ועוצמת הרוח הממוצעת מכיוון דרום-מזרח היא 30 קמ"ש. ההפרש בעוצמת הרוח בין שני הכיוונים הוא 30 קמ"ש.

**תשובה (4).**

13. **השאלה:** ידוע שעוצמת הרוח בזמן נתון יכולה להיות בין מחצית לבין כפליים העוצמה הממוצעת. איזו מהטענות הבאות אינה נכונה?

**פיתרון:**

**תשובה (1):** עוצמת הרוח מכיוון צפון-מערב יכולה להיות 85 קמ"ש. עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון צפון-מערב היא 60 קמ"ש. נתון כי עוצמת הרוח בזמן נתון יכולה להיות גבוהה עד פי 2 מהעוצמה הממוצעת, כלומר עוצמת הרוח מכיוון צפון-מערב יכולה להיות עד 120 קמ"ש. מכאן, נכון לטעון שעוצמת הרוח מכיוון זה יכולה להיות 85 קמ"ש. התשובה נפסלת.

**תשובה (2):** עוצמת הרוח מכיוון דרום יכולה להיות 20 קמ"ש. עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון דרום היא 15 קמ"ש. עוצמת הרוח בזמן נתון יכולה להיות גבוהה עד פי 2 מהעוצמה הממוצעת, כלומר עוצמת הרוח מכיוון דרום יכולה להיות עד 30 קמ"ש. מכאן, נכון לטעון שעוצמת הרוח מכיוון זה יכולה להיות 20 קמ"ש. התשובה נפסלת.

**תשובה (3):** עוצמת הרוח מכיוון מזרח יכולה להיות 10 קמ"ש. עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון מזרח היא 35 קמ"ש. מכיוון שעוצמת הרוח בזמן נתון יכולה להיות נמוכה עד מחצית מערך זה, הרי שעוצמת הרוח מכיוון מזרח לא יכולה להיות נמוכה מ-17.5 קמ"ש, כלומר עוצמת הרוח מכיוון מזרח אינה יכולה להיות 10 קמ"ש. זוהי התשובה הנכונה.

**תשובה (4):** עוצמת הרוח מכיוון מערב יכולה להיות 20 קמ"ש. עוצמת הרוח הממוצעת מכיוון מערב היא 35 קמ"ש. עוצמת הרוח בזמן נתון יכולה להיות נמוכה עד מחצית מערך זה, כלומר עד 17.5 קמ"ש. מכאן, נכון לטעון שעוצמת הרוח מכיוון זה יכולה להיות 20 קמ"ש. התשובה נפסלת.

**תשובה (3).**

14. **השאלה:** באי גולו-גולו שכיחות הרוחות ה- \_\_\_\_\_ היא הגדולה ביותר.

**פיתרון:** נשווה תחילה בין הרוחות הצפוניות לרוחות הדרומיות. שכיחויות שלושת הרוחות הצפוניות (צפון: גבוהה, צפון-מזרח: נמוכה וצפון מערב: גבוהה מאוד) זהות לאלו של שלושת הרוחות הדרומיות (דרום: גבוהה, דרום-מזרח: נמוכה ודרום מערב: גבוהה מאוד). היות שאנו מחפשים את קבוצת הרוחות בעלת השכיחות הגדולה ביותר, ומצאנו כי לרוחות הצפוניות ולרוחות הדרומיות שכיחות זהה, הרי שניתן לפסול את שתי התשובות – תשובה (1) ותשובה (3).

נשווה כעת בין הרוחות המזרחיות לרוחות המערביות. שתיים מהרוחות המזרחיות מופיעות בשכיחות נמוכה (צפון-מזרח ודרום-מזרח) ורוח אחת מופיעה בשכיחות בינונית (מזרח). גם בקרב הרוחות המערביות יש רוח אחת בשכיחות בינונית (מערב), אך שתי הרוחות הנותרות (צפון-מערב ודרום-מערב) מופיעות בשכיחות גבוהה מאוד. מכאן, שכיחות הרוחות המערביות היא הגדולה ביותר.

**תשובה (2).**

15. **השאלה:** אילו לרוחות הדרומיות הייתה שכיחות שווה, מה היה הממוצע של עוצמות הרוחות הדרומיות (בקמ"ש)?

**פיתרון:** על מנת למצוא את העוצמה הממוצעת של שלוש הרוחות הדרומיות יחד, נמצא בתרשים את העוצמה הממוצעת עבור כל אחת מהרוחות הדרומיות: העוצמה הממוצעת של רוח מכיוון דרום-מזרח היא 30 קמ"ש, העוצמה הממוצעת של רוח מכיוון דרום היא 15 קמ"ש והעוצמה הממוצעת של רוח מכיוון דרום-מערב היא 30 קמ"ש. בהנחה ששכיחויות הרוחות שוות, כל שעלינו לעשות הוא לחשב את

$$\text{ממוצע שלושת העוצמות על פי נוסחת הממוצע: } \frac{30 + 15 + 30}{3} = \frac{75}{3} = 25$$

**תשובה (4).**

**שאלות ובעיות (שאלות 16-25)**

**16. השאלה:** בשפה מסוימת יש 4 אותיות שונות, וכל מילה מורכבת משתי אותיות (זהות או שונות) הנכתבות זו מעל זו.

כמה מילים שונות לכל היותר קיימות בשפה זו?

**פיתרון:** עלינו להרכיב צירופים שונים של שתי אותיות, כלומר עלינו לבצע שתי בחירות - אות עליונה ואות תחתונה. מספר האפשרויות הקיימות לבחירת האות העליונה הוא 4 (אותיות הקיימות בשפה). מספר האפשרויות הקיימות לבחירת האות השנייה הוא גם 4 (מותר לחזור על אות שכבר נעשה בה שימוש). מספר האפשרויות בסך הכול שווה למכפלת מספר האפשרויות בכל בחירה:  $4 \cdot 4 = 4^2$ .

**תשובה (3).**

**17. השאלה:**  $a, b$  ו- $c$  הם מספרים שלמים ועוקבים,  $a < b < c$ .

$$a^2 + c^2 = 4b$$

$$a + b + c = ?$$

**פיתרון:** על מנת למצוא את סכומם של שלושת המספרים עלינו לפשט את המשוואה הנתונה ולהסיק ממנה על ערכם של המספרים. לשם כך, נבטא את שלושת המספרים העוקבים באמצעות נעלם אחד - הנעלם  $a$ :  $b = a + 1$ ,  $c = a + 2$ . נציב את הביטויים במשוואה הנתונה:  $a^2 + (a + 2)^2 = 4(a + 1)$ . נפתח סוגריים באגף השמאלי על פי נוסחת הכפל המקוצר:  $a^2 + a^2 + 4a + 4 = 4(a + 1)$ . נבצע כינוס איברים דומים באגף השמאלי:  $2a^2 + 4a + 4 = 4(a + 1)$ . נפתח סוגריים באגף הימני:

$$2a^2 + 4a + 4 = 4a + 4$$

$$2a^2 = 0$$

$$a = 0$$

שמדובר בשלושה מספרים עוקבים, ניתן להסיק כי  $b = 1$ ,  $c = 2$ . לפיכך:  $a + b + c = 0 + 1 + 2 = 3$ .  
**דרך נוספת:** הצבת דוגמה מספרית.

ניתן להציב דוגמה מספרית ולבדוק אם היא מקיימת את המשוואה הנתונה.  $a, b$  ו- $c$  מייצגים מספרים עוקבים ולכן נציב  $a = 1$ ,  $b = 2$  ו- $c = 3$ . במקרה זה, סכום המספרים הוא:  $a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$ . כפי שרשום בתשובה (1). נציב את המספרים במשוואה הנתונה על מנת לבדוק אם היא מתקיימת:

$$a^2 + c^2 = 4b \rightarrow 1^2 + 3^2 = 4 \cdot 2 \rightarrow 1 + 9 = 8 \rightarrow 10 = 8$$

המשוואה הנתונה ולכן תשובה (1) נפסלת. יתר הסכומים שבתשובות קטנים מ-6 ולכן נציב מספרים קטנים יותר:  $a = 0$ ,  $b = 1$  ו- $c = 2$ . במקרה זה, סכום המספרים הוא:  $a + b + c = 0 + 1 + 2 = 3$ . כפי שרשום בתשובה (3). נציב את המספרים במשוואה:

$$a^2 + c^2 = 4b \rightarrow 0^2 + 2^2 = 4 \cdot 1 \rightarrow 0 + 4 = 4 \rightarrow 4 = 4$$

המשוואה ומכאן שתשובה (3) נכונה.

**תשובה (3).**

**18. השאלה:**  $\angle BAC = ?$

**פיתרון:** עלינו למצוא את גודלה של זווית המתקבלת בין מקצוע בתיבה לבין אלכסון על פאה סמוכה. היות שהזווית בין שתי הפאות הסמוכות היא זווית ישרה, כך גם הזווית הנוצרת בין שני הקטעים  $AB$  ו- $AC$ , המסורטטים על פאות אלו, הינה זווית ישרה. קל יהיה לראות זאת אם נסרטט אלכסון מקודקוד  $C$  המקביל לאלכסון  $AB$ . אלכסון זה יוצר מלבן שהזווית  $\angle BAC$  היא זווית פנימית בו. לפיכך  $\angle BAC = 90^\circ$ .

**תשובה (4).**

19. **השאלה:** בחדר נמצאים  $m$  אנשים. מתוכם,  $k$  חובשים כובע. אחוז החובשים כובע מצחייה מקרב החובשים כובע שווה לאחוז החובשים כובע מקרב  $m$  האנשים.

כמה אנשים חובשים כובע מצחייה?

**פיתרון:** היות שאין בשאלה ובתשובות מספרים ממשיים, ניתן להציב דוגמה מספרית. בשאלות אחוזים נוח להציב שלם השווה בערכו ל-100, ולכן נציב שבחדר נמצאים 100 אנשים ( $m = 100$ ). מתוך 100 האנשים שבחדר,  $k$  חובשים כובע. נציב, לדוגמה,  $k = 30$ . על פי הצבה זו, אחוז החובשים כובע מקרב  $m$  האנשים הוא 30% (30 מתוך 100).

מכיוון שנתון כי אחוז החובשים כובע מצחייה מקרב החובשים כובע שווה לאחוז החובשים כובע מכלל  $m$  האנשים, הרי שגם אחוז החובשים כובע מצחייה הוא 30%.

מתוך 30 האנשים החובשים כובע, 30% חובשים כובע מצחיה, כלומר 9 אנשים חובשים כובע מצחיה (10% מ-30 הם 3 ו-30% מ-30 הם 9). (מספר על פי ההצבה  $m = 100$  ו- $k = 30$ . נציב את  $m$  ו- $k$  בתשובות למציאת תשובה שערכה 9:

$$\text{תשובה (1): } \frac{k^2}{m} = \frac{30^2}{100} = \frac{30 \cdot 30}{100} = \frac{900}{100} = 9$$

$$\text{תשובה (2): } \frac{k}{m^2} = \frac{30}{100^2} = \frac{30}{100 \cdot 100} = \frac{30}{10,000} = \frac{3}{1,000}$$

$$\text{תשובה (3): } \frac{k+m}{m} = \frac{30+100}{100} = \frac{130}{100} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

$$\text{תשובה (4): } m - k = 100 - 30 = 70$$

**תשובה (1).**

20. **השאלה:** בסרטוט מעגל שרדיוסו  $r$  ומרכזו  $O$ .  $OABC$  הוא ריבוע כך ש- $B$  היא נקודה על היקף המעגל.  $D$  היא נקודה על היקף המעגל בהמשך הקטע  $OC$ .  $CD = ?$

**פיתרון:**  $D$  היא נקודה על היקף המעגל בהמשך לקטע  $OC$  ומכאן ש- $OD = r$ . לפיכך ניתן לחשב את אורך הקטע המבוקש ( $CD$ ) כהפרש בין הרדיוס לצלע הריבוע  $OC$ :  $CD = r - OC$ . לשם כך עלינו למצוא את אורך צלע הריבוע  $OC$ .

נסרטט את הרדיוס  $OB$  המהווה אלכסון בריבוע ואורכו  $r$ . אלכסון הריבוע גדול פי  $\sqrt{2}$  מצלע הריבוע ולכן  $OC = \frac{r}{\sqrt{2}}$ . כעת ניתן לבטא את אורך הקטע  $CD$ :  $CD = r - OC = r - \frac{r}{\sqrt{2}}$ . נוציא גורם משותף

$$\text{ונקבל: } CD = r - \frac{r}{\sqrt{2}} = r \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

**תשובה (4).**

21. **השאלה:**  $a, b, c$  ו- $d$  הם מספרים שלמים וחיוביים. נתון:  $a^b = a^c \cdot d$ .  $b \neq c$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פיתרון:** לפני בדיקת התשובות, נפשט את המשוואה ככל הניתן. נחלק את שני האגפים ב- $a^c$ :

$$\frac{a^b}{a^c} = d \rightarrow a^{b-c} = d \rightarrow \frac{a^b}{a^c} = d$$

נבדוק את התשובות המוצעות:

**תשובה (1):**  $d$  מתחלק ב- $a$  ללא שארית. על פי המשוואה הנתונה  $d$  שווה ל- $a$  בחזקת הביטוי  $b - c$ . היות שארבעת הנעלמים מייצגים מספרים שלמים, הרי שהמספר  $d$  שווה לחזקה שלמה של  $a$ , ולפיכך  $d$

## פברואר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

מתחלק ב- a ללא שארית, כלומר התשובה נכונה.

**תשובה (2):** b מתחלק ב- c ללא שארית. על מנת להפריך תשובה זו נציב מספרים כך ש- b אינו מתחלק ב- c. לדוגמה:  $a = 2, c = 3, b = 5$ .

נציב את המספרים במשוואה:  $d = 4 \rightarrow 2^2 = d \rightarrow 2^{5-3} = d \rightarrow a^{b-c} = d$ . d יכול להיות שווה בערכו למספר 4, כלומר הצבה זו מקיימת את הנתון מבלי ש- b מתחלק ב- c. לכן התשובה אינה נכונה בהכרח.

**תשובה (3):**  $d = a$ . על פי ההצבה שביצענו בתשובה (2) המספר d אינו שווה למספר a (2). לפיכך גם תשובה זו אינה נכונה בהכרח.

**תשובה (4):**  $d + c = b$ . על פי ההצבה שביצענו בתשובה (2) ובתשובה (3) סכומם של d ו- c הוא 6, ואינו שווה ל- b (3). תשובה זו אינה נכונה בהכרח.

**תשובה (1).**

**22. השאלה:** בביצה יש 200 צפרדעים. 70% מהצפרדעים בביצה היו פעם נסיכים.

יום אחד ירדו 96 נסיכות לביצה, וכל נסיכה נתנה פרח לצפרדע אחרת. אם כל פרח שניתן לצפרדע – שהייתה פעם נסיך – הופך אותה שוב לנסיך, כמה צפרדעים, לכל הפחות, ייהפכו לנסיכים?

**פיתרון:** צפרדע שקיבלה פרח תהפוך בחזרה לנסיך רק אם הייתה פעם נסיך. לכן עלינו לחשב כמה צפרדעים היו פעם נסיך. נתון כי 70% מהצפרדעים (200) היו פעם נסיכים:

$$70\% \cdot 200 = \frac{70}{100} \cdot 200 = \frac{70 \cdot 200}{100} = 70 \cdot 2 = 140$$

כלומר, מתוך 200 הצפרדעים בביצה, 140 היו פעם נסיכים.

על מנת לקבל את מספר הצפרדעים המינימלי שיהפכו לנסיכים ("לכל הפחות"), ננסה לחלק את המספר המינימלי של פרחים לצפרדעים שהיו פעם נסיכים: מתוך 96 הפרחים, נחלק 60 פרחים לצפרדעים שלא היו פעם נסיכים. את 36 הפרחים הנותרים אין ברירה אלא לחלק לצפרדעים שהיו פעם נסיכים ולכן מספר הצפרדעים שיהפכו בחזרה לנסיכים הוא 36.

**תשובה (1).**

**23. השאלה:** בסרטוט מעגל שמרכזו O.

מה הממוצע של גודלי הזוויות  $\angle AOC$ ,  $\angle BAO$  ו-  $\angle BCO$ ?

**פיתרון:** היות שאין בשאלה או בתשובות מספרים ממשיים, ניתן להציב דוגמה מספרית.

למשל: נציב  $\alpha = 10^\circ$ . הזווית  $\alpha$  היא זווית היקפית במעגל, הנשענת על הקשת AC. הזווית  $\angle AOC$  היא זווית מרכזית הנשענת על אותה קשת ומכאן ש-  $\angle AOC = 2\alpha = 20^\circ$ .

על מנת למצוא את גודלי הזוויות  $\angle BAO$  ו-  $\angle BCO$  נתבונן במרובע ABCO: במרובע זה זווית בת  $10^\circ$  (הזווית  $\alpha$ ) וזווית  $\angle AOC$  הגדולה, המשלימה את  $\angle AOC$  הקטנה ל-  $360^\circ$ . מכאן, גודלה של הזווית

הגדולה הוא  $360^\circ - 20^\circ = 340^\circ$ . סכום הזוויות במרובע הוא  $360^\circ$  ולכן ניתן לבנות משוואה:

$$\angle BAO + \angle BCO + 340^\circ + 10^\circ = 360^\circ. \text{ נעביר אגפים ונקבל: } \angle BAO + \angle BCO = 10^\circ. \text{ אמנם איננו}$$

יודעים את גודלן המדויק של כל אחת משתי הזוויות, אך סכומן מספיק לצורך חישוב הממוצע:

$$\frac{\angle BAO + \angle BCO + \angle AOC}{3} = \frac{10^\circ + 20^\circ}{3} = 10^\circ$$



## פברואר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית

כלומר, כאשר מצייבים  $\alpha = 10^\circ$ , ממוצע שלוש הזוויות הוא  $10^\circ$ . נציב  $\alpha = 10^\circ$  בתשובות למציאת

תשובה שערכה  $10^\circ$ :

תשובה (1):  $\alpha = 10^\circ$

תשובה (2):  $2\alpha = 20^\circ$

תשובה (3):  $\frac{2}{3}\alpha = \frac{2}{3} \cdot 10^\circ = \frac{20^\circ}{3}$

תשובה (4):  $\frac{4}{3}\alpha = \frac{4}{3} \cdot 10^\circ = \frac{40^\circ}{3}$

תשובה (1).

**24. השאלה:** מנחם קנה חולצה בהנחה. איזה מהנתונים הבאים אינו מספיק כדי שאדם אחר ידע מה היה מחיר החולצה (בשקלים) לפני ההנחה?

**פיתרון:**

תשובה (1): היחס בין המחיר שמנחם שילם (בשקלים) למחיר החולצה לפני ההנחה (בשקלים).

נניח שנתון כי היחס בין המחיר ששילם למחיר החולצה לפני ההנחה (שניהם בשקלים) הוא 1:2. משמעות הדבר היא שמחיר החולצה לפני ההנחה גדול פי 2 ממחיר החולצה לאחר ההנחה, כלומר ההנחה שקיבל מנחם היא של 50%. נתון זה אינו מאפשר לדעת את מחירה המקורי של החולצה בשקלים ולפיכך זוהי התשובה הנכונה.

תשובה (2): היחס בין אחוז ההנחה לסכום ההנחה (בשקלים).

נניח שנתון כי היחס בין אחוז ההנחה לשווי ההנחה בשקלים הוא 1:2. היות שאחוז ההנחה הוא אחוז מתוך המחיר המקורי (כלומר המחיר לפני ההנחה הוא 100%), משמעות היחס היא שכל אחוז אחד מהמחיר המקורי שווה ל-2 שקלים. לפיכך, 100% מהמחיר המקורי (מחיר החולצה לפני ההנחה) שווים ל-200 שקלים. נתון זה מסייע לחשב את מחיר החולצה לפני ההנחה ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): סכום ההנחה (בשקלים) והמחיר שמנחם שילם (בשקלים).

שווי החולצה לפני ההנחה שווה לסכומם של שווי ההנחה ושווי החולצה לאחר ההנחה. כך למשל, אם נדע ששווי ההנחה הוא 10 ש"ח ושמחיר החולצה לאחר ההנחה הוא 20 ש"ח, נוכל לדעת שמחיר החולצה לפני ההנחה היה 30 ש"ח. לפיכך גם תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): אחוז ההנחה והמחיר שמנחם שילם (בשקלים).

אם נדע את אחוז ההנחה נוכל לחשב את ערכו באחוזים של המחיר שמנחם שילם (עליו להשלים את אחוז ההנחה ל-100%). אם נדע את המחיר בשקלים נוכל לחשב מכך את ערכו בשקלים של ה-100%. לדוגמה, אם נדע שאחוז ההנחה הוא 10% ושהמחיר ששילם מנחם הוא 90 ש"ח, נוכל לחשב ש-90 ש"ח שווים ל-90% מהמחיר המקורי (המחיר המקורי פחות 10%) ומכאן לחשב שהמחיר המקורי (ה-100%) הוא 100 ש"ח. לפיכך גם תשובה זו אינה נכונה.

תשובה (1).

**25. השאלה:** נתון:  $-1 < K < 0 < M < 1$

איזה מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר?

**פיתרון:**

תשובה (1): 0.

תשובה (2):  $K \cdot M$ . מכפלת מספר חיובי ומספר שלילי תניב תוצאה שלילית, קטנה מ-0, ולכן ניתן בשלב זה לפסול את תשובה (1).

תשובה (3):  $K^2 \cdot M^2$ . כל מספר שונה מ-0 יניב תוצאה חיובית בחזקת 2. לפיכך מדובר במכפלת שני מספרים חיוביים, ערכה יהיה חיובי וגדול יותר מזה של המכפלה בתשובה (2). לפיכך ניתן לפסול את תשובה זו.

תשובה (4):  $K^3 \cdot M^3$ . העלאה בחזקת מעריך אי זוגי אינה משנה את סימנו של הבסיס ומכאן שמדובר במכפלה של מספר חיובי במספר שלילי וערכה יהיה שלילי.

קעת נותר להכריע בין הביטוי השלילי בתשובה מספר (2) לבין הביטוי השלילי בתשובה מספר (4). לשם

**פברואר 2011 - הסברים לפרק 2 בחשיבה כמותית**

כך ניתן להציב מספרים:  $M = \frac{1}{2}$ ,  $K = -\frac{1}{2}$ . נציב את המספרים בתשובות שנתרו:

$$K \cdot M = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \quad \text{תשובה (2)}$$

$$K^3 \cdot M^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = -\frac{1}{64} \quad \text{תשובה (4)}$$

השבר  $-\frac{1}{4}$  קטן יותר מהשבר  $-\frac{1}{64}$  ולכן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

---