מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(2)	(1)	(3)	(3)	(2)	(2)	(2)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(2)	(4)	(4)	(2)	(1)	(1)	(4)	(2)	(4)

הסברים

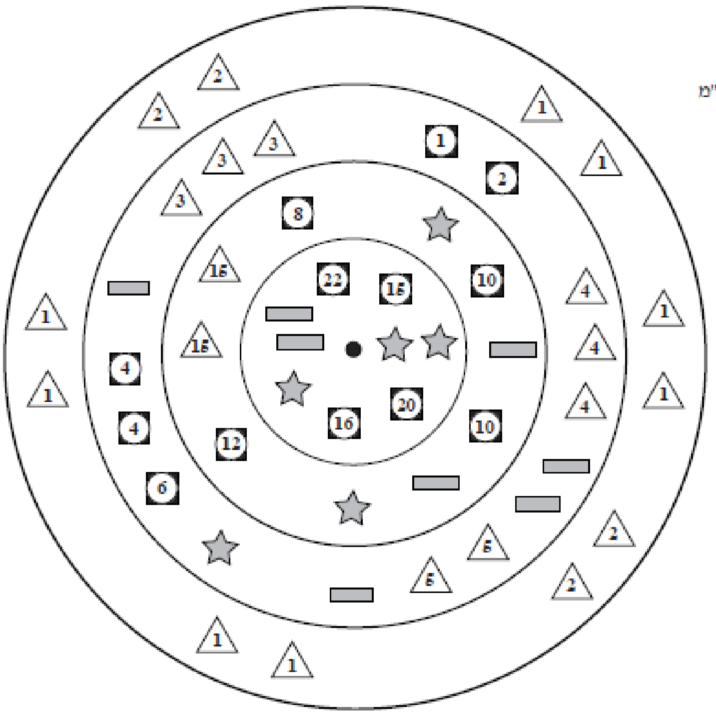
הסקה מתרשים (שאלות 1-4)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

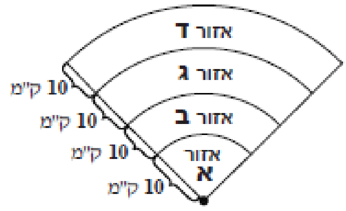
בתרשים מוצגת מפת עיר שצורתה מעגל שרדיוסו 40 ק"מ.
העיר מחולקת במפה לארבעה אזורים, **א**, **ב**, **ג**, ו-**ד**, באמצעות ארבעה מעגלים בעלי מרכז משותף המסומן בנקודה ● .
המעגל הפנימי במפה מייצג את אזור **א**, הטבעת שסביבו מייצגת את אזור **ב**, וכן הלאה (ראו חלוקה לאזורים).
בעיר יש מבנים מארבעה סוגים: בתי ספר, מוסדות תרבות, בנייני משרדים ובנייני מגורים, וכל המבנים מסומנים במפה (ראו מקרא).
המספרים בתוך הסימנים המייצגים בניין משרדים או בניין מגורים מציינים את מספר הקומות בבניין.

לדוגמה: בניין המשרדים בעל מספר הקומות הקטן ביותר נמצא באזור **ג**, ובו קומה אחת בלבד.

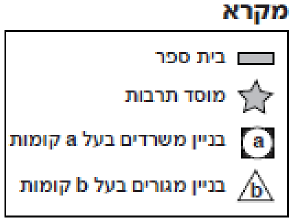
מפת העיר



חלוקה לאזורים



מקרא



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

1. **השאלה**: באיזה מן האזורים נמצא בניין **המגורים** הגדול ביותר?

פתרון: הסימון בתרשים לבניין מגורים הוא משולש, נסרוק את התרשים בצורה מסודרת (אזור אחר אזור) ונבדוק מה מספר הקומות הגדול ביותר של בניין מגורים המופיע בתרשים.
באזור ב ישנם שני בנייני מגורים אשר מספר הקומות שלהם הוא 15, והם שני בנייני המגורים הגבוהים ביותר בתרשים.

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: עדי מתגוררת בבניין מגורים בעל קומה אחת ועובדת בבניין משרדים בן 20 קומות.

מה מהבאים יכול להיות המרחק (בק"מ) בקו ישר בין מקום מגוריה של עדי לבין מקום עבודתה?

פתרון: נתבונן בתרשים ונמצא כי רק באזור א יש בניין משרדים בן 20 קומות, ורק באזור ד יש בניין מגורים בן קומה אחת.
רוחבו של כל אזור הוא 10 ק"מ, ומכיוון שבין אזור א' ואזור ד' יש שני אזורים (אזור ב' ו-ג), הרי שהמרחק המינימלי בין בניין המגורים לבית המשרדים הוא לכל הפחות 20 ק"מ, והמרחק המקסימלי האפשרי בין בניין המשרדים לבניין המגורים של עדי הוא 40 ק"מ, ומכאן שתשובה (2) היא התשובה האפשרית היחידה.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: באזור ג, $\frac{2}{9}$ מהמבנים הם ______.

פתרון: ראשית, נבדוק על סמך התרשים, מה מספר המבנים שיש באזור ג.
לפי התרשים ישנם בסך הכול 18 מבנים באזור ג'.
$\frac{2}{9}$ מהמבנים באזור ג' הם 4 מבנים $\left(\frac{2}{9}\cdot 18=\right)$. סוג המבנים שיש מהם 4 באזור ג' הוא בתי ספר.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: נתון: כל ילד בעיר יכול להירשם לכל בית ספר באזור מגוריו או באזור הגובל באזור מגוריו.
כל הילדים בעיר גרים בבנייני מגורים.

איזו מן הטענות הבאות **אינה** נכונה?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק באיזו מהן הטענה אינה נכונה:

<u>תשובה (1)</u>: בבתי הספר באזור **א** לומדים ילדי אזור **ב** בלבד

אזור **א** הוא האזור שבמרכז התרשים. מכיוון שבאזור **א** אין כלל בנייני מגורים (המסומנים בתרשים במשולש), הרי שרק הילדים המתגוררים באזור **ב**, יכולים להתגורר בבתי הספר שנמצאים באזור **א**.
מכיוון שהטענה שבתשובה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: כל בתי הספר שילדי אזור **ד** יכולים להירשם אליהם נמצאים באזור אחד

נתון כי כל ילד בעיר יכול להירשם לכל בית ספר באזור מגוריו או באזור הגובל באזור מגוריו. מכיוון שבאזור **ד** אין בתי ספר, הרי שילדי אזור **ד** יכולים להירשם לבתי ספר הנמצאים באזור אחד, שהוא האזור הגובל באזור מגוריהם: אזור **ג**. מכיוון שהטענה שבתשובה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: **ילדי אזור ג יכולים להירשם ל-4 בתי ספר**

נתון כי כל ילד בעיר יכול להירשם לכל בית ספר באזור מגוריו או באזור הגובל באזור מגוריו. מכיוון שבאזור **ד** אין בנייני מגורים, הרי שילדי אזור **ג** יכולים להירשם לבתי ספר הנמצאים באזור **ג** או באזור **ב**. באזור **ג** יש 4 בתי ספר, ובאזור **ב** יש 2 בתי ספר, ובסך הכול ילדי אזור ג יכולים להירשם ל-6 בתי ספר $(=2+4)$. מכיוון שהטענה שבתשובה <u>אינה</u> נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

על אף שבשלב זה אין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4), נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

<u>תשובה (4)</u>: ילדי אזור **ב** יכולים להירשם לכל אחד מבתי הספר בעיר.

נתון כי כל ילד בעיר יכול להירשם לכל בית ספר באזור מגוריו או באזור הגובל באזור מגוריו. ישנם 3 אזורים בעיר שבהם יש בתי ספר: אזור **א**, **ב** ו-**ג**. ילדי אזור **ב** יכולים להירשם לכל אחד מבתי הספר שבאוזרים אלו, ולכן יכולים להירשם לכל בתי הספר בעיר. הטענה שבתשובה נכונה, ומכאן שהתשובה נפסלת.

תשובה (3).

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)

5. **השאלה**: גלעד ענה על שאלות בשעשועון טריוויה. על התשובה לשאלה הראשונה הוא קיבל a שקלים, ועל תשובה לכל שאלה נוספת קיבל סכום כפול מהסכום שקיבל על תשובתו לשאלה שקדמה לה. על התשובה לשאלה הרביעית הוא קיבל 1,000 שקלים.

$a=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות. יש שתי תשובות עגולות אשר נוח להתחיל בבדיקתן, נתחיל מבדיקת תשובה (1).

<u>תשובה (1)</u>: 100.

אם על התשובה לשאלה הראשונה קיבל גלעד 100 שקלים, הרי שעל התשובה לשאלה השנייה אמור היה גלעד לקבל סכום כפול, כלומר 200 שקלים $(=2\cdot100)$, על התשובה לשאלה השלישית 400 שקלים $(=2\cdot200)$, ועל התשובה לשאלה הרביעית אמור היה לקבל 800 שקלים $(=2\cdot400)$.

לפי נתוני השאלה קיבל גלעד 1,000 שקלים על התשובה לשאלה הרביעית, ולכן עלינו לחפש תשובה הגדולה במעט מן התשובה שבדקנו, נעבור לבדוק את תשובה (3).

הערה: שימו לב. אם נגדיל פי 2 את הסכום שקיבל גלעד עבור התשובה לשאלה הראשונה, הרי שבהתאמה יגדל גם הסכום שיקבל עבור התשובה הרביעית, ומכאן שעדיף שלא לבדוק את תשובה (2).

<u>תשובה (3)</u>: 125.

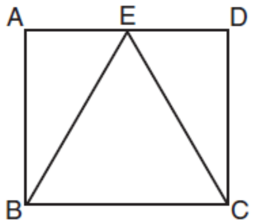
כאשר גלעד מקבל 125 שקלים על התשובה לשאלה הראשונה, הרי שעל התשובה לשאלה השנייה הוא יקבל 250 שקלים $(=2\cdot125)$, על התשובה לשאלה השלישית 500 שקלים $(=2\cdot250)$, ועל השאלה הרביעית 1,000 שקלים $(=2\cdot500)$. מכיוון שגם לפי נתוני השאלה קיבל גלעד 1,000 שקלים על התשובה לשאלה הרביעית, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה – בניית משוואה

אם גלעד קיבל a שקלים על התשובה לשאלה הראשונה, ועל תשובה לכל שאלה נוספת קיבל סכום כפול, הרי שעל השאלה השנייה הוא קיבל 2a שקלים, על השאלה השלישית 4a שקלים, ועל השאלה הרביעית 8a שקלים. נתון כי גלעד קיבל על התשובה לשאלה הרביעית 1,000 שקלים, ומכאן שניתן ליצור את המשוואה: $8a=1{,}000$.

נחלק את שני האגפים ב-8, ונקבל: $a=125$.

תשובה (3).



6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן ו-EBC הוא משולש שווה-צלעות.

$$\frac{AE}{BE}=?$$

פתרון: נתבקשנו למצוא את היחס בין שתי צלעות אשר שתיהן חלק ממשולש ABE.
נתבונן במשולש ABE:
נתבונן כי משולש BEC הוא משולש שווה-צלעות, ומכאן שזווית EBC שווה ל-$60°$, וזווית ABE המשלימה אותה ל-$90°$, שווה ל-$30°$ $(=90°-60°)$.

מצאנו כי משולש ABE הוא משולש ישר-זווית, אשר זוויותיו הן $30°$, $60°$ ו-$90°$, כלומר משולש זהב.
הניצב AE נמצא מול הזווית בת ה-$30°$, כלומר הוא הניצב הקטן והצלע BE היא יתר המשולש.
הניצב במשולש הקטן הוא מחצית מיתר המשולש, ומכאן שהיחס $\frac{AE}{BE}$ שווה ל- $\frac{1}{2}$.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: a, b, c, d ו-e הם מספרים עוקבים, $a<b<c<d<e$.
נתון כי הממוצע של 5 המספרים גדול פי 2 מ-a.

$$a=?$$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 1. אם a שווה ל-1, הרי שהממוצע של 5 המספרים הוא 3 $\left(=\frac{1+2+3+4+5}{5}\right)$. מכיוון שמצאנו כי ממוצע 5 המספרים גדול פי 3 מ-a, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 2. אם a שווה ל-2, הרי שהממוצע של 5 המספרים הוא 4 $\left(=\frac{2+3+4+5+6}{5}\right)$. מכיוון שממוצע 5 המספרים גדול פי 2 מ-a (השווה ל-2), הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה – בניית משוואה

נתון כי ממוצע חמשת המספרים גדול פי 2 מ-a, ולכן
ניתן ליצור את המשוואה: $\frac{a+b+c+d+e}{5}=2a$
מכיוון שלפי הנתונים כל המספרים הנתונים הם עוקבים, הרי שניתן 'להמיר' את כל המשתנים ל-a,
ולקבל: $\frac{a+a+1+a+2+a+3+a+4}{5}=2a \Leftarrow \frac{5a+10}{5}=2a$.
נכפול ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $5a+10=10a$.
נחסר משני האגפים 5a, ונקבל: $10=5a$.
נחלק ב-5, ונקבל: $a=2$

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: אפרת ובני משחקים משחק שבסיומו יש מנצח אחד. אם אפרת מנצחת היא מקבלת 5 נקודות, ואם בני מנצח הוא מקבל 10 נקודות.
אפרת ובני שיחקו במשחק 18 פעמים. הם סיכמו את הנקודות שקיבלו, והתברר שלשניהם אותו מספר כולל של נקודות.

כמה פעמים ניצח בני?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 5. בני מקבל 10 נקודות על כל ניצחון, ולכן אם בני ניצח 5 פעמים, הרי שסך הנקודות שהוא קיבל שווה ל-50 $(= 5 \cdot 10)$. אפרת ובני שיחקו 18 משחקים, ולכן אם בני ניצח 5 פעמים, הרי שאפרת ניצחה 13 פעמים $(= 18 - 5)$. אפרת מקבלת 5 נקודות על כל ניצחון, ולכן סך הנקודות שאפרת קיבלה הוא 65 נקודות $(= 13 \cdot 5)$.
לפי נתוני השאלה מספר הנקודות של שניהם בתום המשחק אמור להיות זהה, ומכאן שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 6. בני מקבל 10 נקודות על כל ניצחון, ולכן אם בני ניצח 6 פעמים, הרי שסך הנקודות שהוא קיבל שווה ל-60 $(= 6 \cdot 10)$. אפרת ובני שיחקו 18 משחקים, ולכן אם בני ניצח 6 פעמים, הרי שאפרת ניצחה 12 פעמים $(= 18 - 6)$. אפרת מקבלת 5 נקודות על כל ניצחון, ולכן סך הנקודות שאפרת קיבלה הוא 60 נקודות $(= 12 \cdot 5)$. לפי נתוני השאלה מספר הנקודות של שניהם בתום המשחק אמור להיות זהה, ומכאן שמצאנו את התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: אלגברה

נסמן את מספר הניצחונות של בני ב-x.
אפרת ובני שיחקו במשחק 18 פעמים, ולכן אם בני ניצח x פעמים, הרי שאפרת ניצחה $(18 - x)$ פעמים.
לפי נתוני השאלה, כאשר אפרת מנצחת היא מקבלת 5 נקודות, וכאשר בני מנצח הוא מקבל 10 נקודות.
סכום הנקודות של בני בתום המשחק הוא: $10x$.
סכום הנקודות של אפרת בתום המשחק הוא: $5 \cdot (18 - x)$.
נתון כי בתום המשחק לשניהם אותו מספר כולל של נקודות, ומכאן ש: $10x = 5 \cdot (18 - x)$ ⇦
$10x = 90 - 5x$.
נחבר 5x לשני האגפים, ונקבל: $15x = 90$.
נחלק ב-15, ונקבל: $x = 6$.

תשובה (2).

הערה: מספר הנקודות שבני נקבל על כל ניצחון (10 נקודות) כפול ממספר הנקודות שמקבלת אפרת על כל ניצחון (5 נקודות). מכיוון שבתום המשחק לשניהם אותו מספר של נקודות, הרי שמספר הניצחונות של אפרת בהכרח כפול ממספר הניצחונות של בני, ומכאן שלאפרת 12 ניצחונות ולבני 6 ניצחונות.

---

9. **השאלה**: a ו-b הם שני מספרים.
נתון: $a < b$, $|a| < |b|$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

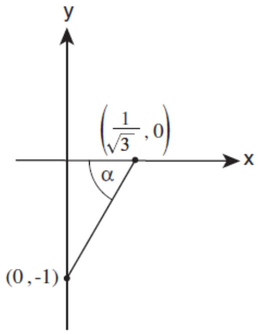
פתרון: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה, למשל $b = 2$ ו-$a = 1$.
כעת אנו יכולים לפסול את תשובה (2), אשר לפיה a בהכרח שלילי ואת תשובה (4) אשר לפיה b שלילי.
כעת נציב מספרים נוספים, למשל $b = 2$ ו-$a = -1$, ונקבל כי תשובה (1) אשר לפיה a בהכרח חיובי נפסלת.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: במערכת הצירים שבסרטוט מצוינים ערכיהן של שתי נקודות.



לפי הנתונים שבסרטוט,
$\alpha = ?$

פתרון: נתבונן במשולש שנוצר בסרטוט. המשולש שבסרטוט הוא משולש ישר-זווית, אשר אורך הניצב שמול הזווית המסומנת ב-α הוא 1, ואורך הניצב השני הוא $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

אורך הניצב שמול הזווית המסומנת ב-α שווה לאורך הניצב הקטן כפול $\sqrt{3}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} =\right)$, ומכאן שהמשולש שלפנינו הוא משולש זהב, אשר הניצב שמול הזווית המסומנת ב-α הוא הניצב הגדול שלו. הניצב הגדול במשולש זהב נמצא מול זווית בת 60°, ומכאן ש- $\alpha = 60°$.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: נתון: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$, $a, b \neq 0$.

$a - b = ?$

פתרון: __**דרך א'**__: אלגברה – פתרון משוואה

נכפול את שני האגפים ב-ab, ונקבל: $a^2 + b^2 = 2ab \Leftarrow a^2 + b^2 - 2ab = 0 \Leftarrow (a-b)^2 = 0$.
אם $(a-b)^2 = 0$ הרי שבהכרח $a - b = 0$.

__**דרך ב'**__: פתרון באמצעות הגיון אלגברי

נתונה משוואה שבה סכומם של שני איברים שווה ל-2.
הפתרון הטריוויאלי הפשוט ביותר של המשוואה הוא שערכו של כל אחד מהמחוברים שווה ל-1, כלומר ערכו של כל אחד מהביטויים $\frac{a}{b}$ ו- $\frac{b}{a}$ שווה ל-1, ומכאן ש- $a = b$. נחסר b לשני האגפים, ונקבל: $a - b = 0$.

תשובה (4).

.12 **השאלה**: נתון: $\frac{5^6 \cdot 7^5}{35^x} = \frac{1}{7}$

$x = ?$

פתרון: <u>דרך א'</u>: פישוט אלגברי + הגיון

על מנת לפתור משוואה מעריכית, אנו רוצים שהבסיסים יהיו שווים, ולפיכך 'נפרק' את 35 למכפלה $5 \cdot 7$, ונקבל: $\frac{5^6 \cdot 7^5}{5^x \cdot 7^x} = \frac{1}{7}$.

על מנת שאגף שמאל יהיה שווה לאגף ימין, אנו רוצים כי לצמצם את הביטויים שבסיסם שווה ל-5.

על מנת לצמצם אותם x צריך להיות שווה ל-6. נציב $x = 6$, במשוואה, ונקבל: $\frac{5^6 \cdot 7^5}{5^6 \cdot 7^6} = \frac{1}{7}$ ⇦

$5^{6-6} \cdot 7^{5-6} = \frac{1}{7}$ ⇦ $7^{-1} = \frac{1}{7}$ ⇦ $\frac{1}{7} = \frac{1}{7}$.

<u>דרך ב'</u>: פתרון משוואה

נכפול את שני האגפים ב- $35^x \cdot 7$, ונקבל: $7 \cdot 5^6 \cdot 7^5 = 35^x$.

לפי חוקי חזקות, כאשר ישנו כפל בין שני בסיסים זהים, ניתן לחבר את המעריכים שלהם, ולכן: $7 \cdot 7^5$ שווים ל- 7^6 $\left(7 \cdot 7^5 = 7^1 \cdot 7^5 = 7^{1+5} =\right)$, ומכאן שהמשוואה שקיבלנו היא: $5^6 \cdot 7^6 = 35^x$.

לפי חוקי חזקות: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$, ומכאן ש: $7^6 \cdot 5^6$ שקולים ל- 35^6 $\left(7^6 \cdot 5^6 = (7 \cdot 5)^6 =\right)$.

קיבלנו כי: $35^6 = 35^x$. מכיוון שהבסיסים שווים, ניתן להשוות גם את המעריכים, ומכאן ש- $x = 6$.

תשובה (2).

.13 **השאלה**: נתון מעגל שקוטרו a.

מה שטח גזרה בת 120° במעגל זה?

פתרון: שטח מעגל שווה ל- $r^2\pi$.

נתון כי קוטר המעגל הוא a ס"מ, ומכאן שרדיוס המעגל הוא $\frac{a}{2}$ ס"מ.

שטח המעגל הוא $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi$ ⇦ $\frac{a^2}{4}\pi$.

גזרה בת 120° מהווה $\frac{1}{3}$ מן המעגל $\left(\frac{120°}{360°} =\right)$, ולכן שטח הגזרה שווה ל- $\frac{a^2\pi}{12}$ $\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\pi}{4} =\right)$.

תשובה (4).

---

14. השאלה : בבחירות שנערכו בעיר מסוימת 92.5% מהתושבים לא הצביעו בעד מפלגת החקלאים.

איזה חלק מסך התושבים בעיר הצביע בעד מפלגת החקלאים?

פתרון : השלם מוגדר תמיד כ-100%.
נתון כי 92.5% **לא** הצביעו בעד מפלגת החקלאים, ומכאן שיתר התושבים, כלומר 7.5% הצביעו בעד מפלגת החקלאים $(100\% - 92.5\% =)$. השבר שמייצג את אחוז התושבים שהצביעו בעד החקלאים הוא 7.5 מתוך 100, אולם מכיוון שהמכנים שבתשובות הם 20 ו-40, עלינו לפשט את השבר כדי להגיע למכנים אלו.

ניתן לעשות זאת במספר דרכים :

א) <u>הרחבה וצמצום של השבר</u> :

נרחיב את השבר שקיבלנו פי 2, ונקבל : $\frac{7\frac{1}{2}}{100} \Leftarrow \frac{15}{200}$.

כעת נחלק את מונה ומכנה השבר ב-5, ונקבל : $\frac{15}{200} \Leftarrow \frac{3}{40}$.

ב) <u>המרת מונה השבר בשבר מדומה</u> :

'נמיר' את מונה השבר לשבר מדומה : $\frac{7\frac{1}{2}}{100} \Leftarrow \frac{\frac{15}{2}}{100}$.

חילוק הוא כפל בהופכי, ומכאן שחילוק ב-100 הוא כפל ב- $\frac{1}{100}$, ולכן : $\frac{\frac{15}{2}}{100} \Leftarrow \frac{1}{100}\cdot\frac{15}{2}$

$\Leftarrow \frac{15}{200} \Leftarrow \frac{3}{40}$.

תשובה (4).

---

15. השאלה : n ו-k הם שני מספרים שלמים שההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n.

איזה מהמספרים הבאים **אינו** יכול להיות המכפלה $n\cdot k$?

פתרון: <u>דרך א'</u> : בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u> : 0.

נבדוק האם יש שני מספרים n ו-k אשר ההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n, כלומר שווה לאחד מהם, ואשר מכפלתם שווה ל-0. שני מספרים כאלו הם למשל 0 ו-3. ההפרש ביניהם בערך מוחלט הוא 3, ומכפלתם שווה ל-0 $(3\cdot 0 =)$. מכיוון שמצאנו כי מכפלתם של n ו-k יכולה להיות שווה ל-0, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u> : 16.

נבדוק האם יש שני מספרים n ו-k אשר ההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n, כלומר שווה לאחד מהם, ואשר מכפלתם שווה ל-16. מכפלות המספרים השלמים השוות ל-16, הן 16,1 ; 8,2 ; 4,4 . ההפרש בין אף אחד מהזוגות שציינו אינו שווה לאחד המספרים, ולכן ניתן לקבוע כי מכפלתם של n ו-k אינה יכולה להיות שווה ל-16. מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אך נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

<u>תשובה (3)</u> : 32.

נבדוק האם יש שני מספרים n ו-k אשר ההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n, כלומר שווה לאחד מהם, ואשר מכפלתם שווה ל-32. מכפלות המספרים השלמים השוות ל-32 הן 32,1 ; 16,2 ; 8,4.
ההפרש בין 8 ו-4 שווה לאחד המספרים - 4, ולכן ניתן לקבוע כי מכפלתם של n ו-k יכולה להיות שווה ל-32.

תשובה (4): 50.

נבדוק האם יש שני מספרים n ו-k אשר ההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n, כלומר שווה לאחד מהם, ואשר מכפלתם שווה ל-50. מכפלות המספרים השלמים השוות ל-50 הן 50,1 ; 25,2 ; 10,5.
ההפרש בין 10 ו-5 שווה לאחד המספרים, למספר 5, ולכן ניתן לקבוע כי מכפלתם של n ו-k יכולה להיות שווה ל-50.

דרך ב': פתרון אלגברי

נתון כי n ו-k הם שני מספרים שלמים שההפרש ביניהם (בערך מוחלט) הוא n, ומכאן ש: $|n-k|=n$.

למשוואה בערך מוחלט יש שני פתרונות: פתרון חיובי ופתרון שלילי, כלומר:

א) $n-k=n$

ב) $n-k=-n$

נפתור כל אחת מהמשוואות שקיבלנו:

א) $n-k=n$.

נחסר n משני האגפים, ונחבר k, ונקבל: $0=k$.

מצאנו כי אחד הפתרונות למשוואה הוא כי אחד המספרים שווה ל-0, ולכן תשובה (1) נפסלת.

ב) $n-k=-n$.

נחבר n לשני האגפים, ונקבל: $2n=k$.

מצאנו כי זוגות מספרים אשר אחד מהם גדול פי 2 מהשני מקיימים אף הם את המשוואה, ומכאן שתשובות (3) ו-(4), אשר הזוגות 4,8 ו-10,5 מקיימים אותן נפסלות אף הן.

תשובה (2).

.16 **השאלה**: נתון: $3a+b+2c=16$

$a+2b+3c=10$

$5b+7c=?$

פתרון: **דרך א'**: חילוץ והצבה

ראשית, על מנת לפתור את מערכת המשוואות עלינו להגדיר ממי ברצוננו 'להיפטר'.

מכיוון שהמשתנים לגביהם נשאלנו הם b ו-c, הרי עלינו להיפטר מ-a.

נחלץ את a מהמשוואה השנייה, ונקבל: $a=10-2b-3c$.

כעת נציב נתון זה במקום a במשוואה הראשונה, ונקבל: $3(10-2b-3c)+b+2c=16$ ⇦

$30-6b-9c+b+2c=16$ ⇦ $30-5b-7c=16$.

נחסר 16 משני האגפים, ונחבר 5b ו-7c לשני האגפים, ונקבל: $14=5b+7c$

דרך ב': חיבור/חיסור משוואות

ראשית, על מנת לפתור את מערכת המשוואות עלינו להגדיר ממי ברצוננו 'להיפטר'.

מכיוון שהמשתנים לגביהם נשאלנו הם b ו-c, הרי עלינו להיפטר מ-a.

נכפול את המשוואה השנייה ב-3, ונקבל: $3a+6b+9c=30$.

כעת נחסר את שתי המשוואות, ונקבל: $3a+b+2c-(3a+6b+9c)=16-30$ ⇦

$3a+b+2c-3a-6b-9c=16-30$ ⇦ $-5b-7c=-14$

נכפול ב-(1-) את שני האגפים, ונקבל: $5b+7c=14$

תשובה (1).

---

17. **השאלה**: אלעד מסייד $\frac{1}{3}$ חדר בשעה.

יניב ואלעד מסיידים יחד חדר בשעתיים.

כמה שעות ידרשו ליניב לסייד חדר לבדו?

פתרון: **דרך א'**: השוואת זמנים

נתון מה הספקו של אלעד בשעה ומה מספיקים יניב ואלעד לעשות בשעתיים.

על מנת לפתור שאלת פועלים שונים, יש להשוות את הזמנים ביניהם, ולכן אם נתון כי אלעד מסייד $\frac{1}{3}$ חדר בשעה, הרי שבשעתיים, זמן הכפול פי 2, הוא מסייד $\frac{2}{3}$ חדר.

אם יניב ואלעד מסיידים חדר אחד בשעתיים, ואלעד לבדו מסייד בזמן זה $\frac{2}{3}$ חדר, הרי שיניב מסייד בשעתיים $\frac{1}{3}$ חדר $\left(1-\frac{2}{3}=\right)$.

אם יניב מסייד בשעתיים $\frac{1}{3}$ חדר, הרי שעל מנת לסייד חדר שלם, הגדול פי 3 מ-$\frac{1}{3}$ חדר, ידרש לו זמן פי 3, כלומר 6 שעות $(3\cdot 2=)$.

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נתון מה גודל החדר, ולכן נציב מספר שמתחלק ב-2 וב-3 (מספרים המופיעים בנתוני השאלה).
נניח כי גודלו של החדר הוא 6 מ"ר.

נתון כי אלעד מסייד $\frac{1}{3}$ חדר בשעה, ולכן נחשב ונמצא כי אלעד מסייד $\frac{1}{3}$ מ-6 מ"ר בשעה, כלומר 2 מ"ר בשעה $\left(\frac{1}{3}\cdot 6=\right)$.

יניב ואלעד מסיידים יחד חדר בשעתיים. מכיוון שמצאנו כי אלעד מסייד 2 מ"ר בכל שעה, הרי שבשעתיים מסייד אלעד 4 מ"ר $(2\cdot 2=)$.

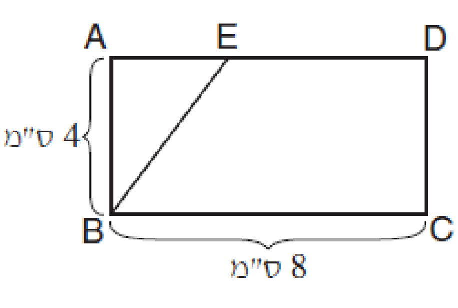
גודל החדר הוא 6 מ"ר, ולכן אם אלעד מסייד 4 מ"ר בשעתיים, הרי שיניב מסייד בשעתיים את החלק הנותר, כלומר 2 מ"ר $(6-4=)$.

אם יניב מסייד 2 מ"ר בשעתיים, הרי שהוא מסייד בכל שעה 1 מ"ר, והזמן הדרוש לו לסייד לבדו חדר שגודלו הוא פי 6, כלומר 6 מ"ר, גדול פי 6, כלומר 6 שעות.

תשובה (1).

---

18. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן, ו-E היא נקודה על הצלע AD.



מה התחום המדויק של אורך הקטע BE (בס"מ)?

פתרון: מכיוון שנשאלנו מה התחום של אורך הקטע BE ובתשובות מצוין טווח של אורכים, נמצא את האורך המקסימלי והמינימלי של אורך הקטע BE. נתון כי נקודה E נמצאת על הצלע AD.

<u>מקסימום</u>: אם הנקודה E נמצאת בנקודה D, הרי הצלע BE היא היתר של משולש ישר-זווית שאורך ניצביו הם 4 ס"מ ו-8 ס"מ.
מכאן שניתן באמצעות משפט פיתגורס לחשב את אורך הצלע BE, ולמצוא כי היא שווה ל- $\sqrt{80}$ $\left(4^2+8^2=(\mathrm{BE})^2\right)$.

<u>מינימום</u>: אם הנקודה E נמצאת בנקודה A, הרי שאורך הצלע BE שווה לאורך הצלע BA, כלומר ל-4 ס"מ.

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: במרכול יש קופה אחת המשרתת את **כל** הלקוחות וקופה אחרת המשרתת **רק** לקוחות שקונים מוצר אחד בלבד. עומר, יעל ורונית נמצאים במרכול. עומר קונה מוצר אחד, ואילו יעל ורונית קונות 3 מוצרים כל אחת.

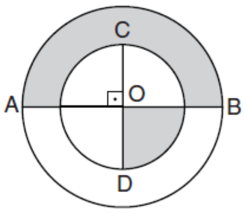
בכמה דרכים שונות זו מזו יכולים עומר, יעל ורונית להסתדר בתורים לקופות?

פתרון: מכיוון שהמספרים בתשובות קטנים, הרי שעלינו לבדוק ידנית מה מספר האפשרויות האפשרי.
עומר קנה מוצר אחד, ולכן רק עומר יכול לקנות בקופה שמשרתת את הלקוחות שקנו מוצר אחד, וגם בקופה השנייה.
כאשר עומר קונה בקופה שמיועדת למי שקנה רק מוצר אחד, יעל ורונית עומדות בתור בקופה השנייה.
מכיוון שיעל ורונית יכולות להסתדר בשתי דרכים: רונית ראשונה או יעל ראשונה, הרי שמצאנו כי במצב זה יש 2 אפשרויות להסתדר בתורים לקופות.
כאשר עומר קונה בקופה שמיועדת לשרת את כל הלקוחות, הרי שעומר, יעל ורונית עומדים ביחד בתור זה.
כאשר עומר עומד ראשון בתור, ליעל ולרונית יש 2 אפשרויות להסתדר אחריו: רונית שנייה ויעל שלישית או יעל שנייה ורונית שלישית.
באותו אופן נוכל למצוא כי גם כאשר רונית עומדת ראשונה בתור יהיו 2 אפשרויות, וכך גם כאשר יעל עומדת ראשונה בתור.
מצאנו כי כאשר עומר, יעל ורונית עומדים ביחד בתור יש בסך הכול 6 אפשרויות לסידור, וכי כאשר עומר עומד בקופה שמיועדת למי שרכש מוצר אחד יש 2 אפשרויות, ולפיכך מספר האפשרויות הכולל הוא 8 $(6+2=)$.

תשובה (2).

---

20. **השאלה**: לשני המעגלים שבסרטוט מרכז משותף O.
AB הוא קוטר במעגל הגדול, ו-CD הוא קוטר במעגל הקטן.
נתון: $CD \perp AB$



מה אחוז השטחים הכהים מתוך שטח המעגל כולו?

פתרון: החלק הכהה שבסרטוט מורכב משני חלקים: השטח הכהה במעגל הקטן והשטח הכהה שבטבעת המקיפה אותו.
במעגל הקטן יש שני קטרים אשר מחלקים את המעגל ל-4 חלקים השווים בשטחם, ומכאן ש-25% מהמעגל הקטן הוא שטח כהה.
חלק השטח הכהה שבטבעת הוא 50%.
מדובר בשני אחוזים אשר הם משלמים אשר איננו יודעים את היחס ביניהם. אם היו נתונים המאפשרים לקבוע מה יחס הגדלים בין שני השטחים, ניתן היה לחשב את אחוז השטח הכהה, אולם בהיעדר נתונים כאלו, ניתן רק לקבוע כי אחוז השטח הכהה גדול מ-25% וקטן מ-50%, אולם לא ניתן לחשב את גודלו המדויק.

תשובה (4).
