

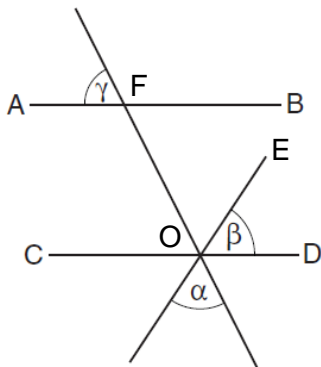
**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(3)	(4)	(2)	(2)	(2)	(4)	(3)	(1)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(1)	(4)	(2)	(4)	(3)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-8)**



1.

השאלה : בסרטוט שלפניכם מסומנות 3 זוויות.

נתון :  $AB \parallel CD$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פתרון :** שימו לב לאותיות שנוספו לסרטוט. הזווית  $\alpha$  קודקודית לזווית  $\angle EOF$  ומכאן  $\angle EOF = \alpha$ .  
נתון כי הישר AB מקביל לישר CD, ומכאן שהזווית  $\gamma$  היא זווית השווה לזווית  $\angle FOC$  (זוויות מתאימות).

כעת מיקמנו את שלושת הזוויות  $\alpha$ ,  $\beta$  ו-  $\gamma$  על גבי הקטע CD, ומכאן ש-  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

**תשובה (4).**

2. **השאלה :** סכום שלושה מספרים שלמים וחיוביים הוא 5.

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פתרון :** הצבת דוגמה מספרית.

מכיוון שהשאלה אינה מציינת מיהם המספרים, נציב כדוגמה 3 מספרים אשר תואמים לנתוני השאלה, למשל: 1, 1 ו-3, אשר סכומם שווה ל-5.

נעבור על התשובות המוצעות:

**תשובה (1):** שניים מתוך שלושת המספרים שווים זה לזה

שניים מתוך המספרים שהצבנו אכן שווים ל-1, ולכן התשובה מתאימה.

**תשובה (2):** לפחות אחד המספרים הוא 2

מכיוון שאף אחד מהמספרים בדוגמה שהצבנו אינו שווה ל-2, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (3):** שלושת המספרים אי-זוגיים

כל המספרים שנבחרו בדוגמה הם אכן אי-זוגיים, ולכן התשובה אינה נפסלת.

**תשובה (4):** מכפלת המספרים גדולה מ-5

מכפלת המספרים שבחרנו שווה ל-3 ( $1 \cdot 1 \cdot 3 = 3$ ), ולכן התשובה נפסלת.

## ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

מכיוון שפסלנו רק שתיים מהתשובות, ולכן נציב שלושה מספרים נוספים המקיימים את הנתונים: 1, 2 ו-1.

נעבור על שתי התשובות שנותרו:

**תשובה (1):** שניים מתוך שלושת המספרים שווים זה לזה

שניים מתוך המספרים שווים ל-2, ולכן התשובה אינה נפסלת.

**תשובה (3):** שלושת המספרים אי-זוגיים

מכיוון שלא כל המספרים שבחרנו הם אי-זוגיים, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו שלוש מהתשובות, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

**תשובה (1).**

**3.**

**השאלה:** במוסך מועסקים 100 עובדים.

$\frac{1}{4}$  מהם מומחים במערכת ההיגוי ו- $\frac{1}{5}$  מהם מומחים במערכת החשמל. לכל שאר העובדים (שאינם

מומחים במערכת ההיגוי או במערכת החשמל) יש ידע בטיפול במנוע.

ל- $\frac{1}{10}$  מהמומחים במערכת החשמל יש גם ידע בטיפול במנוע.

אף אחד מהמומחים במערכת ההיגוי אינו מומחה במערכת החשמל או בעל ידע בטיפול במנוע.

כמה מהעובדים המועסקים במוסך הם בעלי ידע בטיפול במנוע?

**פתרון:** ראשית, יש למצוא את מספר העובדים המומחים בכל תחום:

נתון כי במוסך מועסקים 100 עובדים,  $\frac{1}{4}$  מהם מומחים במערכת ההיגוי, כלומר 25 עובדים מומחים במערכת

$$\text{ההיגוי} \left( = \frac{1}{4} \cdot 100 \right).$$

$\frac{1}{5}$  מהם מומחים במערכת החשמל, כלומר 20 עובדים מומחים במערכת החשמל  $\left( = \frac{1}{5} \cdot 100 \right)$ .

כל שאר העובדים, שהם 55 עובדים, הם בעלי ידע בטיפול במנוע  $(= 100 - 25 - 20)$ .

$\frac{1}{10}$  מתוך המומחים במערכת החשמל, כלומר 2, הם בעלי ידע בטיפול במנוע  $\left( = \frac{1}{10} \cdot 20 \right)$ .

סך הכול מספר העובדים שהם בעלי ידע בטיפול במנוע הוא  $57 (= 55 + 2)$ .

**תשובה (3).**

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

4. השאלה: נתון:  $a + b = w$

$$a - b = m$$

$$a = ?$$

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב:  $a = 1$ ,  $b = 2$ , ונקבל כי ערכו של  $w$  הוא  $3$ :  $a + b = w \leftarrow w = 1 + 2 = 3$

וכי ערכו של  $m$  הוא  $(-1)$ :  $a - b = m \leftarrow m = 1 - 2 = -1$

כעת נעבור על התשובות, ונציב בתוכן את הערכים המספריים שהצבנו ושמצאנו. מכיוון שנשאלנו מה ערכו של  $a$  אשר שווה ל-1, הרי שנפסול כל תשובה אשר ערכה שונה מ-1.

תשובה (1):  $\frac{w}{m} \leftarrow -3 = \frac{3}{-1}$ . מכיוון שערכו של  $a$  הוא 1, ולא -3, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2):  $2m - b \leftarrow -4 = 2 \cdot (-1) - 2$ . מכיוון שערכו של  $a$  שווה ל-1, ולא ל-1, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3):  $b + w - m \leftarrow 6 = 2 + 3 - (-1)$ .  $a = 1$  מכיוון שערכו של  $a$  שווה ל-1, ולא ל-6, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (4):  $\frac{w + m}{2} \leftarrow 1 = \frac{3 + (-1)}{2}$ . מכיוון שפסלנו 3 מבין 4 התשובות, הרי שניתן לקבוע

שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

דרך ב': פתרון אלגברי

מכיוון שנשאלנו לכמה שווה  $a$  נבודד את  $b$  מהמשוואה הראשונה ונציב אותה במשוואה השנייה:

$$a + b = w \leftarrow b = w - a \quad \text{ונקבל: } a - (w - a) = m$$

$$a - w + a = m \quad \leftarrow 2a = m + w$$

$$a = \frac{m + w}{2} \quad \text{ונקבל: } a = \frac{m + w}{2}$$

תשובה (4).

5. השאלה: נתון גלגל שרדיוסו  $\frac{3}{\pi}$  מטרים.

כמה מטרים יעבור הגלגל אם יתגלגל קדימה ויסתובב 3 סיבובים מלאים?

פתרון: בכל סיבוב מלא של הגלגל הוא עובר מרחק השווה לאורכו של היקף אחד של המעגל. מכאן שכדי למצוא את המרחק שעשה הגלגל, עלינו למצוא מה היקפו: היקף מעגל שווה למכפלת קוטר

$$\text{המעגל ב-}\pi. \text{ נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא } \frac{3}{\pi}, \text{ מכאן שהיקף המעגל שווה ל-} 2\pi \cdot \frac{3}{\pi} \leftarrow 6$$

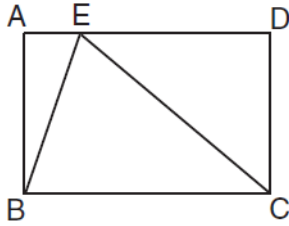
מטרים.

הגלגל מסתובב 3 פעמים, ומכאן שסך המרחק שיעבור הגלגל שווה ל-18 מטרים ( $6 \cdot 3 =$ ).

תשובה (2).

6.

השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD מלבן. E היא נקודה על AD.



$$\frac{\text{שטח המלבן } ABCD}{\text{שטח המשולש } EBC} = ?$$

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים כלל בשאלה, נציב למשל כי  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ . שטח מלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו ומכאן ששטחו של המלבן ABCD שווה ל- $(1 \cdot 2 = 2)$ . שטח משולש שווה למכפלת הצלע שלו בגובה לאותה צלע חלקי 2. אם נעביר גובה לצלע BC מנקודה E אורכו של הגובה יהיה שווה לאורכו של צלע המלבן AB.

$$\text{מכאן ששטח המשולש } EBC \text{ שווה ל-} \left(\frac{1 \cdot 2}{2} = 1\right).$$

$$\frac{\text{שטח המלבן } ABCD}{\text{שטח המשולש } EBC} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{1} = 2\right).$$

דרך ב': פתרון אלגברי

שטח מלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו ומכאן ששטחו של המלבן ABCD שווה ל- $AB \cdot BC$ . שטח משולש שווה למכפלת צלע המשולש בגובה לאותה צלע, חלקי 2. אם נעביר גובה לצלע BC מנקודה E הגובה שיתקבל יהיה שווה לצלע המלבן AB.

$$\text{מכאן ששטח המשולש } EBC \text{ שווה ל-} \frac{AB \cdot BC}{2}.$$

$$\frac{\text{שטח המלבן } ABCD}{\text{שטח המשולש } EBC} \Leftrightarrow \left(\frac{AB \cdot BC}{\frac{AB \cdot BC}{2}} = 2\right).$$

כדאי לשים לב שניתן לפתור את השאלה גם באופן תאורטי: לפי הנוסחה לשטח משולש, שטחו שווה למכפלת הצלע שלו בגובהו חלקי 2, ושטח מלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו. מכיוון שגובה המשולש שווה לגובה המלבן, וצלע המשולש שווה לצלע המלבן, שטחו של המלבן גדול פי 2 משטח המשולש.

תשובה (2).

## ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

7. **השאלה:** ליטר מיץ מכיל 80% מים. מערבבים 5 ליטרים של מיץ עם 2 ליטרים של מים.

כמה מים יש בתערובת?

**פתרון:** נמצא כמה מים יש ב-5 ליטרים של מיץ:  $\frac{80}{100} \Leftrightarrow \frac{400}{100} \Leftrightarrow 4$ . למיץ הוסיפו 2 ליטרים של מים ולכן בתערובת יש בסך הכול 6 ליטרים של מים ( $4 + 2 = 6$ ).

**תשובה (2).**

8. **השאלה:** נתון:  $|x| = |x + 2|$

$$|y| = |y + 1|$$

$$x + y = ?$$

**פתרון:** הגיון אלגברי

סכום של שני מספרים חיוביים תמיד יהיה גדול יותר מהמספר המקורי. מכאן שאם גם  $x$  וגם  $y$  יהיו חיוביים, הרי ששני צדי המשוואות לא יהיו שווים, שכן ערכו של צד ימין יהיה בהכרח גדול יותר. מכאן, שעל מנת שכל אחת מהמשוואות הנתונות תתקיים  $x$  ו- $y$  חייבים להיות שליליים, כך שלמעשה ערכו של הביטוי, הנמצא בתוך הערך המוחלט, בצד שמאל יהיה שלילי, וערכו של הביטוי, הנמצא בתוך הערך המוחלט, שבצד ימין יהיה חיובי.

אם  $x$  ו- $y$  שליליים הרי שגם סכומם שלילי, ולכן בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2). ננסה למצוא מספרים שיקיימו את המשוואות. נתחיל ב- $x$ : כאמור  $x$  חייב להיות שלילי. בנוסף, משני צדי המשוואה שני מספרים שההפרש ביניהם הוא 2 ונמצאים משני צדיו של ציר המספרים, אחד חיובי והשני שלילי, הרי ש- $x = -1$ .

נעבור למצוא מה ערכו של  $y$ :  $y$  הוא מספר שלילי. בנוסף, משני צדי המשוואה שני מספרים שההפרש ביניהם הוא 1 ונמצאים משני צדיו של ציר המספרים, אחד חיובי והאחר שלילי, ומכאן ש- $y = -\frac{1}{2}$ .

מכאן שערכו של הביטוי שנתבקשנו למצוא  $x + y$ , שווה ל- $-\frac{1}{2}$ .  $\left(x + y = (-1) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\right)$ .

**תשובה (4).**

## ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

### הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

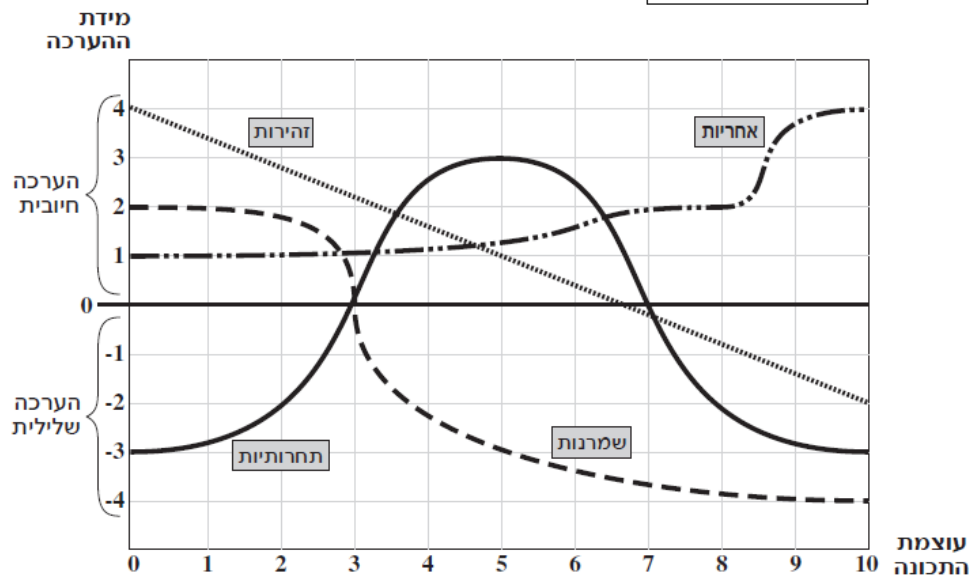
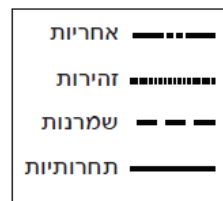
עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריי.

התרשים מתאר את המידה שבה הנהלת חברה מעריכה ארבע תכונות של עובדיה. המידה שהיא מעריכה בה כל תכונה תלויה בעוצמת התכונה אצל העובד.

לכל אחת מארבע התכונות - אחריות, זהירות, שמרנות ותחרותיות - מתאים בתרשים גרף (ראו מקרא). הציר האופקי מייצג את עוצמת התכונה מ-0 עד 10, והציר האנכי מייצג את מידת ההערכה מ-(-4), ההערכה השלילית ביותר, ועד (+4), ההערכה החיובית ביותר.

לדוגמה, אם עוצמת התכונה "אחריות" אצל עובד מסוים היא 8, המידה שבה מעריכה הנהלת החברה את האחריות שלו היא 2.

מקרא:



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

9. **השאלה:** מה הטווח המדויק של העוצמות שבו המידה שהנהלת החברה מעריכה בה את התכונה "שמרנות" היא חיובית?

**פתרון:** התכונה "שמרנות" חיובית כאשר היא נמצאת מעל ציר ה-x. התכונה חיובית בין העוצמות 0 ל-3.

**תשובה (3).**

10. **השאלה:** כל עובד בחברה מקבל ציון הערכה כללי, שהוא סכום ההערכות שקיבל על כל ארבע התכונות.

מה הציון הגבוה ביותר שעובד בחברה יכול לקבל?

**פתרון:** הציון הגבוה ביותר יתקבל כאשר בכל אחת מהתכונות יקבל העובד את הציון הגבוה ביותר. הציון הגבוה ביותר שניתן לקבל בתכונה "שמרנות" הוא 2, הציון הגבוה ביותר בתכונה "אחריות" הוא 4, "זהירות" - 4, ו"תחרותיות" הוא 3.

סך הכל הציון הגבוה ביותר שעובד בחברה יכול לקבל הוא  $13 (= 2 + 4 + 4 + 3)$ .

**תשובה (3).**

11. **השאלה:** לאיזו תכונה נדרשת העוצמה **הגבוהה** ביותר (בהשוואה לתכונות האחרות) כדי לקבל הערכה של -1?

**פתרון:** כדי לקבל הערכה של 1 - בתכונה "שמרנות" נדרשת עוצמה של כ-3.5, בתכונה "אחריות" לא ניתן כלל לקבל הערכה שלילית, בתכונה "זהירות" נדרשת עוצמה של כ-7.5, ובתכונה "תחרותיות" נדרשת עוצמה של כ-2.5. מצאנו שהעוצמה הגבוהה ביותר הנדרשת כדי לקבל הערכה של -1 היא לתכונה "זהירות" (עוצמה של כ-7.5).

**תשובה (4).**

12. **השאלה:** איזו תכונה היא בעלת טווח ההערכות **הקטן** ביותר?

**פתרון:** נמצא מה טווח ההערכות של כל אחת מהתכונות:

טווח ההערכות של התכונה "שמרנות" הוא בין 2 ל-(-4), כלומר טווח של  $6 (= 2 - (-4))$ .

טווח ההערכות של התכונה "אחריות" - בין 1 ל-4, כלומר טווח של  $3 (= 4 - 1)$ .

טווח ההערכות של התכונה "זהירות" הוא בין (-2) ל-4, כלומר טווח של  $6 (= 4 - (-2))$ .

טווח ההערכות של התכונה "תחרותיות" הוא בין 3 ל-(-3), כלומר טווח של  $6 (= 3 - (-3))$ .

מצאנו שלתכונה "אחריות" יש את טווח ההערכות הקטן ביותר.

**תשובה (4).**

### שאלות ובעיות (שאלות 13-20)

13. **השאלה:** חמישה צבָעים צובעים בית. כל הצבעים עובדים בקצב קבוע ושווה.

שניים מהם יכולים לסיים את צביעת הבית ב-15 שעות עבודה.

כמה שעות עבודה דרושות לכל החמישה יחד כדי לסיים את צביעת הבית?

**פתרון:** נתון כי שני צבעים מסיימים את צביעת הבית ב-15 ימים. יש יחס הפוך בין פועלים לזמן.

מכאן שהזמן שיידרש לצבָע אחד, כלומר כמות עובדים הקטנה פי 2, תהיה גדולה פי 2, כלומר הזמן הדרוש

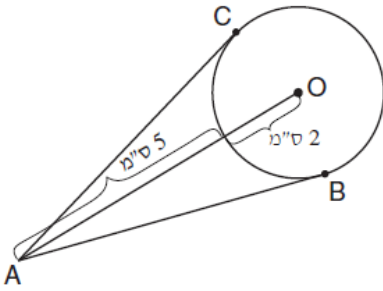
לצבָע אחד לצבוע את הבית היא 30 שעות.

אם הזמן הדרוש לצבָע אחד לצביעת הבית כולו הוא 30 שעות, הרי של-5 צבעים, שהם פי 5, יידרש זמן הקטן פי

5, כלומר 6 שעות לסיים את צביעת הבית  $\left(\frac{30}{5} = 6\right)$ .

**תשובה (3).**

14. השאלה: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O. AB ו-AC משיקים למעגל בנקודות B ו-C.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט, מה אורך הקטע AB (בס"מ)?

**פתרון:** נתון כי AB ו-AC הם משיקים למעגל. רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית בת  $90^\circ$  עם המשיק, ולכן 'נוריד' רדיוס מנקודה O לנקודה B, ומכאן ש-  $\angle OBA = 90^\circ$ . נתבונן במשולש ABO:

משולש ABO הוא משולש ישר זווית אשר אורך היתר, הצלע AO, שווה ל-7 ס"מ ( $5 + 2$ ), ואורך הניצב BO שווה ל-2 ס"מ.

כעת נשתמש במשפט פיתגורס כדי למצוא את אורך הקטע AB:  
 $AB^2 + BO^2 = AO^2 \Leftrightarrow AB^2 + 2^2 = 7^2 \Leftrightarrow AB^2 = 49 - 4 = 45 \Leftrightarrow AB = \sqrt{45}$   
 מצאנו כי אורכו של AB הוא  $3\sqrt{5}$  ( $AB = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ ).

**תשובה (4).**

15. השאלה: x מתחלק ב-3 ללא שארית.

שארית החלוקה של x ב-4 היא 2.

איזה המספרים הבאים הוא המספר הגדול ביותר ש-x בהכרח מתחלק בו ללא שארית?

**פתרון:** אין בשאלה כל ערך מספרי, ולכן עלינו להציב דוגמה מספרית המקיימת את נתוני השאלה, על מנת לבדוק מי הוא המחלק הגדול ביותר של x.

ישנם מספרים רבים אשר מקיימים את הנתונים, למשל: 6, 18, 30, 42 ועוד.

אם נבחר להציב כ-x אחד מהמספרים הגדולים, נקבל כי ל-x יש מספר מחלקים אפשריים מבין התשובות המוצעות.

על מנת למצוא מי המחלק הגדול ביותר ש-x מתחלק בו בהכרח, עלינו לבחור ב-x הקטן ביותר האפשרי המקיים את הנתונים, כלומר להציב כי x שווה ל-6.

מכיוון שהמספר הגדול ביותר ש-6 מתחלק בו ללא שארית הוא 6, הרי שניתן לפסול את תשובות (2), (3) ו-(4).

**תשובה (1).**



16. השאלה: לכל  $n$  חיובי הוגדרו הפעולות הבאות:  $\$(n) = \frac{n}{8}$

$$\#(n) = \frac{n^2}{2}$$

נתון:  $0 < k$

$$\#(k) = ?$$

**פתרון: דרך א':** הצבת מספרים

$$\text{נציב ש-} k=1 \text{ . מכאן ש-} \#(k) = \#(1) \Leftrightarrow \frac{1^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}$$

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1):  $32\sqrt{\$(k)}$

$$32\sqrt{\frac{1}{8}} \Leftrightarrow 32\sqrt{\$(1)}$$

מכיוון שאין שורש שלם למספר 8, אפשר כבר בשלב זה לראות שהתוצאה תהיה

שונה מ- $\frac{1}{2}$ . התשובה נפסלת.

תשובה (2):  $4\sqrt{\$(k)}$

$$4\sqrt{\frac{1}{8}} \Leftrightarrow 4\sqrt{\$(1)}$$

מכיוון שאין שורש שלם למספר 8, אפשר כבר בשלב זה לראות שהתוצאה תהיה

שונה מ- $\frac{1}{2}$ . התשובה נפסלת.

תשובה (3):  $32 \cdot (\$(k))^2$

$$\frac{1}{2} \Leftrightarrow 32 \cdot \frac{1}{64} \Leftrightarrow 32 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

התשובה מתאימה.

תשובה (4):  $4 \cdot (\$(k))^2$

$$\frac{1}{16} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{64} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

התשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו שלוש תשובות, ניתן לסמן את התשובה היחידה שלא נפסלה, תשובה (3).

**דרך ב':** פתרון אלגברי

$$\#(k) = \frac{k^2}{2}$$

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1):  $32\sqrt{\$(k)}$

$$32\sqrt{\frac{k}{8}} \Leftrightarrow 32\sqrt{\$(k)}$$

התשובה נפסלת.

תשובה (2):  $4\sqrt{\$(k)}$

$$4\sqrt{\frac{k}{8}} \Leftrightarrow 4\sqrt{\$(k)}$$

התשובה נפסלת.

תשובה (3):  $32 \cdot (k)^2$

$$\frac{k^2}{2} \Leftrightarrow 32 \cdot \frac{k^2}{64} \Leftrightarrow 32 \cdot \left(\frac{k}{8}\right)^2 \Leftrightarrow 32 \cdot (k)^2$$

תשובה (3).

17. השאלה: שטחו של משושה משוכלל הוא  $x$  ס"מ.

אם נאריך את צלעותיו פי 2, מה יהיה שטח המשושה החדש (בסמ"ר)?

פתרון: דרך א': הצבת מספרים

מכיוון שאין נתונים מספריים לגבי המשושה, הרי שאנו יכולים להציב נתון מספרי. נציב למשל, כי צלע המשושה המקורי שווה ל-2 ס"מ. ניתן לחלק את המשושה המשוכלל ל-6 משולשים שווים-צלעות, ושטח המשושה שווה לסכום שטחים של המשולשים.

שטח משולש שווה-צלעות אשר אורך צלעו  $a$  הוא:  $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ , ומכאן ששטח כל משולש שאורך צלעו 2 ס"מ

הוא  $\sqrt{3}$  סמ"ר  $\left(\frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \right)$ , ושטח כל המשושה, אשר מורכב מ-6 משולשים כאלו הוא  $6\sqrt{3}$  סמ"ר.

מצאנו כי שטח המשושה המסומן ב- $x$  שווה ל- $6\sqrt{3}$ .

לאחר שהאריכו את צלעותיו של המשושה פי 2 צלע המשושה שווה ל-4 ס"מ, ומכאן ששטח כל משולש שווה

צלעות יהיה שווה ל- $4\sqrt{3}$  סמ"ר  $\left(\frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = \right)$ , ושטח המשושה החדש יהיה שווה ל- $24\sqrt{3}$   $(6 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} =)$ .

כעת נעבור על התשובות המוצעות, נציב במקום  $x$  בכל אחת מהתשובות  $6\sqrt{3}$ , ונבדוק מי מהתשובות שווה לשטח המשושה החדש, כלומר ל- $24\sqrt{3}$ , ונתחיל לשם הנוחות בתשובות העגולות, כלומר תשובה (1) ו-(4):

תשובה (1):  $2x$ . אם  $x$  שווה ל- $6\sqrt{3}$ , הרי שערך התשובה הוא  $12\sqrt{3}$   $(2 \cdot 6\sqrt{3} =)$ .

שטח המשושה החדש שווה ל- $24\sqrt{3}$  ולא ל- $12\sqrt{3}$ , ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4):  $4x$ . אם  $x$  שווה ל- $6\sqrt{3}$ , הרי שערך התשובה הוא  $24\sqrt{3}$   $(4 \cdot 6\sqrt{3} =)$ .

מכיוון ששטח המשושה החדש שווה ל- $24\sqrt{3}$  הרי שזו התשובה הנכונה.

מכיוון שברור כי ערכן של תשובות (2) ו-(3) שונה מ- $24\sqrt{3}$ , הרי שניתן לסמן את תשובה (4), שכן פסלנו 3 תשובות.

דרך ב': הבנה אלגברית

כל הצורות המשוכללות דומות זו לזו, ומכאן שהמשושה המקורי והמשושה החדש דומים זה לזה. בצורות דומות, יחס השטחים שווה ליחס הקווי בריבוע. מכיוון שהאריכו את צלעותיו של המשושה פי 2, הרי שהיחס בין צלעות שני המשולשים המשוכללים שווה ל-2:1, ומכאן שהיחס בין שטחי המשולשים שווה

ל- $(2:1)^2 \Leftrightarrow 4:1$ . אם שטחו של המשושה המקורי שווה ל- $x$ , הרי ששטחו של המשושה החדש שווה ל- $4x$ .

תשובה (4).

18. השאלה:  $\frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(3\sqrt{3} - \sqrt{2})} = ?$

**פתרון:** נפשט את הביטוי שבמונה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר, ואת הביטוי שבמכנה באמצעות פתיחת

$$\Leftrightarrow \frac{2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + 4 \cdot 3}{3 \cdot 3 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - 2} \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(3\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ : סוגריים, ונקבל:}$$

$$2 \Leftrightarrow \frac{2(7 + 2\sqrt{6})}{7 + 2\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{14 + 4\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{2 + 4\sqrt{6} + 12}{9 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 2}$$

**תשובה (2).**

19. **השאלה:** גיא ורותי נבחנו בהיסטוריה ובכימיה.

במבחן בהיסטוריה, הציון שקיבלה רותי גבוה ב-3 נקודות מהציון שקיבל גיא. ממוצע ציוניו של גיא בשני המבחנים גבוה ב-4 נקודות מממוצע ציוניה של רותי בשני המבחנים. במבחן בכימיה, בכמה נקודות הציון שקיבל גיא גבוה מהציון שקיבלה רותי?

**פתרון:** הצבת מספרים

נציב כי רותי קיבלה 10 בבחינה בהיסטוריה ו-10 בבחינה בכימיה. מכאן שממוצע הציונים של רותי בשתי

הבחינות שווה ל-10  $(\frac{10+10}{2} =)$ . ציונו של גיא בהיסטוריה נמוך ב-3 נקודות מציונה של רותי ומכאן

שגיא קיבל 7 בבחינה בהיסטוריה  $(= 10 - 3)$ .

נתון כי ממוצע הציונים של גיא בשתי הבחינות גבוה ב-4 מממוצע הציונים של רותי, ומכאן שממוצע הציונים של גיא שווה ל-14  $(= 10 + 4)$ .


סכום שווה למספר האיברים כפול הממוצע, ולכן אם ממוצע הציונים של גיא בשתי בחינות הוא 14, הרי שסכום הציונים שגיא קיבל בשתי הבחינות הוא  $28 (= 2 \cdot 14)$ .

מצאנו כי גיא קיבל בבחינה בהיסטוריה 7, ומכאן שציונו של גיא בכימיה הוא 21.

ציונה של רותי בכימיה הוא 10, ומכאן שמצאנו כי ציונו של גיא גבוה ב-11 נקודות מציונה של רותי בכימיה  $(= 21 - 10)$ .

**תשובה (4).**

20.

3	2	1
4		8
5	6	7

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם ריבוע המחולק ל-9 משבצות. ארנבת קופצת מן המשבצת האמצעית לאחת המשבצות האחרות. הסיכוי שהארנבת תקפוץ לכל אחת מהמשבצות שעליה מספר זוגי (2, 4, 6 או 8) גדול פי 2 מהסיכוי שהיא תקפוץ לכל אחת מהמשבצות שעליה מספר אי-זוגי (1, 3, 5 או 7). מה הסיכוי שהארנבת תקפוץ למשבצת שמספרה 1?

**פיתרון: דרך א':**

הסיכוי שהארנבת תקפוץ על משבצת שעליה מספר זוגי גדול פי 2 מהסיכוי שהיא תקפוץ על משבצת שעליה מספר אי-זוגי, כלומר יחס של 2:1. מכאן שהסיכוי שהארנבת תקפוץ על משבצת שעליה מספר זוגי שווה ל- $\frac{2}{3}$ , והסיכוי

שהיא תקפוץ על משבצת שעליה מספר אי-זוגי שווה ל- $\frac{1}{3}$ .  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

יש 4 מספרים אי-זוגיים, הרי שהסיכוי שהארנבת תקפוץ על המשבצת שעליה המספר 1, שהוא אחד מ-4 המספרים האי-זוגיים, שווה ל- $\frac{1}{4}$ .

מכאן שהסיכוי שהארנבת תקפוץ על משבצת שעליה מספר אי-זוגי כלשהו, וגם תקפוץ על המשבצת שעליה המספר 1 שווה ל- $\frac{1}{12}$   $\left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \right)$ .

**דרך ב':**

אם הסיכוי לקפוץ על משבצת שעליה מספר זוגי גדול פי 2 מהסיכוי לקפוץ על משבצת שעליה מספר אי-זוגי, הרי שאפשר להתייחס לכל משבצת שעליה מספר זוגי כאל שתי משבצות, כלומר יש כביכול 12 משבצות.

כאשר הסיכוי לקפוץ למספר זוגי כלשהו הוא  $\frac{1}{6}$   $\left( \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \right)$ , והסיכוי שהארנבת תקפוץ אל משבצת אי זוגית

מסוימת שווה ל- $\frac{1}{12}$ .

**תשובה (1).**