מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(1)	(2)	(3)	(2)	(2)	(3)	(2)	(1)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(4)	(2)	(1)	(3)	(2)	(3)	(1)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-10)

1. **השאלה**: מספר התושבים בעיר מסוימת הוא 2,600. 60% מהתושבים בעיר מחזיקים בחיות מחמד. כל בעל חיית מחמד מחזיק בחיה אחת בלבד. 50% מחיות המחמד בעיר הן כלבים.

כמה כלבים יש לתושבים בעיר?

פיתרון: 60% מ-2,600 התושבים מחזיקים בחיות מחמד. 10% מ-2,600 הם 260 ו-60% מ-2,600 הם 6 פעמים 260, כלומר 1,560 חיות מחמד $\left(6\cdot 260=6\cdot 200+6\cdot 60=1{,}200+360=\right)$.

50% מחיות המחמד בעיר הן כלבים. 50% שווה ל- $\frac{1}{2}$, כלומר מחצית מחיות המחמד בעיר הם כלבים,

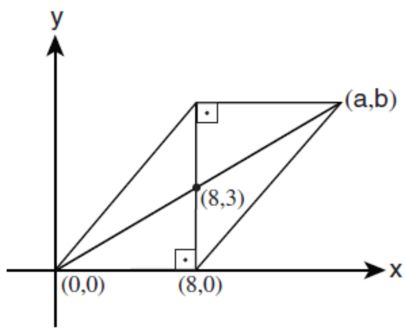
כלומר לתושבי העיר יש 780 כלבים $\left(\frac{1{,}560}{2}=\frac{1{,}500}{2}+\frac{60}{2}=\right)$.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: במערכת הצירים שלפניכם מקבילית שאלכסוניה נפגשים בנקודה (8,3).

מה ערכי הנקודה (a,b)?



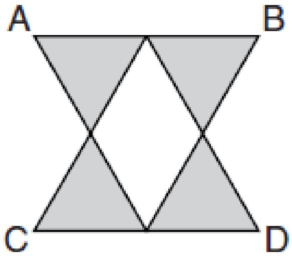
פיתרון: אלכסונים במקבילים חוצים זה את זה.
מכאן שהמרחק בין נקודת ראשית הצירים, שהיא נקודת ההתחלה של האלכסון, לנקודה (8,3) שווה למרחק בין הנקודה (8,3) לנקודה (a,b).
מכאן שהגידול בערכי ה-x וה-y בין נקודת ראשית הצירים (0,0) לנקודה (8,3) הוא 8 $\left(8-0=\right)$ ו-3 $\left(3-0=\right)$, הרי ששיעור ה-x וה-y של נקודה (a,b) גדול ב-8 וב-3 בהתאמה, משיעור ה-x וה-y של הנקודה (8,3).
מכאן ששיעור ה-x של הנקודה (a,b) גדול ב-8 משיעור ה-x של הנקודה (8,3) ושיעור ה-y של הנקודה (a,b) גדול ב-3 משיעור ה-y של הנקודה (8,3), ומכאן ששיעוריה של הנקודה (a,b) הם: (16,6).

תשובה (1).

---

3. **השאלה**: ארבעה משולשים שווי-צלעות חופפים (המשולשים הכהים) מונחים זה ליד זה, כמתואר בסרטוט, ויוצרים מעוין (השטח הבהיר). הקטעים AB ו-CD הם ישרים ומקבילים זה לזה.

אם ידוע ששטח כל משולש הוא x סמ"ר, מה שטחו של המעוין (בסמ"ר)?



פיתרון: נתבונן במעוין הלבן.
על הקו הישר AB נמצאים שני משולשים שווי צלעות כהים, ומכאן שגודל הזווית הפנימית של המעוין הנמצאת על הקו הישר AB שווה ל-$60°$ $(180°-60°-60°=)$.
זוויות נגדיות במעוין שוות זו לזו, וסכום כל שתי זוויות סמוכות שווה ל-$180°$.
מכאן שאם נחלק את המעוין באמצעות האלכסון היוצא מהזווית בת ה-$120°$, נקבל שני משולשים שווי צלעות אשר אורך צלעם היא צלע המשולשים שווי הצלעות.
מכיוון שנתון כי שטח כל משולש שווה צלעות הוא x, הרי ששטח המעוין הבהיר, המורכב משני משולשים שווי צלעות, שווה ל-2x.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: y הוא מספר שלם ואי-זוגי שאינו מתחלק ב-3.
נתון: $2<y<20$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: המספרים השלמים והאי-זוגיים שאינם מתחלקים ב-3 הגדולים מ-2 והקטנים מ-20 הם: 5, 7, 11, 13, 17 ו-19.
מכיוון שכל המספרים הללו הם מספרים ראשוניים, ניתן לפסול את תשובות (1), (2) ו-(4).

תשובה (3).

---

5. **השאלה**: $\dfrac{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{a}}{\frac{b}{d}\cdot\frac{a}{b}}=?$ $\quad a,b,c,d\neq 0$

פיתרון: <u>דרך א'</u>: פישוט בנפרד של כל אחד מן הביטויים במונה ובמכנה:

מונה: $\frac{\cancel{a}^{1}}{b}\cdot\frac{c}{\cancel{a}_{1}}=\frac{c}{b}$

מכנה: $\frac{\cancel{b}^{1}}{d}\cdot\frac{a}{\cancel{b}_{1}}=\frac{a}{d}$

חילוק של שברים הוא כפל בהופכי, ולכן: $\dfrac{\frac{c}{b}}{\frac{a}{d}}=\frac{c}{b}\cdot\frac{d}{a}=\frac{c\cdot d}{b\cdot a}$

<u>דרך ב'</u>: צמצום של ביטויים זהים במונה ובמכנה.

מכיוון שגם במונה וגם במכנה מופיע הביטוי $\frac{a}{b}$ ניתן לצמצם את הביטוי במונה ובמכנה, ולקבל:

$$\dfrac{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{a}}{\frac{b}{d}\cdot\frac{a}{b}}=\dfrac{\frac{c}{a}}{\frac{d}{b}}=\frac{c}{a}\cdot\frac{d}{b}=\frac{c\cdot d}{a\cdot b}$$

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: לחיים יש מטבעות של שקל אחד, של 5 שקלים ושל 10 שקלים. הוא קנה ספר ושילם תמורתו ב-4 מטבעות (ולא קיבל עודף).

איזה מהמספרים הבאים **אינו** יכול להיות מחיר הספר (בשקלים)?

פיתרון: בדיקת תשובות.

תשובה (1): 16. באמצעות שלושה מטבעות של 5 שקלים ומטבע אחד של שקל אחד ניתן לרכוש ספר שמחירו 16 שקלים $(=1+5\cdot3)$. מכיוון שמצאנו 4 מטבעות שבאמצעותם ניתן לרכוש את הספר זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 18. לסכום של 18 אפשר ב-5 מטבעות לכל הפחות, מטבע אחד של 10 שקלים, מטבע אחד של 5 שקלים ו-3 מטבעות של מטבע אחד. ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3): 21. באמצעות מטבע אחד של עשרה שקלים, שני מטבעות של 5 שקלים ומטבע אחד של שקל אחד $(=1+5\cdot2+10)$. מכיוון שמצאנו 4 מטבעות שבאמצעותם ניתן לרכוש את הספר זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (4): 31. באמצעות שלושה מטבעות של עשרה שקלים, ומטבע אחד של שקל אחד $(=1+10\cdot3)$. מכיוון שמצאנו 4 מטבעות שבאמצעותם ניתן לרכוש את הספר זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: נתון: הממוצע של A, B ו-C הוא 38.

$$A = 44$$

מה הממוצע של B ו-C?

פיתרון:

על מנת למצוא את הממוצע של B ו-C יש לבודד את הנתון כי הממוצע של A, B ו-C הוא 38, על פי נוסחת הממוצע: $\text{ממוצע} = \frac{\text{סכום}}{\text{מספר האיברים}}$, ומכאן ש: $38 = \frac{A+B+C}{3}$. נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $A+B+C=114$.

נתון כי $A=44$, נציב נתון זה במשוואה הנתונה, ונקבל: $44+B+C=114$. נחסר 44 משני האגפים, ונקבל: $B+C=70$.

מכאן שהממוצע של B ו-C הוא 35 $\left(=\frac{70}{2}=\frac{B+C}{2}\right)$,

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: תמר וירון צובעים קירות. כל אחד מהם צובע בקצב קבוע.

תמר צובעת 2 קירות בשעה. ירון צובע $\frac{1}{2}$ קיר בשעה.

בכמה דקות יצבעו תמר וירון **קיר אחד** אם יעבדו יחד?

פיתרון: תמר צובעת 2 קירות בשעה. ירון צובע $\frac{1}{2}$ קיר בשעה , ולפיכך כאשר תמר וירון עובדים ביחד במשך שעה אחת (60 דקות) הם צובעים $2\frac{1}{2}$ קירות $\left(2+\frac{1}{2}=\right)$.

נמצא באמצעות ריבוע יחסים בכמה דקות יצבעו שניהם קיר אחד.

תמר צובעת 2 קירות בשעה. ירון צובע $\frac{1}{2}$ קיר בשעה.

דקות	קירות
60	$2\frac{1}{2}$
?	1

מכיוון שהיחס בטור הימני שווה ליחס בטור השמאלי, הרי ש: $\frac{60}{x}=\frac{2\frac{1}{2}}{1}$ ⇦ $\frac{60}{x}=2\frac{1}{2}$.

נכפול ב-x את שני האגפים ב-x, ונקבל: $60=\frac{5x}{2}$.

נכפול את שני האגפים ב-2 ונחלק ב-5, ונקבל כי x שווה ל-24 $\left(x=\frac{\cancel{60}^{12}\cdot 2}{\cancel{5}_1}\right)$.

כלומר, מצאנו כי כאשר תמר וירון יעבדו יחדיו, הם יסיימו לצבוע קיר ב-24 דקות.

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: המספר $\left(10^9+9^{10}\right)$ ______.

פיתרון: התשובות המוצעות מתייחסות למספרים אליהם מתחלק הביטוי ולשאלה האם הוא זוגי או אי-זוגי. בשל העובדה שמדובר במספרים גדולים ומכיוון שאיננו יכולים להוציא גורם משותף על מנת לפשט את הביטוי, נבדוק את 'זוגיות' הביטוי.

חזקה אינה משנה את הזוגיות של מספר.

מכיוון ש-10 הוא מספר זוגי, הרי ש- 10^9 הוא בהכרח מספר זוגי, ומכיוון ש-9 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- 9^{10} הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

חיבור של מספר זוגי ומספר אי-זוגי נותן תוצאה אי-זוגית, ולפיכך ניתן לקבוע כי המספר $\left(10^9+9^{10}\right)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

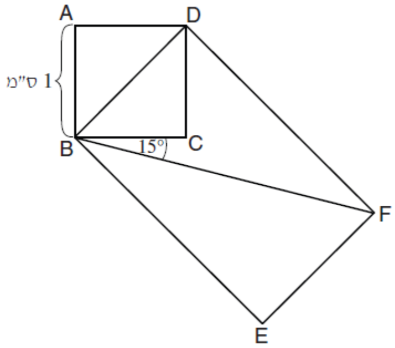
תשובה (1).

.10 **השאלה**: נתון: ABCD הוא ריבוע.

BEFD הוא מלבן

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,

מה אורך האלכסון BF (בס"מ)?



פיתרון: על מנת למצוא אורך של קו ישר רצוי לחפש תחילה משולש ישר זווית שהקו המבוקש מהווה אחת מצלעותיו.

נתון כי BEFD הוא מלבן, ומכאן שזווית BDF היא זווית ישרה ומשולש BDF הוא משולש ישר זווית שבו הישר BF מהווה יתר.

מכיוון שנתון על פי הסרטוט שאורך צלע הריבוע הוא 1 ס"מ, אורך אלכסון הריבוע BD, גדול פי $\sqrt{2}$ כלומר שווה ל- $\sqrt{2}$ ס"מ.

נבדוק מה גודל זוויותיו של המשולש BDF:

זווית DBF היא זווית המורכבת משתי זוויות: זווית DBC + זווית CBF:

אלכסון בריבוע חוצה את הזוויות הפנימיות, ולכן ניתן לקבוע כי זווית DBC שווה ל-45°; על פי נתוני הסרטוט זווית CBF שווה ל-15°.

מצאנו כי זווית DBF שווה ל-60°, ומכאן שאם נתבונן במשולש DBF, זווית DFB שווה ל-30° $(180° - 90° - 30° =)$. מצאנו כי משולש BDF הוא משולש זהב שאורך ניצבו הקטן, הצלע BD, הוא $\sqrt{2}$ ס"מ, ומכאן שאורך היתר, הצלע BF, גדול פי 2 מאורך הניצב הקטן, כלומר שווה ל- $2\sqrt{2}$ ס"מ.

תשובה (1).

הסקה מטבלה (שאלות 14-11)

הסקה מטבלה (שאלות 14–11)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

בטבלה נתונים על המכירות בדוכן למכירת ירקות בששת ימי העבודה של שבוע מסוים. בעבור כל סוג ירק מצוינים מחירו (בשקלים לק"ג) והכמות שנמכרה ממנו (בק"ג) בכל יום באותו שבוע (ראו מקרא).

לדוגמה: ביום חמישי נמכרו 95 ק"ג כרובית במחיר של 3.20 שקלים לק"ג.

סוג הירק

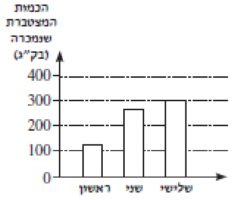
היום בשבוע	בצל	גזר	חציל	כרובית	מלפפון	עגבנייה	פלפל	קישוא
ראשון	2.60 / **105**	3.00 / **70**	5.00 / **55**	2.80 / **110**	3.50 / **90**	3.20 / **130**	5.60 / **95**	4.70 / **80**
שני	2.40 / **100**	3.10 / **60**	4.80 / **90**	2.50 / **120**	3.40 / **110**	3.30 / **140**	5.80 / **80**	4.00 / **55**
שלישי	2.40 / **120**	2.80 / **90**	4.90 / **75**	2.90 / **100**	3.00 / **80**	3.30 / **110**	6.10 / **100**	4.70 / **60**
רביעי	2.00 / **120**	2.70 / **90**	5.40 / **80**	3.10 / **80**	3.00 / **70**	2.90 / **110**	6.20 / **90**	5.10 / **90**
חמישי	1.80 / **110**	2.90 / **90**	5.60 / **105**	3.20 / **95**	2.90 / **120**	2.80 / **100**	5.90 / **95**	4.50 / **90**
שישי	1.90 / **80**	3.00 / **85**	5.20 / **100**	3.00 / **100**	2.50 / **130**	2.60 / **130**	5.80 / **90**	4.00 / **95**

מקרא:

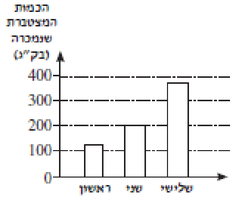
המחיר (בשקלים) לק"ג	**הכמות שנמכרה (בק"ג)**

.11 **השאלה**: בנוגע לכל אחד משלושת הימים הראשונים בשבוע, איזה מהתרשימים הבאים מתאר את הכמות המצטברת (בק"ג) של עגבניות שנמכרו מתחילת השבוע ועד סופו של אותו יום?

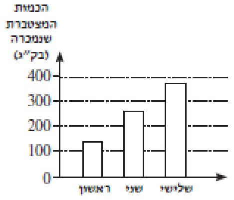
(1)



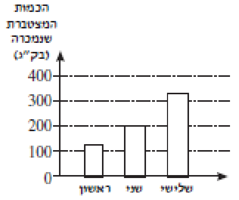
(2)



(3)



(4)



פיתרון:

נבדוק מה כמות העגבניות שנמכרה בכל יום:

ביום א' נמכרו 130ק"ג עגבניות.

ביום ב': נמכרו 140 ק"ג עגבניות, כלומר במצטבר מתחילת השבוע 270 ק"ג $(=130+140)$. תשובות (2) ו-(4) נפסלות.

ביום ג': נמכרו 110 ק"ג עגבניות, כלומר במצטבר מתחילת השבוע 380 ק"ג $(=270+110)$. תשובה (1) נפסלת.

תשובה (3).

.12 **השאלה**: איזו מהטענות הבאות נכונה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: בכל אחד מימי השבוע, כמות העגבניות שנמכרו (בק"ג) הייתה גבוהה מכמות המלפפונים שנמכרו (בק"ג).

מכיוון שביום חמישי כמות המלפפונים שנמכרו הייתה 120 ק"ג גבוהה מכמות העגבניות שנמכרו באותו יום 100 ק"ג, תשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: בכל אחד מימי השבוע, משקלם של סך כל הבצלים והקישואים שנמכרו היה נמוך מ-200 ק"ג.

מכיוון שביום רביעי כמות הבצלים שנמכרו הייתה 120 ק"ג וכמות הקישואים שנמכרו הייתה 90 ק"ג, כלומר, כמות הבצלים והקישואים הכוללת הייתה 210 ק"ג $(=90+120)$, כלומר גבוהה מ-200 ק"ג, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: בכל אחד מימי השבוע, מחיר הפלפל היה גבוה ממחיר החציל

נתבונן בתרשים ונמצא כי אכן בכל אחד מימי השבוע מחיר הפלפל היה גבוה ממחיר החציל. זו התשובה הנכונה ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הנוספת.

תשובה (3).

.13 **השאלה**: נגדיר בעבור כל סוג ירק את "טווח המחירים" כך: ההפרש בין מחירו הגבוה ביותר למחירו הנמוך ביותר (בשקלים לק"ג) במשך השבוע.

לאיזה מסוגי הירקות הבאים "טווח המחירים" **הגדול** ביותר?

פיתרון: נבדוק עבור כל אחת מן התשובות המוצעות מה "טווח המחירים" של אותו ירק.

<u>תשובה (1)</u>: בצל.
המחיר הגבוה ביותר של בצל במשך השבוע היה 2.60 שקלים לק"ג (ביום ראשון) והמחיר הנמוך ביותר של בצל במשך השבוע היה 1.80 שקלים לק"ג (ביום חמישי).
ומכאן ש"טווח המחירים" של בצל הוא 0.80 שקלים $(=1.80-2.60)$.

<u>תשובה (2)</u>: כרובית.
המחיר הגבוה ביותר של כרובית במשך השבוע היה 3.20 שקלים לק"ג (ביום חמישי) והמחיר הנמוך ביותר של כרובית במשך השבוע היה 2.50 שקלים לק"ג (ביום שני).
ומכאן ש"טווח המחירים" של כרובית הוא 0.70 שקלים $(=2.50-3.20)$.

<u>תשובה (3)</u>: מלפפון.
המחיר הגבוה ביותר של מלפפון במשך השבוע היה 3.50 שקלים לק"ג (ביום ראשון) והמחיר הנמוך ביותר של מלפפון במשך השבוע היה 2.50 שקלים לק"ג (ביום שישי).
ומכאן ש"טווח המחירים" של מלפפון הוא 1.00 שקלים $(=2.50-3.50)$.

<u>תשובה (4)</u>: קישוא.

המחיר הגבוה ביותר של קישוא במשך השבוע היה 5.10 שקלים לק"ג (ביום רביעי) והמחיר הנמוך ביותר של קישוא במשך השבוע היה 4.00 שקלים לק"ג (בימים שני ושישי).
ומכאן ש"טווח המחירים" של קישוא הוא 1.10 שקלים $(=4.00-5.10)$.

תשובה (4).

---

14. **השאלה** : איזה מהסכומים הבאים (בשקלים) הוא **הנמוך** ביותר?

פיתרון : נבדוק את התשובות המוצעות

<u>תשובה (1)</u> : הסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור בצל ביום שני.

הסכום הכולל ששולם עבור בצל ביום שני שווה למספר הק״ג של בצל שנמכרו באותו יום כפול המחיר לק״ג. מכיוון שביום שני נמכרו 100 ק״ג בצל במחיר של 2.40 שקלים לק״ג, הרי הסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור בצל ביום שני הוא 240 שקלים $(=100\cdot 2.40)$.

<u>תשובה (2)</u> : הסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור קישואים ביום שני.

הסכום הכולל ששולם עבור קישואים ביום שני שווה למספר הק״ג של קישואים שנמכרו באותו יום כפול המחיר לק״ג. מכיוון שביום שני נמכרו 55 ק״ג קישואים במחיר של 4.00 שקלים לק״ג, הרי שהסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור קישואים ביום שני הוא 220 שקלים $(=55\cdot 4.00)$.

<u>תשובה (3)</u> : הסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור כרובית ביום שלישי.

הסכום הכולל ששולם עבור כרובית ביום שלישי שווה למספר הק״ג של כרובית שנמכרו באותו יום כפול המחיר לק״ג. מכיוון שביום שלישי נמכרו 100 ק״ג כרובית במחיר של 2.90 שקלים לק״ג, הרי שהסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור כרובית ביום שלישי הוא 290 שקלים $(=100\cdot 2.90)$.

<u>תשובה (4)</u> : הסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור מלפפונים ביום שלישי.

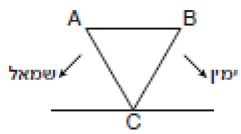
הסכום הכולל ששולם עבור מלפפונים ביום שלישי שווה למספר הק״ג של מלפפונים שנמכרו באותו יום כפול המחיר לק״ג. מכיוון שביום שלישי נמכרו 80 ק״ג מלפפונים במחיר של 3.00 שקלים לק״ג, הרי שהסכום הכולל ששולם בדוכן הירקות עבור מלפפונים ביום שלישי הוא 240 שקלים $(=80\cdot 3.00)$.

מכיוון שנשאלנו איזה מהסכומים הבאים הוא **הנמוך** ביותר, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

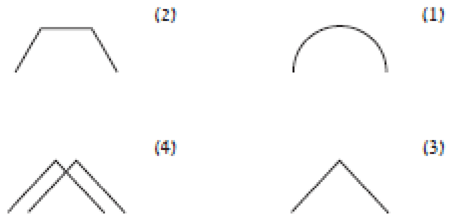
תשובה (2).

שאלות ובעיות (שאלות 15-20)

15. **השאלה** : משולש שווה-צלעות ABC ״עומד״ כך שהקודקוד C מונח על הרצפה. המשולש מסתובב מצד לצד כשהקודקוד C קבוע על הרצפה. תחילה לצד שמאל, עד שהנקודה A מונחת על הרצפה, ואז לצד ימין, עד שהנקודה B מונחת על הרצפה (ראו סרטוט).



איזו צורה תהיה לקו הדמיוני שיסרטטו הנקודות A ו-B במהלך הסיבוב?



פיתרון : המשולש שבסרטוט הוא משולש שווה צלעות, ומכאן שמרחק הצלע AC מנקודה A שווה למרחקה של הצלע CB מנקודה C.
סיבוב המשולש מצד לצד, יוצר צורת חצי מעגל בה כל אחת משתי הצלעות משמשות רדיוסים ממרכז המעגל שהוא הנקודה C.
ניתן להמחיש לעצמנו את השאלה על ידי הנחת עיפרון על גבי שולחן, אחיזתו בקצה האחד וסיבוב הקצה השני מצד לצד כאשר העיפרון מדמה למעשה את צלע המשולש.

תשובה (1).

---

16. **השאלה**: אם נגדיל את שטחו של מעגל פי x, פי כמה יגדל היקפו?

פיתרון: דרך א': אלגברה

כפי שלמדנו כאשר שתי צורות דומות זו לזו: יחס שטחים = (יחס אורכים)^2.

אם נתון שיחס השטחים בין שני המעגלים גדל פי x, הרי ש: $\frac{x}{1}$ = (יחס אורכים)^2 ⇦ יחס אורכים = $\sqrt{\frac{x}{1}}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נניח כי שטח המעגל המקורי הוא π סמ"ר, וכי שטח המעגל גדל פי 4, או במילים אחרות x שווה ל-4, ומכאן ששטח המעגל ה'חדש' הוא 4π סמ"ר.

אם שטח המעגל המקורי הוא π, הרי שרדיוס המעגל המקורי שווה ל-1 והיקף המעגל שווה ל-2π ס"מ $(2r\pi = 2 \cdot 1 \cdot \pi =)$.

אם שטח המעגל החדש הוא 4π, אורכו של רדיוס המעגל החדש הוא 2 ס"מ, והיקף המעגל החדש הוא 4π ס"מ $(2r\pi = 2 \cdot 2 \cdot \pi =)$.

מכיוון שהיקף המעגל החדש גדול פי 2 מהיקף המעגל המקורי $\left(\frac{4\pi}{2\pi} =\right)$, נציב בתשובות x שווה 4

ונפסול תשובות שערכן שונה מ-2. תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

תשובה (3).

---

17. **השאלה**: בתחילת כל שנה יש בבְרֵכה 10% מהדגים יותר מבתחילת השנה שקדמה לה.

כמה דגים היו בבְרֵכה בתחילת 1990, אם בתחילת 1993 היו בה 1,331 דגים?

פיתרון: דרך א': הצבת תשובות

מכיוון שאנו רוצים לבדוק איזו מהתשובות כאשר נגדיל אותה ב-10% 3 פעמים כדאי להציב תשובה עגולה יחסית אשר נוח לעבוד איתה.

התשובה ה'עגולה' ביותר היא תשובה (2) – 1,000.

אם בתחילת שנת 1990 היו בבְרֵכה 1,000 דגים, הרי שבתחילת שנת 1991 הייתה כמות הדגים בבְרֵכה גדולה ב-10%. 10% מ-1,000 הם 100 ולכן בתחילת שנת 1991 היו בבְרֵכה 1,100 דגים $(1{,}000+100=)$.

אם בתחילת שנת 1991 היו בבְרֵכה 1,100 דגים, הרי שבתחילת שנת 1992 הייתה כמות הדגים בבְרֵכה גדולה ב-10%. 10% מ-1,100 הם 110 ולכן בתחילת שנת 1992 היו בבְרֵכה 1,210 דגים $(1{,}100+110=)$.

אם בתחילת שנת 1992 היו בבְרֵכה 1,210 דגים, הרי שבתחילת שנת 1993 הייתה כמות הדגים בבְרֵכה גדולה ב-10%. 10% מ-1,210 הם 121 ולכן בתחילת שנת 1993 היו בבְרֵכה 1,321 דגים $(1{,}210+121=)$.

דרך ב': אלגברה.

בתחילת כל שנה יש בברכה 10% יותר מבתחילת השנה הקודמת, ומכאן שמספר הדגים בתחילת כל שנה מהווה 110% ממספרם בשנה שעברה. כלומר אם נכפול את מספר הדגים בתחילת שנת 1990, אותו נסמן ב-x, ב-110% במשך שלוש פעמים נקבל את מספרם של הדגים בתחילת שנת 1993, כלומר 1,331.

$$x \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{110}{100} = 1{,}331 \Leftarrow x \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{11}{10} = 1{,}331 \Leftarrow x \cdot \frac{1{,}331}{1{,}000} = 1{,}331$$

נכפול את שני האגפים ב-1,000 ונחלק ב-1,331, ונקבל: $x = 1{,}000$.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: באיזה מהמצבים הבאים **לא בהכרח** מתקיים השוויון
$|a|+|b|=|a+b|$?

פיתרון: המשוואה הנתונה מתקיימת עבור כל זוג מספרים שווי-סימן וכאשר לפחות אחד מהמספרים שווה ל-0, ולכן ניתן לפסול את תשובות (1), (2) ו-(4).
תשובה (3) **אינה בהכרח** נכונה, מכיוון שיתכן למשל ש-a ו-b הם מספרים שלמים, לדוגמה: $a=2$ ו- $b=-1$ נקבל: $|2|+|-1|\neq|2+-1|$.

תשובה (3).

---

19. **השאלה**: $2\sqrt{x}=4^{-3}$
$x=?$

פיתרון: על מנת למצוא את ערכו של x ניפטר תחילה מסימן השורש על יד העלאה בריבוע של שני האגפים של המשוואה הנתונה: $\left(2\sqrt{x}\right)^2=\left(4^{-3}\right)^2 \Leftarrow 4x=4^{-3\cdot2} \Leftarrow 4x=4^{-6}$.

נחלק ב-4 את שני האגפים על מנת לבודד את x, ונקבל: $x=\frac{4^{-6}}{4} \Leftarrow x=\frac{4^{-6}}{4^1}=4^{-6-1}=4^{-7}$.

תשובה (1).

---

20. **השאלה**: יואל מעוניין להרכיב סִסמה בת 6 ספרות. הססמה צריכה להיות מורכבת בדיוק מ-2 ספרות שונות, שכל אחת מהן צריכה להופיע 3 פעמים. כמו כן, סכום כל הספרות בססמה צריך להתחלק ב-10 ללא שארית.

כמה זוגות שונים של ספרות יכול יואל לבחור כדי להרכיב את הססמה?

פיתרון: על פי הנתונים הססמה צריכה להיות מורכבת מ-2 ספרות שונות, אם סכום כל הספרות צריך להתחלק ב-10 ללא שארית, הרי שסכום זוג הספרות שנבחר חייב להיות מספר שמתחלק ב-10 ללא שארית. זוגות הספרות האפשריים הם 1,9 ; 2,8 ; 3,7 ו-4,6.

תשובה (4).
