

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(4)	(3)	(1)	(1)	(1)	(3)	(1)	(1)	(4)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(1)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	(4)	(2)	(3)	(1)	תשובה

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-4)

1. השאלה: x, y ו- z הם מספרים ראשוניים, $1 < x < y < z$.

נתון: $(x + y + z)$ הוא מספר זוגי.

x שווה בהכרח ל-

פיתרון: כל המספרים הראשוניים, למעט 2, הם מספרים אי-זוגיים.

אם x, y ו- z היו שלושתם מספרים אי-זוגיים, הרי שסכומם היה בהכרח מספר אי-זוגי. מכיוון שנתון כי סכומם של שלושת המספרים הוא מספר זוגי, הרי שבהכרח אחד המספרים הוא מספר זוגי, כלומר שווה ל-2.

2 הוא המספר הראשוני הקטן ביותר, מכאן שבהכרח x שווה ל-2.

תשובה (2).

2. השאלה: בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים. אם יעבירו 8 תלמידים מכיתה א' לכיתה ב',

יהיה בשתי הכיתות אותו מספר של תלמידים.

כמה תלמידים יש בכיתה ב' (לפני ההעברה)?

פיתרון: דרך א': אלגברה

נסמן את מספר התלמידים בכיתה ב', אשר אותו התבקשנו למצוא, ב- x .

בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים, ומכאן שאם מספר התלמידים בכיתה ב' הוא x , הרי שמספר התלמידים בכיתה א' הוא $(32 - x)$.

נתון שאם נעביר 8 תלמידים מכיתה א' לכיתה ב', יהיה מספר התלמידים בשתי הכיתות שווה, כלומר אם נחסר 8 תלמידים מכיתה א' ונוסיף 8 תלמידים לכיתה ב' יהיה מספר התלמידים שווה.

נבנה משוואה על מנת לתאר שוויון זה: $x + 8 = (32 - x) - 8$

נוסיף x ונחסר 8 משני האגפים, ונקבל: $2x = 16$, נחלק ב-2, ונקבל: $x = 8$.

דרך ב': בדיקת תשובות

תשובה (1): 18. בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים, ולפיכך אם בכיתה ב' יש 18 תלמידים לפני ההעברה, הרי שבכיתה א' יש 14 תלמידים ($32 - 18 =$).

אם נעביר מכיתה א' לכיתה ב' 8 תלמידים, ישארו בכיתה א' 6 תלמידים ($14 - 8 =$), ובכיתה ב' יהיו 26 תלמידים ($18 + 8 =$). מכיוון שלאחר המעבר בשתי הכיתות צריך להיות אותו מספר של תלמידים, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 16. בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים, ולפיכך אם בכיתה ב' יש 16 תלמידים לפני ההעברה, הרי שבכיתה א' יש 16 תלמידים ($32 - 16 =$).

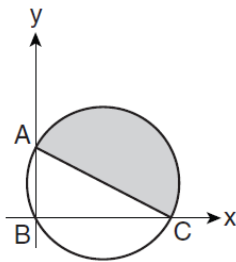
מכיוון שכעת מספר התלמידים בשתי הכיתות שווה, הרי שאם נעביר מכיתה א' לכיתה ב' 8 תלמידים, ברור שבשתי הכיתות לא יהיה אותו מספר של תלמידים, זו אינה התשובה הנכונה.

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

תשובה (3): 10. בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים, ולפיכך אם בכיתה ב' יש 10 תלמידים לפני ההעברה, הרי שבכיתה א' יש 22 תלמידים ($32 - 10 = 22$).
אם נעביר מכיתה א' לכיתה ב' 8 תלמידים, יהיו בכיתה א' 14 תלמידים ($22 - 8 = 14$), ובכיתה ב' יהיו 18 תלמידים ($10 + 8 = 18$). מכיוון שלאחר המעבר בשתי הכיתות צריך להיות אותו מספר של תלמידים, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (4): 8. בכיתה א' ובכיתה ב' יש ביחד 32 תלמידים, ולפיכך אם בכיתה ב' יש 8 תלמידים לפני ההעברה, הרי שבכיתה א' יש 24 תלמידים ($32 - 8 = 24$).
אם נעביר מכיתה א' לכיתה ב' 8 תלמידים, ישארו בכיתה א' 16 תלמידים ($24 - 8 = 16$), ובכיתה ב' יהיו 16 תלמידים ($8 + 8 = 16$). מכיוון שלאחר המעבר בשתי הכיתות צריך להיות אותו מספר של תלמידים, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).



3. השאלה: במערכת הצירים שלפניכם מסורטט מעגל העובר בראשית הצירים (נקודה B), וחותך את הצירים בנקודות A ו-C.

$$? = \frac{\text{השטח הכהה במעגל}}{\text{השטח הבהיר במעגל}}$$

פיתרון: מכיוון שציר ה-x וציר ה-y מאונכים זה לזה, הרי שזווית ABC היא זווית בת 90° .

זווית ABC היא זווית היקפית במעגל. זווית היקפית במעגל בת 90° בהכרח נשענת על קוטר המעגל, ומכאן שהישר AC הוא קוטר המעגל.
קוטר במעגל מחלק את המעגל לשני חלקים שווים, ולכן השטח הכהה בהכרח שווה לשטח הבהיר במעגל, ומכאן שגודלו של השבר המבוקש שווה ל-1.

תשובה (1).

4. השאלה: היקפו של מלבן הוא 5 ס"מ. ידוע כי למלבן צלע שאורכה 2 ס"מ.

מה שטח המלבן (בסמ"ר)?

פיתרון: אם נסמן את צלעות המלבן ב-a ו-b, הרי שהיקף המלבן שווה ל- $2a + 2b$. נתון כי אורך אחת מצלעות המלבן שווה ל-2 ס"מ וכי היקף המלבן שווה ל-5 ס"מ. נציב נתונים אלו בנוסחת ההיקף, ונקבל: $2 \cdot 2 + 2b = 5 \Leftrightarrow 4 + 2b = 5$. נחסר 4 משני האגפים, ונחלק ב-2 את התוצאה, ונקבל: $b = \frac{1}{2}$.

שטח מלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחבו. מצאנו כי אורכי צלעות המלבן הוא 2 ס"מ ו- $\frac{1}{2}$ ס"מ,

$$\text{ומכאן ששטח המלבן שווה ל-1 סמ"ר} \left(2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \right).$$

תשובה (1).

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

הסקה מטבלה (שאלות 5-9)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריה.

בטבלה מוצגים התעריפים של שירותים לטלפונים סלולריים, שארבע חברות - אור, בל, גלוב וטוק - גבו מלקוחותיהן בשנה מסוימת.

השנה מחולקת לארבעה רבעונים, ועבור כל אחד מהם מצוינים בטבלה התעריפים (באגורות) לדקת שיחה (או חלק ממנה) ולמשלוח הודעת טקסט, שגבתה כל אחת מהחברות.

תעריף באגורות				חברה
רבעון 4	רבעון 3	רבעון 2	רבעון 1	
60	50	60	70	דקת שיחה
40	50	30	30	הודעת טקסט
60	70	80	60	דקת שיחה
20	20	0	20	הודעת טקסט
50	60	70	70	דקת שיחה
40	20	10	20	הודעת טקסט
80	80	70	60	דקת שיחה
10	10	20	40	הודעת טקסט

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

5. **השאלה:** אפי הוא לקוח של חברת אור. בחודש מסוים ברבעון 3 הוא דיבר 120 דקות בטלפון הסלולרי שלו ושלח 90 הודעות טקסט.

מה היה הסכום ששילם אפי בחודש זה (בשקלים)?

פיתרון: אפי דיבר 120 דקות בטלפון הסלולרי שלו ושלח 90 הודעות טקסט.

התעריף של חברת אור לדקת שיחה ברבעון השלישי הוא 50 אגורות לדקה.

אם אפי דיבר 120 דקות ברבעון זה, הרי שהסכום אותו שילם על 120 דקות הוא 6,000 אגורות

$$= (120 \cdot 50), \text{ כלומר } 60 \text{ שקלים} \left(= \frac{6,000}{100} \right).$$

התעריף של חברת אור להודעת טקסט ברבעון השלישי הוא 50 אגורות להודעה, ולכן אם אפי שלח 90

הודעות טקסט ברבעון זה, הרי שהסכום אותו שילם על 90 הודעות הוא 4,500 אגורות $(= 90 \cdot 50)$,

$$\text{כלומר } 45 \text{ שקלים} \left(= \frac{4,500}{100} \right)$$

סך הכול אפי שילם על 120 דקות שיחה בטלפון הסלולרי שלו ו-90 הודעות טקסט: 105 שקלים

$$= (60 + 45).$$

תשובה (3).

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

6. **השאלה:** כאשר ההפרש בין התעריף הגבוה ביותר לדקת שיחה ובין התעריף הנמוך ביותר הוא 10 אגורות או פחות, נאמר שיש "תיאום תעריפים" בין החברות. באיזה מן הרבעונים היה תיאום תעריפים בין החברות?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): רבעון 1. התעריף הגבוה ביותר לדקת שיחה ברבעון ה-1 הוא בחברות אור וגלוב – 70 אגורות, והתעריף הנמוך ביותר הוא בחברות בל וטוק – 60 אג'. מכיוון שההפרש בין התעריף הגבוה ביותר לבין התעריף הנמוך ביותר הוא 10 אגורות, הרי שברבעון ה-1 יש תיאום תעריפים ואין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

7. **השאלה:** במהלך השנה שילמה מירי 15 אגורות בממוצע עבור משלוח הודעת טקסט. לא ייתכן שמירי הייתה לקוחה של חברת _____ במשך כל השנה.

פיתרון: אם מירי שילמה 15 אגורות בממוצע הרי שיש שתי אפשרויות:

(א) לאורך כל השנה שילמה מירי 15 אגורות עבור משלוח כל אחת מהודעות הטקסט ששלחה.
(ב) במהלך חלק מהחודשים שילמה מירי פחות מ-15 אגורות ובמהלך חלק מהחודשים שילמה יותר מ-15 אגורות למשלוח הודעה, כך שבסופו של דבר שילמה בממוצע 15 אגורות למשלוח הודעה.
מכיוון שאין חברה שבה לאורך כל השנה עלות משלוח הודעה בודדת הוא 15 אגורות, הרי שבהכרח בחלק מהחודשים שילמה מירי פחות מ-15 אגורות ובמהלך חלק מהחודשים שילמה יותר מ-15 אגורות. מצב זה יתכן בחברות בל, גלוב וטוק, בהן עלות משלוח הודעה לעיתים נמוך מ-15 אגורות ולעיתים גבוה מ-15 אגורות.
מכיוון שבחברת אור עלות משלוח הודעת טקסט היה גבוה מ-15 אגורות לאורך כל השנה, הרי שאם מירי שילמה בממוצע 15 אגורות להודעת טקסט, לא יתכן שמירי הייתה לקוחה של חברת אור.

תשובה (1).

8. **השאלה:** מספר דקות השיחה הכולל שדיברו לקוחות חברת בל גדל פי 2 מרבעון לרבעון. ההכנסה של חברת בל משיחות ברבעון 4 הייתה גדולה פי _____ מההכנסה שלה משיחות ברבעון ה-1.

פיתרון:

נסמן את מספר דקות השיחה שדיברו לקוחות חברת בל ברבעון ה-1 ב-x.
מכיוון שנתון כי מספר דקות השיחה הכולל שדיברו לקוחות חברת בל גדל פי 2 מרבעון לרבעון, הרי שברבעון ה-2 היה מספר דקות השיחה הכולל שדיברו לקוחות חברת בל שווה ל-2x, ברבעון ה-3 היה מספר דקות השיחה שווה ל-4x וברבעון ה-4 היה מספר דקות השיחה שווה ל-8x.
ברבעון ה-1 הייתה עלות דקת שיחה בחברת בל 60 אג'.
אם מספר דקות השיחה הכולל שדיברו לקוחות חברת בל ברבעון ה-1 היה x, ועלות דקת שיחה הייתה 60 אג', הרי שההכנסה הכוללת של חברת בל משיחות ברבעון ה-1 היה $60x (= x \cdot 60)$.
ברבעון ה-4 הייתה עלות דקת שיחה בחברת בל 60 אג'.
אם מספר דקות השיחה הכולל שדיברו לקוחות חברת בל ברבעון ה-4 היה 8x, ועלות דקת שיחה הייתה 60 אג', הרי שההכנסה הכוללת של חברת בל משיחות ברבעון ה-4 היה $480x (= 8x \cdot 60)$.
ההכנסה של חברת בל משיחות ברבעון 4 הייתה גדולה פי 8 מההכנסה שלה משיחות ברבעון ה-1

$$\left(\frac{480x}{60x} = 8 \right)$$

הערה: מכיוון שעלות דקת שיחה בחברת בל ברבעון ה-1 וברבעון ה-4 הייתה זהה (60 אג'), הרי שיחס ההכנסה הכוללת בין שני הרבעונים שווה ליחס שבין מספר דקות השיחה שדיברו לקוחות החברה בשני הרבעונים, כלומר 8:1.

תשובה (1).

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

9.

השאלה: ברבעון 4, גיא שלח הודעת טקסט אחת על כל 5 דקות שיחה שהוא דיבר בטלפון הסלולרי.

באיזו חברה היה גיא משלם את הסכום הכולל הנמוך ביותר ברבעון 4?

פיתרון: מכיוון שנשאלנו באיזו חברה היה גיא משלם את הסכום הכולל הנמוך ביותר ברבעון 4, אולם איננו יודעים כמה דקות דיבר גיא, נציב דוגמה מספרית, למשל כי גיא דיבר 5 דקות ומכאן ששלח הודעה אחת, ונחשב מה הסכום שהיה גיא משלם בכל חברה.

תשובה (1): אור. תעריף דקת שיחה בחברת אור ברבעון ה-4 הוא 60 אג' ועלות משלוח הודעה הוא 40 אג'. אם גיא דיבר 5 דקות ושלח הודעה אחת, הרי שעל דקות השיחה הוא שילם 300 אג' $(5 \cdot 60 =)$ ועל ההודעה הוא שילם 40 אג', כלומר בסך הכול שילם 340 אג' $(300 + 40 =)$.

תשובה (2): בל. תעריף דקת שיחה בחברת בל ברבעון ה-4 הוא 60 אג' ועלות משלוח הודעה הוא 20 אג'. אם גיא דיבר 5 דקות ושלח הודעה אחת, הרי שעל דקות השיחה הוא שילם 300 אג' $(5 \cdot 60 =)$ ועל ההודעה הוא שילם 20 אג', כלומר בסך הכול שילם 320 אג' $(300 + 20 =)$.

תשובה (3): גלוב. תעריף דקת שיחה בחברת גלוב ברבעון ה-4 הוא 50 אג' ועלות משלוח הודעה הוא 40 אג'. אם גיא דיבר 5 דקות ושלח הודעה אחת, הרי שעל דקות השיחה הוא שילם 250 אג' $(5 \cdot 50 =)$ ועל ההודעה הוא שילם 40 אג', כלומר בסך הכול שילם 290 אג' $(250 + 40 =)$.

תשובה (4): טוק. תעריף דקת שיחה בחברת טוק ברבעון ה-4 הוא 80 אג' ועלות משלוח הודעה הוא 10 אג'. אם גיא דיבר 5 דקות ושלח הודעה אחת, הרי שעל דקות השיחה הוא שילם 400 אג' $(5 \cdot 80 =)$ ועל ההודעה הוא שילם 10 אג', כלומר בסך הכול שילם 410 אג' $(400 + 10 =)$.

מצאנו כי גיא משלם את הסכום הכולל הנמוך ביותר ברבעון 4 בחברת גלוב.

תשובה (3).

הערה: ניתן לפתור את השאלה מבלי להציב מספרים. מכיוון שאנו יודעים כי על כל 5 דקות שיחה שולח גיא הודעה אחת, הרי שעלות דקות השיחה משמעותית יותר מעלות משלוח הודעה, ומכאן שעל גיא לחפש את החברה בה המחיר לדקת שיחה הוא הנמוך ביותר ש היא חברה גלוב. אמנם עלות משלוח הודעת טקסט בחברות בל וטוק נמוך יותר מאשר בחברת גלוב, אולם מכיוון שימשקלי דקת שיחה גדול פי 5 ממשקל ההפרש במחירי הודעת הטקסט, העלות הנמוכה ביותר היא בחברת גלוב.

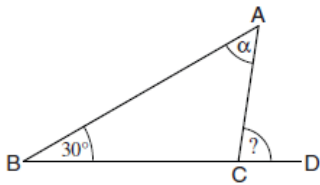
שאלות ובעיות (שאלות 10-20)

10.

השאלה: ABC הוא משולש ו-D היא נקודה על המשך הצלע BC.

נתון: $40^\circ < \alpha$

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט, מה אינו יכול גודל הזווית $\angle ACD$?



פיתרון: הזווית ACD, המסומנת בסימן שאלה, היא זווית חיצונית

למשולש ABC. זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, כלומר

$\angle ACD = \alpha + 40^\circ$. מכיוון שנתון כי זווית α גדולה מ- 40° , הרי שזווית ACD בהכרח גדולה מ- 70°

$(40^\circ + 30^\circ =)$, ומכאן שתשובה (4) אינה אפשרית.

תשובה (4).

11. השאלה: נתון: $x < -1$, $|x| = |y|$

איזו מן האפשרויות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: מן הנתון $|x| = |y|$, כי, ניתן להסיק כי $x = y$ או $x = -y$, כלומר x ו- y הם מספרים נגדיים.

תשובה (1): $1 < y^2$. מכיוון שנתון כי $x < -1$, הרי ש- y יכול להיות מספר שלילי השווה ל- x , כלומר קטן מ- (-1) או המספר הנגדי ל- x , כלומר מספר חיובי הגדול מ- 1 . מכיוון שבשני המקרים כאשר נעלה את y בריבוע נקבל תוצאה אשר בהכרח גדולה מ- 1 , זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

12. השאלה: מחיר 1 ק"ג אגסים הוא x שקלים. מחיר 1 ק"ג בננות הוא y שקלים.

סכום מחירים של 1 ק"ג אגסים ו-1 ק"ג בננות הוא 13 שקלים.

מחירו של 1 ק"ג אגסים גבוה ב-3 שקלים ממחירו של 1 ק"ג בננות.

כמה שקלים ירוויח משה, אם ימכור x ק"ג אגסים ויקנה y ק"ג בננות?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתון כי סכום מחירים של 1 ק"ג אגסים ו-1 ק"ג בננות הוא 13 שקלים וכי מחירו של 1 ק"ג אגסים גבוה ב-3 שקלים ממחירו של 1 ק"ג בננות, כלומר עלינו למצוא זוג מספרים אשר סכומם 13 ואחד מהם גדול ב-3 מהשני. יש זוג מספרים אחד בלבד המקיים דרישה זו: 8 ו-5 ומכאן שמחירו של 1 ק"ג אגסים הוא 8 שקלים ומחירו של 1 ק"ג בננות הוא 5 שקלים.

אם משה ימכור x ק"ג אגסים, כלומר ימכור 8 ק"ג ב-8 שקלים לק"ג, ויקנה y ק"ג בננות, כלומר ימכור 5 ק"ג בננות במחיר 5 שקלים לק"ג, הוא ירוויח 39 שקלים ($= 8 \cdot 8 - 5 \cdot 5$).

דרך ב': אלגברה

מחיר 1 ק"ג אגסים הוא x שקלים ומחיר 1 ק"ג בננות הוא y שקלים.

אם משה ימכור x ק"ג אגסים כאשר מחיר כל ק"ג אגסים הוא x שקלים,

הרי שהוא יקבל בתמורה x^2 שקלים ($= x \cdot x$).

אם משה יקנה y ק"ג בננות, כאשר מחיר כל ק"ג בננות הוא y שקלים, הרי שהוא ישלם y^2 שקלים ($= y \cdot y$).

מכיוון שמשה קיבל x^2 שקלים ממכירת האגסים ושילם y^2 על מכירת הבננות, הרי שהרווח של משה הוא $x^2 - y^2$.

על מנת למצוא את ערכו המספרי של הביטוי, עלינו למצוא מה מחירו של ק"ג אגסים ומה מחירו של ק"ג בננות.

נתון כי מחיר 1 ק"ג אגסים הוא x שקלים ומחיר 1 ק"ג בננות הוא y שקלים.

סכום מחירים של 1 ק"ג אגסים ו-1 ק"ג בננות הוא 13 שקלים, ומכאן $x + y = 13$.

מחירו של 1 ק"ג אגסים גבוה ב-3 שקלים ממחירו של 1 ק"ג בננות, כלומר $x = y + 3$.

נציב נתון זה במשוואה הראשונה, ונקבל: $y + 3 + y = 13 \Leftrightarrow 2y + 3 = 13$.

נחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $2y = 10$.

נחלק ב-2, ונקבל: $y = 5$.

מצאנו כי מחירו של ק"ג בננות (y) הוא 5 שקלים. מכיוון שנתון כי מחירו של 1 ק"ג אגסים גבוה

ב-3 שקלים, הרי שמחירו של 1 ק"ג אגסים (x) הוא 8 שקלים ($= 5 + 3$).

הביטוי המתאר את הרווח של משה הוא $x^2 - y^2$, ומכאן שמשה ירוויח 39 שקלים

($= 8^2 - 5^2 = 64 - 25$).

תשובה (3).

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

הערה: ברצוננו למצוא כמה שווה הביטוי $x^2 - y^2$ אשר ניתן גם לייצגו כ- $(x + y) \cdot (x - y)$.
 כאמור, המשוואות שניתן לבנות מהנתונים הן: $x + y = 13$ ו- $x = y + 3$.
 אם נחסר y משני האגפים במשוואה השנייה, נקבל כי: $x - y = 3$.
 מכיוון שמצאנו כי $x + y = 13$ וכי $x - y = 3$, הרי שערך הביטוי $x^2 - y^2$ הוא 39.
 $[(x + y) \cdot (x - y) = 13 \cdot 3 = 39]$

כלומר ניתן לפתור את השאלה גם מבלי למצוא את מחירו של ק"ג אגסים ומחירו של ק"ג בננות.

13.

השאלה: תושבי קנדה מדברים אנגלית בלבד, או צרפתית בלבד, או גם אנגלית וגם צרפתית.

$\frac{4}{5}$ מתושבי קנדה מדברים אנגלית, ו- $\frac{7}{10}$ מתושבי קנדה מדברים צרפתית.

איזה חלק מתושבי קנדה מדברים גם אנגלית וגם צרפתית?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספרים בשאלה, נציב מספר נוח כמספר תושבי קנדה, למשל: 10.

$\frac{4}{5}$ מתושבי קנדה מדברים אנגלית, $\frac{4}{5}$ מ-10 הם 8. מכיוון שנתון כי כל תושבי קנדה מדברים

אנגלית בלבד, או צרפתית בלבד, או גם אנגלית וגם צרפתית, הרי שאם יש 8 שמדברים אנגלית, הרי שבהכרח 2 התושבים הנותרים ($10 - 8 = 2$) מדברים צרפתית בלבד.

נתון כי $\frac{7}{10}$ מתושבי קנדה מדברים צרפתית, $\frac{7}{10}$ מ-10 הם 7, כלומר יש 7 תושבים בקנדה שמדברים

צרפתית. מכיוון שמצאנו כי יש 2 תושבים שמדברים רק צרפתית, הרי שיש 5 תושבים ($7 - 2 = 5$) שמדברים גם אנגלית וגם צרפתית.

מצאנו כי מתוך 10 התושבים בקנדה יש 5 תושבים שמדברים גם אנגלית וגם צרפתית, 5 מתוך 10 הם

$$\left(\frac{5}{10} = \right) \frac{1}{2}$$

דרך ב': אלגברה

נתון כי $\frac{4}{5}$ מתושבי קנדה מדברים אנגלית, מכיוון שנתון כי כל תושבי קנדה מדברים

אנגלית בלבד, או צרפתית בלבד, או גם אנגלית וגם צרפתית, הרי שאם יש $\frac{4}{5}$ שמדברים אנגלית, הרי

שבהכרח $\frac{1}{5}$ התושבים הנותרת מדברים צרפתית בלבד.

נתון כי $\frac{7}{10}$ מתושבי קנדה מדברים צרפתית, אם $\frac{1}{5}$ מהתושבים שהם $\frac{2}{10}$ מדברים צרפתית בלבד, הרי

ש- $\frac{5}{10}$ מהתושבים $\left(\frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \right)$ מדברים גם צרפתית וגם אנגלית.

נצמצם את השבר $\frac{5}{10}$ ונקבל כי $\frac{1}{2}$ מתושבי קנדה מדברים גם צרפתית וגם אנגלית.

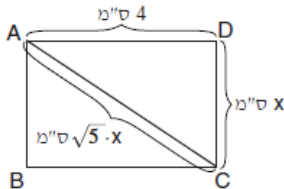
תשובה (2).

14. השאלה: $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24} =$

פיתרון: ראשית נפשט את הביטוי על ידי פתית הסוגריים באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה.
 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24} = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{24} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} - \sqrt{24} = 5 + 2\sqrt{6} - \sqrt{24}$

נפשט את הביטוי $\sqrt{24}$ על ידי פירוק המספר 24 למכפלה $4 \cdot 6$:
 $5 + 2\sqrt{6} - \sqrt{24} = 5 + 2\sqrt{6} - \sqrt{4 \cdot 6} = 5 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$

תשובה (4).



15. השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא מלבן.

לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
 $x = ?$

פיתרון: נתבונן במשולש ACD.

משולש ACD הוא משולש ישר-זווית ולפיכך מקיים את

משפט פיתגורס, כלומר: $4^2 + x^2 = (\sqrt{5} \cdot x)^2$.

נפשט את הביטוי, ונקבל: $16 + x^2 = 5x^2$. נחסר x^2 משני האגפים, ונקבל: $16 = 4x^2$.

נחלק ב-4 את שני האגפים, ונקבל: $4 = x^2$, ומכאן ש- $x = 2$.

תשובה (2).

16. השאלה: למסיבה באו כמה אנשים. כל אחד מהם לחץ פעם אחת את ידו של כל אחד מהאנשים האחרים. בסך הכול היו 36 לחיצות ידיים במסיבה.

כמה אנשים היו במסיבה?

פיתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): 5. אם היו במסיבה 5 אנשים, הרי שכל אחד לחץ את ידו 4 הנוכחים האחרים במסיבה. כביכול היו בחדר 20 לחיצות ידיים ($5 \cdot 4 =$), אולם יש לזכור כי במקרה של פעולה הדדית כמו לחיצות

ידיים, על מנת לחשב את מספר לחיצות הידיים יש לחלק את התוצאה ב-2, ומכאן שאם היו במסיבה 5

אנשים, הרי שמספר לחיצות הידיים הכולל היה $10 \left(\frac{5 \cdot 4}{2} = \right)$.

תשובה (2): 5. אם היו במסיבה 6 אנשים, הרי שכל אחד לחץ את ידו 5 הנוכחים האחרים במסיבה.

אם היו במסיבה 6 אנשים, הרי שמספר לחיצות הידיים הכולל היה $15 \left(\frac{6 \cdot 5}{2} = \right)$.

תשובה (2): 5. אם היו במסיבה 6 אנשים, הרי שכל אחד לחץ את ידו 5 הנוכחים האחרים במסיבה.

אם היו במסיבה 6 אנשים, הרי שמספר לחיצות הידיים הכולל היה $15 \left(\frac{6 \cdot 5}{2} = \right)$.

תשובה (3): 9. אם היו במסיבה 9 אנשים, הרי שכל אחד לחץ את ידו 8 הנוכחים האחרים במסיבה.

אם היו במסיבה 9 אנשים, הרי שמספר לחיצות הידיים הכולל היה $36 \left(\frac{9 \cdot 8}{2} = \right)$. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

17. **השאלה:** 50% מ-A הם 80% מ-B.

כמה אחוזים הם A מ-B?

פיתרון: דרך א': היגיון אלגברי

נתון כי 50% מ-A הם 80% מ-B, כלומר אם נכפול ב-2 את הישוואה, נקבל: 100% מ-A הם 160% מ-B.

דרך ב': אלגברה

$$\text{ניתן גם לתרגם את הנתונים למשוואה אלגברית: } \frac{50}{100} \cdot A = \frac{80}{100} B$$

על מנת למצוא את ערכו של A, נכפול את המשוואה ב-100, ונחלק ב-50, ונקבל: $A = \frac{80}{50} B$.

נרחיב את השבר $\frac{80}{50}$ פי 2 ל- $\frac{160}{100}$, כלומר A שווה ל-160% מ-B.

תשובה (4).

18. **השאלה:** x הוא המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר המקיים את התנאים הבאים.

א. הוא מתחלק ב-4 ללא שארית.

ב. $\frac{x}{4}$ הוא מספר ראשוני.

מה **סכום הספרות** של x?

פיתרון: מכיוון ש-x הוא המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר המקיים את התנאים, נתחיל במציאת המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-4 ללא שארית, ונבדוק האם תוצאת חלוקתו ב-4 היא מספר ראשוני.

המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-4 ללא שארית הוא 96. תוצאת חלוקתו של 96 ב-4 היא 24. מכיוון ש-24 אינו מספר ראשוני, הרי שעלינו להמשיך למספר הבא על מנת למצוא את המספר הדו-ספרתי הבא, עלינו לרדת ב'קפיצות' של 4. תוצאת חלוקתו של 92 ב-4 היא 23, מכיוון ש-23 הוא מספר ראשוני, הרי שמצאנו כי 92 הוא המספר הדו-ספרתי הגדול ביותר המקיים את התנאים. סכום הספרות של 92 שווה ל-11 ($9 + 2 =$).

תשובה (1).

19. **השאלה:** שני חקלאים העובדים יחד חורשים שדה ב-x ימים. כל אחד מהחקלאים עובד בחרש בקצב קבוע משלו, וחקלאי א' עובד פי 2 יותר מהר מחקלאי ב'.

בכמה ימים יחרוש חקלאי ב' לבדו על השדה?

פיתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתון כי שני חקלאים העובדים יחד חורשים שדה ב-x ימים, נציב כי x שווה ל-1, כלומר שני החקלאים מסיימים ביחד לחרוש את השדה ביום אחד.

נתון כי חקלאי א' עובד פי 2 יותר מהר מחקלאי ב', על מנת להפוך את השאלה לימוחשית יותר, נציב נתונים מספריים המתארים את עבודתם של הפועלים. למשל נציב כי חקלאי א' חורש במהלך יום העבודה 2 מ"ר וחקלאי ב' חורש במהלך יום העבודה 1 מ"ר. מכאן שגודל השדה הוא 3 מ"ר ($1 + 2 =$). אם קצב עבודתו של חקלאי ב' הוא 1 מ"ר ליום, הרי שאם חקלאי ב' יחרוש את השדה שגודלו 3 מ"ר לבדו, הוא יסיים לחרוש לבדו את השדה ב-3 ימים. נציב $x = 1$ בתשובות, ונקבל כי תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

יולי 2013 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

דרד ב': יחסים

נתון כי שני חקלאים העובדים יחד חורשים שדה ב- x ימים.
 אם חקלאי א' עובד פי 2 יותר מהר מחקלאי ב', הרי שיחס העבודות שלהם הוא 2:1, כלומר סך כול
 העבודה הוא 3, וחקלאי א' עושה $\frac{2}{3}$ מהעבודה, וחקלאי ב' עושה $\frac{1}{3}$ מהעבודה.

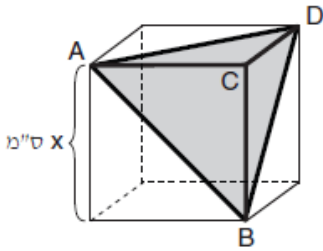
אם חקלאי ב' חורש $\frac{1}{3}$ שדה ב- x ימים, הרי שעל מנת לחרוש את השדה לבדו הוא זקוק ל- $3x$ ימים.

תשובה (3).

20. השאלה: בסרטוט שלפניכם קובייה שאורך מקצועה הוא x ס"מ.

מה נפח הפירמידה ABCD (בסמ"ק)?

פיתרון: נפח פירמידה שווה לשטח בסיס כפול גובה לחלק ב-3.
 שטח בסיס הפירמידה הוא המשולש ACD וגובהה הוא צלע הקובייה,
 הצלע BC.



שטח בסיס הפירמידה הוא מחצית משטח פאת הקובייה, כלומר שווה ל- $\frac{x^2}{2}$,

$$\left(\frac{\frac{x^2}{2} \cdot x}{3} \right) = \frac{x^3}{6}$$

וגובה הפירמידה שווה ל- x , ומכאן שנפח הפירמידה שווה ל- $\frac{x^3}{6}$

תשובה (1).