

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(1)	(3)	(2)	(1)	(1)	(3)	(2)	(3)	(4)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(3)	(1)	(2)	(1)	(1)	(3)	(2)	(1)	(4)	(2)	תשובה

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. השאלה: נתון: A ו-B הם מספרים שלמים עוקבים.

A·B בהכרח -

פתרון: דרך א' : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים עוקבים ונוחים, למשל: $A=1$ ו- $B=2$. מכאן שערכו של הביטוי $A \cdot B$ שווה ל-2
 $(A \cdot B = 1 \cdot 2 = 2)$.

כעת נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): מתחלק ב-3. מכיוון ש-2 לא מתחלק ב-3, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2): אי-זוגי. 2 הוא מספר זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): מתחלק ב-6. 2 לא מתחלק ב-6, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4): זוגי. 2 אכן זוגי. מכיוון שפסלנו שלוש תשובות ניתן לסמן את תשובה (4). זו התשובה הנכונה.

דרך ב' : הבנה אלגברית

כאשר נתונים שני מספרים עוקבים אחד מהם בהכרח זוגי, והשני בהכרח אי-זוגי. מכאן שמכפלתם היא מכפלה בין מספר זוגי לבין מספר אי-זוגי. תוצאת מכפלה של מספר זוגי במספר אי-זוגי, היא תמיד זוגית.

תשובה (4).

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

2. השאלה: x הוא מספר שלם.

נתון: $|y|=10$, $x < 5$

$$-x < \frac{y}{3} < x$$

$x = ?$

פתרון: אם הערך המוחלט של y שווה ל-10, אז y שווה ל-10, או ל-(-10).

נציב ש- $y=10$, ומכאן ש- $-x < \frac{10}{3} < x$ $\Leftrightarrow -x < 3\frac{1}{3} < x$.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): 1. כאשר נציב את ערכו של x באי-השוויון, נקבל: $-1 < 3\frac{1}{3} < 1$. מכיוון שאי-השוויון

שקיבלנו אינו נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2): 2. כאשר נציב את ערכו של x באי-השוויון, נקבל: $2 < 3\frac{1}{3} < -2$. מכיוון שאי-השוויון

שקיבלנו אינו נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3): 3. כאשר נציב את ערכו של x באי-השוויון, נקבל: $3 < 3\frac{1}{3} < -3$. מכיוון שאי-השוויון

שהתקבל אינו נכון. התשובה נפסלת.

תשובה (4): 4. כאשר נציב את ערכו של x באי-השוויון, נקבל: $-4 < 3\frac{1}{3} < 4$. מכיוון שאי-השוויון

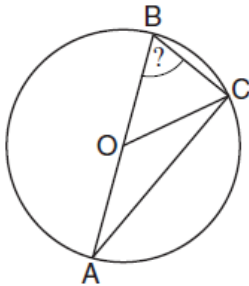
שהתקבל נכון, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

3. השאלה: בסרטוט שלפניכם המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

נתון: $\angle BOC = 50^\circ$

$\angle CBO = ?$



פתרון: במשולש BOC שתיים מהשוקיים (BO ו-CO) הן רדיוס במעגל ומכאן שהמשולש BOC הוא משולש שווה שוקיים.

זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות, ומכאן שזווית BCO שווה לזווית COB.

נתון כי זווית BOC שווה ל- 50° , ומכאן שבאמצעות המשפט כי סכום זוויות

פנימיות בכל משולש שווה ל- 180° : $50^\circ + 2 \cdot \angle CBO = 180^\circ$

נחסר 50° משני האגפים, ונקבל: $2 \cdot \angle CBO = 130^\circ \Leftrightarrow \angle CBO = 65^\circ$

תשובה (3).

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

4.

השאלה: בארון יש כוסות כחולות, צהובות ואדומות. מספר הכוסות הכחולות כפול ממספר הכוסות הצהובות. מספר הכוסות האדומות גדול ב-5 ממספר הכוסות הצהובות וקטן ב-5 ממספר הכוסות הכחולות כמה כוסות צהובות יש בארון?

פתרון: דרך א': בדיקת תשובות

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): 5. נתון כי מספר הכוסות הכחולות כפול ממספר הכוסות הצהובות, ומכאן שאם מספר הכוסות הצהובות הוא 5, הרי שמספר הכוסות הכחולות שווה ל-10 ($5 \cdot 2 = 10$). מספר הכוסות האדומות גדול ב-5 ממספר הכוסות הצהובות, ומכאן שמספר הכוסות האדומות שווה ל-10 ($5 + 5 = 10$). מצאנו כי מספר הכוסות האדומות שווה למספר הכוסות הכחולות, אולם מכיוון שלפי הנתונים מספר כוסות האדומות קטן ב-5 ממספר הכוסות הכחולות, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2): 10. מספר הכוסות הכחולות כפול ממספר הכוסות הצהובות, ומכאן שאם מספר הכוסות הצהובות הוא 10, הרי שמספר הכוסות הכחולות שווה ל-20 ($10 \cdot 2 = 20$). מספר הכוסות האדומות גדול ב-5 ממספר הכוסות הצהובות, ומכאן שמספר הכוסות האדומות שווה ל-15 ($10 + 5 = 15$). מכיוון שמצאנו כי מספר הכוסות האדומות קטן ב-5 ממספר הכוסות הכחולות, כפי שנתון בשאלה, הרי שזו התשובה הנכונה.

דרך ב': בניית משוואה

נסמן את מספר הכוסות הצהובות ב- y . מספר הכוסות הכחולות כפול ממספר הכוסות הצהובות ומכאן שמספר הכוסות הכחולות שווה ל- $2y$. מספר הכוסות האדומות גדול ב-5 ממספר הכוסות הצהובות ומכאן שמספר הכוסות האדומות שווה ל- $y + 5$. כמו כן, מספר הכוסות האדומות קטן ב-5 ממספר הכוסות הכחולות ומכאן שמספר הכוסות האדומות שווה ל- $2y - 5$. מספר הכוסות האדומות קבוע ומכאן ש- $y + 5 = 2y - 5 \Leftrightarrow y = 10$.

תשובה (2).

5.

השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD ו-EFGH הם ריבועים שאורך צלעם 1 ס"מ.

נתון: $EB = BH$

מה היקף הצורה המסומנת בקו מודגש (בס"מ)?

פתרון: ABCD ו-EFGH הם ריבועים שאורך צלעם 1 ס"מ. נתון כי $EB = BH$, כלומר הנקודה B היא אמצע הצלע EH ומכאן שהצלעות EB ו-BH שוות למחצית מאורכה של הצלע EH, כלומר $EB = BH = \frac{1}{2}$. הצלע BC שווה גם היא ל-1 ס"מ,

ומכאן שאם $BH = \frac{1}{2}$, הרי שגם $HC = \frac{1}{2}$ ($1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$). היקף הצורה שווה לסכום

אורכי כל הצלעות המודגשות.

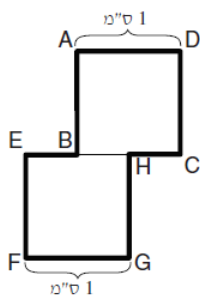
ABCD ו-EFGH הם ריבועים שאורך צלעם 1 ס"מ, ומכאן שהיקף כל אחד מהריבועים שווה ל-

4 ס"מ. מכיוון שמהיקפו של כל אחד מהריבועים נגרעה צלע שאורכה $\frac{1}{2}$ ס"מ, הרי שאורך

הצלעות המודגשות של כל אחד מהריבועים שבסרטוט הוא $3\frac{1}{2}$ ס"מ ($4 - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$), והיקף הצורה

כולה שווה ל-7 ס"מ ($2 \cdot 3\frac{1}{2} = 7$).

תשובה (3).



ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

6. השאלה: בקורס "תורת ההיגיון", שנמשך סמסטר אחד, חובה להשתתף ב-70% מהשיעורים לפחות. בקורס נערכים 2 שיעורים בכל שבוע, ובסמסטר יש 12 שבועות.

בכמה שיעורים לכל הפחות על אורי להשתתף כדי לעמוד בתנאי חובת ההשתתפות?

פתרון: בכל שבוע נערכים 2 שיעורים, ובסמסטר יש 12 שבועות, ומכאן שבסמסטר יש סך הכל 24 שיעורים ($12 \cdot 2 =$). על מנת שאורי יעמוד בתנאי חובת ההשתתפות עליו להשתתף ב-70% מתוך 24 השיעורים. 10% מ-24 הם 2.4, ו-70% שהיא כמות הגדולה פי 7 שווה ל-16.8 שיעורים $[7 \cdot 2.4 = 7 \cdot (2 + 0.4) = 7 \cdot 2 + 7 \cdot 0.4 = 14 + 2.8 =]$ מכיוון שלא ייתכן שאורי ישתתף במספר לא שלם של שיעורים יש לעגל את התוצאה. לפי נתוני השאלה, אורי חייב להשתתף ב-70% לפחות מהשיעורים, כלומר ב-16.8 שיעורים לכל הפחות, ולכן ניתן לקבוע כי השתתפות במספר קטן מזה לא יאפשר לאורי לעמוד בחובת הנוכחות, כלומר אורי צריך להגיע לפחות ל-17 מהשיעורים.

תשובה (1).

7. השאלה: A, B, C ו-D הן אותיות המייצגות ספרות מ-0 עד 9.

$$\begin{array}{r} \text{נתון:} \\ \underline{AB} \\ - \underline{AC} \\ \hline D \end{array}$$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב $AB = 10$ ו- $AC = 10$. מכאן ש: $AB - AC = 10 - 10 = 0 = D$. כלומר $D = 0$.

לסיכום: $A = 1$, $B = 0$, $C = 0$ ו- $d = 0$.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): $B = C + D$

$0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 + 0$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שלא נפסול את התשובה.

תשובה (2): $B \neq C$. $0 \neq 0$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3): $1 < A$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

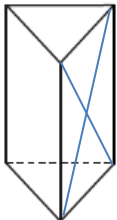
תשובה (4): $A + B - C = D$. $1 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow 1 = 0$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו שלוש מהתשובות, ניתן לסמן את התשובה היחידה שלא נפסלה, כלומר תשובה (1).

תשובה (1).

8. השאלה: אלכסון במנסרה הוא קטע המחבר בין שני קדקודים שאינם מחוברים במקצוע.

כמה אלכסונים יש במנסרה משולשת?



פתרון: על כל אחת מפאות הצד במנסרה ניתן להעביר שני אלכסונים (ראו סרטוט). במנסרה שלפנינו יש שלוש פאות צד, ומכאן שיש סך הכל 6 אלכסונים שניתן להעביר על גבי פאות הצד ($2 \cdot 3 =$). מכיוון שבסיסי המנסרה הם משולשים, ובמשולש לא ניתן להעביר אלכסונים בבסיסים, הרי שזה מספר האלכסונים הכולל במנסרה.

תשובה (2).

9.

השאלה: עופר רוכב על אופנוע במהירות קבועה של 10 מטרים לשנייה.

כמה זמן (בשעות) יידרש לעופר כדי לעבור מרחק של 18 קילומטרים?

פתרון: המהירות של עופר נתונה ביחידות של מטרים לשנייה, אולם מכיוון שנשאלנו לגבי מרחק בקילומטרים וזמן בשעות, הרי שעלינו להמיר את היחידות.

לשם הנוחות נמיר את הקילומטרים למטרים. בכל קילומטר יש 1,000 מטרים ומכאן שב-18 קילומטרים יש 18,000 מטרים ($18 \cdot 1,000$).

באמצעות ריבוע היחסים נמצא את הזמן בשניות שיידרש לעופר לעבור מרחק של 18 קילומטרים:

מרחק (מטרים)	זמן (שניות)
10	1
18,000	x

היחס בכל שורה זהה, ולכן ניתן לבנות את המשוואה: $\frac{18,000}{x} = 10 \Leftrightarrow \frac{18,000}{x} = \frac{10}{1}$

נכפול ב-x את שני האגפים, ונקבל: $18,000 = 10x \Leftrightarrow 1,800 = x$.

מצאנו כי הזמן בשניות שיידרש לעופר שווה ל-1,800 שניות.

מכיוון שנתבקשנו למצוא את הזמן בשעות, הרי שנמיר תחילה את התוצאה שקיבלנו לדקות.

בדקה יש 60 שניות, ולכן ב-1,800 שניות יש 30 דקות $\left(\frac{1,800}{60} = 30 \right)$. 30 דקות הן חצי שעה.

תשובה (3).

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

הסקה מטבלה (שאלות 10-13)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריה.

בבית ספר לשפות נלמדות שש שפות: אנגלית, גרמנית, יפנית, ספרדית, צרפתית ורוסית. בכל אחת מן השפות מועברים ארבעה קורסים, כל קורס ברמה אחרת: מרמה 1 (הרמה הנמוכה ביותר) עד רמה 4 (הרמה הגבוהה ביותר). בכל קורס יש לפחות שיעור אחד בשבוע.

במשבצות הטבלה מופיע מידע על כל אחד מארבעת הקורסים בכל שפה:

בחלק העליון של כל משבצת (על רקע בהיר) רשומים הימים שבהם נערכים השיעורים בקורס ושעות הלימוד של השיעורים בקורס בכל אחד מהימים האלה.

בחלק התחתון של כל משבצת (על רקע כהה) רשום מספר התלמידים בקורס.

לדוגמה: בקורס השפה היפנית ברמה 2 לומדים 8 תלמידים. בקורס נערכים שיעורים פעמיים בשבוע, ביום א וביום ה מ-8:00 עד 13:00, 10 שעות שבועיות סך הכול.

רמה 4	רמה 3	רמה 2	רמה 1	רמת הקורס / שפה
ב, ד 18:00 – 16:00	ה, ג 20:00 – 17:00	ה, ד 14:00 – 10:00	א, ב, ג 14:00 – 10:00	אנגלית
19	13	7	25	
א 12:00 – 9:00	ה, ד 14:00 – 12:00	א, ב, ג 18:00 – 15:00	א, ב, ג, ד, ה 20:00 – 18:00	גרמנית
7	10	15	12	
א, ב 12:00 – 9:00	א 14:00 – 8:00	ה, א 13:00 – 8:00	ג, ד 13:00 – 8:00	יפנית
10	9	8	16	
ג, ד 12:00 – 10:00	א, ב, ג, ד 20:00 – 19:00	ה, ד 21:00 – 19:00	א, ב, ג 13:00 – 9:00	ספרדית
25	20	24	24	
ג 14:00 – 12:00	ג, ד 20:00 – 18:00	ב 21:00 – 17:00	א 21:00 – 17:00	צרפתית
12	5	9	10	
א, ב, ג, ד 20:00 – 18:00	ה 12:00 – 9:00	ב, ג 12:00 – 9:00	א, ג, ד 12:00 – 9:00	רוסית
20	8	7	8	

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

- 10. השאלה:** באיזה מן הזמנים הבאים נערכים שיעורים ברמה 1 במספר השפות הגדול ביותר?
פתרון: נעבור על התשובות המוצעות:
תשובה (1): ביום א בשעות 11:00-12:00.
ביום א מתקיימים שיעורים ברמה 1 בשעות המצוינות בשפות הבאות: אנגלית, ספרדית ורוסית.
סך הכל מתקיימים ביום ובשעות אלו שיעורים בשלוש שפות.
תשובה (2): ביום ב בשעות 11:00-12:00.
ביום ב ברמה 1 בשעות אלה מתקיימים שיעורים באנגלית ובספרדית.
סך הכל מתקיימים ביום ובשעות אלו שיעורים בשתי שפות.
תשובה (3): ביום א בשעות 19:00-20:00.
ביום א ברמה 1 בשעות אלה מתקיימים שיעורים בגרמנית וצרפתית.
סך הכל מתקיימים ביום ובשעות אלו שיעורים בשתי שפות.
תשובה (4): ביום ב בשעות 19:00-20:00.
ביום ב ברמה 1 בשעות אלה מתקיימים שיעורים בשפה אחת בלבד: בגרמנית.
מצאנו כי מספר השיעורים במספר השפות הגדול ביותר ברמה 1 מתקיים ביום א בשעות 11:00-12:00.
תשובה (1).
-

- 11. השאלה:** לימודי בוקר הם שיעורים הנערכים בין 8:00 ל-15:00.
לימודי ערב הם שיעורים הנערכים בין 15:00 ל-21:00.
מה היחס בין מספר התלמידים הלומדים צרפתית בלימודי בוקר ובין מספר התלמידים הלומדים צרפתית בלימודי ערב?
פתרון: נתבונן בשורה שמפרטת את הקורסים הנערכים בשפה הצרפתית. לימודי בוקר בצרפתית נערכים ברמה 4 בלבד (ביום ג בין השעות 12:00 ל-14:00). בקורס זה יש לפי נתוני הטבלה 12 תלמידים.
בכל יתר הרמות, ברמות 1, 2 ו-3, מתקיימים הקורסים בצרפתית בשעות הערב.
מספר התלמידים בקורסים אלו הוא 10, 9 ו-5 תלמידים בהתאמה, כלומר בסך הכל בלימודי ערב לומדים $(10 + 9 + 5) = 24$ תלמידים.
מכאן שהיחס בין מספר התלמידים הלומדים צרפתית בלימודי בוקר ובין מספר התלמידים הלומדים צרפתית בלימודי ערב הוא $12 : 24 \Leftrightarrow 1 : 2$.
תשובה (2).
-

ספטמבר 2016 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

12. **השאלה:** בכמה ימים בשבוע נערך לפחות שיעור אחד בכל אחת משש השפות?

פתרון: נעבור על התרשים ונבדוק לגבי כל אחד מימי השבוע האם נערך לפחות שיעור אחד בכל אחת משש השפות:

יום א: יש שיעורים באנגלית ברמה 1, בגרמנית ברמה 1 ברמה 2, ביפנית ברמה 2, בספרדית ברמה 1 וברמה 3, בצרפתית ברמה 1, וברוסית ברמה 1 וברמה 4, כלומר בכל 6 השפות.

יום ב: יש שיעורים באנגלית ברמה 1 וברמה 4, בגרמנית ברמה 1 וברמה 2, ביפנית ברמה 4, בספרדית ברמה 1 וברמה 3, בצרפתית ברמה 2, וברוסית ברמה 2 וברמה 4, כלומר בכל 6 השפות.

יום ג: יש שיעורים באנגלית ברמה 1 וברמה 3, בגרמנית ברמה 1 וברמה 2, ביפנית ברמה 1, בספרדית ברמה 1, ברמה 3 וברמה 4, בצרפתית ברמה 3 וברמה 4, וברוסית ברמה 1, ברמה 2 וברמה 4, כלומר בכל 6 השפות.

יום ד: יש שיעורים באנגלית ברמה 2, בגרמנית ברמה 1 וברמה 3, ביפנית ברמה 1, בספרדית ברמה 2, ברמה 3 וברמה 4, בצרפתית ברמה 3, וברוסית ברמה 1 וברמה 4, כלומר בכל 6 השפות.

ביום ה אין שיעורים בשפה הצרפתית, ולכן יום זה הוא היחיד שבו לא מתקיימים שיעורים בכל 6 השפות.

מצאנו כי יש 4 ימים (א, ב, ג ו-ד) שבהם מתקיים שיעור בכל אחת מהשפות.

תשובה (4).

13. **השאלה:** באיזו מן השפות הבאות מספר השעות השבועיות בקורס **קטן** ככל שרמת הקורס עולה?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק באיזו מהאפשרויות מספר שעות הלימוד השבועיות **קטן** ככל שרמת הקורס עולה:

תשובה (1): גרמנית.

לפי התרשים בקורס ברמה 1 בגרמנית מתקיים שיעור בכל אחד מימות השבוע, כלומר 5 שיעורים בשבוע, ואורך כל שיעור הוא שעתיים. מכאן שמספר שעות לימוד השבועיות הכולל ברמה 1 הוא $10 (= 5 \cdot 2)$.

בקורס ברמה 2 בגרמנית מתקיימים שיעורים בימים א, ב ו-ג, ואורך כל שיעור הוא 3 שעות. מכאן שמספר שעות לימוד השבועיות הכולל ברמה 2 הוא $9 (= 3 \cdot 3)$. בקורס ברמה 3 בגרמנית מתקיימים שיעורים בימים ד ו-ה, ואורך כל שיעור הוא שעתיים. מכאן שמספר שעות לימוד השבועיות הכולל ברמה 3 הוא $4 (= 2 \cdot 2)$. בקורס ברמה 4 בגרמנית מתקיים שיעור ביום א בלבד, כאשר אורך השיעור הוא 3 שעות. מכאן שמספר שעות לימוד השבועיות הכולל ברמה 4 הוא 3.

מצאנו כי בשפה הגרמנית, ככל שרמת הקורס עולה מספר השעות השבועיות קטן, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)

14. **השאלה:** סכום הציונים של קבוצת תלמידים גדול פי 12 מממוצע הציונים של הקבוצה.

כמה תלמידים יש בקבוצה?

פתרון: לפי נוסחת הממוצע: $\frac{\text{סכום הציונים}}{\text{מספר התלמידים}} = \text{ממוצע הציונים}$, ומכאן \Leftrightarrow

סכום הציונים = מספר התלמידים \cdot ממוצע הציונים.

נתון כי סכום הציונים של קבוצת תלמידים גדול פי 12 מממוצע הציונים, כלומר אם נסמן את הממוצע ב- x , הרי שסכום הציונים יהיה שווה ל- $12x$, ואם נציב את הנתונים במשוואה, נקבל:

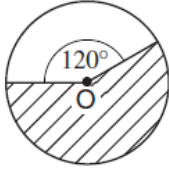
$$12x = \text{מספר התלמידים} \cdot x$$

נחלק ב- x את שני האגפים, ונקבל כי מספר התלמידים שווה ל-12.

תשובה (2).

15.

השאלה: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ואורך רדיוסו r ס"מ, ומעגל שמרכזו P. נתון: השטח המקווקו שווה לשטח הכהה.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

מה רדיוס המעגל שמרכזו P (בס"מ)?

פתרון: שטח גזרה שווה לחלק שמהווה הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה מתוך 360° כפול שטח המעגל כולו.

הזווית המרכזית של הגזרה המקווקוות שווה ל- $240^\circ (= 360^\circ - 120^\circ)$ ומכאן

$$\frac{2}{3} \cdot \pi r^2 \Leftrightarrow \frac{240^\circ}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

נסמן את רדיוס המעגל שמרכזו P ב-x. הזווית המרכזית של הגזרה הכהה שווה ל- $270^\circ (= 360^\circ - 90^\circ)$,

$$\frac{3}{4} \pi x^2 \Leftrightarrow \frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot \pi x^2$$

$$\frac{2}{3} \cdot \pi r^2 = \frac{3}{4} \pi x^2$$

$$8\pi r^2 = 9\pi x^2$$

$$\frac{8}{9} r^2 = x^2$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} r = x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{3} r = x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{3} r = x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{8}}{3} r = x$$

תשובה (3).

16.

השאלה: $\frac{a^b \cdot b^a}{b^{a-1} \cdot a^{b-1}} = ?$, $0 < b$, $0 < a$

פתרון: דרך א' פשוט אלגברי לפי חוקי חזקות

נפשט את הביטוי באמצעות חוק החזקות $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, ונקבל:

$$\frac{a^b \cdot b^a}{b^{a-1} \cdot a^{b-1}} = a^{b-(b-1)} \cdot b^{a-(a-1)} = a^{b-b+1} \cdot b^{a-a+1} = a^1 \cdot b^1 = a \cdot b$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

$$\frac{a^b \cdot b^a}{b^{a-1} \cdot a^{b-1}} = \frac{2^2 \cdot 2^2}{2^{2-1} \cdot 2^{2-1}} = \frac{4 \cdot 4}{2 \cdot 2} = \frac{16}{4} = 4$$

נציב $a = b = 2$, ונחשב את ערכו של הביטוי, ונקבל: $a = b = 2$, ונחשב את ערכה של כל תשובה, ונפסול כל תשובה שונה מ-4.

תשובה (1): $a \cdot b$. אם נציב $a = 2$ ו- $b = 2$, ערכה של התשובה יהיה 4 ($a \cdot b = 2 \cdot 2 = 4$), ולפיכך

התשובה אינה נפסלת.

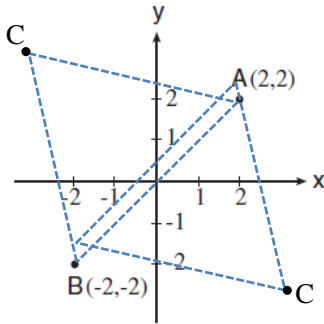
תשובה (2): $\frac{a}{b}$. אם $a = 2$ ו- $b = 2$, ערכה של התשובה יהיה 1 ($\frac{a}{b} = \frac{2}{2} = 1$), ולפיכך התשובה נפסלת.

תשובה (3): $\frac{b}{a}$. אם $a = 2$ ו- $b = 2$, ערכה של התשובה יהיה 1 ($\frac{b}{a} = \frac{2}{2} = 1$), ולפיכך התשובה נפסלת.

תשובה (4): $\frac{1}{ab}$. אם $a = 2$ ו- $b = 2$, ערכה של התשובה יהיה $\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{ab} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$), ולפיכך התשובה נפסלת.

לאחר פסילת שלוש תשובות ניתן לסמן את תשובה (1).

תשובה (1).



17. **השאלה:** במערכת הצירים שבסרטוט מסומנות הנקודות A ו-B. קיימת נקודה C היוצרת משולש שווה-צלעות עם הנקודות A ו-B, ושיעוריה הם (x_c, y_c) .

איזו מהטענות הבאות נכונה בנוגע לנקודה C?

פתרון: נסמן על גבי מערכת הצירים היכן עשוי להיות מקום הנקודה C על מנת ליצור משולש שווה-צלעות על ידי חיבור הנקודות A, B ו-C (ראו סרטוט). אם נקודה C תהיה שווה ל-2, ייוצר משולש ישר-זווית, כאשר זווית BCA שווה ל- 90° , ואורך הניצבים AC ו-BC שווה כל אחד ל-4.

שימו לב שניתן למקם את נקודה C בשני מקומות שונים, ולכן נצייר את שתי האופציות.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): $x_c + y_c = 0$

בשני המקרים נראה שערך ה-y של הנקודה C שווה בערכו המוחלט לערך ה-x של הנקודה C אך ערכי הנקודות הפוכים בסימן. מכאן שיתכן ששכום ערך ה-y וערך ה-x של הנקודה שווה ל-0. עם זאת, מכיוון שאנו לא בודקים האם זה כך בוודאות ננסה לפסול את שאר התשובות לפני שנסמן את התשובה.

תשובה (2): $|x_c| < 2$ וגם $|y_c| < 2$

תשובה זו אינה נכונה, מכיוון שלפי הסרטוט בשני המקרים ערכם המוחלט של ערך ה-y וערך ה-x של הנקודה C גדול מ-2.

תשובה (3): $0 < x_c \cdot y_c$

תשובה זו אינה נכונה, מכיוון שלפי הסרטוט בשני המקרים ערך ה-x של הנקודה וערך ה-y של הנקודה הם בעל סימנים שונים - האחד חיובי והאחר שלילי, ומכאן שמכפלתם תהיה בערך מספר שלילי.

תשובה (4): מרחקה של הנקודה C מראשית הצירים שווה למרחקן של הנקודות A ו-B מראשית הצירים.

תשובה זו אינה נכונה, מכיוון שניתן לראות על פי הסרטוט כי בשני המקרים הנקודה C רחוקה יותר מראשית הצירים מאשר הנקודות A ו-B. התשובה נפסלת.

לאחר שפסלנו שלוש תשובות ניתן לסמן את תשובה (1).

תשובה (1).

18. **השאלה:** A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות מ-1 עד 9.

רוצים להרכיב שני מספרים תלת ספרתיים ABC ו-BCA, כך ש- $ABC = BCA$.

כמה אפשרויות שונות זו מזו יש לשלישיית הספרות המיוצגות על ידי A, B ו-C?

פתרון: על מנת ששני המספרים התלת ספרתיים ABC ו-BCA, אשר מורכבים מאותן ספרות, אולם בסדר שונה לחלוטין, יהיו שווים זה לזה, ספרת המאות של שני המספרים צריכה להיות שווה.

כלומר $A = B$. ספרת העשרות של שני המספרים צריכה להיות שווה, כלומר $B = C$.

בשלב זה כבר ניתן לקבוע שצירוף שתי המספרות אליהן הגענו מחייב כי $A = B = C$, כלומר כל ספרות המספר התלת ספרתי צריכות להיות זהות.

מכאן שהמספרים התלת ספרתיים אשר יכולים לקיים את תנאי השאלה הם: 111, 222, 333, 444,

555, 666, 777, 888 ו-999. מצאנו כי יש 9 אפשרויות שונות לשלישיית הספרות המיוצגות

על ידי A, B ו-C.

תשובה (2).

19. השאלה: נתון: $-1 \leq x \leq \frac{3}{4}$

x^2 הוא לכל הפחות _____ ולכל היותר _____.

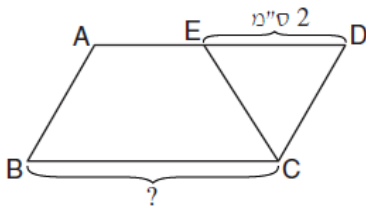
פתרון: מכיוון שאין צורך לפשט את הנתון, נשתמש בתשובות כדי לפתור את השאלה. נבדוק את התשובה בה הערך המינימלי המוצע ל- x^2 הוא הקטן ביותר והערך המקסימלי המוצע ל- x^2 הוא הגדול ביותר. מהתבוננות בתשובות ניתן לראות שמבין כל התשובות המוצעות תשובה (1) מציעה עבור x^2 את הערך המינימלי והמקסימלי, ולכן נתחיל בבדיקה האם x^2 יכול להיות שווה לערכים המוצעים בתשובה:

תשובה (1): 0 ; 1.

נבדוק האם x^2 יכול להיות שווה ל-0: על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל-0, x צריך להיות שווה ל-0. מכיוון שלפי הנתונים x יכול להיות שווה ל-0, הרי ש-0 הוא הערך המינימלי ש- x^2 יכול לקבל. כעת נבדוק האם x^2 יכול להיות שווה ל-1: על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל-1, x צריך להיות שווה ל-1 או ל-(-1). מכיוון שלפי הנתונים x יכול להיות שווה ל-(-1), הרי שהערך המקסימלי של x^2 הוא 1. מכיוון שתשובה זו היא התשובה בה הערכים של x^2 הם הקיצוניים ביותר, הרי שאין צורך לבדוק תשובות נוספות. זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

20. **השאלה:** ABCD היא מקבילית ששטחה גדול פי 1.5 משטח הטרפז ABCE.



לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$BC = ?$

פתרון: בניית משוואה

נתון כי שטח המקבילית ABCD גדול פי 1.5 משטח הטרפז. שטח מקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית בגובה לאותה צלע, ומכאן ששטח המקבילית שווה ל- $BC \cdot h$.

שטח טרפז שווה למכפלת סכום אורכי הבסיסים בגובהו, ומכאן ששטח הטרפז שווה ל- $\frac{(AE + BC) \cdot h}{2}$.

אורך הצלע AE שווה לאורך צלע המקבילית AD פחות 2 ס"מ. מכיוון שצלעות נגדיות במקבילית שווה באורכן, הרי ש- $AD = BC$, ומכאן ש: $AE = BC - 2$.

כעת ניתן לבנות את המשוואה: $1.5 \cdot BC \cdot h = \frac{((BC - 2) + BC) \cdot h}{2}$. נחלק את שני האגפים ב- h , ונקבל:

$$BC = \frac{(2 \cdot BC - 2) \cdot 3}{4} \Leftrightarrow BC = \frac{(BC - 2 + BC) \cdot 3}{4} \Leftrightarrow BC = \frac{((BC - 2) + BC)}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

נכפול ב-4 את שני האגפים, ונקבל: $4 \cdot BC = (2 \cdot BC - 2) \cdot 3$.

נחסר $4BC$ ונוסיף 6 לשני האגפים, ונקבל: $6 = 2 \cdot BC \Leftrightarrow 3 = BC$.

תשובה (3).