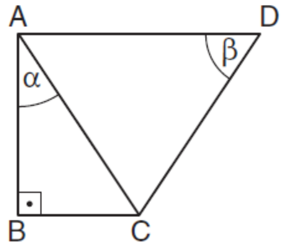
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(2)	(2)	(1)	(2)	(2)	(2)	(4)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(2)	(4)	(1)	(1)	(1)	(3)	(4)	(1)	(3)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-15)



1. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא טרפז ישר-זווית $(AD \parallel BC)$.

נתון: $AC = CD$

לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
$\alpha + \beta = ?$

פתרון: טרפז ישר-זווית הוא טרפז אשר שתיים מזוויותיו שוות ל-$90°$, ומכאן שגם זווית $\angle BAD$ שווה ל-$90°$.
לפי הנתונים משולש ACD הוא משולש שווה שוקיים $(AC = CD)$. במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו ומכאן ש: $\angle CAD = \angle ADC = \beta$.
זווית $\angle BAD$ מורכבת מהזווית $\angle BAC$, השווה ל-α, ומהזווית $\angle CAD$, השווה ל-β, ומכאן ש: $\alpha + \beta = 90°$.

תשובה (3).

---

2. **השאלה**: $\frac{7x-3}{2} - \frac{7x-3}{3} = 3$

$x = ?$

פתרון: **__דרך א'__**: בדיקת תשובות

נשאלנו למה שווה x ומכאן שבבדיקת התשובות נחליף את x במספרים שבתשובות, ולאחר מכן נפשט את המשוואה ונבדוק שצידה הימני זהה לצידה השמאלי. כדי להקל על התהליך נתחיל לבדוק את התשובות בעלות הערך הנמוך ביותר:

__תשובה (2)__: 2. כאשר נציב $x = 2$, נקבל: $\frac{7 \cdot 2 - 3}{2} - \frac{7 \cdot 2 - 3}{3} = 3 \Leftarrow \frac{14-3}{2} - \frac{14-3}{3} = 3 \Leftarrow \frac{11}{2} - \frac{11}{3} = 3 \Leftarrow \frac{33}{6} - \frac{22}{6} = 3 \Leftarrow \frac{11}{6} = 3$. מכיוון שצידה השמאלי של המשוואה __אינו__ שווה לצידה הימני, ניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (3)__: 3. כאשר נציב $x = 3 \Leftarrow \frac{7 \cdot 3 - 3}{2} - \frac{7 \cdot 3 - 3}{3} = 3 \Leftarrow \frac{21-3}{2} - \frac{21-3}{3} = 3 \Leftarrow \frac{18}{2} - \frac{18}{3} = 3 \Leftarrow 9 - 6 = 3 \Leftarrow 3 = 3$. מכיוון ששני צדי המשוואה שווים זה לזה, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: פתרון אלגברי

$3=\frac{7x-3}{3}-\frac{7x-3}{2}$ נכפול את שני אגפי המשוואה ב-6, ונקבל: $3\cdot 6=(7x-3)\cdot 2-(7x-3)\cdot 3$ ⇦

$18=21x-9-14x+6$ ⇦ $7x-3=18$.

נחבר 3 לשני אגפי המשוואה, ונקבל: $7x=21$.

נחלק ב-7, ונקבל: $x=3$.

תשובה (3).

.3 **השאלה**: איזה מהמספרים הבאים מתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית, אך בחלוקתו ב-7 נותרת שארית 4?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: 75. 75 מתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית, אך בחלוקתו ב-7 מתקבלת שארית 5 $\left(\frac{75}{7}=10\frac{5}{7}\right)$,

ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: 60. 60 מתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית, ובחלוקתו ב-7 מתקבלת שארית 4 $\left(\frac{60}{7}=8\frac{4}{7}\right)$,

ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

.4 **השאלה**: אב ובן צעדו יחד ברחוב.
אורך כל צעד של האב הוא 70 ס"מ, ואורך כל צעד של הבן הוא 50 ס"מ.
האב צעד 60 צעדים סך הכול.

כמה צעדים צעד הבן?

פתרון: כדי לדעת כמה צעדים צעד הבן יש למצוא את המרחק שעבר האב. האב והבן צעדו יחד ברחוב ומכאן שהמרחק שצעד האב שווה למרחק שצעד הבן. נמצא את המרחק שצעד האב באמצעות נתוני השאלה:
נתון כי האב צעד 60 צעדים שאורך כל אחד מהם 70 ס"מ, ומכאן שהמרחק שצעד האב הוא 4,200 ס"מ $(=70\cdot 60)$. מכאן שהמרחק שצעד הבן הוא 4,200 ס"מ.

אורכו של כל צעד של הבן הוא 50 ס"מ, והמרחק שהוא צעד הוא 4,200 ס"מ.
על מנת למצוא את מספר הצעדים שצעד הבן, ניעזר בריבוע יחסים:

מספר צעדים	מרחק (ס"מ)
1	50
$\frac{4,200\cdot 1}{50}=84$	4,200

מצאנו שהבן צעד 84 צעדים.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: בימים ראשון עד שישי בשבוע מסוים שוחח אלעד 8 שיחות טלפון בממוצע ליום.

אם בימים ראשון עד רביעי שוחח אלעד 36 שיחות טלפון סך הכול,
כמה שיחות טלפון בממוצע ליום שוחח אלעד בימים חמישי ושישי?

פתרון: זוהי שאלת ממוצעים ולכן על מנת למצוא את כמות שיחות הטלפון ששוחח אלעד בימים חמישי ושישי בממוצע נשתמש בנוסחת הממוצע: $\text{ממוצע השיחות} = \frac{\text{כמות השיחות הכוללת}}{\text{כמות הימים}}$.

כדי למצוא את ממוצע שיחות הטלפון שאלעד שוחח בימים חמישי ושישי, יש למצוא מה מספר שיחות הטלפון ששוחח אלעד בימים אלה.
נתון כי אלעד שוחח 8 שיחות טלפון בממוצע בימים ראשון עד שישי, שהם 6 ימים, ומכאן שהוא שוחח 42 שיחות טלפון סך הכול באותו שבוע $(6 \cdot 8 =)$.

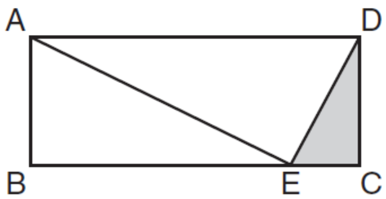
נתון כי אלעד שוחח בימים ראשון עד רביעי 36 שיחות טלפון, ומכאן שבימים חמישי ושישי שוחח אלעד 12 שיחות טלפון $(48 - 36 =)$.

אלעד שוחח בממוצע 6 שיחות טלפון בימים חמישי ושישי $\left(\frac{12}{2} =\right)$.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD ששטחו 20 סמ"ר.
שטחו של המשולש ABE הוא 8 סמ"ר.



מה שטח המשולש הכהה ECD (בסמ"ר)?

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

על מנת למצוא את שטחו של המשולש ישר-הזווית ECD עלינו למצוא את אורך ניצביו. מכיוון שאין נתונים מספרים לגבי אורכן של צלעות המלבן, ולא מבקשים למצוא את אורכן, נוכל להציב כל ערך שנוח לנו, למשל כי $BC = AD = 10$ ו- $AB = DC = 2$.

נתון כי שטח המשולש ABE שווה ל-8 סמ"ר, ומכאן ש: $\frac{AB \cdot BE}{2} = 8$.

מכיוון שידוע כי $AB = 2$, הרי ש: $\frac{2 \cdot BE}{2} = 8$ ⇦ $BE = 8$.

מכיוון שהצבנו כי $BC = 10$, הרי ש- $CE = 2$ $(CE = BC - BE = 10 - 8 =)$

מכיוון שמצאנו כי אורך שני ניצביו של המשולש DCE הוא 2 ס"מ,

כעת נחשב את שטח המשולש ECD: $\frac{DC \cdot EC}{2}$ ⇦ $\frac{2 \cdot 2}{2}$ ⇦ 2 סמ"ר.

<u>דרך ב'</u>: פתרון גיאומטרי

כאשר יש משולש (או מספר משולשים) החסום במקבילית כלשהי, באופן שבסיס המשולש (או המשולשים) שווה לאורך אחת מצלעות המלבן, וקודקוד המשולש/ים נמצא על הצלע שממולה, שטח המשולש (או סכום שטחי המשולשים) שווה למחצית משטח המקבילית.

מלבן הוא סוג של מקבילית, ומכאן שניתן לפתור את השאלה בשתי דרכים:

א) משולש AED חסום באופן האמור במלבן, ולכן שטחו שווה למחצית משטח המלבן, כלומר ל-10 סמ"ר $\left(=\frac{20}{2}\right)$. שטח המלבן שווה ל-20 סמ"ר ומורכב מסכום שטחם של 3 משולשים: ABE, AED ו-DEC.

שטח משולש ABE שווה, לפי הנתון, ל-8 סמ"ר; שטח משולש AED שווה כאמור ל-10 סמ"ר, ולפיכך שטח DEC שווה ל-2 סמ"ר $(=20-8-10)$.

ב) מכיוון שסכום אורכי בסיסיהם של המשולשים ABE ו-DEC שווה לצלע המלבן, הרי שהמשולשים חסומים במלבן באופן שהוסבר, ומכאן שסכום שטחי שני המשולשים שווה למחצית משטח המלבן, כלומר ל-10 סמ"ר $\left(=\frac{20}{2}\right)$.

נתון ששטח משולש ABE הוא 8 סמ"ר, ולכן שטח DEC הוא 2 סמ"ר $(=10-8)$.

תשובה (2).

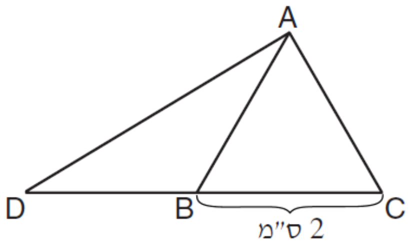
.7 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם המשולש ABC שווה-צלעות.

D היא נקודה על המשך הצלע CB.

נתון: $AB=BD$

על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$AD=?$



פתרון: הצלע המבוקשת AD היא צלע במשולש ADC, ובמשולש ADB, ולפיכך על מנת למצוא את אורכה, עלינו למצוא נתונים כלשהם לגבי אורכי הצלעות במשולשים אלו.

נתחיל במשולש שלגביו יש נתונים בשאלה, משולש ABC: נתון כי משולש ABC הוא משולש שווה-צלעות, ומכאן שאורך כל צלעותיו שווה ל-2 ס"מ, וכן כי כל זוויותיו שוות ל-$60°$.

נסמן נתונים אלו על גבי הסרטוט.

נתבונן על משולש ABD: במשולש זה זווית DBA צמודה לזווית ABC. סכום זוויות צמודות שווה ל-$180°$, ומכאן שאם גודלה של זווית ABC הוא $60°$, הרי שגודלה של זווית DBA הוא $120°$ $(=180°-60°)$.

לפי נתוני השאלה $AB=BD$, כלומר משולש ABD הוא משולש שווה-שוקיים.

מכיוון שמול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי שגם זוויות ADB ו-BAD שוות זו לזו.

מצאנו כי גודלה של זווית DBA הוא $120°$, ולפיכך הזוויות ADB ו-BAD שוות ל-$30°$ $\left(=\frac{180°-120°}{2}\right)$.

נתבונן על משולש ADC: זווית ACB שווה ל-$60°$, וזווית ADB שווה ל-$30°$, ומכאן שזווית DAC שווה ל-$90°$ $(=180°-60°-30°)$.

מצאנו כי משולש ADC הוא משולש זהב שבו הצלע המבוקשת, הצלע AD, היא הניצב שמול ה-$60°$, כלומר הניצב הגדול. במשולש זהב, אורך הניצב הגדול גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן.

מצאנו כי אורך הצלע AC הוא 2 ס"מ, ומכאן שאורך הצלע AD הוא $2\sqrt{3}$ ס"מ $(=2\cdot\sqrt{3})$.

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: מחירו של ורד אדום הוא 7 שקלים.
מחירו של ורד לבן הוא 4 שקלים.
דני קנה 5 ורדים שצבע כל אחד מהם אדום או לבן.

איזה מן הסכומים הבאים (בשקלים) ייתכן שדני שילם?

פתרון: לא ידוע מה מספר הוורדים שקנה דני מכל אחד מהסוגים, אולם מכיוון שיש באופן יחסי מעט אפשרויות, נרשום בצורה מסודרת את הצירופים השונים האפשריים של 5 ורדים שצבעם אדום ו/או לבן עד שנגיע לערך אשר מופיע באחת מהתשובות המוצעות.
נתחיל מבדיקת הסכום המינימלי שדני יכול לשלם.
מחירו של ורד לבן זול ממחירו של ורד אדום, ולכן נקבל את הסכום המינימלי כאשר דני יקנה 5 ורדים לבנים אשר מחיר כל אחד מהם הוא 4 שקלים. במקרה כזה ישלם דני בסך הכול 20 שקלים $(=5\cdot4)$.
ערך זה אינו מופיע בתשובות ולכן נמשיך לבדוק את האפשרויות השונות.
אם דני יקנה 4 ורדים לבנים וורד אדום אחד, הוא ישלם 16 שקלים עבור הוורדים הלבנים $(=4\cdot4)$, ועוד 7 שקלים בעבור הורד האדום. בסך הכול, ישלם דני עבור 4 ורדים לבנים וורד אחד אדום 23 שקלים $(=16+7)$. מכיוון שגם ערך זה אינו מופיע בתשובות, נמשיך בבדיקה.
הערה: מכיוון שאנו מבינים כי הסכום הולך וגדל, הרי שבשלב זה ניתן לקבוע כי ניתן לפסול את תשובה (1).
אם דני יקנה 3 ורדים לבנים ו-2 ורדים אדומים הוא ישלם 12 שקלים בעבור הוורדים הלבנים $(=3\cdot4)$, ו-14 שקלים עבור הורדים האדומים $(=2\cdot7)$, ובסך הכול 26 שקלים $(=12+14)$.
ערך זה מופיע בתשובה (2), ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: נתון: $x+12{,}345{,}678=99{,}999{,}999$

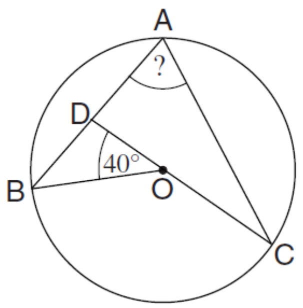
מהי ספרת **האלפים** של x?

פתרון: בשאלה נתונה משוואה, מכיוון שביקשו למצוא את x, נבודד את x על ידי חיסור של 12,345,678 משני האגפים:
$x=99{,}999{,}999-12{,}345{,}678$ $\Leftarrow$ $x=87{,}654{,}321$. מצאנו כי ספרת האלפים של x היא 4.
הערה: אין חובה לחשב את ערכו המלא של x, וניתן להסתפק בחישוב ערכן של הספרות המתקבלות עד לספרת האלפים. כמו כן, לשם הנוחות ניתן לכתוב את התרגיל גם בצורה אנכית.

תשובה (4).

---

10. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O. AB ו-AC מיתרים במעגל.
הקטע DC עובר דרך מרכז המעגל.



על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
$\angle BAC=?$

פתרון: הזווית $\angle BAC$ היא זווית היקפית במעגל הנשענת על הקשת הקטנה BC. זווית נוספת הנשענת על קשת זו היא הזווית המרכזית BOC. זווית BOC צמודה לזווית BOD אשר לפי הנתונים שווה ל-40°. מכיוון שסכום זווית צמודות שווה ל-180°, הרי שניתן למצוא כי הזווית BOC שווה ל-140° $(=180°-40°)$.
זווית היקפית במעגל שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת, ומכאן שזווית BAC שווה ל-70° $\left(=\frac{140°}{2}\right)$.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: נתון: $0 < x < 1$

ערכו של איזה מהביטויים הבאים הוא ה**גדול** ביותר?

פתרון: <u>דרך א'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי **x** הוא שבר חיובי, ולכן נציב דוגמה נוחה, למשל $x = \frac{1}{2}$, ונבדוק ערכה של מי מהתשובות המוצעות הוא הגדול ביותר:

<u>תשובה (1)</u>: x^{10}. כאשר נציב $x = \frac{1}{2}$ בביטוי הנתון בתשובה, נקבל כי ערכה של התשובה הוא $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

אמנם ניתן לחשב את ערך הביטוי שהתקבל אך מכיוון שמדובר בחישוב שאינו פשוט כלל, נשתמש בהיגיון אלגברי על מנת להעריך את ערכו של הביטוי. כאשר מעלים שבר בחזקת 10, הרי שלמעשה מקבלים מכפלה בין 10 שברים. מכיוון שכפל של מספר חיובי בשבר מקטין את ערך הביטוי, הרי שערך הביטוי שיתקבל בהכרח קטן מ- $\frac{1}{2}$.

<u>תשובה (2)</u>: $\sqrt[10]{x}$. כאשר נציב $x = \frac{1}{2}$ בביטוי הנתון בתשובה, נקבל כי ערכה של התשובה הוא $\sqrt[10]{\frac{1}{2}}$.

ביטוי זה אינו ניתן לחישוב ללא שימוש במחשבון, ולכן גם כאן נתבסס על הבנה אלגברית כדי להעריך מה ערכו. לחזקה ולשורש יש השפעה הפוכה על המספר עליו מתבצעת הפעולה. כלומר, אם העלאה של שבר בחזקה מקטינה אותו אז הוצאה של שורש תגדיל אותו. מכאן שערכו של הביטוי בהכרח גדול מ- $\frac{1}{2}$.

על מנת לדעת האם ערכו של הביטוי קטן או גדול מ-1, נחשוב על ביטוי שאת ערכו אנחנו יכולים לחשב בקלות: $\sqrt[10]{1}$, מכיוון שערכו של ביטוי זה הוא 1, הרי שאם נעשה את אותה פעולה: הוצאת שורש עשירי על מספר קטן יותר $\frac{1}{2}$, התוצאה שנקבל תהיה קטנה יותר, כלומר קטנה מ-1.

ערכו של ביטוי זה גדול מערכו של הביטוי שבתשובה (1), ולפיכך ניתן לפסול את התשובה (1).

<u>תשובה (3)</u>: $10x$. כאשר נציב $x = \frac{1}{2}$ בביטוי הנתון בתשובה, נקבל כי ערכה של התשובה הוא 5 $\left(10 \cdot \frac{1}{2} =\right)$.

מכיוון שהערך שהתקבל הוא מספר שלם, אשר גדול מהערך שקיבלנו בתשובה (2) הרי שניתן לפסול את תשובה (2).

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{10}{x}$. כאשר נציב $x = \frac{1}{2}$ בביטוי הנתון בתשובה, נקבל כי ערכה של התשובה הוא 20 $\left(\frac{10}{\frac{1}{2}} = 10 \cdot \frac{2}{1} =\right)$.

הערך שקיבלנו גדול מהערכים שהתקבלו בכל התשובות האחרות, ולפיכך זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נעבור על התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: x^{10}. על פי הנתונים x הוא שבר. כאשר מעלים שבר בחזקה מתקבלת מכפלה של השבר המקורי בעצמו. מכפלה של שבר בעצמו יוצרת שבר קטן יותר מהשבר המקורי, ומכאן שהתוצאה של העלאה של x בחזקת 10 היא שבר הקטן מ-x.

<u>תשובה (2)</u>: $\sqrt[10]{x}$. לחזקה ולשורש יש תמיד השפעה הפוכה על המספר עליו מתבצעת הפעולה, כלומר אם החזקה מקטינה את המספר המקורי אז השורש יגדיל אותו, ולהיפך. מכאן שהתוצאה של שורש עשירי של x היא בהכרח מספר שערכו גדול מ-x. לפיכך הביטוי שבתשובה זו גדול מזה שבתשובה (1).

<u>תשובה (3)</u> : $10x$. התוצאה של מכפלת שבר במספר שלם היא מספר שגדול מהשבר המקורי. כלומר, התוצאה בוודאות גדולה מ-x. יחד עם זאת, לא ניתן לקבוע בוודאות האם התוצאה היא שבר או מספר הגדול מ-1. בנוסף, כפל של מספר חיובי בשבר מקטינה את התוצאה, ולכן כאשר כופלים מספר שלם, כגון 10, בשבר התוצאה תהיה בוודאות קטנה מ-10. מכיוון שייתכן שהמספר שנקבל יהיה גדול מ-1, הרי שניתן לקבוע כי התוצאה בתשובה זו יכולה להיות גדולה מהתוצאה בתשובה (2).

<u>תשובה (4)</u> : $\frac{10}{x}$. חילוק בשבר חיובי הוא למעשה כפל במספר הגדול בהכרח מ-1. מכאן שתוצאת החילוק של 10 ב-x תהיה בוודאות גדולה מ-10. מכיוון שכפי שציינו, התוצאה בתשובה (3) בוודאות קטנה מ-10, הרי שהביטוי המתקבל בתשובה זו הוא בהכרח הגדול ביותר, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

12. **השאלה** : a מספר שלם הגדול מ-1.

נתון : $\frac{6}{a-1} < \frac{a+1}{7}$

a הוא לכל היותר -

פתרון: על מנת לפתור את השאלה נשתמש בבדיקת תשובות. נשאלנו מה ערכו המקסימלי של a, ומכאן שבבדיקת התשובות נתחיל בבדיקה מהתשובה בעלת הערך הגבוה ביותר לתשובה בעלת הערך הנמוך ביותר.

<u>תשובה (4)</u> : 8. נציב $a = 8$ באי-השיוויון הנתון, ונקבל : $\frac{6}{8-1} > \frac{8+1}{7} \Leftarrow \frac{6}{7} < \frac{9}{7}$.

מכיוון שאי-השיוויון שקיבלנו בהצבת 8 אינו נכון, הרי שהתשובה אינה נכונה.

<u>תשובה (3)</u> : 7. נציב $a = 7$ באי-השיוויון הנתון, ונקבל : $\frac{6}{7-1} > \frac{7+1}{7} \Leftarrow \frac{6}{6} < \frac{8}{7}$.

מכיוון שאי-השיוויון שקיבלנו בהצבת 7 אינו נכון, הרי שהתשובה אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u> : 6. נציב $a = 6$ באי-השיוויון הנתון, ונקבל : $\frac{6}{6-1} > \frac{6+1}{7} \Leftarrow \frac{6}{5} < \frac{7}{7}$.

מכיוון שאי השוויון שהתקבל נכון, זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

.13 **השאלה**: ברז מים ממלא כד שנפחו 350 סמ"ק ב-50 שניות.

כמה שניות יידרשו לברז כדי למלא כד שנפחו 770 סמ"ק?

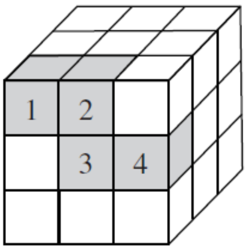
פתרון: אם נביט בתשובות נבין כי איננו צריכים לחשב את הערך המספרי, אלא למצוא באמצעות ריבוע היחסים את הביטוי אשר מתאר את הזמן הנדרש לשם מילוי הכד:

נפח (סמ"ק)	זמן (שניות)
350	50
770	x

היחס בשורה הראשונה שווה ליחס בשורה השנייה, ולכן: $\frac{50}{350}=\frac{x}{770}$. על מנת לחלץ את x נכפול את שני האגפים ב-770, ונקבל: $x=\frac{50\cdot 770}{350}$.

תשובה (4).

.14 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם קובייה גדולה המורכבת מ-27 קוביות קטנות זהות. אפשר להוציא כל אחת מן הקוביות המסומנות ב-1, 2, 3 או 4 מהקובייה הגדולה בלי לשנות את מיקומן של 26 הקוביות שנותרו.



איזה קובייה יש להוציא כדי שלמבנה שנותר לאחר הוצאתה יהיה שטח הפנים **הקטן ביותר**?

פתרון: שטח פניה של הקובייה הגדולה שווה לסכום כל הפאות שניתן לראות של הקוביות הקטנות מהן היא מורכבת. בהוצאה של כל קובייה קטנה יש לבדוק כמה פאות קטנות הוסרו/ירדו משטח הפנים של הקובייה הגדולה, כלומר, בכמה קטן שטח הפנים של הקובייה הגדולה, וכמה פאות שלא יכולנו לראות קודם נחשפו, כלומר בכמה גדל שטח הפנים של הקובייה הגדולה. שטח הפנים הקטן ביותר יתקבל כאשר מספר הפאות שהוסרו/ירדו יהיה הגדול ביותר, וכמות הפאות שנחשפו יהיה הקטן ביותר. עבור כל קובייה קטנה נבדוק כמה פאות הוסרו וכמה פאות נחשפו עם הוצאתה:

הערה: לכל קובייה 6 פאות. שימו לב כי (מספר הפאות שהורדו)+(מספר הפאות שנחשפו) שווה תמיד ל-6.

<u>קובייה מספר 1</u>: בהוצאת קובייה 1 הסרנו 3 פאות ונחשפו 3 פאות. מכאן שהוצאת קובייה 1 לא משנה את שטח הפנים של הקובייה הגדולה $(-3+3=)$.

<u>קובייה מספר 2</u>: הוצאת קובייה 2 תסיר 2 פאות ותחשוף 4 פאות. מכאן שהוצאת קובייה 2 תגדיל את שטח הפנים של הקובייה הגדולה ב-2 פאות $(-2+4=)$.

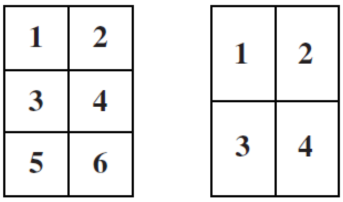
<u>קובייה מספר 3</u>: הוצאת קובייה 3 תסיר פאה אחת, ותחשוף 5 פאות. מכאן שהסרת קובייה 3 תגדיל את שטח הפנים של הקובייה הגדולה ב-4 פאות $(-1+5=)$.

<u>קובייה מספר 4</u>: הוצאת קובייה 4 תסיר 2 פאות ותחשוף 4 פאות. מכאן שהסרת קובייה 4 תגדיל את שטח הפנים של הקובייה הגדולה ב-2 פאות $(-2+4=)$.

קוביות מספר 2, 3 ו-4 הביאו להגדלת שטח הפנים של הקובייה הגדולה וקובייה מספר 1 לא שינתה את שטח הפנים שלה, ומכאן ששטח הפנים של הקובייה הגדולה יהיה הקטן ביותר לאחר הוצאתה של קובייה מספר 1.

תשובה (1).

15. **השאלה**: בתוך שק נמצאות שתי כרטיסיות זהות זו לזו בגודלן:
באחת הכרטיסיות ארבע משבצות הממוספרות מ-1 עד 4,
ובאחרת שש משבצות הממוספרות מ-1 עד 6 (ראו סרטוט).
רמי שלף באקראי את אחת הכרטיסיות מהשק ובחר
באקראי באחת המשבצות שבכרטיסייה.



מה הסיכוי שמספרה של המשבצת שבחר רמי הוא 4?

פתרון: יש משבצת שמספרה 4 גם בכרטיסיה הימנית וגם בכרטיסיה השמאלית, ומכאן שרמי יכול לבחור את המשבצת שמספרה 4 בכרטיסיה הימנית **או** בכרטיסיה השמאלית. בשאלת הסתברות מסוג "או" נחשב את הסתברות להתרחשות כל אחד מהאירועים הרצויים האפשריים ולבסוף נחבר את התוצאות.

<u>כרטיסייה ימנית</u>: על מנת שרמי יבחר מתוך הכרטיסייה הימנית את המשבצת שמספרה 4, עליו לבחור בכרטיסייה הימנית <u>וגם</u> לבחור מתוכה את המשבצת שמספרה 4.

יש שתי כרטיסיות, ולכן הסיכוי שרמי יבחר בכרטיסייה הימנית מבין השתיים הוא $\frac{1}{2}$.

יש 4 משבצות בכרטיסייה אשר רק על גבי אחת מהן רשומה הספרה 4. מכאן שההסתברות שרמי יבחר במשבצת 4, שהיא משבצת אחת שרצויה לנו, מתוך 4 המשבצות שבכרטיסייה זו שווה ל- $\frac{1}{4}$.

סיכום: הסיכוי שרמי יבחר בכרטיסייה הימנית <u>וגם</u> במשבצת שמספרה 4 הוא מכפלת ההסתברות להתרחשות כל אחד מהאירועים, כלומר שווה ל- $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\right)$

<u>כרטיסייה שמאלית</u>: על מנת שרמי יבחר מתוך הכרטיסייה השמאלית את המשבצת שמספרה 4, עליו לבחור בכרטיסייה השמאלית <u>וגם</u> לבחור מתוכה את המשבצת שמספרה 4.

יש שתי כרטיסיות, ולכן הסיכוי שרמי יבחר בכרטיסייה השמאלית מבין שתיהן הוא $\frac{1}{2}$.

יש 6 משבצות בכרטיסייה השמאלית אשר רק על גבי אחת מהן רשומה הספרה 4. מכאן שההסתברות שרמי יבחר במשבצת שמספרה 4, שהיא משבצת אחת רצויה, מתוך 6 המשבצות שבכרטיסייה זו שווה ל- $\frac{1}{6}$.

סיכום: הסיכוי שרמי יבחר בכרטיסייה השמאלית <u>וגם</u> במשבצת שמספרה 4 הוא מכפלת ההסתברות להתרחשות כל אחד מהאירועים, כלומר שווה ל- $\frac{1}{12}$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\right)$

סיכום: ההסתברות שרמי ייבחר במשבצת שמספרה 4 מתוך אחת הכרטיסיות, כלומר שיבחר 4 מהכרטיסייה הימנית <u>או</u> שיבחר 4 מהכרטיסייה השמאלית, הוא: $\frac{5}{24}$ $\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}=\frac{3+2}{24}=\right)$.

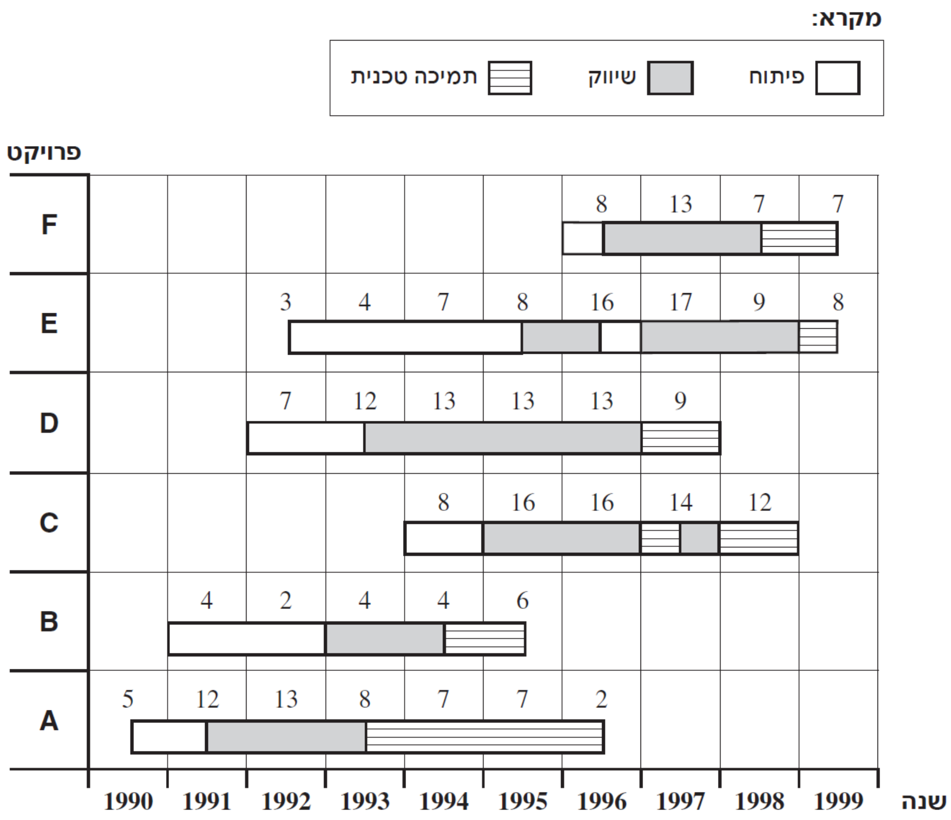
תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 20-16)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריו.

בתרשים מוצגים נתונים על שש הפרויקטים שהתנהלו בחברת תוכנה מסוימת בשנים 1999-1990.
הפרויקטים מסומנים בתרשים באותיות **F-A** (הציר האנכי). לכל אחד מהם מתאים מלבן שקצהו השמאלי מסמן את הזמן שבו החל הפרויקט, וקצהו הימני - את הזמן שבו הסתיים הפרויקט (הציר האופקי).
כל פרויקט התנהל בשלבים. שלב בפרויקט הוא פרק זמן רציף המוקדש לסוג אחד של פעילות. הפעילות היא משלושה סוגים: פיתוח, שיווק ותמיכה טכנית. החלוקה הפנימית של כל מלבן מייצגת את השלבים השונים בפרויקט (ראו מקרא).
בפרויקט כלשהו יכולים להיות כמה שלבים מאותו סוג. השלבים בפרויקטים החלו והסתיימו אך ורק בתחילת שנה או בדיוק באמצעה.
נוסף על כך, ההוצאה השנתית על כל פרויקט (במיליוני שקלים) בכל אחת משנות התנהלותו רשומה מעל המלבן במקום המתאים לשנה זו.

לדוגמה: פרויקט **F** החל בתחילת שנת 1996 והשלב הראשון בו היה שלב פיתוח. בשנה זו, ההוצאה השנתית על הפרויקט הייתה 8 מיליון שקלים.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

16. **השאלה**: איזה מהתרשימים הבאים מתאר את מספר הפרויקטים שהתנהלו בחברה בשנים המתוארות בתרשים?

פתרון: נתבונן על התרשים ואז על התרשימים שבתשובות כדי לקבוע מהי התשובה הנכונה.

<u>שנת 1990</u>: על פי התרשים, במחצית הראשונה של השנה לא התנהל כל פרויקט, ובמחצית השנייה של השנה התנהל פרויקט אחד. מכיוון שלפי התרשים של תשובה (2) במחצית השנייה של 1990 התנהלו 2 פרויקטים, הרי שניתן לפסול את תשובה (2).

<u>שנת 1991</u>: על פי התרשים, לאורך כל השנה היו 2 פרויקטים שהתנהלו בחברה. מכיוון שעל פי התרשים שבתשובה (3) התנהל רק פרויקט אחד במחצית הראשונה של שנה זו, הרי שנפסול את תשובה (3).

<u>שנת 1993</u>: על פי התרשים, במחצית הראשונה של שנה זו התנהלו 3 פרויקטים, ובמחצית השנייה של השנה התנהלו 4 פרויקטים. מכיוון שעל פי התרשים שבתשובה (4) התנהלו בחברה במחצית הראשונה של שנת 1993 רק 2 פרויקטים הרי שניתן לפסול את תשובה (4).

מכיוון שפסלנו שלוש תשובות, הרי שתשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

17. **השאלה**: "שנה יקרה" היא שנה שבה סך כל ההוצאות על פרויקטים A, B ו-C גדול מסך כל ההוצאות עליהם בשנה שלפניה.

כמה מהשנים 1991-1999 הן שנים יקרות?

פתרון: נתבונן על סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בכל שנה ונשווה אותן לסך ההוצאות בשנה שקדמה לה:

<u>שנת 1991</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 16 $(=4+12)$. סך ההוצאות בשנה שקדמה לה על פרויקטים אלו הוא 5, ומכאן ששנת 1991 ***היא שנה יקרה***.

<u>שנת 1992</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 15 $(=2+13)$. סך ההוצאות בשנת 1991 הוא 16, ומכאן ששנת 1992 אינה שנה יקרה.

<u>שנת 1993</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 12 $(=4+8)$. סך ההוצאות בשנת 1992 הוא 15, ומכאן ששנת 1993 אינה שנה יקרה.

<u>שנת 1994</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 19 $(=8+4+7)$. סך ההוצאות בשנת 1993 הוא 15, ומכאן ששנת 1994 ***היא שנה יקרה***.

<u>שנת 1995</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 29 $(=7+6+16)$. סך ההוצאות בשנת 1994 הוא 19, ומכאן ששנת 1995 ***היא שנה יקרה***.

<u>שנת 1996</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 18 $(=2+16)$. סך ההוצאות בשנת 1995 הוא 29, ומכאן ששנת 1996 אינה שנה יקרה.

<u>שנת 1997</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 14. סך ההוצאות בשנת 1996 הוא 18, ומכאן ששנת 1997 אינה שנה יקרה.

<u>שנת 1998</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 12. סך ההוצאות בשנת 1997 הוא 14, ומכאן ששנת 1998 אינה שנה יקרה.

<u>שנת 1999</u>: סך ההוצאות על הפרויקטים A, B ו-C בשנה זו הוא 0, ומכאן ששנת 1999 אינה שנה יקרה.

מצאנו כי השנים 1991, 1994 ו-1995 הן "שנים יקרות" ומכאן ש- 3 מהשנים בתקופה 1991-1999 הן "שנים יקרות".

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: שלושה פרויקטים נקראים "פרויקטים מתואמים" אם **לכל שניים** מהם היה זמן שבו שניהם היו בשלב שיווק, אך לא היה זמן שבו **כל השלושה** היו בשלב שיווק.

הפרויקטים E, F ו-_____ הם "פרויקטים מתואמים".

פתרון: פרויקט E היה בשלב שיווק בין המחצית השנייה של שנת 1995 ועד סוף המחצית הראשונה של שנת 1996, וגם בין תחילת שנת 1997 ועד סוף שנת 1998. פרויקט F היה בשלב שיווק בין המחצית השנייה של שנת 1996 ועד סוף המחצית השנייה של שנת 1998. כבר בשלב זה אנו יכולים לקבוע שישנה תקופה שבה יש חפיפה בין תקופת השיווק של שני הפרויקטים – בין תחילת 97 לאמצע שנת 98. מכיוון שלפי ההגדרה בשאלה, שלושה פרויקטים נקראים מתואמים אם לכל שניים יש זמן שבו שניהם היו בשלב השיווק.
עלינו לעבור על התשובות המוצעות, ולחפש מי מהפרויקטים המוצעים יש שלב שיווק באותו זמן עם תקופת השיווק של פרויקט E, יש שלב שיווק באותו זמן עם תקופת השיווק של פרויקט F, אולם אין לו תקופת שיווק עם שניהם גם יחד (מכיוון שכאמור אסור ששלושתם יהיו באותו זמן בשלב שיווק):

<u>תשובה (1)</u>: A

פרויקט A היה בשלב שיווק החל מאמצע שנת 1991 ועד אמצע שנת 1993. מכאן שלא היה זמן בו פרויקט A היה בשלב שיווק באותו זמן בו אחד מהפרויקטים E או F היו בשלב שיווק, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: B

פרויקט B היה בשלב שיווק מתחילת שנת 1993 ועד אמצע שנת 1994. מכאן שלא היה זמן פרויקט B היה בשלב שיווק באותו זמן בו אחד מהפרויקטים E או F היו בשלב השיווק, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: C

פרויקט C היה בשלב שיווק מתחילת שנת 1995 ועד סוף שנת 1996, וכמו כן מאמצע שנת 1997 ועד סוף שנת 1997.
נתבונן בתרשים ונמצא שגם פרויקט C ופרויקט E היו בשלב השיווק בין תחילת 96 לאמצע 96.
נתבונן בתרשים ונמצא שגם פרויקט C ופרויקט F היו בשלב השיווק בין אמצע 96 לסוף 96.
מצאנו כי לכל 2 פרויקטים יש שלב שבו שניהם היו בשלב השיווק, אולם מכיוון שלפי הגדרת השאלה: שלושה פרויקטים נקראים "פרויקטים מתואמים" אם **לכל שניים** מהם היה זמן שבו שניהם היו בשלב שיווק, אך לא היה זמן שבו **כל השלושה** היו בשלב שיווק, הרי שעלינו לסרוק את התרשים ולבדוק האם יש זמן שבו כל 3 הפרויקטים היו בשלב השיווק. מכיוון שמאמצע 97 ועד סוף 97 **כל 3 הפרויקטים היו בשלב השיווק**, הרי שהפרויקטים אינם מתואמים לפי ההגדרה, ולכן התשובה נפסלת. מכיוון שפסלנו את 3 התשובות הראשונות, ניתן לסמן את תשובה (4), אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u>: D

פרויקט D היה בשלב השיווק מאמצע שנת 1993 ועד סוף שנת 1996.
נתבונן בתרשים ונמצא שמאמצע שנת 1995 ועד אמצע שנת 1996 היו הן פרויקט D והן פרויקט E בשלב השיווק.
מאמצע שנת 1996 ועד סוף שנת 1996 היו פרויקט D ופרויקט F בשלב השיווק.
בנוסף, מכיוון שלא היה זמן שבו כל 3 הפרויקטים היו בשלב השיווק, הרי שניתן לקבוע כי הפרויקטים D, E ו-F הם "פרויקטים מתואמים" בהתאם להגדרת השאלה, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.19 **השאלה** : מה משך הזמן הכולל שבו התנהל בחברה לפחות פרויקט אחד שהיה בשלב תמיכה טכנית?

פתרון : נסרוק את התרשים ונבדוק מתי התנהל בחברה **לפחות** פרויקט אחד בשלב תמיכה טכנית.
שימו לב, כי אם באותו זמן היו בחברה יותר משני פרויקטים בשלב התמיכה הטכנית, הרי שיש לספור רק אחד מהם.
מאמצע שנת 1993 ועד אמצע שנת 1996 היה פרויקט A בשלב תמיכה טכנית, כאשר בחלק מזמן זה היה גם פרויקט B בשלב תמיכה טכנית. בסך הכול מדובר ב-3 שנים.
בהמשך, במשך כל שנת 1997 היה פרויקט D היה בשלב תמיכה טכנית, כלומר במשך שנה נוספת (כאשר בחלק מזמן זה היה גם פרויקט C בשלב זה).
במהלך כל שנת 1998 היה פרויקט C בשלב תמיכה טכנית (שנה נוספת), כאשר בחלק מהזמן היה גם פרויקט F בשלב תמיכה טכנית.
לבסוף, מתחילת שנת 1999 ועד אמצע שנת 1999, היו פרויקטים F ו-E בשלב תמיכה טכנית, כלומר במשך חצי שנה נוספת.
בסך הכול, משך הזמן הכולל שבו התנהל בחברה לפחות פרויקט אחד בשלב תמיכה טכנית הוא 5.5 שנים $(3+1+1+0.5=)$.

תשובה (1).

.20 **השאלה** : עבור איזה מן הפרויקטים הבאים ערך הביטוי $\frac{\text{משך הזמן של השלב הארוך ביותר בפרויקט}}{\text{משך הזמן של השלב הקצר ביותר בפרויקט}}$

הוא **הגדול** ביותר?

פתרון : נעבור על התשובות המוצעות :

<u>תשובה (1)</u> : A

השלב הארוך ביותר בפרויקט A היה שלב התמיכה הטכנית, אשר נמשך מאמצע שנת 1993 ועד אמצע שנת 1996, בסך הכול במשך 3 שנים. השלב הקצר ביותר בפרויקט היה שלב הפיתוח, אשר נמשך מאמצע שנת 1990 ועד אמצע שנת 1991, כלומר סך הכול במשך שנה אחת. ערך הביטוי המבוקש עבור פרויקט A הוא 3 $\left(\frac{3}{1}=\right)$.

<u>תשובה (2)</u> : B

השלב הארוך ביותר בפרויקט B היה שלב הפיתוח, אשר נמשך מתחילת שנת 1991 ועד סוף שנת 1992, סך הכול במשך שנתיים. השלב הקצר ביותר בפרויקט B היה שלב התמיכה הטכנית אשר נמשך מאמצע שנת 1994 ועד אמצע שנת 1995, סך הכול שנה אחת. מכאן שערך הביטוי המבוקש עבור פרויקט B הוא 2 $\left(\frac{2}{1}=\right)$.

<u>תשובה (3)</u> : F

השלב הארוך ביותר בפרויקט F היה שלב השיווק, שנמשך מאמצע שנת 1996 ועד אמצע שנת 1998, סך הכול הוא נמשך שנתיים. השלב הקצר ביותר בפרויקט F היה שלב הפיתוח והוא נמשך מתחילת שנת 1996 ועד סוף שנת 1996, בסך הכול במשך חצי שנה. מכאן שערך הביטוי המבוקש עבור פרויקט F הוא 4 $\left(\frac{2}{\frac{1}{2}}=\right)$.

<u>תשובה (4)</u> : D

השלב הארוך ביותר בפרויקט D היה שלב השיווק, אשר נמשך מאמצע שנת 1993 ועד סוף שנת 1996, סך הכול במשך 3.5 שנים. השלב הקצר ביותר בפרויקט D היה שלב התמיכה הטכנית, אשר נמשך מתחילת שנת 1997 ועד סוף שנת 1997, סך הכול במשך שנה אחת. מכאן שערך הביטוי המבוקש עבור פרויקט D הוא 3.5 $\left(\frac{3.5}{1}=\right)$. .

הביטוי הגדול ביותר התקבל עבור פרויקט F, ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).
