מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(2)	(2)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(4)	(1)	(2)	(1)	(1)	(1)	(4)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-16)

1. **השאלה**: בשק יש 4 כדורים צהובים ו-6 כדורים כחולים.
ניר הוציא מהשק שני כדורים צהובים.

מה הסיכוי **כעת** להוציא מהשק באקראי כדור צהוב?

פתרון: נשאלנו מה הסיכוי להוציא מהשק כדור צהוב, כלומר מה ההסתברות להוצאת כדור צהוב.
הסתברות שווה ל- $\frac{\text{מספר האפשרויות הרצויות}}{\text{מספר האפשרויות הכולל}}$.

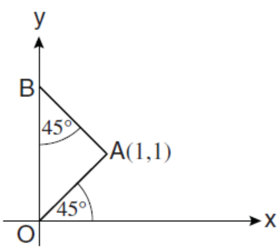
מכיוון שבשק היו 4 כדורים צהובים, הרי שלאחר הוצאת 2 הכדורים הצהובים מהשק על ידי ניר, נותרו בכך 2 כדורים צהובים $(=4-2)$, ובסך הכול 8 כדורים $(=6+2)$.

מכאן שהסיכוי להוציא כעת כדור צהוב מהשק הוא $\frac{1}{4}$ $\left(=\frac{2}{8}\right)$.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם הנקודה O היא ראשית הצירים, והנקודה B נמצאת על ציר ה-y.



לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
מה ערך ה-y של נקודה B?

פתרון: ציר ה-x וציר ה-y מאונכים זה לזה.
אם סכומן של זווית BOA והזווית בת 45° שבסרטוט הוא 90°, הרי שזווית BOA שווה ל-45° $(=90°-45°)$.

במשולש BAO שתי זוויות בנות 45°, ומכאן שמשולש BAO הוא שווה-שוקיים: $AB = AO$, ונקודה A היא קודקוד המשולש.
כאשר מורידים גובה מקודקוד משולש שווה-שוקיים לבסיסו של המשולש, הגובה הוא גם חוצה זווית וגם תיכון. מכיוון שגובה המשולש בהגדרה מאונך לבסיס, ובמשולש שלפנינו בסיס המשולש הוא ציר ה-y, אשר מאונך לציר ה-x, הרי שהגובה בהכרח מקביל לציר ה-x.
ערכי ה-y של כל הנקודות על גבי ישר המקביל לציר ה-y זהים, ומכאן שכל ערכי ה-y על גבי גובה המשולש שווים לערך ה-y של נקודה A, כלומר ל-1.
ערך ה-y שמצאנו שווה למחצית מאורך הבסיס, ומכאן שאורכו של הבסיס הוא 2, וזהו ערך ה-y של הנקודה המבוקשת, הנקודה B.

תשובה (2).

.3 **השאלה**: נתון: $7-y=3+x$

$y=5+x$

$x=?$

פתרון: ראשית, כאשר נתונה מערכת משוואות עלינו 'להיפטר' ממשתנים שעליהם לא נשאלנו. מכיוון שבמקרה שלפנינו נשאלנו על x, הרי שעלינו 'להיפטר' מ-y.
ערכו של y נתון במשוואה השנייה $(y=5+x)$, ולפיכך נציב ערך זה במקום ערכו של y במשוואה הראשונה, ונקבל: $7-(5+x)=3+x \Leftarrow 7-5-x=3+x \Leftarrow 2-x=3+x$.
נחבר x ונחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $-1=2x$.
נחלק ב-2, ונקבל: $-\frac{1}{2}=x$

תשובה (2).

.4 **השאלה**: A, B, C ו-D הן אותיות המייצגות ספרות שונות בין 0 ל-9.
נתון:

$$\begin{array}{r} AA \\ +\quad A \\ \hline BCD \end{array} \qquad (B\neq 0)$$

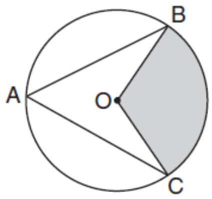
$B+C+D=?$

פתרון: לפי הנתון סכומם של המספר הדו-ספרתי AA והמספר החד-ספרתי A, הוא מספר תלת-ספרתי BCD. הספרה היחידה שהאות A יכולה לייצג כספרה היא 9, שכן תוצאת החיבור של כל מספר דו-ספרתי שספרת העשרות שלו תהיה קטנה מ-9 עם מספר חד ספרתי לא תהיה מספר תלת-ספרתי.
לאחר שמצאנו כי A בהכרח שווה ל-9, נחשב את תוצאת התרגיל, ונמצא את יתר הספרות ונוכל לחשב את הביטוי המבוקש: $99+9=108$.
מצאנו כי $B=1$; $C=0$; $D=8$, ומכאן שערכו של הביטוי המבוקש הוא 9 $(B+C+D=1+0+8=)$.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.



נתון: השטח האפור שווה ל- $\frac{1}{3}$ משטח המעגל.

$$AB = AC = 1 \text{ ס"מ}$$

מה המרחק (בס"מ) בין הנקודה B לנקודה C?

פתרון: נתון כי AB ו-AC הם שני מיתרים אשר אורכם שווה. נתבקשנו למצוא את אורכו של הקו BC שהוא בסיס המשולש שווה-השוקיים BAC.

השטח האפור שהוא שטח גזרה במעגל שווה ל- $\frac{1}{3}$ משטח המעגל.

גודלה של גזרה נקבע על ידי החלק שמהווה הזווית המרכזית שיוצרת אותה מתוך $360°$.

אם שטח הגזרה הוא $\frac{1}{3}$ משטח המעגל, הרי שהזווית המרכזית BOC שווה ל-$120°$ $\left(\frac{1}{3} \cdot 360° =\right)$.

כאשר זווית היקפית וזווית מרכזית נשענות על אותה קשת, הזווית ההיקפית שווה למחצית הזווית המרכזית. ומכאן שאם הזווית BOC שווה ל-$120°$, הרי שהזווית ההיקפית על הקשת BC, זווית BAC, שווה ל-$60°$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 120° =\right)$.

מצאנו כי זווית הראש של המשולש שווה השוקיים BAC שווה ל-$60°$. כאשר אחת מזוויותיו של משולש שווה-שוקיים שווה ל-$60°$ ניתן לקבוע כי המשולש הוא שווה-צלעות.
נתון כי אורך שוקי המשולש הוא 1 ס"מ, ומכאן שאורך הבסיס, הצלע BC, הוא 1 ס"מ.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: a, b, c ו-d הם מספרים ראשוניים, $1 < a < b < c < d$.

נתון: $2a < b$
$2b < c$
$2c < d$

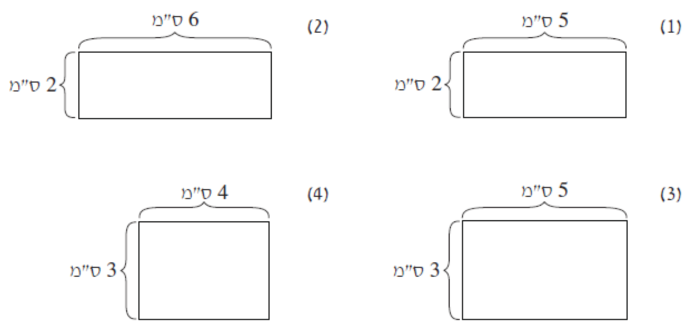
d הוא לכל הפחות -

פתרון: לפי נתוני השאלה יש קשר בין כל המשתנים, ומכאן שכדי לדעת את ערכו המינימלי של d עלינו למצוא מה ערכם המינימלי של יתר המשתנים. כמו כן, מכיוון שיש קשר בין המשתנים לא נוכל לדעת את ערכם של המשתנים הגדולים מבלי לדעת את ערכם של המשתנים הקטנים. ולכן עלינו למצוא קודם את ערכו של המשתנה הקטן ביותר, לאחר מכן נמצא את ערכו של המשתנה שגדול ממנו וכך הלאה: לפי הנתונים a הוא מספר ראשוני הגדול מ-1.
המספר הראשוני הקטן ביותר הוא 2, ומכאן שזה ערכו המינימלי של a.
נתון כי $2a < b$. ערכו המינימלי של a הוא 2, ומכאן ש-b הוא מספר ראשוני הגדול מ-4 $(2 \cdot 2 < b)$.
המספר הראשוני הקטן ביותר אשר גדול מ-4 הוא 5, ומכאן שזה ערכו המינימלי של b.
נתון כי $2b < c$. ערכו המינימלי של b הוא 5, ומכאן ש-c הוא מספר ראשוני הגדול מ-10 $(2 \cdot 5 < c)$.
המספר הראשוני הקטן ביותר אשר גדול מ-10, הוא 11, ומכאן שזה ערכו המינימלי של c.
נתון כי $2c < d$. ערכו המינימלי של c הוא 11, ומכאן ש-d הוא מספר ראשוני הגדול מ-22 $(2 \cdot 11 < d)$.
המספר הראשוני הקטן ביותר אשר גדול מ-22, הוא 23, ומכאן שזה ערכו המינימלי של d.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: באיזה מהלבנים הבאים היחס $\frac{\text{שטח המלבן (בסמ"ר)}}{\text{היקף המלבן (בסמ)}}$ הוא הגדול ביותר?



פתרון: נחשב לגבי כל אחת מהתשובות מה ערכו של הביטוי המבוקש:

<u>תשובה (1)</u>: אורכו של המלבן הנתון הוא 5 ס"מ, ורוחבו 2 ס"מ, ומכאן ששטח המלבן שווה ל-10 סמ"ר $(2 \cdot 5 =)$. בכל מקבילית סכום אורכן של שתי צלעת סמוכות שווה למחצית מההיקף, ומכאן שהיקף המלבן שווה ל-14 ס"מ $[2 \cdot (5+2) = 2 \cdot 7 =]$. מצאנו כי ערכו של הביטוי המבוקש הוא $\frac{10}{14}$.

<u>תשובה (2)</u>: אורכו של המלבן הנתון הוא 6 ס"מ, ורוחבו 2 ס"מ, ומכאן ששטח המלבן שווה ל-12 סמ"ר $(2 \cdot 6 =)$. סכום אורכן של שתי צלעת סמוכות שווה למחצית מההיקף, ומכאן שהיקף המלבן שווה ל-16 ס"מ $[2 \cdot (6+2) = 2 \cdot 8 =]$. מצאנו כי ערכו של הביטוי המבוקש הוא $\frac{12}{16}$.

<u>תשובה (3)</u>: אורכו של המלבן הנתון הוא 5 ס"מ, ורוחבו 3 ס"מ, ומכאן ששטח המלבן שווה ל-15 סמ"ר $(3 \cdot 5 =)$. סכום אורכן של שתי צלעת סמוכות שווה למחצית מההיקף, ומכאן שהיקף המלבן שווה ל-16 ס"מ $[2 \cdot (3+5) = 2 \cdot 8 =]$. מצאנו כי ערכו של הביטוי המבוקש הוא $\frac{15}{16}$.

מכיוון שמכנה ביטוי זה שווה למכנה הביטוי שמצאנו בתשובה (2), אולם המונה שלו גדול יותר, הרי שניתן בשלב זה לפסול את תשובה (2).

<u>תשובה (4)</u>: אורכו של המלבן הנתון הוא 4 ס"מ, ורוחבו 3 ס"מ, ומכאן ששטח המלבן שווה ל-12 סמ"ר $(3 \cdot 4 =)$. סכום אורכן של שתי צלעת סמוכות שווה למחצית מההיקף, ומכאן שהיקף המלבן שווה ל-14 ס"מ $[2 \cdot (3+4) = 2 \cdot 7 =]$. מצאנו כי ערכו של הביטוי המבוקש הוא $\frac{12}{14}$.

מכיוון שמכנה ביטוי זה שווה למכנה הביטוי בתשובה (1), אולם המונה שלו גדול יותר, הרי שניתן בשלב זה לפסול את תשובה (1).

בשלב זה נותרנו עם שני ביטויים: הביטוי בתשובה (4) - $\frac{12}{14}$, והביטוי שמצאנו בתשובה (3) - $\frac{15}{16}$.

על מנת להחליט מי מהביטויים גדול יותר, נבדוק את מרחקם מ-1.

'מרחקו' של $\frac{12}{14}$ מ-1 הוא: $\frac{2}{14}$ $\left(1-\frac{12}{14}=\right)$ שניתן גם לצמצם אותו ל- $\frac{1}{7}$, ו'מרחקו' של $\frac{15}{16}$ מ-1 הוא: $\frac{1}{16}$ $\left(1-\frac{15}{16}=\right)$. מונה השבר $\frac{1}{16}$ והשבר $\frac{1}{7}$ זהה, והמכנה של $\frac{1}{16}$ גדול יותר, ומכאן שערכו של $\frac{1}{16}$ קטן יותר, ומכאן שערכו של השבר $\frac{15}{16}$ גדול יותר, שכן הוא קרוב יותר ל-1.

תשובה (3).

8. **השאלה**: $\frac{x^2-a^2}{x-a}=x^2+2ax+a^2$

$x\neq a \quad , \quad x\neq -a$

$x=?$

פתרון: נפשט את מונה הביטוי באגף שמאל בעזרת הנוסחה השלישית של הכפל המקוצר, ואת אגף ימין באמצעות הנוסחה הראשונה: $\frac{x^2-a^2}{x-a}=x^2+2ax+a^2 \Leftarrow \frac{(x-a)(x+a)}{x-a}=(x+a)^2$

נחלק את מונה ומכנה השבר באגף שמאל ב-$(x-a)$, ונקבל: $x+a=(x+a)^2$.

נחלק את שני האגפים של המשוואה ב-$(x+a)$, ונקבל: $1=x+a$.

נחסר a, משני האגפים, ונקבל: $1-a=x$

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: מחירו של ק״ג אבטיח הוא 3 שקלים.

מיכאל קנה 3 אבטיחים שמשקלם: $2\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{2}$ ו-$5\frac{1}{4}$ ק״ג.

כמה שקלים בממוצע שילם מיכאל עבור כל אבטיח?

פתרון: נוסחת הממוצע:

על מנת למצוא מה המחיר הממוצע ששילם מיכאל עלינו לחשב מה הסכום הכולל ששילם מיכאל עבור כל 3 האבטיחים, ולחלק במספר האבטיחים:
נתון כי מחירו של ק״ג אבטיח הוא 3 שקלים, ולכן המחיר שמיכאל שילם עבור האבטיח הראשון הוא: $3\cdot 2\frac{1}{4}$, הסכום ששילם בעבור האבטיח השני הוא: $3\cdot 3\frac{1}{2}$, והסכום ששילם עבור האבטיח השלישי הוא: $3\cdot 5\frac{1}{4}$.

הביטוי שמתאר את הסכום הכולל שמיכאל שילם עבור 3 האבטיחים הוא: $3\cdot 2\frac{1}{4}+3\cdot 3\frac{1}{2}+3\cdot 5\frac{1}{4}$.

נוציא 3 כגורם משותף, ונקבל: $3\cdot\left(2\frac{1}{4}+3\frac{1}{2}+5\frac{1}{4}\right) \Leftarrow 3\cdot 11 \Leftarrow 33$ שקלים.

מצאנו כי הסכום הכולל שמיכאל שילם עבור 3 האבטיחים הוא 33 שקלים, ומכאן שהמחיר הממוצע שמיכאל שילם עבור אבטיח הוא 11 שקלים $\left(=\frac{33}{3}\right)$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: היחס בין שלוש הזוויות של משולש מסוים הוא: 1:1:3.
מה גודלה של הזווית הגדולה במשולש?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

סכום זוויות במשולש שווה ל-$180°$. נבדוק את התשובות המוצעות, ונראה מי מהן מביאה למצב שבו סכום הזוויות במשולש שווה ל-$180°$.

<u>תשובה (1)</u>: $90°$. ביחס הנתון בשאלה, הזווית הגדולה שווה ל-3. על מנת שהזווית הגדולה תהיה שווה ל-$90°$, כפי שמציעה תשובה זו, יש להגדיל את היחס הנתון פי 30. כאשר נעשה זאת נקבל כי הזוויות במשולש הן: 30:30:90. מכיוון שבמצב זה סכום הזוויות שווה ל-$150°$ $(=90+30+30)$, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $100°$. ביחס הנתון בשאלה, הזווית הגדולה שווה ל-3. על מנת שהזווית הגדולה תהיה שווה ל-$100°$, כפי שמציעה תשובה זו, יש להגדיל את היחס הנתון פי $33\frac{1}{3}$. כאשר נעשה זאת נקבל כי הזוויות במשולש הן: $33\frac{1}{3}:33\frac{1}{3}:100$. מכיוון שבמצב זה סכום הזוויות במשולש שווה ל- $166\frac{2}{3}$ $\left(=100+33\frac{1}{3}+33\frac{1}{3}\right)$, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: $108°$. ביחס הנתון בשאלה, הזווית הגדולה שווה ל-3. על מנת שהזווית הגדולה תהיה שווה ל-$108°$, יש להגדיל את היחס הנתון פי 36. כאשר נעשה זאת נקבל כי הזוויות במשולש הן: 36:36:108. במצב זה סכום הזוויות במשולש שווה ל- $180°$ $(=108+36+36)$.
זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: יחסים – בניית משוואה

סכום זוויות במשולש שווה ל-$180°$. נתון כי יחס הזוויות במשולש הוא 1:1:3, ומכאן שאם נסמן את שתי הזוויות הקטנות ב-x, נקבל: $x+x+3x=180° \Leftarrow 5x=180°$.
נחלק את שני האגפים ב-5, ונקבל: $x=36°$.
גודלה של הזווית הגדולה לפי הנתונים הוא 3x, ולפיכך הוא שווה ל-$108°$ $(=3\cdot 36°=3x)$.

תשובה (3).

11. **השאלה**: צינור מים ממלא בְרֵכה אחת בקצב קבוע: בכל דקה עובר בצינור כמות מסוימת של מים. אם יגדילו ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה, יוכל למלא 3 ברכות כאלה באותו זמן.

כמה ליטרים של מים עוברים בצינור בכל דקה?

פתרון: __דרך א'__: בדיקת תשובות

לפי נתוני השאלה איננו יודעים מה הקצב שבו ממלא הצינור את הברכה, או במילים אחרות כמה ליטרים עוברים בו בדקה. מכיוון שזו השאלה איננו יכולים להציב דוגמה מספרית, אלא עלינו לבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: 1.5. אם בכל דקה עובר בצינור 1.5 ליטר מים, הרי שאם נגדיל ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה יעברו בצינור 6.5 ליטר בדקה $(1.5+5=)$.

מכיוון שלא נתון מה נפח הבריכה נניח שנפח הבריכה הוא 1.5 ליטר. אם בכל דקה עובר בצינור 1.5 ליטר מים, הרי שבכל דקה הצינור ממלא בריכה אחת. אם נגדיל ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה יעברו בצינור 6.5 ליטר בדקה $(1.5+5=)$. מכיוון שנפח הבריכה הוא 1.5 ליטר, אם בצינור יעברו 6.5 ליטר בדקה, הצינור ימלא $4\frac{1}{3}$ בריכות בדקה $\left(\frac{6.5}{1.5}=\frac{\frac{13}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{13}{\cancel{2}_1}\cdot\frac{\cancel{2}^1}{3}=\right)$, ולא 3 בריכות בדקה כפי שנתון, ומכאן שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 2.5. אם בכל דקה עובר בצינור 2.5 ליטר מים, הרי שאם נגדיל ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה יעברו בצינור 7.5 ליטר בדקה $(2.5+5=)$.

מכיוון שלא נתון מה נפח הבריכה נניח שנפח הבריכה הוא 2.5 ליטר. אם בכל דקה עובר בצינור 2.5 ליטר מים, הרי שבכל דקה הצינור ממלא בריכה אחת. אם נגדיל ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה יעברו בצינור 7.5 ליטר בדקה $(2.5+5=)$. מכיוון שנפח הבריכה הוא 2.5 ליטר, אם בצינור יעברו 7.5 ליטר בדקה, הרי שהצינור ימלא 3 בריכות בדקה $\left(\frac{7.5}{2.5}=\frac{\frac{15}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{15}{\cancel{2}_1}\cdot\frac{\cancel{2}^1}{5}=\right)$. זו התשובה הנכונה.

__דרך ב'__: אלגברה

לפי נתוני השאלה צינור המים ממלא את הבְרֵכה בקצב קבוע, כאשר בכל דקה עובר בצינור כמות מסוימת של מים. אם נסמן ב-t את הזמן הדרוש לצינור למלא את הבְרֵכה, ואת כמות המים אשר עוברת בצינור בכל דקה ב-x, הרי שכמות המים בבְרֵכה היא $x \cdot t$.

נתון כי אם יגדילו ב-5 ליטרים את כמות המים שעוברת בצינור בדקה, יוכל הצינור למלא 3 ברכות כאלה באותו זמן, כלומר כאשר כמות המים העוברת בדקה תהיה $(x+5)$, הרי שבזמן t ימלא הצינור 3 ברכות. מצאנו כי כמות המים בבְרֵכה היא xt, ומכאן שניתן ליצור את המשוואה:

$(x+5)\cdot t=3xt \Leftarrow xt+5t=3xt$.

נחסר xt משני האגפים, ונקבל: $5t=2xt$.

נחלק ב-2t את שני האגפים, ונקבל: $2.5=x$.

תשובה (2).

12. **השאלה**: נתון: $\sqrt[5]{x} = \sqrt{y}$

$x = ?$

פתרון: <u>דרך א'</u>: בדיקת תשובות

מכיוון שנשאלנו מה ערכו של x, נציב במקום x את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: y^5. נציב במקום x את y^5, ונקבל: $\sqrt[5]{y^5} = \sqrt{y}$.

לפי חוקי שורשים: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. נפשט את המשוואה לפי החוק, ונקבל: $y^{\frac{5}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^1 = y^{\frac{1}{2}}$.

מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: y^{10}. נציב במקום x את y^{10}, ונקבל: $\sqrt[5]{y^{10}} = \sqrt{y}$.

לפי חוקי שורשים: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. נפשט את המשוואה לפי החוק, ונקבל: $y^{\frac{10}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^2 = y^{\frac{1}{2}}$.

מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $y^{\frac{2}{5}}$. נציב במקום x את $y^{\frac{2}{5}}$, ונקבל: $\sqrt[5]{y^{\frac{2}{5}}} = \sqrt{y}$.

לפי חוקי שורשים: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. נפשט את המשוואה לפי החוק, ונקבל: $y^{\frac{\frac{2}{5}}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^{\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^{\frac{2}{25}} = y^{\frac{1}{2}}$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $y^{\frac{5}{2}}$. נציב במקום x את $y^{\frac{5}{2}}$, ונקבל: $\sqrt[5]{y^{\frac{5}{2}}} = \sqrt{y}$.

לפי חוקי שורשים: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. נפשט את המשוואה לפי החוק, ונקבל: $y^{\frac{\frac{5}{2}}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^{\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{5}} = y^{\frac{1}{2}}$ ⇦ $y^{\frac{1}{2}} = y^{\frac{1}{2}}$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: פתרון אלגברי

על מנת 'לבטל' שורש יש לעלות את שני האגפים בחזקה, על מנת 'לבטל' שורש חמישי יש להעלות את שני האגפים בחזקת 5.

נעלה את שני האגפים בחזקת 5, נקבל: $\left(\sqrt[5]{x}\right)^5 = \left(\sqrt{y}\right)^5$ ⇦ $\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^5 = \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^5$ ⇦ $x^{\frac{1}{5}\cdot 5} = y^{\frac{1}{2}\cdot 5}$ ⇦ $x = y^{\frac{2}{5}}$.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: בבקבוק א׳ יש 2.2 ליטרים של תמיסה ובה כוהל בריכוז של 20%.
בבקבוק ב׳ יש 3 ליטרים של תמיסה ובה כוהל בריכוז של 2%.

כמה ליטרים של כוהל יש בשני הבקבוקים יחד?

פתרון: חישוב לפי 10%:
מכיוון שנתבקשנו למצוא כמה ליטרים של כוהל יש בשני הבקבוקים יחד, נחשב מה כמות הכוהל בכל אחד מהם בנפרד:
נתון כי בבקבוק א׳ יש 2.2 ליטרים של תמיסה ובה כוהל בריכוז של 20%.
10% מ-2.2 הם 0.22 ($\frac{1}{10}$ מ-2.2), ומכאן ש-20%, שהיא כמות הגדולה פי 2, שווה ל-0.44 $(=2\cdot0.22)$.
מצאנו כי כמות הכוהל בבקבוק א׳ היא **0.44**.
בבקבוק ב׳ יש 3 ליטרים של תמיסה ובה כוהל בריכוז של 2%.

10% מ-3 הם 0.3 ($\frac{1}{10}$ מ-3), מכאן ש-1%, שהיא כמות הקטנה פי 10, שווה ל-0.03 ($\frac{1}{10}$ מ-0.3),
ו-2%, שהיא כמות הגדולה פי 2, שווה ל-0.06 $(=2\cdot0.03)$.
מצאנו כי כמות הכוהל בבקבוק ב׳ היא **0.06**.
כמות הכוהל בשני הבקבוקים יחד היא **0.50** $(=0.44+0.06)$.

תשובה (1).

---

14. **השאלה**: לשרית קובייה שאורך מקצועה 10 ס״מ. היא ניסרה ממנה קובייה קטנה יותר, שנפחה 12.5% מנפח הקובייה הגדולה.

מה אורך המקצוע של המקצוע הקטנה (בס״מ)?

פתרון: __דרך א׳__:
נפח כל מנסרה ישרה שווה למכפלת שטח בסיס המנסרה בגובהה.
בסיס הקובייה הוא ריבוע ששטחו 100 סמ״ר $(=10\cdot10)$, ומכאן שנפח קובייה שאורך מקצועה 10 ס״מ, הוא 1,000 סמ״ק $(=100\cdot10)$.
נתון כי שרית ניסרה מן הקובייה, קובייה קטנה יותר, שנפחה 12.5% מנפח הקובייה הגדולה.
12.5% מ-1,000 שווים ל-125 סמ״ק $\left(=\frac{12.5}{100}\cdot1{,}000\right)$.
עלינו למצוא מה אורך מקצועה של קובייה אשר נפחה 125 סמ״ק.
נסמן ב-x את מקצוע הקובייה, וניצור את המשוואה: $x^3=125 \Leftarrow x=5$.

__דרך ב׳__:
ניתן לחלק ריבוע גדול ל-4 ריבועים קטנים על ידי חלוקה של אורכו ורוחבו ל-2 חלקים שווים $(=2\cdot2)$;
ניתן לחלק ריבוע גדול ל-9 ריבועים קטנים על ידי חלוקה של אורכו ורוחבו ל-3 חלקים שווים $(=3\cdot3)$, וכן הלאה..
ניתן לחלק **קובייה** ל-8 קוביות קטנות ע״י חלוקה של אורכה, רוחבה וגובהה ל-2 חלקים שווים $(=2\cdot2\cdot2)$;
ניתן לחלק **קובייה** גדולה ל-27 קוביות קטנות על ידי חלוקה של אורכה, רוחבה וגובהה ל-3 חלקים שווים;
שרית ניסרה את הקובייה לקובייה קטנה שנפחה 12.5% מנפח הקובייה הגדולה. 12.5% שווים ל- $\frac{1}{8}$. על מנת לנסר קובייה גדולה לקובייה שנפחה שווה ל- $\frac{1}{8}$ ממנה, יש לנסר את האורך, הרוחב והגובה ל-2, כלומר אורך כל אחד מהמקצועות של הקובייה הקטנה מהווה מחצית מאורך המקצוע של הקובייה הגדולה, אשר לפי הנתונים שווה ל-10 ס״מ. מכאן שאורך מקצוע הקובייה הקטנה שווה ל-5 ס״מ $\left(=\frac{10}{2}\right)$.

תשובה (2).

---

15. **השאלה**: נתון: $\frac{a+b}{c}=4$, $\frac{d+e}{f}=5$

$$\frac{\left(\frac{f}{d+e}\right)\left(\frac{a+b}{c}\right)}{a+b}=?$$

פתרון: **__דרך א'__**: אלגברה

נתון כי: $\frac{d+e}{f}=5$, ומכאן שכאשר 'נהפוך' את המונה והמכנה, הרי שערכו יהיה שווה לערך השבר ההופכי, כלומר: $\frac{f}{d+e}=\frac{1}{5}$.

נתון כי: $\frac{a+b}{c}=4$, ומכאן שאם נכפול ב-c את שני האגפים, נקבל כי: $a+b=4c$.

נציב ערכים אלו בביטוי המבוקש, ונקבל: $\frac{\left(\frac{f}{d+e}\right)\left(\frac{a+b}{c}\right)}{a+b} \Leftarrow \frac{\frac{1}{5}\cdot\cancel{4}^{1}}{{}_{1}\cancel{4}c} \Leftarrow \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{c} \Leftarrow \frac{1}{5c}$.

__דרך ב'__: הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו מה ערכם של המשתנים a, b, c, d ו-e, ולכן אנו יכולים להציב במקומם דוגמה מספרית המקיימת את הנתון $\frac{a+b}{c}=4$, למשל: $a=2$; $b=2$ ו- $c=1$, ואת הנתון $\frac{d+e}{f}=5$, למשל $d=3$; $e=2$ ו-$f=1$.

כעת נציב מספרים אלו במקום המשתנים שבביטוי, ונקבל: $\frac{\left(\frac{f}{d+e}\right)\left(\frac{a+b}{c}\right)}{a+b} \Leftarrow \frac{\frac{1}{3+2}\cdot\frac{2+2}{1}}{2+2} \Leftarrow$

$\frac{\frac{1}{5}\cdot\cancel{4}^{1}}{{}_{1}\cancel{4}} \Leftarrow \frac{1}{5}$.

כעת נציב ערכים אלו בתשובות ונפסול כל תשובה שערכה שונה מ- $\frac{1}{5}$.

__תשובה (1)__: $\frac{1}{5c}$. אם $c=1$, ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{1}{5}$ $\left(\frac{1}{5c}=\frac{1}{5\cdot1}=\right)$, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

__תשובה (2)__: $\frac{4c}{5}$. אם $c=1$, ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{4}{5}$ $\left(\frac{4c}{5}=\frac{4\cdot1}{5}=\right)$, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (3)__: $\frac{20c}{5}$. אם $c=1$, ערך הביטוי שבתשובה הוא 4 $\left(\frac{20c}{5}=\frac{20\cdot1}{5}=\right)$, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

__תשובה (4)__: $\frac{c}{5}$. אם $c=1$, ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{1}{5}$ $\left(\frac{c}{5}=\frac{1}{5}=\right)$, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

נותרנו עם שתי תשובות, ולכן על מנת להכריע ביניהן עלינו להציב ערך אחר של c בביטוי, לחשב את ערכו, ולמצוא ערכה של מי מהתשובות נותר שווה לערך הביטוי.

נציב דוגמה מספרית שונה המקיימת את הנתון $\frac{a+b}{c}=4$, למשל: $a=4$; $b=4$ ו- $c=2$, ואשר בהצבתה ערך הביטוי $a+b$ שווה ל-8, ונותיר את ערך המשתנים d, e ו-f כפי שהיה, ונקבל:

$$\frac{\left(\frac{f}{d+e}\right)\left(\frac{a+b}{c}\right)}{a+b} \Leftarrow \frac{\frac{1}{3+2}\cdot\frac{4+4}{2}}{4+4} \Leftarrow \frac{\frac{1}{5}\cdot\cancel{4}^{1}}{{}_{2}\cancel{8}} \Leftarrow \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2} \Leftarrow \frac{1}{10}.$$

נציב $c=2$ בשתי התשובות שנותרו, ונפסול תשובות שערכן שונה מ- $\frac{1}{10}$:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{1}{5c}$. כאשר $c=2$, ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{1}{10}$ $\left(=\frac{1}{5\cdot 2}=\frac{1}{5c}\right)$, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{c}{5}$. כאשר $c=2$, ערך הביטוי שבתשובה הוא $\frac{2}{5}$ $\left(=\frac{2}{5}=\frac{c}{5}\right)$, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

מכיוון שנותרנו עם תשובה אחת בלבד, הרי שניתן לסמן אותה כתשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

16. השאלה: בכיתה יש 30 תלמידים. ל- $\frac{1}{3}$ מהתלמידים בכיתה יש שֵׂער שחור, ול- $\frac{2}{3}$ מהם יש עיניים חומות. איתן הוא התלמיד **היחיד** בכיתה שיש לו שֵׂער שחור ועיניים חומות.

מה המספר הגדול ביותר האפשרי של תלמידים שיש להם שֵׂער בלונדיני ועיניים ירוקות?

פתרון: נתון כי בכיתה יש 30 תלמידים, וכי ל- $\frac{1}{3}$ מהתלמידים בכיתה יש שֵׂער שחור. $\frac{1}{3}$ מ-30 הם 10 תלמידים, ומכאן ש-10 מהתלמידים בכיתה הם בעלי שֵׂער שחור.

ל- $\frac{2}{3}$ מ-30 התלמידים בכיתה יש עיניים חומות, ומכאן של-20 תלמידים יש עיניים חומות $\left(\frac{2}{3}\cdot 30=\right)$.

נתון כי איתן הוא התלמיד היחיד בכיתה שיש לו שֵׂער שחור ועיניים חומות. אם יש 10 תלמידים בכיתה בעלי שיער שחור, הרי שכל יתר 9 התלמידים הם בעלי שיער שחור ועיניים שאינן חומות.
אם יש בכיתה 20 תלמידים בעלי עיניים חומות, ורק אחד מהם, איתן, הוא בעל שיער שחור, הרי ש-19 תלמידים הם בעלי עיניים חומות ושיער שאינו שחור.
מצאנו כי יש 9 תלמידים הם בעלי שיער שחור ועיניים שאינן חומות; 19 תלמידים שהם בעלי עיניים חומות ושיער שאינו שחור, ותלמיד אחד, איתן, שהוא בעל שיער שחור ועיניים חומות, כלומר, בסך הכול 29 תלמידים $(19+9+1=)$ שאף אחד מהם לא יכול להיות בלונדיני ועיניים ירוקות, ומכאן שיכול להיות לכל היותר תלמיד אחד שהוא בעל שֵׂער בלונדיני ועיניים ירוקות.

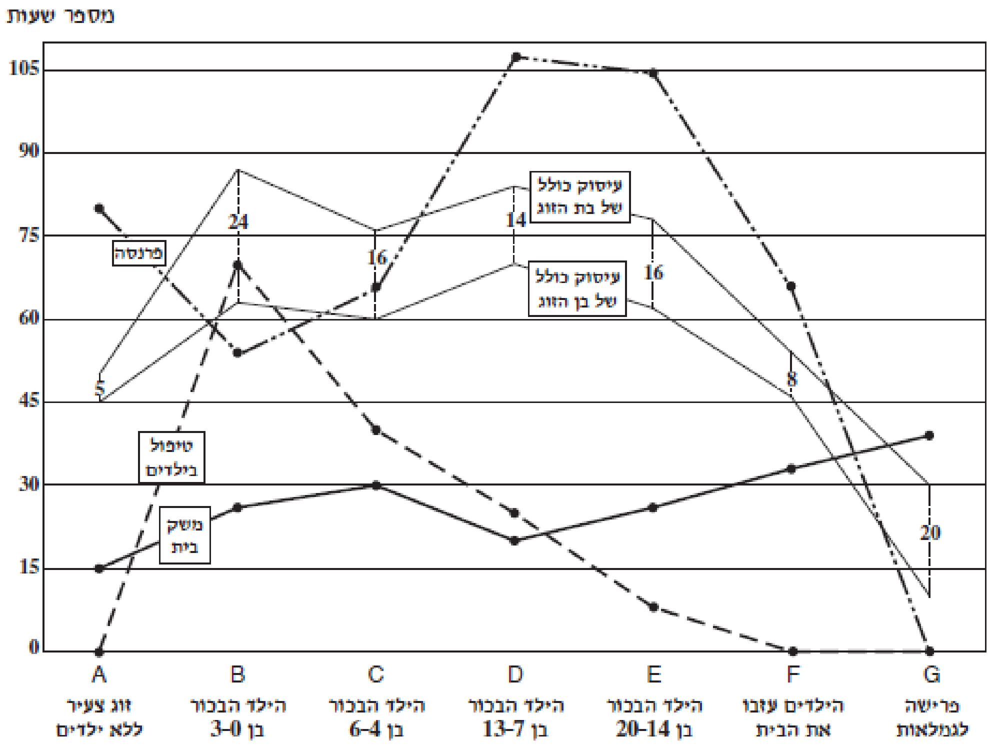
תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 17-20)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

התרשים שלפניכם מתאר תוצאות סקר בנוגע למספר השעות הממוצע בשבוע שבני זוג מקדישים לעיסוקים הבאים: משק בית, טיפול בילדים ופרנסה, בשלבים שונים של חייהם המשותפים.
בכל שלב מוצג מספר השעות הממוצע שבני הזוג מקדישים לכל אחד מעיסוקים אלו בשבוע. מספר זה הוא סכום השעות שבת הזוג מקדישה לעיסוק והשעות שבן הזוג מקדיש לעיסוק. נוסף על כך, מוצג מספר השעות הכולל שכל אחד מבני הזוג מקדיש לשלושת העיסוקים (להלן - "שעות העיסוק הכולל"). כמו כן מוצג ההפרש בין שעות העיסוק הכולל של בת הזוג לבין שעות העיסוק הכולל של בן הזוג.
הערה: חיבור הנקודות בקווים נועד לנחות הקריאה.

לדוגמה: בשלב A (זוג צעיר ללא ילדים) בני הזוג מקדישים 15 שעות בשבוע למשק בית, זמן העיסוק הכולל של בן הזוג הוא 45 שעות בשבוע, וזמן העיסוק הכולל של בת הזוג הוא 50 שעות בשבוע.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

17. **השאלה**: מה מספר שעות העיסוק הכולל של שני בני הזוג יחד בשלב C?

פתרון: נתבונן בתרשים ונמצא כי בשלב C מספר שעות העיסוק הכולל של בן הזוג הוא 60, ומספר שעות העיסוק הכולל של בת הזוג הוא גדול במקצת מ-75. מכאן ששעות העיסוק הכולל של שני בני הזוג יחד בשלב C הוא גדול במקצת מ-135 $\left(=75+60\right)$. ישנה רק תשובה אחת שמתאימה: תשובה (1).

תשובה (1).

---

18. **השאלה**: כמה פעמים מספר שעות העיסוק הכולל של אחד מבני הזוג **עולה** במעבר משלב אחד לשלב הבא, בעוד שמספר שעות העיסוק של בן הזוג האחר **יורד** בו?

פתרון: נתבונן בתרשים ונבדוק מה קורה לשעות העיסוק של כל אחד מבני הזוג בין כל אחד מהשלבים. מהתבוננות בתרשים ניתן לראות כי בכל פעם שמספר שעות העיסוק של אחד מבני הזוג עולה, עולה גם מספר שעות העיסוק של בן הזוג השני, ולהיפך, כאשר מספר שעות העיסוק של אחד מבני הזוג יורד, יורד גם מספר שעות העיסוק של בן הזוג השני, ומכאן שאין פעם אחת בכל התרשים שמספר שעות העיסוק של אחד מבני הזוג עולה ומספר שעות העיסוק של בן הזוג השני יורד.

תשובה (4).

---

19. **השאלה**: באיזה שלב מהשלבים הבאים מספר השעות שבני הזוג מקדישים לאחד מהעיסוקים גדול לפחות פי 3 ממספר השעות שהם מקדישים **לכל אחד** מהעיסוקים האחרים?

פתרון: נבדוק כל אחת מהתשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: F.

מס שעות העיסוק הכולל של בן הזוג בשלב F הוא קצת מעל 45, ומספר שעות הזוג הכולל של בת הזוג גדול ממנו ב-8, כלומר כ-55 שעות.

מספר שעות העיסוק של שני בני הזוג בשלב זה בפרנסה הוא 65 לערך, מספר שעות העיסוק במשק בית הוא קצת מעל 30, ואין עיסוק כלל בטיפול בילדים.

מכיוון שלא ניתן לדעת מה מספר השעות שעוסק כל אחד מבני הזוג בפרנסה ומשק הבית, לא ניתן לקבוע בוודאות כי אחד מהם מקדיש לפחות פי 3 לעיסוק אחד מאשר לאחד העיסוקים האחרים, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

בשלב זה ניתן להבין כי על מנת למצוא שלב כזה יש לחפש בתרשים מבחינה ויזואלית מצב שבו מספר השעות של אחד העיסוקים גבוה משמעותית מהעיסוקים האחרים. מצב כזה מתרחש בשלב D.

<u>תשובה (4)</u>: D.

מס שעות העיסוק הכולל של בן הזוג בשלב D הוא כ-70, ומספר שעות הזוג הכולל של בת הזוג גדול ממנו ב-14, כלומר כ-85 שעות, וביחד מספר שעות העיסוק של שניהם הוא כ-155 שעות $\left(=85+70\right)$.

מספר שעות העיסוק של שני בני הזוג בשלב זה בפרנסה גבוה מ-105, מספר שעות העיסוק בטיפול בילדים ומשק בית הם כ-25 ו-20 בהתאמה.

ניתן לראות כי בכל חלוקה אפשרית של שעות העיסוק בין בני הזוג, יהיה מספר שעות העיסוק של אחד מבני הזוג בפרנסה גדול בוודאות לפחות פי 3 ממספר שעות העיסוק באחד משני העיסוקים האחרים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

20. **השאלה**: באיזה שלב מספר השעות שמקדישה **בת הזוג** לטיפול בילדים הוא הגבוה ביותר?

פתרון: נבדוק לגבי כל אחד מהשלבים מה מספר שעות העיסוק הכולל של בת הזוג ומה מספר שעות העיסוק המוקדש על ידי שני בני הזוג לטיפול בילדים:

תשובה (1): A.

מספר שעות העיסוק הכולל שמוקדש על ידי בת הזוג בשלב זה הוא כ-50, ומספר שעות העיסוק המוקדש על ידי שני בני הזוג לטיפול בילדים הוא 0.

תשובה (2): B.

מספר שעות העיסוק הכולל שמוקדש על ידי בת הזוג בשלב זה הוא כ-85, ומספר שעות העיסוק המוקדש על ידי שני בני הזוג לטיפול בילדים הוא כ-70.

תשובה (3): C.

מספר שעות העיסוק הכולל שמוקדש על ידי בת הזוג בשלב זה הוא 76, ומספר שעות העיסוק המוקדש על ידי שני בני הזוג לטיפול בילדים הוא כ-40.

מכיוון שלא ניתן כיצד מחלקים שני בני הזוג ביניהם את מספר שעות הטיפול בילדים, הרי שלא ניתן לקבוע באיזה מהשלבים מספר השעות שמקדישה בת הזוג לטיפול בילדים הוא הגבוה ביותר.
כך למשל יתכן שבשלב B בת הזוג מקדישה 20 שעות לטיפול בילדים, ובן הזוג מקדיש 50 $(=70-20)$, או שבת הזוג מקדישה 30 שעות לטיפול בילדים ובן הזוג מקדיש 40 $(=70-30)$.
יתכן שבשלב C בת הזוג מקדישה 20 שעות לטיפול בילדים, ובן הזוג מקדיש 20 $(=40-20)$, ומאידך יתכן כי בת הזוג מקדישה 30 שעות לטיפול בילדים ובן הזוג מקדיש 10 $(=40-30)$.

תשובה (4).