

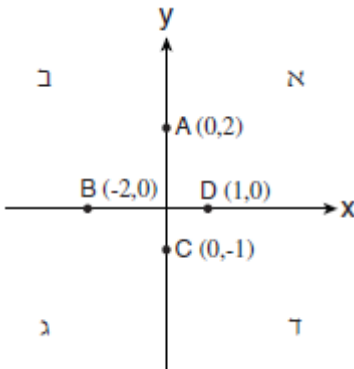
**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(4)	(4)	(1)	(1)	(2)	(4)	(4)	(3)	(1)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	(4)	(3)	(1)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-8)**



**1. השאלה:** במערכת צירים נתונות 4 נקודות החיתוך של מעגל עם צירי ה-x וה-y. הצירים מחלקים את המישור ל-4 רביעים: א, ב, ג ו-ד.

על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט, היכן נמצא מרכז המעגל?

**פתרון:** נתון כי הנקודות הנתונות הן נקודות החיתוך של המעגל עם צירי ה-x וה-y, כלומר הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על גבי היקף המעגל. כידוע, כל הנקודות על גבי היקף המעגל נמצאות במרחק שווה ממרכזו.

שיעור נקודה A הוא (0,2) ושיעור נקודה C הוא (0,-1). אם מרכז המעגל יהיה על גבי ציר ה-x, הרי שנקודה A תהיה רחוקה יותר מן המרכז, ומכאן שמרכז המעגל בהכרח נמצא מעל ציר ה-x, כלומר ברביע א או רביע ב. שיעור נקודה D הוא (1,0) ושיעור נקודה B הוא (-2,0). אם מרכז המעגל יהיה על גבי ציר ה-y, הרי שנקודה B תהיה רחוקה יותר מן המרכז, ומכאן שמרכז המעגל בהכרח נמצא משמאל לציר ה-y, כלומר ברביע ג.

**תשובה (2).**

**2. השאלה:** בכל שעת עבודה ייצר רני 10 כדים, ובכל שעתיים אחד הכדים שייצר נשבר.

כמה כדים שלמים נוספו לרני כעבור שש שעות עבודה?

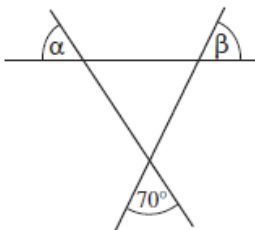
**פתרון:** נתון כי רני מייצר 10 כדים בכל שעה, וכי בכל שעתיים אחד מהכדים נשבר, ומכאן שרני מייצר במהלך שעתיים עבודה 20 כדים ( $2 \cdot 10 =$ ), אשר אחד מהם נשבר, כלומר רני מייצר בשעתיים 19 כדים ( $20 - 1 =$ ).

אם בשעתיים עבודה מייצר רני 19 כדים, הרי שבשש שעות עבודה, שהוא זמן הארוך פי 3 משעתיים, מייצר רני 57 כדים ( $3 \cdot 19 =$ ).

**תשובה (1).**

**3. השאלה:** על פי נתוני הסרטוט,

$$\alpha + \beta = ?$$



**פתרון:** בסרטוט שלפנינו נתונות 3 זוויות קודקודיות לזוויות הפנימיות של משולש, כידוע זוויות קודקודיות שוות זו לזו, ומכאן שזוויות הפנימיות של המשולש הן:  $\alpha$ ,  $\beta$  ו- $70^\circ$ .

סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל- $180^\circ$ , ומכאן:  $\alpha + \beta + 70^\circ = 180^\circ$ . נחסר  $70^\circ$  משני האגפים, ונקבל:  $\alpha + \beta = 110^\circ$ .

**תשובה (3).**

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

4. השאלה:  $a$  הוא מספר גדול מ-1.

איזה מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר?

פתרון: נציב מספר הגדול מ-1, למשל  $a = 2$ , ונבדוק מה ערכה של כל אחת מהתשובות:

תשובה (1):  $2a$ . כאשר  $a = 2$ , נקבל כי ערכו של הביטוי הוא  $4 (2a = 2 \cdot 2 =)$ .

תשובה (2):  $a + 30$ . כאשר  $a = 2$ , נקבל כי ערכו של הביטוי הוא  $32 (a + 30 = 2 + 30 =)$ .

תשובה (3):  $a^2$ . כאשר  $a = 2$ , נקבל כי ערכו של הביטוי הוא  $4 (a^2 = 2^2 =)$ .

מצאנו כי כאשר  $a$  שווה ל-2, ערכן של תשובות (1) ו-(3) זהה, ומכאן שניתן לפסול תשובות אלו. על אף שמצאנו כי ערכה של תשובה (2) הוא הגדול ביותר, מכיוון שמבין 4 האפשרויות המוצעות ישנה תשובה אשר לפיה אי אפשר לדעת על פי הנתונים ערכה של מי מהתשובות הוא הגדול ביותר, עלינו להציב שוב מספר ולבדוק האם אכן ערכה של תשובה (2) הוא הגדול ביותר בכל מצב. נציב למשל כי  $a$  שווה ל-10. כאשר  $a = 10$ , ערכה של תשובה (1) יהיה  $20 (2a = 2 \cdot 10 =)$ ; ערכה של תשובה (2) יהיה  $40 (a + 30 = 10 + 30 =)$ , וערכה של תשובה (3) יהיה  $100 (a^2 = 10^2 =)$ . מכיוון שבכל אחת משתי ההצבות קיבלנו תשובה אחרת שערכה היה הגדול ביותר, הרי שהתשובה היא שאף אחת מהתשובות אינה נכונה.

תשובה (4).

5. השאלה: בסלון של תמר יש לפחות 2 כורסאות.

מספר המדפים בסלון גדול ב-8 ממספר הכורסאות.

מספר העציצים בסלון גדול פי 2 ממספר המדפים.

מהו, לכל הפחות, ההפרש בין מספר העציצים למספר הכורסאות בסלון של תמר?

פתרון: נתבקשנו למצוא את ההפרש המינימלי בין מספר העציצים לבין מספר הכורסאות בסלון של תמר, ולכן נציב כמספר הכורסאות את המספר המינימלי האפשרי, כלומר 2 כורסאות.

נתון כי מספר המדפים בסלון גדול ב-8 ממספר הכורסאות, ומכאן שאם מספר הכורסאות הוא 2, הרי שמספר המדפים בסלון הוא  $10 (2 + 8 =)$ .

מספר העציצים בסלון גדול פי 2 ממספר המדפים, ומכאן שאם מספר המדפים הוא 10, הרי שמספר העציצים הוא  $20 (2 \cdot 10 =)$ .

מצאנו כי כאשר מספר הכורסאות הוא 2, מספר העציצים הוא 20, ומכאן שההפרש המינימלי בין מספר העציצים למספר הכורסאות בסלון של תמר הוא  $18 (20 - 2 =)$ .

תשובה (4).

**אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית**

**6.** **השאלה:** בקייטנה כלשהי מספר הילדים ( $k$ ) נקבע לפי מספר המדריכים ( $m$ ) באופן הבא:

$$5 < m, \quad k = \frac{m(m-3)}{2}$$

ידוע שמספר הילדים בקייטנה גדול פי 3 ממספר המדריכים בה.

כמה מדריכים יש בקייטנה?

**פתרון:** דרך א': בדיקת תשובות

תשובה (1): 6. נציב במשוואה הנתונה כי מספר המדריכים ( $m$ ) הוא 6, ונקבל:  $k = \frac{6 \cdot (6-3)}{2}$

$$k = \frac{18}{2} = 9 \Leftrightarrow k = 9. \text{ מצאנו כי כאשר מספר המדריכים הוא 6, מספר הילדים הוא 9.}$$

מכיוון שלפי נתוני השאלה מספר הילדים גדול פי 3 ממספר המדריכים, תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): 9. נציב במשוואה הנתונה כי מספר המדריכים ( $m$ ) הוא 9, ונקבל:  $k = \frac{9 \cdot (9-3)}{2}$

$$k = \frac{9 \cdot 6^3}{2} = 27 \Leftrightarrow k = 27. \text{ מצאנו כי כאשר מספר המדריכים הוא 9, מספר הילדים הוא 27.}$$

מכיוון שנתון זה תואם את נתוני השאלה, לפיה מספר הילדים גדול פי 3 ממספר המדריכים, הרי שזו התשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה – בניית משוואה

מספר המדריכים הוא  $m$  ומספר הילדים הוא  $k$ . נתון כי מספר הילדים בקייטנה גדול פי 3 ממספר

המדריכים בה, כלומר  $k = 3m$ , וכן כי  $k = \frac{m(m-3)}{2}$ . מכיוון שנתבקשנו למצוא את מספר

המדריכים המסומן באות  $m$ , עלינו 'להיפטר' מ- $k$ , ומכאן שבמקום  $k$  בנתון הראשון נציב את הנתון

$$k = 3m, \text{ ונקבל: } 3m = \frac{m(m-3)}{2}$$

$$6m = m^2 - 3m \Leftrightarrow 6m = m(m-3) \text{ ונקבל: } 6m = m^2 - 3m$$

$$9m = m^2 \text{ ונקבל: } 9m = m^2$$

$$m = 9 \text{ ונקבל: } m = 9$$

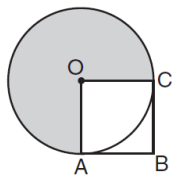
**תשובה (2).**

**7.** **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה  $O$ .

$A$  ו- $C$  הן נקודות על היקף המעגל.

$OABC$  הוא ריבוע ששטחו 2 סמ"ר.

לפי נתונים אלה, מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?



**פתרון:** השטח הכהה הוא שטח גזרה במעגל. על מנת למצוא את השטח הכהה

יש למצוא את הזווית המרכזית שיוצרת את הגזרה ואת אורכו של רדיוס המעגל.

נתון כי  $OABC$  הוא ריבוע ששטחו 2 סמ"ר, ומכאן שהזווית  $AOC$  שווה ל- $90^\circ$ , ואורכה של צלע הריבוע

$OA$ , שהיא רדיוס המעגל, הוא  $\sqrt{2}$  ס"מ. הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה הכהה היא בת  $270^\circ$

$$\left( = 360^\circ - 270^\circ \right), \text{ ומכאן ששטח הגזרה מהווה } \frac{3}{4} \text{ משטח המעגל } \left( = \frac{270^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$\text{שטח המעגל הוא } 2\pi \text{ סמ"ר } \left( = \pi(\sqrt{2})^2 \right), \text{ ומכאן ששטח הגזרה הכהה הוא } \left( = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \right) \frac{3\pi}{2}$$

**תשובה (1).**

8. השאלה: נתון:  $2x + 5y - z = 8$

$3x + 3y + z = 2$

$5x + 7y = 9$

$y = ?$

**פתרון:** על מנת למצוא את ערכו של  $y$  עלינו להיפטר מ- $z$  ו- $x$ .

**דרך א':** חילוף והצבה

מכיוון שהתבקשנו למצוא את  $y$ , עלינו להיפטר מ- $x$  ומ- $z$ .

נחלץ את  $z$  מהמשוואה השנייה, ונקבל:  $z = 2 - 3x - 3y$ .

נציב ערך זה במשוואה הראשונה, ונקבל:  $2x + 5y - (2 - 3x - 3y) = 8 \Leftrightarrow 2x + 5y - 2 + 3x + 3y = 8$

$\Leftrightarrow 5x + 8y - 2 = 8$

נחבר 2 לשני האגפים, ונקבל:  $5x + 8y = 10$

על מנת למצוא את  $y$  עלינו להיפטר מ- $x$ , נחלץ מהמשוואה השלישית את  $5x$ , ונקבל:  $5x = 9 - 7y$ .

נציב ערך זה במשוואה שקיבלנו כתוצאה מהצבת  $z$  במשוואה הראשונה, ונקבל:  $9 - 7y + 8y = 10 \Leftrightarrow 9 + y = 10$

$9 + y = 10$

נחסר 9 משני האגפים, ונקבל:  $9 + y - 9 = 10 - 9 \Leftrightarrow y = 1$

**דרך ב':** חיבור/חיסור משוואות

מכיוון שבשתי המשוואות הראשונות מופיע  $z$  בסימנים מנוגדים, הרי שעלינו לחבר משוואות אלה כדי להיפטר מ- $z$ .

נחבר את שתי המשוואות, ונקבל:  $2x + 5y - z + 3x + 3y + z = 8 + 2 \Leftrightarrow 5x + 8y = 10$

על מנת למצוא מה ערכו של  $y$  נחסר ממשוואה זו את המשוואה השלישית, ונקבל:

$5x + 8y - (5x + 7y) = 10 - 9 \Leftrightarrow 5x + 8y - 5x - 7y = 1 \Leftrightarrow y = 1$

**תשובה (1).**

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

### הסקה מתרשים (שאלות 9-12)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריי.

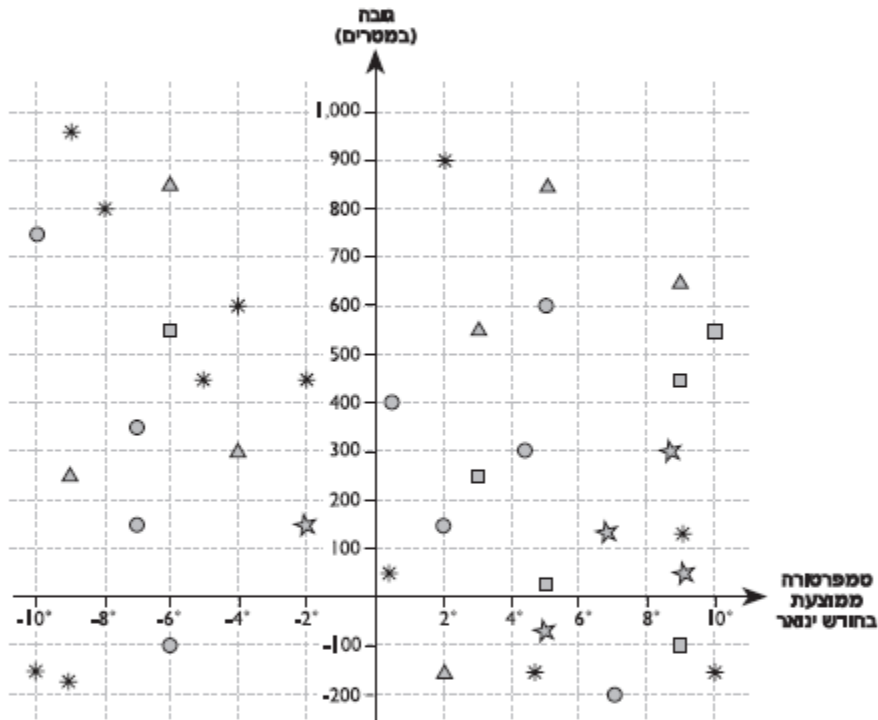
בתרשים שלפניכם נתונים על כל היישובים במדינת סינבד.

כל סימן בתרשים מציין יישוב על פי מספר התושבים המתגוררים בו (ראו מקרא). בציר האופקי מצוינת הטמפרטורה הממוצעת ביישוב בחודש ינואר (במעלות צלזיוס), ובציר האנכי מצוין גובה היישוב ביחס לפני הים (במטרים).

הערות: א. ראשית הצירים מייצגת את גובה פני הים (0 מטרים) וטמפרטורה של  $0^{\circ}$ .

ב. המיקום המדויק של כל סימן בתרשים הוא מרכז הסימן.

לדוגמה: בגובה של 100 - מטרים (100 מטרים מתחת לגובה פני הים) יש יישוב שמתגוררים בו בין 100,001 ל-200,000 תושבים, והטמפרטורה הממוצעת בו בחודש ינואר היא  $-6^{\circ}$ .



**מקרא:**

מספר התושבים	סימן היישוב
100,000 - 200,000	*
200,000 - 300,000	●
300,000 - 400,000	▲
400,000 - 500,000	■
500,000 - 600,000	★

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

9.

**השאלה:** דינה גרה במדינת סינבד, ביישוב שבו 385,200 תושבים.

מה מהבאים עשוי להיות גובה היישוב שדינה גרה בו?

**פתרון:** נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק האם ישנה עיר שמספר התושבים בה הוא בין 300,000 ל-400,000, שצורתה בתרשים הוא צורת ריבוע.

**תשובה (1):** 650 מטרים.

בגובה 650 מטרים זה יש רק עיר אחת שצורתה משולש, אשר לפי המקרא מייצג מספר התושבים שבין 200 ל-300 אלף, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (2):** 750 מטרים.

בגובה 750 מטרים זה יש עיר אחת בלבד אשר מיוצגת באמצעות עיגול, אשר לפי המקרא מספר התושבים בה הוא 100 ל-200 אלף, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

**תשובה (3):** 350 מטרים.

בגובה 350 מטרים זה יש עיר אחת בלבד אשר מיוצגת באמצעות עיגול, אשר לפי המקרא מספר התושבים בה הוא 100 ל-200 אלף, ולכן זו אינה התשובה הנכונה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הרביעית, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.

**תשובה (4):** 450 מטרים.

בגובה 450 מטרים זה יש 3 ערים: 2 שמיוצגות על ידי צורת כוכבית, אשר מספר התושבים בהן הוא בין 1 ל-100,000, ועיר אחת שמיוצגת על ידי ריבוע, אשר מספר התושבים בה לפי המקרא הוא בין 300,000 ל-400,000, ולכן זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

10.

**השאלה:** בכל יישוב שבו הטמפרטורה הממוצעת בחודש ינואר \_\_\_\_\_, מספר התושבים הוא \_\_\_\_\_.

**פתרון:** נבדוק את התשובות המוצעות להשלמת המשפט:

**תשובה (1):** גבוהה מ- $8^{\circ}$ ; 100,001 לפחות

נתבונן בערים אשר הטמפרטורה בהן גבוהה מ- $8^{\circ}$ , כלומר הערים אשר נמצאות מימין ל- $8^{\circ}$ : אחת הצורות המייצגות ערים אלו היא עיר בצורת כוכבית, אשר הטמפרטורה הממוצעת בה היא  $9^{\circ}$  ונמצאת בגובה הגדול מעט מ-100 מטר. מכיוון שלפי המקרא מספר התושבים בעיר כזו הוא בין 1 ל-100,000, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (2):** נמוכה מ- $8^{\circ}$ ; 100,001 לפחות

נתבונן בערים אשר הטמפרטורה בהן נמוכה מ- $8^{\circ}$ , כלומר הערים אשר נמצאות משמאל ל- $8^{\circ}$ : אחת הצורות המייצגות ערים אלו היא בצורת כוכבית, ואשר הטמפרטורה הממוצעת בה היא  $9^{\circ}$ . ונמצאת בגובה 950 מטר. מכיוון שלפי המקרא מספר התושבים בה הוא בין 1 ל-100 אלף, התשובה נפסלת.

**תשובה (3):** גבוהה מ- $4^{\circ}$ ; 400,000 לכל היותר

נתבונן בערים אשר הטמפרטורה בהן גבוהה מ- $4^{\circ}$ , כלומר הערים אשר נמצאות מימין ל- $4^{\circ}$ : אחת הצורות המייצגות ערים אלו היא עיר בצורת כוכב, אשר הטמפרטורה הממוצעת בה היא  $9^{\circ}$  ונמצאת בגובה 50 מטר. מכיוון שלפי המקרא מספר התושבים בעיר כזו הוא בין 400 ל-500 אלף, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הרביעית, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

**תשובה (4): נמוכה מ- $4^{\circ}$ ; 400,000 לכל היותר**

זו התשובה הנכונה. נתבונן בערים אשר הטמפרטורה בהן נמוכה מ- $4^{\circ}$ , כלומר הערים אשר נמצאות משמאל ל- $4^{\circ}$ : הצורה היחידה שמייצגת עיר אשר מספר התושבים בה גדול מ-400,000 היא צורת כוכב. מכיוון שאף אחת מהצורות אשר נמצאות משמאל ל- $4^{\circ}$  אינה בצורת כוכב, הרי שזו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

---

**11. השאלה:** A הוא מספר התושבים ביישוב הנמוך ביותר במדינת סינבד.

B הוא מספר התושבים ביישוב הגבוה ביותר במדינת סינבד.

מה ההפרש הקטן ביותר שיכול להיות בין A ל-B?

**פתרון:** ראשית, נמצא את הצורה שמייצגת את היישוב הנמוך ביותר במדינת סינבד, ואת הצורה שמייצגת את היישוב הגבוה ביותר במדינת סינבד. היישוב הנמוך ביותר במדינת סינבד נמצא בגובה 200- מטר, והצורה המייצגת אותו היא בצורת עיגול, אשר מייצגת מספר תושבים שבין 100,001 ל-200,000. היישוב הגבוה ביותר במדינת סינבד נמצא בגובה 950 מטר, והצורה המייצגת אותו היא בצורת כוכבית, אשר מייצגת מספר תושבים שבין 1 ל-100,000. ההפרש בין מספר התושבים בין שתי הערים יהיה מינימלי, כאשר מספר התושבים ביישוב A הוא 100,001, ומספר התושבים ביישוב B הוא 100,000. ההפרש בין מספר התושבים בין שתי הערים במקרה כזה הוא  $1 (100,001 - 100,000 =)$ .

**תשובה (1).**

---

**12. השאלה:** ביום מסוים הייתה הטמפרטורה בכל אחד מן היישובים במדינת סינבד נמוכה ב- $2^{\circ}$

מהטמפרטורה הממוצעת בו בחודש ינואר.

בכמה יישובים הייתה הטמפרטורה באותו יום בין  $2^{\circ}$  ל- $4^{\circ}$ ?

**פתרון:** לפי נתוני השאלה, ביום המתואר הייתה הטמפרטורה נמוכה ב- $2^{\circ}$  מהטמפרטורה הממוצעת בחודש ינואר, ומכאן שעל מנת למצוא את התשובה לשאלה יש למצוא בכמה ערים במדינה הייתה הטמפרטורה בחודש ינואר בין  $4^{\circ}$  ל- $6^{\circ}$ , שהרי באותם ערים תהיה הטמפרטורה באותו יום בין  $2^{\circ}$  ל- $4^{\circ}$ . נעבור על התרשים ונספור בכמה ערים זו הייתה הטמפרטורה בחודש ינואר, ונמצא כי מדובר ב-6 ערים (שתי ערים בצורת עיגול, אחת בצורת משולש, אחת בצורת ריבוע, אחת בצורת כוכב ואחת בצורת כוכבית).

**תשובה (3).**

**שאלות ובעיות (שאלות 13-20)**

13. השאלה:  $x^2 = 20 + y^2$

$x - y = 5$

$x + y = ?$

**פתרון: דרך א':** חילוץ והצבה

נתבקשנו למצוא את ערכם של  $x$  ו- $y$ . נחליף מהמשוואה השנייה את  $x$  על ידי חיבור  $y$  לשני האגפים, ונקבל:  $x = 5 + y$ .

נציב את הערך שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל:  $(y + 5)^2 = 20 + y^2 \Leftrightarrow y^2 + 25 + 10y = 20 + y^2$ .

נחסר  $y^2$  ו-25 משני האגפים, ונקבל:  $10y = -5 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$ .

על פי המשוואה השנייה:  $x = 5 + y$ .

נציב במשוואה זו את ערכו של  $y$ , ונקבל כי ערכו של  $x$  הוא  $4\frac{1}{2}$   $\left(y = 5 + \left(-\frac{1}{2}\right) = 4\frac{1}{2}\right)$ .

נציב את ערכי  $x$  ו- $y$  שקיבלנו בביטוי המבוקש:  $x + y$ , ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4

$\left(x + y = 4\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 4\right)$

**דרך ב':** נוסחאות הכפל המקוצר

על פי המשוואה הראשונה  $x^2 = 20 + y^2$ . נחסר  $y^2$  משני האגפים, ונקבל:  $x^2 - y^2 = 20$ .

את המשוואה שקיבלנו ניתן לפשט באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ולקבל:

$(x + y)(x - y) = 20$

נציב את המשוואה השנייה  $x - y = 5$  במשוואה שקיבלנו, ונקבל:  $5 \cdot (x + y) = 20$ .

נחלק את שני האגפים ב-5, ונקבל:  $x + y = 4$ .

**תשובה (4).**

14. השאלה: תיבה שאורכה 5 מטרים, רוחבה 3 מטרים וגובהה 1 מטר יכולה להכיל לכל היותר 45 ק"ג נוצות.

כמה ק"ג נוצות, לכל היותר, יכולה להכיל קובייה שאורך מקצועה 1 מטר?

**פתרון:** הנתון הרלוונטי לגבי הכמות אשר תיבה יכולה להכיל הוא נפחה.

נפחה של תיבה שאורכה 5 מטרים, רוחבה 3 מטרים, וגובהה 1 מטר שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה,

כלומר ל-15 מ"ק  $(5 \cdot 3 \cdot 1 = 15)$ .

מצאנו כי תיבה אשר נפחה 15 מ"ק יכולה להכיל לכל היותר 45 ק"ג נוצות.

נפח קובייה אשר אורך צלעה הוא 1 מטר, הוא 1 מ"ק  $(1^3 = 1)$ . מכיוון שנפח הקובייה קטן פי 15 מנפח

התיבה, הרי שכמות הנוצות המקסימלית שהיא יכולה להכיל תהיה אף היא קטנה פי 15,

כלומר שווה ל-3 ק"ג  $\left(\frac{45}{15} = 3\right)$ .

**תשובה (3).**



**אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית**

**15. השאלה:** כמות מסוימת של מזון מספיקה ל-150 כלבים למשך 30 יום.

למשך כמה ימים תספיק אותה כמות של מזון ל-500 כלבים?

**פתרון: דרך א':** הצבת דוגמה מספרית

בשאלה אין נתונים לגבי כמות המזון אשר כל כלב אוכל מדי יום, וגם לא נתבקשנו למצוא כמות זו, ולכן ניתן להציב לדוגמה כי כל כלב אוכל 1 ק"ג מדי יום. נתון כי כמות המזון אשר אוכלים 150 כלבים מספיקה ל-150 יום. אם כל כלב אוכל 1 ק"ג מזון מדי יום, הרי ש-150 כלבים אוכלים מדי יום 150 ק"ג, וב-30 יום הם אוכלים כמות של 4,500 ק"ג ( $150 \cdot 30$ ). כמות מזון של 4,500 ק"ג, תספיק ל-500 כלבים, אשר אוכלים יחדיו כמות כוללת של 500 ק"ג בכל אחד מהימים (1 ק"ג בכל יום), ל-9 ימים ( $\frac{4,500}{500} = 9$ ).

**דרך ב':** יחסים

נתון כי כמות מסוימת של מזון מספיקה ל-150 כלבים למשך 30 יום. נשאלנו לכמה ימים מספיקה אותה כמות מזון למספר כלבים גדול יותר – 500 כלבים. באופן הגיוני מספר כלבים גדול יותר, יצרוך את אותה כמות מזון בזמן קצר יותר. 500 כלבים הם פי  $3\frac{1}{3}$  מ-150 כלבים ( $\frac{500}{150}$ ), ולכן הזמן שיידרש להם לסיים את כמות המזון יהיה

$$\text{קטן פי } 3\frac{1}{3}, \text{ כלומר שווה ל-9 ימים} \left( \frac{30}{3\frac{1}{3}} = \frac{30}{\frac{10}{3}} = 30 \cdot \frac{3}{10} = 9 \right)$$

**הערה:** ניתן לאמוד את הזמן הנדרש ל-500 כלבים לצרוך את אותה כמות מזון, מבלי לחשבו במדויק. אם היו 450 כלבים, הרי שכמות הכלבים הייתה גדולה בדיוק פי 3 מ-150 הכלבים הנתונים בשאלה, ומכאן שהזמן הנדרש להם היה קטן פי 3, כלומר שווה ל-10 ימים ( $\frac{30}{3} = 10$ ).

מכיוון ש-500 כלבים הם כמות הגדולה מ-450, הרי שהזמן שיידרש להם לסיים את כמות האוכל יהיה מעט קטן יותר, ומכאן שתשובות (3) ו-(4) נפסלות, ועל אף שניתן להבין שהתשובה הנכונה היא קטנה במעט מ-10 ימים, כלומר תשובה (2) - 9 ימים, נראה כיצד ניתן באמצעות הערכה לפסול את תשובה (1). נותרנו עם תשובות (1) ו-(2), אשר לפיהן הזמן הנדרש ל-500 הכלבים לסיים את כמות האוכל הוא 5 ימים (תשובה (1)), ו-9 ימים (תשובה (2)). 5 ימים הם זמן הקטן פי 6 מ-30 ימים ( $\frac{30}{5} = 6$ ). מכיוון ש-500 כלבים אינה כמות הגדולה פי 6 מ-150 כלבים, הרי שתשובה (1) נפסלת.

**תשובה (2).**

**16. השאלה:** לכל מספר שלם וחיובי  $n$  הוגדרה הפעולה  $\$(n)$  כסכום כל המספרים השלמים מ-1 ועד  $n$  (כולל).

$$\$(47) - \$(46) = ?$$

**פתרון:** לפי הגדרת הפעולה  $\$(n)$ , הפעולה שווה לסכום כל המספרים השלמים מ-1 ועד  $n$ , ולפיכך:

$$\$(47) = 1 + 2 + 3 + \dots + 46 + 47, \text{ ו- } \$(46) = 1 + 2 + 3 + \dots + 45 + 46$$

למעשה, נתבקשנו למצוא מה ההפרש בין סכום כל המספרים השלמים מ-1 ועד 47 לבין סכום כל המספרים השלמים מ-1 ועד 46.  $\$(47) = \$(46) + 47$ , ומכאן שהוא כולל את סכומם של כל המספרים השלמים מ-1 ועד 46 + המספר 47, ומכאן ש- $\$(47)$  גדול ב-47 מ- $\$(46)$ .

**תשובה (3).**

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

**17. השאלה:**  $n$  אנשים עומדים בשורה. לדני יש בדיוק 5 אפשרויות להצטרף לשורה כך שבכל אפשרות ייווצר סידור שונה.

$$n = ?$$

**פתרון:** מכיוון שמדובר במספר אפשרויות קטן יחסית, הרי שדרך הפתרון היא ספירה/בדיקה ידנית של מספר האפשרויות. נתחיל בתשובה הקטנה ביותר, כלומר בתשובה (3).

כאשר  $n$  שווה ל-3, המשמעות היא שישנם 3 אנשים אשר עומדים בשורה. נכנה אותם בשמות לפי מיקומם: הימני, האמצעי והשמאלי. דני יכול להצטרף אל השורה בדרכים הבאות:

1. לעמוד מימין לשלושתם, כלומר מימין לימני.
2. לעמוד בין הימני לבין האמצעי.
3. לעמוד בין האמצעי לשמאלי.
4. לעמוד משמאל לאדם השמאלי.

מצאנו כי במקרה של 3 אנשים יש לדני 4 אפשרויות שונות להצטרף לשורה, ולפיכך זו אינה התשובה הנכונה. ניתן להסיק כי במקרה שמספר האנשים גדול ב-1, כלומר שווה ל-4, מספר האפשרויות יהיה גדול אף הוא ב-1, כלומר שווה ל-5, אולם על מנת להשלים את ההסבר נפרט מהן 5 האפשרויות.

כאשר  $n$  שווה ל-4, המשמעות היא שישנם 4 אנשים אשר עומדים בשורה. נכנה אותם בשמות לפי מיקומם: הימני, השני מימין, השני משמאל והשמאלי. דני יכול להצטרף אל השורה בדרכים הבאות:

1. לעמוד מימין לארבעתם, כלומר מימין לימני.
2. לעמוד בין הימני לבין השני מימין.
3. לעמוד בין השני מימין לשני משמאל.
4. לעמוד בין השני משמאל לשמאלי.
5. לעמוד משמאל לארבעתם, כלומר משמאל לשמאלי.

מצאנו כי במקרה של 4 אנשים יש לדני 5 אפשרויות שונות להצטרף לשורה, ולפיכך זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

---

**18. השאלה:**  $a$  ו- $b$  הם מספרים שלמים.

$$a + b = 4(a - b) \quad \text{נתון}$$

$b$  בהכרח מתחלק ב-

**פתרון:** פשוט אלגברי

כאשר יש בשאלה נתון אלגברי שניתן לפשט אותו באמצעות פעולות אלגבריות פשוטות, ראשית, יש לעשות כן, ולכן נפשט את המשוואה הנתונה באמצעות פתיחת הסוגריים באגף ימין, ונקבל:

$$a + b = 4a - 4b$$

נחבר  $4b$  ונחסר  $a$  משני האגפים, ונקבל:  $5b = 3a$ .

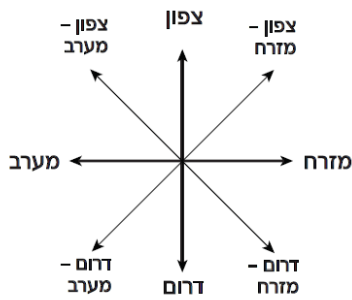
המספרים אשר מקיימים את המשוואה הנתונה הם:  $b = 3$ ;  $a = 5$ , וכן כל זוג מספרים אשר היחס ביניהם שווה ליחס בין  $b$  ל- $a$  השווה ל-3:5, למשל כאשר  $b = 6$  ו- $a = 10$  ( $30 = 3a = 5b = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 30$ ).

מכיוון שמצאנו כי היחס בין  $b$  ל- $a$  הוא 3:5 או כפולות שלמות שלו, הרי שניתן להסיק ש- $b$  בהכרח מתחלק ב-3, ו- $a$  בהכרח מתחלק ב-5.

**תשובה (3).**

---

19. **השאלה:** תומר נמצא בנקודה A. מנקודה זו הוא הולך 5 ק"מ לכיוון מערב, אז הוא פונה לכיוון דרום והולך 5 ק"מ, ולבסוף הוא פונה לכיוון צפון-מזרח, הולך 5 ק"מ נוספים ומגיע לנקודה B.



מה המרחק בין הנקודה A לנקודה B (בק"מ)?

**פתרון:** נקודה A היא ציון מקום אקראי כלשהו אשר אינו נמצא, ואין לחפשו בסרטוט. מטרת הסרטוט המצורף היא לסייע למי שאינו מכיר את הכיוונים השונים המצוינים בשאלה. נעקוב אחר נתוני השאלה: תומר נמצא בנקודה כלשהי אשר נסמנה ב-A. מנקודה זו הוא הולך 5 ק"מ לכיוון מערב, כלומר שמאלה לפי הסרטוט המצורף, ואז 5 ק"מ דרומה, ולבסוף 5 ק"מ לכיוון צפון-מזרח, ומגיע לנקודה B.

הזווית בין כיוון מערב לכיוון דרום היא  $90^\circ$ , ולפיכך למעשה בהליכתו יצר דני משולש ישר-זווית אשר אורך שני ניצביו הם 5 ק"מ.

אורך היתר של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי  $\sqrt{2}$  מאורכם של ניצבי המשולש, כלומר שווה ל-  $5\sqrt{2}$  ק"מ. כאשר דני הולך לכיוון צפון-מזרח הוא למעשה הולך לאורך היתר של המשולש ישר-הזווית, לכיוון נקודה A.

מכיוון שאורכו הכולל של היתר הוא  $5\sqrt{2}$  ק"מ, ודני הלך 5 ק"מ לאורך היתר עד שהגיע לנקודה B, הרי שכעת מרחקו מנקודה A הוא:  $5\sqrt{2} - 5$ . נוציא מהביטוי 5 כגורם משותף, ונקבל כי מרחקה של נקודה B מנקודה A הוא:  $5(\sqrt{2} - 1)$ .

**תשובה (2).**

20. **השאלה:** נתון מספר בעל n ספרות שכל ספרותיו הן אי-זוגיות.

נסמן ב-s את סכום הספרות של המספר.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פתרון:** **זרד א':** הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שלא נתון מה ערכו של n, נציב דוגמה מספרית, למשל כי n שווה ל-1 וכי הספרה המרכיבה אותו היא 1. סכום הספרות של המספר הוא 1, ומכאן ש-s שווה 1.

נבדוק אילו מהתשובות המוצעות ניתן לפסול במקרה זה:

תשובה (1): n - s הוא מספר זוגי

כאשר s ו-n שווים 1, הביטוי n - s שווה ל-0 שהוא מספר זוגי, ומכאן שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): n - s הוא מספר אי-זוגי

כאשר s ו-n שווים 1, הביטוי n - s שווה ל-0 שהוא מספר זוגי, ומכאן שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3): n · s הוא מספר זוגי

כאשר s ו-n שווים 1, הביטוי n · s שווה ל-1 (1 · 1 =) שהוא מספר אי-זוגי, ומכאן שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (4): n · s הוא מספר אי-זוגי

כאשר s ו-n שווים 1, הביטוי n · s שווה ל-1 (1 · 1 =) שהוא מספר אי-זוגי, כלומר לא ניתן לפסול את התשובה.

נותרנו עם תשובות (1) ו-(4), ולפיכך עלינו להציב דוגמה נוספת. נציב כי n שווה ל-2 וכי ספרותיו של המספר הדו-ספרתי הן 1 ו-1.

במקרה כזה סכום הספרות של המספר הוא 2 (1 + 1 =), ומכאן ש-s שווה 2.

מצאנו כי n ו-s שווים ל-2, וכעת נפנה לבדוק האם מי מהתשובות הנותרות נפסלת בעקבות הצבה זו:

תשובה (1): n - s הוא מספר זוגי

## אפריל 2017 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

כאשר  $s$  ו- $n$  שווים 2, הביטוי  $s \cdot n$  שווה ל-0 שהוא מספר זוגי, ומכאן שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (4):**  $s \cdot n$  הוא מספר אי-זוגי

כאשר  $s$  ו- $n$  שווים 2, הביטוי  $s \cdot n$  שווה ל-4 ( $2 \cdot 2 = 4$ ) שהוא מספר זוגי, ומכאן שניתן לפסול את התשובה. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

**דרך ב':** הבנה אלגברית

נתון כי  $n$  הוא מספר הספרות, וכי  $s$  הוא סכום הספרות, אשר לפי נתוני השאלה כולן אי-זוגיות. ישנן שתי אפשרויות:  $n$  יכול להיות זוגי או אי-זוגי.

**$n$  הוא מספר אי-זוגי:** במקרה כזה  $s$  הוא סכום של מספר אי-זוגי של מספרים אי-זוגיים. חיבור של כל שני מספרים מאותו סוג (ובמקרה שלפנינו שני מספרים אי-זוגיים) תיתן תוצאה זוגית. מכיוון שמספר האיברים הוא אי-זוגי, הרי שתמיד יותר פה איבר אי-זוגי אשר אין לו בן זוג, ולפיכך נחבר את אותו איבר אי-זוגי עם מספר זוגי (תוצאת הסכום של זוגות המספרים האי-זוגיים), ונקבל כי  $s$  הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

מכפלת  $s$  ו- $n$  היא מכפלה של שני מספרים אי-זוגיים, ולכן תוצאתה היא בהכרח אי-זוגית, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (3).

הביטוי  $s \cdot n$  מייצג את ההפרש בין שני מספרים אי-זוגיים, אשר הוא זוגי, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (2).

**$n$  הוא מספר זוגי:** במקרה כזה  $s$  הוא סכום של מספר זוגי של מספרים אי-זוגיים, מכיוון שחיבור של כל שני מספרים מאותו מין (אשר במקרה שלפנינו שניהם אי-זוגיים) הוא זוגי, הרי ש- $s$  הוא בהכרח מספר זוגי.

מכפלת  $s$  ו- $n$  היא מכפלה של שני מספרים זוגיים, ולכן תוצאתה היא בהכרח זוגית, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (4).

הביטוי  $s \cdot n$  מייצג את ההפרש בין שני מספרים זוגיים, אשר הוא בהכרח זוגי, ומכאן שמצאנו כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

**תשובה (1).**