מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(4)	(2)	(4)	(4)	(2)	(2)	(3)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(2)	(2)	(1)	(3)	(2)	(2)	(2)	(3)	(1)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-15)

1. השאלה: A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

$$\begin{array}{r} ABA \\ +\quad AB \\ \hline A?C \end{array}$$

במקום הסימן "**?**" אפשר להציב ______.

פתרון: בתרגיל שלפנינו תרגיל חיבור של מספר תלת-ספרתי ABA עם המספר הדו-ספרתי AB, אשר תוצאתו היא מספר תלת-ספרתי אשר ספרת האחדות שלו היא C, ספרת המאות שלו היא A, ואנו מתבקשים למצוא את ספרת העשרות של התוצאה המסומנת בסימן שאלה.
מכיוון שספרת המאות של התוצאה היא A וספרת המאות של המחובר התלת ספרתי ABA אף היא שווה ל-A, הרי שניתן להסיק כי תוצאת חיבור הספרות A ו-B קטנה מ-10, שהרי במצב שבו תוצאת החיבור של שתי הסְפָרוֹת ה הייתה גדולה מ-10 היא הייתה משנה את ערכה של ספרת המאות של התוצאה לספרה השונה מ-A.
על פי נתוני השאלה סְפָרוֹת האחדות של שני המחוברים הן A ו-B, ותוצאת החיבור שלהן היא C.
מכיוון שגם סְפָרוֹת העשרות של שני המחוברים הן A ו-B, הרי שבהכרח תוצאת החיבור שלהן תהיה C.

תשובה (3).

---

2. השאלה: בכל יום אביבה קונה במכולת 10 בקבוקי מים.
יום אחד העלה בעל המכולת את המחיר של בקבוק מים ב-10%.
עקב ההעלאה קנתה אביבה באותו היום רק **מחצית** ממספר הבקבוקים שהיא קונה בדרך כלל.

בכמה אחוזים קטנו הוצאותיה של אביבה על בקבוקי מים ביום זה?

פתרון: __דרך א'__: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כל נתון מספרי לגבי מחיר הבקבוק, ולא נתבקשנו למצוא מחיר זה, הרי שניתן להציב נתון מספרי כלשהו הנוח לחישוב. נציב לדוגמה כי מחיר בקבוק המים הוא 10 שקלים.
על מנת למצוא בכמה אחוזים קטנו הוצאותיה של אביבה על בקבוקי מים, יש לחשב את ההוצאה הכוללת לפני העלאת המחיר, ואת ההוצאה הכוללת לאחר ההעלאה. לבסוף, עלינו למצוא כמה אחוז מהווה הקיטון המספרי בהוצאותיה מתוך ההוצאה הכוללת לפני העלאת המחיר.

אם בכל יום אביבה קונה במכולת 10 בקבוקי מים ומחירו של כל בקבוק הוא 10 שקלים, הרי שההוצאה הכוללת של אביבה היא 100 שקלים $(10\cdot 10=)$.

נתון כי בעל המכולת העלה את המחיר של בקבוק מים ב-10%. 10% מ-10 שקלים הם 1 שקל, ומכאן שלאחר ההעלאה מחיר הבקבוק הוא 11 שקלים $(10+1=)$.

לאחר ההעלאה קנתה אביבה באותו היום רק מחצית ממספר הבקבוקים שהיא קונה בדרך כלל, כלומר 5 בקבוקים, ומכאן שההוצאה הכוללת של אביבה לאחר ההעלאה היא 55 שקלים $(5\cdot 11=)$.

מצאנו כי ההוצאה הכוללת של אביבה על רכישת מים קטנה ב-45 שקלים $(=100-55)$.
45 שקלים מהווים 45% מתוך 100 שקלים, שהם ההוצאה הכוללת לפני העלאת המחיר.

__דרך ב׳__: הבנה אלגברית

ידוע כי עקב העלאת המחיר קנתה אביבה רק מחצית ממספר הבקבוקים שהיא קונה בדרך כלל, ומכאן שאם לא היה שינוי במחיר לבקבוק מים, הרי שהוצאתה הכוללת הייתה מהווה מחצית, כלומר 50% מסכום הוצאתה הקודמת על רכישת מים.
אם מחיר כל בקבוק מים עלה ב-10%, הרי שמחירם ה**כולל** של בקבוקי המים שרכשה אביבה, יקר ב-10% ממחירם הכולל לפני העלאת המחיר, ולכן אם מחירם אמור היה להיות 50% מהמחיר הכולל, הרי שמכיוון ש-10% מ-50% הם 5%, אז מחירם הכולל לאחר ההעלאה אמור להוות 55% ממחירם הכולל של כלל בקבוקי המים $(=50\%+5\%)$.
אם ההוצאה הכוללת של אביבה קטנה מ-100% ל-55%, הרי שסכום הוצאותיה קטן ב-45% $(=100\%-55\%)$.

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם צורה המורכבת ממשושה משוכלל וממתומן משוכלל בעלי צלע משותפת.

על פי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,
מה היקף הצורה (אורך הקו המודגש)?

פתרון: נתון כי למשושה ולמתומן המשוכללים שבסרטוט יש צלע משותפת, ומכאן שאורך הצלעות של הצורה שבסרטוט שווה. היקף הצורה שבסרטוט מורכב מ-12 צלעות, אשר אורך כל אחת מהן שווה ל-1.5 ס״מ, כלומר היקף הצורה שווה ל-18 ס״מ $\left(=12\cdot\frac{3}{2}=12\cdot1.5\right)$.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: נתון: $6<\frac{x+y}{2}$, $y<5$

איזה מהאי-שיוויונות הבאים מתקיים **בהכרח**?

פתרון: כאשר ישנו נתון אלגברי השאלה אשר ניתן לפשטו בקלות יחסית, ראשית נפשט את הנתון.
נפשט את אי-השוויון הנתון באמצעות מכפלת שני האגפים ב-2, ונקבל: $12<x+y$.

__דרך א׳__: הצבת דוגמה מספרית
נציב נתונים מספריים המקיימים את הנתונים: $12<x+y$, ו- $y<5$.
נציב למשל כי $y=4$ ו- $x=9$, ונבדוק מי מהתשובות נפסלת:

__תשובה (1)__: $x\le5$. מכיוון שמצאנו כי x יכול להיות שווה ל-9, הרי שתשובה זו אינה נכונה בהכרח, ומכאן שניתן לפסול אותה.

__תשובה (2)__: $x+y\le20$. מכיוון שמצאנו כי x יכול להיות שווה ל-9, ו-y שווה ל-4, הרי שסכומם של x ו-y יכול להיות קטן מ-20, ולפיכך לא ניתן לפסול בשלב זה את התשובה.

__תשובה (3)__: $x<y$. מכיוון שמצאנו כי x יכול להיות שווה ל-9, ו-y שווה ל-4, הרי ש-x אינו בהכרח קטן מ-y, ולפיכך ניתן לפסול תשובה זו.

__תשובה (4)__: $7<x$. מצאנו כי x יכול להיות שווה ל-9, ולכן לא ניתן לפסול בשלב זה תשובה זו.

__נותרנו עם 2 תשובות__: תשובה (2) ו-(4).
נציב נתונים מספריים המקיימים את הנתונים: $12<x+y$, ו- $y<5$, למשל כי $y=4$ ו- $x=20$,

ונמצא כי במקרה כזה תשובה (2) נפסלת. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (4).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

לאחר פישוט אי-השוויון הראשון קיבלנו כי: $12 < x + y$, ו- $y < 5$.

אם ערכו המספרי של y היה שווה ל-5, הרי מכיוון שסכומם של x ו-y אמור להיות גדול מ-12, הרי ש-x בהכרח גדול מ-7. אולם מכיוון שנתון כי ערכו של y קטן מ-5, הרי ש-x **בהכרח** גדול מ-7.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: במסיבה שבה השתתפו 30 חוגגים חולקו עוגות גבינה ועוגות שוקולד בלבד. 12 מהחוגגים אכלו עוגת גבינה, 20 אכלו עוגת שוקולד, ו-7 אכלו גם עוגת גבינה וגם עוגת שוקולד.

כמה מהחוגגים לא אכלו עוגה כלל?

פתרון: כל הנתונים המספריים הדרושים לשם פתרון השאלה נתונים לנו, ולכן על מנת למצוא כמה מהחוגגים לא אכלו עוגה כלל, עלינו רק לסדר את הנתונים.
נתון כי 20 מבין 30 החוגגים אכלו עגת שוקולד.
7 חוגגים אכלו עוגת שוקולד ועוגת גבינה, ו-12 חוגגים אכלו עוגת גבינה.
אם 7 חוגגים שאכלו עוגת שוקולד אכלו גם עוגת גבינה, וישנם 12 שאכלו עוגת גבינה, הרי שישנם 5 חוגגים שאכלו רק עוגת גבינה $(= 12 - 7)$.

ישנם 20 חוגגים שאכלו עגת שוקולד (כאשר 7 מתוכם אכלו גם עוגת גבינה), 5 שאכלו רק עוגת גבינה, ומכאן שנותרו 5 חוגגים שלא אכלו עוגה כלל $(= 5 - 20 - 30)$.

תשובה (4).

---

6. **השאלה**: בממלכה כלשהי מטבע כסף שווה בערכו ל-8 מטבעות נחושת,
ומטבע זהב שווה בערכו ל-15 מטבעות נחושת.

כמה מטבעות זהב שלמים **לכל היותר** יקבל תושב הממלכה תמורת 5 מטבעות כסף?

פתרון: לפי נתוני השאלה, מטבע כסף שווה בערכו ל-8 מטבעות נחושת, ומכאן שתושב ממלכה אשר ברשותו 5 מטבעות כסף יוכל לקבל עבורם 40 מטבעות נחושת $(= 8 \cdot 5)$.

לפי הנתונים, מטבע זהב שווה בערכו ל-15 מטבעות נחושת, ומכאן שמי שברשותו 40 מטבעות נחושת יכול להמיר 30 מטבעות נחושת ל-2 מטבעות זהב, ולהישאר עם 10 מטבעות נחושת $(= 30 - 40)$, אשר לא ניתן להמירם למטבע זהב נוסף.

לסיכום: תמורת 5 מטבעות כסף ניתן לקבל לכל היותר 2 מטבעות זהב שלמים.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: כמה מחלקים **ראשוניים שונים זה מזה** יש למספר 200?

פתרון: המחלקים הראשוניים של מספר, הם המספרים הראשוניים השונים שבהם הוא מתחלק ללא שארית. על מנת למצוא מחלקים אלו, עלינו למצוא מה הגורמים הראשוניים המרכיבים את המספר.
על מנת לעשות זאת יש לפרק את המספר למכפלת הגורמים הראשוניים שלו.
200 שווה למכפלת המספר הראשוני 2 ב-100.
100 שווה למכפלת המספר הראשוני 2 ב-50.
50 שווה למכפלת המספר הראשוני 2 ב-25.
25 שווה למכפלת המספר הראשוני 5 ב-5.
מצאנו כי 200 שווה ל- $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$. כלומר, יש 2 מספרים ראשוניים אשר המספר 200 מתחלק בהם: 2 ו-5, ואלו המחלקים הראשוניים היחידים של 200.

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: לשמעון שני גלילים בעלי גובה זהה. נפח גליל **א** גדול פי שניים מנפח גליל **ב**.

מה היחס בין הרדיוס של גליל **א** לרדיוס של גליל **ב**?

פתרון: <u>דרך א'</u>: בניית משוואה

נתבקשנו למצוא את יחס הרדיוסים של שני הגלילים, באמצעות הנתון כי נפח גליל **א** גדול פי שניים מנפח גליל **ב**.

נתון כי גובהם של הגלילים זהה, ולכן נסמן את גובהם ב-h.

נסמן את רדיוס גליל **א** ב-R ואת רדיוס גליל **ב** ב-r.

נפח של כל מנסרה ישרה שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה, ונפח גליל **א** גדול פי שניים מנפח גליל **ב**,

ומכאן ש: $\pi R^2 h = 2\pi r^2 h$.

נחלק את שני האגפים ב- πh, ונקבל: $R^2 = 2r^2$.

נוציא שורש משני האגפים, ונקבל: $R = r\sqrt{2}$.

אורכו של רדיוס בסיסו של הגליל הגדול, גדול פי $\sqrt{2}$ מאורכו של רדיוס בסיסו של הגליל הקטן.

<u>דרך ב'</u>: יחס קווי/שטחים של צורות דומות

נפח של כל מנסרה ישרה שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה.

נתון כי נפח גליל **א** גדול פי שניים מנפח גליל **ב**, וכי גובה הגלילים זהה.

מכאן שעל מנת שנפח גליל **א** יהיה גדול פי שניים מנפח גליל **ב**, שטח בסיסו של גליל **א** צריך להיות גדול פי שניים משטח בסיסו של גליל **ב**.

מכיוון שבסיסי הגלילים הם שני מעגלים, הרי שמדובר בשתי צורות הדומות זו לזו.

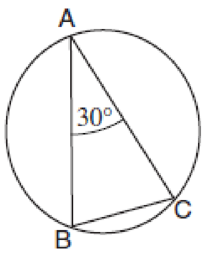
בין כל שתי צורות הדומות זו לזו מתקיים $\text{יחס שטחים} = (\text{יחס קווי})^2 \Leftarrow \sqrt{\text{יחס שטחים}} = \text{יחס קווי}$.

אם יחס שטחיהן של שתי צורות דומות הוא 2:1 הרי שהיחס הקווי שלהן, אשר במקרה זה הוא יחס אורכי הרדיוסים שלהם, הוא $\sqrt{2}:1$.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שרדיוסו $\sqrt{2}$ ס"מ.



על פי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
מה אורך הקטע BC (בס"מ)?

פתרון: נתבקשנו למצוא את אורכו של המיתר BC.

כאשר זווית מרכזית וזווית היקפית נשענות על אותה קשת, גודל הזווית המרכזית כפול מן הזווית ההיקפית.

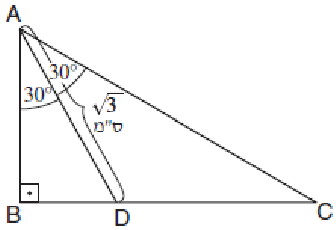
הזווית ההיקפית אשר נשענת על המיתר BC שווה ל-30°, ומכאן שהזווית המרכזית הנשענת על המיתר BC כפולה בגודלה, כלומר שווה ל-60° $(= 2\cdot 30°)$.

שוקיה של זווית מרכזית הם רדיוסים. מכיוון שכל הרדיוסים שווים באורכם, הרי שכל זווית מרכזית יוצרת משולש שווה-שוקיים. למעשה, אם נצייר את הזווית המרכזית הנשענת על המיתר BC נראה שהתקבל משולש שווה שוקיים שאחת מזוויותיו היא הזווית המרכזית, ששווה בגודלה ל-60°.

משולש שווה-שוקיים אשר אחת מזוויותיו שווה ל-60° הוא משולש שווה-צלעות, ולפיכך כל אורכי צלעות המשולש שנוצר שווים באורכם לרדיוס המעגל, כלומר אורכו של המיתר BC שווה אף הוא ל- $\sqrt{2}$ ס"מ.

תשובה (2).

.10 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ABC.



D היא נקודה על BC.

על נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
מה אורכו של AC (בס״מ)?

פתרון: AC הוא יתר במשולש ישר הזווית ABC אשר אחת מזוויותיו שווה ל-$60°$, כלומר משולש זהב. על מנת למצוא את אורכו של AC, עלינו למצוא את אורכה של צלע כלשהי במשולש.
נתבונן במשולש ישר-הזווית ABD:

לפי נתוני הסרטוט אורכה של הצלע AD, אשר מהווה יתר במשולש הזהב ABD הוא $\sqrt{3}$ ס״מ.
באמצעות נתון זה, נמצא מה אורך הניצב AB, אשר מהווה ניצב גם במשולש ABC.
אורך היתר במשולש זהב גדול פי 2 מאורכו של הניצב הקטן - הניצב שמול הזווית בת ה-$30°$.
מכאן שאם אורכו של היתר AD הוא $\sqrt{3}$, הרי שאורכו של BD, הניצב שמול הזווית בת ה-$30°$, קטן פי 2, כלומר שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

במשולש זהב, אורכו של הניצב הגדול גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן, ומכאן שאורכו של AB, הניצב הגדול במשולש ABC, הוא $\frac{3}{2}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\right)$.

כעת נתבונן במשולש ABC:

מצאנו כי אורך הניצב הקטן, הניצב AB, הוא $\frac{3}{2}$, ולכן אורך היתר, הצלע AC, גדול פי 2, כלומר שווה ל-3 ס״מ $\left(\frac{3}{2}\cdot 2=\right)$.

תשובה (3).

.11 **השאלה**: איזה מן המספרים הבאים הוא **הגדול** ביותר?

פתרון: על מנת למצוא מי מהתשובות היא בעלת הערך הגדול ביותר, עלינו להשוות ביניהן.

<u>תשובה (1)</u>: $\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}$
<u>תשובה (2)</u>: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{15}$
<u>תשובה (3)</u>: $\sqrt{3}\cdot 3$
<u>תשובה (4)</u>: $\sqrt{2}\cdot 4$

עדיף להתחיל את ההשוואה באמצעות מציאת זוגות של תשובות אשר יש ביניהן דמיון כלשהו:
למשל, הן בתשובה (1) והן בתשובה (3) מופיע כאחד מגורמי המכפלה הביטוי $\sqrt{3}$.
$\sqrt{11}$ הוא ביטוי אשר ערכו בהכרח גדול מ-3 (ביטוי אשר מופיע כאחד הגורמים בתשובה (3)), שכן $3=\sqrt{9}$ ו- $\sqrt{11}$ גדול מ- $\sqrt{9}$. מכאן ניתן לקבוע כי ערכה של תשובה (1) בהכרח גדול מערכה של תשובה (3), ולכן ניתן לפסול את תשובה (3).

הן בתשובה (2) והן בתשובה (4) מופיע כגורם הביטוי $\sqrt{2}$.
$\sqrt{15}$ הוא ביטוי אשר ערכו קטן מ-4 (המופיע בתשובה (4)), שכן $4=\sqrt{16}$ ו- $\sqrt{15}$ קטן מ- $\sqrt{16}$. מכאן שערכה של תשובה (2) בהכרח קטן מערכה של תשובה (4), ולכן ניתן לפסול את תשובה (2).

נותרנו עם תשובה (1) ותשובה (4), ועל מנת להשוות ביניהן נפשט את התשובות באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[m]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a\cdot b}$.
<u>תשובה (1)</u>: $\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}$ ⇦ $\sqrt{3\cdot 11}$ ⇦ $\sqrt{33}$.

תשובה (4): $\sqrt{2}\cdot 4$ ⇦ $\sqrt{2}\cdot\sqrt{16}$ ⇦ $\sqrt{2\cdot 16}$ ⇦ $\sqrt{32}$.

מצאנו כי ערכה של תשובה (1) הוא הגדול ביותר.

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: מכונית ואוטובוס יצאו באותו זמן מנקודה A, נסעו באותה הדרך, והגיעו באותו זמן לנקודה B. המכונית נסעה **חצי מהמרחק** במהירות 30 קמ"ש **וחצי מהמרחק** במהירות 60 קמ"ש. האוטובוס נסע את המרחק כולו במהירות קבועה.

מה הייתה מהירות האוטובוס (בקמ"ש)?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתון לגבי המרחק בין נקודה A לנקודה B, ולא נשאלנו מה המרחק, ניתן להציב דוגמה מספרית נוחה המתאימה למהירויות שבהן נסעה המכונית את הדרך הנתונה בשאלה.
נציב למשל כי המרחק בין נקודה A לנקודה B הוא 120 ק"מ.
נתון כי המכונית נסעה **חצי מהמרחק** במהירות 30 קמ"ש. אם המרחק כולו הוא 120 ק"מ, הרי שאורכו של מחצית המרחק הוא 60 ק"מ. הזמן הנדרש לעבור מרחק של 60 ק"מ במהירות של 30 קמ"ש הוא שעתיים $\left(=\frac{60}{30}\right)$.

את המחצית השנייה של המרחק, כלומר את 60 הק"מ האחרונים, עברה המכונית במהירות 60 קמ"ש.
הזמן הנדרש לעבור מרחק של 60 ק"מ במהירות של 60 קמ"ש הוא שעה $\left(=\frac{60}{60}\right)$.

בסך הכול מצאנו כי המכונית עברה את המחצית הראשונה של הדרך בשעתיים ואת המחצית השנייה בשעה, כלומר בסך הכול עברה המכונית 120 ק"מ ב-3 שעות $(2+1=)$.

נתון שהמכונית והאוטובוס יצאו באותו זמן מנקודה A, נסעו באותה דרך, והגיעו באותו זמן לנקודה B, ומכאן שגם האוטובוס, אשר נתבקשנו למצוא את מהירותו, עבר את המרחק של 120 הק"מ ב-3 שעות.
אם האוטובוס עבר מרחק של 120 ק"מ ב- 3 שעות, הרי שמהירותו היא 40 קמ"ש $\left(=\frac{120}{3}\right)$.

תשובה (2).

.13 **השאלה**: נתון: $x<y$

$y<x+z$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: <u>דרך א'</u>: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין בנתוני השאלה נתונים מספריים, נציב מספרים שמקיימים את נתוני השאלה.

נתון: $x<y$, נציב למשל: $x=1$ ו- $y=2$ אשר מקיימים את הנתון.

נתון: $y<x+z$. נציב למשל כי $z=2$ על מנת לקיים את הנתון.

הערכים שהצבנו הם: $x=1$; $y=2$ ו- $z=2$.

ערכים אלו פוסלים את תשובות (3) ו-(4), ולפיכך ננסה להציב הפעם באי-השיוויון הראשון x ו-y שליליים אשר יקיימו אותו, למשל: $x=-2$ ו- $y=-1$.

על מנת לקיים את אי-השיוויון השני ($y<x+z$) נציב כי z שווה ל-2, ונקבל: $-1<-2+2$ ⇦ $-1<0$.

מכיוון שבהצבה זו הוכחנו כי תשובה (1) אינה נכונה בהכרח, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

לפי אי-השיוויון הראשון: $x<y$, כלומר x נמצא משמאל ל-y על ציר המספרים.

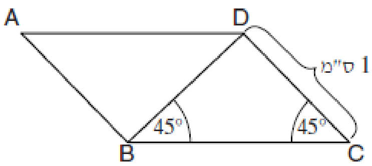
לפי אי-השיוויון השני, הסכום של x ו-z גדול מ-y, כלומר התוצאה שהיא סכומם של x ו-z נמצאת מימין ל-y על ציר המספרים.

אם z היה שווה ל-0, כאשר היינו מחברים אותו ל-x, ערכם המשותף של x ו-z היה שווה לערכו של x.

אם z היה קטן מ-0, הרי שכאשר היינו מחברים אותו ל-x, ערכם המשותף של x ו-z היה קטן מערכו של x. מכיוון שערכם המשותף של x ו-z גדול מערכו של x, הרי שבהכרח z הוא מספר חיובי.

תשובה (2).

.14 **השאלה**: ABCD מקבילית.



על פי נתון זה והנתונים שבסרטוט,

מה שטח המקבילית ABCD (בסמ"ר)?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: שטחם של שני משולשים חופפים

אלכסון במקבילית מחלק אותה לשני משולשים חופפים, כלומר

משולשים השווים בשטחם, ומכאן ששטח המקבילית כפול משטח משולש BDC.

משולש BDC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, אשר אורך ניצביו הוא 1 ס"מ, ומכאן ששטח המשולש הוא $\frac{1}{2}$ סמ"ר $\left(=\frac{1\cdot 1}{2}\right)$, ושטח המקבילית, אשר כאמור כפול משטח המשולש שווה ל-1 סמ"ר $\left(=2\cdot\frac{1}{2}\right)$.

<u>דרך ב'</u>: נוסחת שטח מקבילית

שטח מקבילית שווה למכפלת אורך צלע המקבילית בגובהה.

נתבונן במשולש BDC: נתון כי גודלן של שתיים מזוויות המשולש הוא $45°$. מכיוון שמול הזוויות השוות, מונחות צלעות שוות, הרי שאורך כל אחת מהצלעות BD ו-DC שווה ל-1 ס"מ.

מכיוון שנתונות גודלן של שתי זוויות במשולש, הרי שגודלה של הזווית שאינה נתונה, זווית BDC, הוא $90°$ $\left(=180°-45°-45°\right)$.

<u>לסיכום</u>: מצאנו כי משולש BDC הוא משולש ישר-זווית ושווה שוקיים, אשר אורך ניצביו 1 ס"מ.

אורכו של היתר במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך ניצביו, ומכאן שאורכו של BC הוא $\sqrt{2}$ ס"מ $\left(=1\cdot\sqrt{2}\right)$. כעת, לאחר שמצאנו את אורכה של צלע המקבילית, עלינו למצוא את אורכו של הגובה לצלע זו.

נוריד גובה מנקודה D – קודקוד המשולש, ונסמן את נקודת החיתוך בין הגובה לבסיס המשולש בנקודה E.

נתבונן במשולש שקיבלנו DEB:

המשולש DEB הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים אשר אורך היתר שלו BD הוא 1 ס"מ.

אורכו של היתר במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך ניצביו, ומכאן שאורכו של DE, שהוא גובה המקבילית, קטן פי $\sqrt{2}$ מהגובה, כלומר שווה ל- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ס"מ.

שטח המקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית בגובהה, ומכאן ששטח המקבילית הוא 1 סמ"ר $\left(= \sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

תשובה (1).

---

15. **השאלה**: חנה בחרה באקראי מספר שלם בין 1 ל-10 (כולל) ומיכל בחרה באקראי מספר שלם בין 1 ל-10 (כולל).

מה הסיכוי שהמספר שבחרה מיכל גדול **לפחות** ב-7 מהמספר שבחרה חנה?

פתרון: הסתברות היא החלק שמהווה הקבוצה הרצויה מתוך השלם כולו או במילים אחרות: $\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}$.

על מנת לענות על השאלה, עלינו למצוא מה מספר האפשרויות הרצוי לנו, כלומר מספר האפשרויות המקיימות את התנאים, מתוך סך הכול מספר האפשרויות הכולל.

<u>מספר האפשרויות הכולל (מצוי)</u>: מכיוון שלכל אחת מהשתיים יש 10 אפשרויות שונות לבחירת מספר, הרי שמספר זוגות התוצאות האפשריות של שתיהן יחדיו הוא 100 $(=10\cdot 10)$.

<u>מספר האפשרויות הרצויות (רצוי)</u>: נספור באופן ידני את זוגות התוצאות המתאימות/רצויות לנו:

מכיוון שעלינו למצוא זוגות בהם המספר שבחרה מיכל גדול לפחות ב-7 מהמספר שבחרה חנה, כאשר חנה בוחרת את המספר 1, המספרים שמיכל יכולה לבחור הם 8, 9 ו-10, כלומר ישנם 3 זוגות המתאימים לנתוני השאלה.

כאשר חנה בוחרת את המספר 2, המספרים שמיכל יכולה לבחור הם 9 ו-10, כלומר ישנם 2 זוגות המתאימים.

כאשר חנה בוחרת את המספר 3, המספר היחיד שמיכל יכולה לבחור הוא 10, כלומר יש זוג אחד המתאים לנתוני השאלה. מצאנו כי יש בסך הכול 6 זוגות של תוצאות המתאימים לנתוני השאלה, כלומר ההסתברות שהמספר שבחרה מיכל גדול לפחות ב-7 מהמספר שבחרה חנה היא $\frac{3}{50}$ $\left(=\frac{6}{100}\right)$.

תשובה (3).

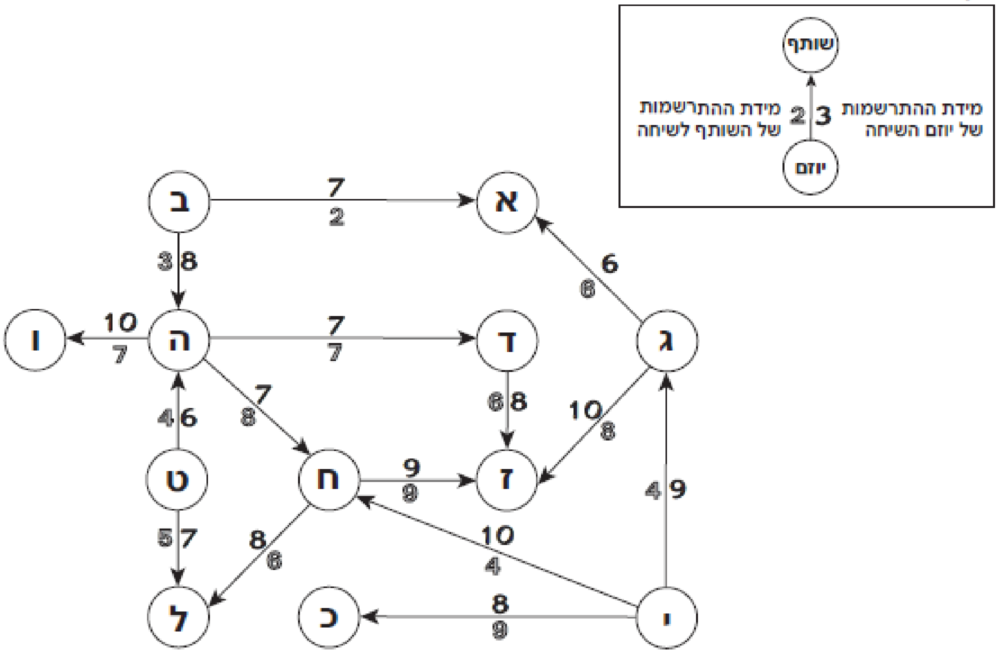
הסקה מתרשים (שאלות 20-16)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על חמש השאלות שאחריו.

בתרשים מתוארת מסיבה ובה 12 משתתפים. כל משתתף מסומן בעיגול ובו אות מ-**א** עד **ל**.
בין כל שני משתתפים ששוחחו ביניהם במהלך המסיבה מסומן חץ. החץ יוצא מן האדם שיזם את השיחה ומצביע לעבר שותפו לשיחה זו. כל אחד ממשתתפי המסיבה דירג את התרשמותו מכל אחד משותפיו לשיחה בסולם מ-1 עד 10 (1 = לא מוצא חן כלל; 10 = מוצא חן מאוד). מידת התרשמותו של יוזם השיחה משותפו לשיחה מסומנת ליד החץ במספר כהה, למשל **3**, ומידת התרשמותו של שותפו לשיחה מסומנת במספר בהיר, למשל 2 (ראו מקרא).
כל אחת מהשיחות שהתקיימו הייתה בין משתתפים שאינם בני אותו המין (לא התקיימו שיחות בין שני גברים או בין שתי נשים).

לדוגמה: משתתף **ב** יזם שיחה עם משתתף **א**, ומידת התרשמותו ממנו הייתה **7**. לעומת זאת, מידת ההתרשמות של השותף לשיחה **א** מיוזם השיחה **ב** הייתה 2. אם **ב** גבר אזי בהכרח **א** אישה, ולהפך.

מקרא:



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

.16 **השאלה**: פופולריות של משתתף נמדדת לפי מספר המשתתפים שיזמו אִתו שיחה.

מי מהבאים הוא הפופולרי ביותר?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק כמה משתתפים יזמו שיחה עם כל אחד מהמשתתפים המופיעים בתשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: משתתף **ה**

יש 2 משתתפים שיזמו שיחה עם משתתף **ה**, משתתפים **ב** ו-**ט**.

<u>תשובה (2)</u>: משתתף **ז**

יש 3 משתתפים שיזמו שיחה עם משתתף **ז**, משתתפים **ג**, **ד** ו-**ח**.

<u>תשובה (3)</u>: משתתף **ח**

יש 2 משתתפים שיזמו שיחה עם משתתף **ח**, משתתפים **ה** ו-**י**.

<u>תשובה (4)</u>: משתתף **י**

אין אף משתתף שיזם שיחה עם משתתף **י**.

מצאנו שמספר המשתתפים שיזמו שיחה עם משתתף **ז** הוא הגדול ביותר ומכאן שמשתתף **ז** הוא הפופולרי ביותר.

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: ידוע שמשתתף **ב** הוא גבר. איזו מן הטענות הבאות **אינה** נכונה?

פתרון: לפי נתוני התרשים כל אחת מהשיחות שהתקיימו הייתה בין משתתפים שאינם בני אותו מין.
מכיוון שנתון כי משתתף **ב** הוא גבר, הרי שמשתתפים **א** ו-**ה** הן נשים.
אם משתתף **ה** היא אישה, הרי שמשתתפים **ד**, **ח**, **ט** ו-**ו** אשר איתם היא שוחחה הם גברים.
אם משתתף **ח** הוא גבר, הרי שמשתתף **ז**, אשר עמו הוא שוחח היא אישה.
מכיוון שלפי תשובה (2) משתתף **ז** הוא גבר, הרי שטענה זו אינה נכונה, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: זוג שותפים לשיחה נחשב בעל "פוטנציאל הצלחה" אם ההפרש בין הדירוגים של מידת ההתרשמות שלהם זה מזה אינו עולה על 1, וממוצע הדירוגים אלו **גדול** מ-8.

כמה זוגות בעלי פוטנציאל הצלחה היו במסיבה?

פתרון: נעבור על זוגות השיחות המתוארות בתרשים ונבדוק מיהם הזוגות אשר מתאימים לקריטריונים אשר הוגדרו בנתוני השאלה. ישנם שני זוגות שותפים לשיחה המתאימים לקריטריונים:
א) השיחה בין המשתתפים **ז** ו-**ח** אשר כל אחד מהם דירג את ההתרשמות שלו מהמשתתף השני בציון 9, ומכאן שממוצע הדירוג של מידת ההתרשמות שלהם זה מזה היא 9, כלומר גדול מ-8, וההפרש בין הדירוגים הוא 0 $(=9-9)$.
ב) השיחה בין המשתתפים **י** ו-**כ** אשר דירוג ההתרשמות שלהם זה מזה הוא 8 ו-9, ולכן ממוצע הדירוג הוא 8.5 $\left(=\frac{9+8}{2}\right)$, כלומר גדול מ-8, וההפרש בין הדירוגים הוא 1 $(=9-8)$.

תשובה (2).

.19 **השאלה**: התקיימו כמה שיחות בין **ח** ובין משתתפים אחרים.

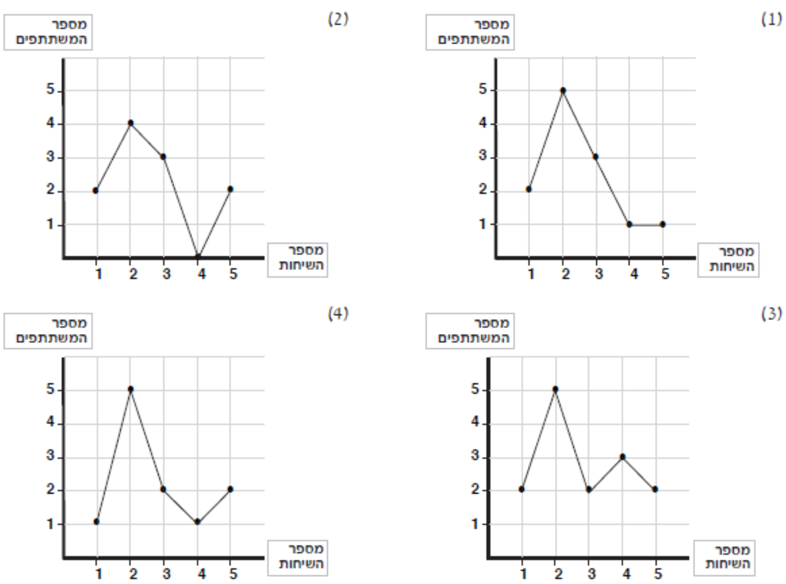
מה מידת ההתרשמות הממוצעת של אותם משתתפים ממנו?

פתרון: עלינו לעבור על התרשים ולבדוק מה מידת ההתרשמות של כל המשוחחים עם משתתף **ח** ממנו.
ראשית, ועל מנת למנוע בלבול במספרים אליהם אנו מתייחסים, נבדיל בין אלו שיזמו עם משתתף ח את השיחה לאלו אשר הוא יזם איתם את השיחה.
המשתתפים אשר יזמו שיחה עם משתתף **ח** הם **ה** ו-**י**. לפי המקרא מידת ההתרשמות של יוזם שיחה מהאדם עמו שוחח מסומנת במספר כהה. מידת ההתרשמות של משתתף **ה** ממשתתף **ח** היא 7, ומידת ההתרשמות של משתתף **י** ממשתתף **ח** היא 10.
המשתתפים אשר משתתף **ח** יזם עימם שיחה הם **ז** ו-**ל**. לפי המקרא מידת ההתרשמות של מי שלא יזם שיחה מסומנת במספר בהיר. מידת ההתרשמות של משתתף **ז** ממשתתף **ח** היא 9, ומידת ההתרשמות של משתתף **ל** ממשתתף **ח** היא 6.
נסכם: מידת ההתרשמות של 4 האנשים אשר עימם שוחח משתתף **ח** היא: 6, 7, 9 ו-10.
אם לא שמנו לב לחוקיות של סדרת המספרים אשר מתפלגת בהפרשים שווים מסביב ל-8, ניתן לחשב את מידת ההתרשמות הממוצעת של אותם משתתפים ממנו באמצעות נוסחת הממוצע, ולקבל כי מידת ההתרשמות הממוצעת היא 8 $\left(\frac{6+7+9+10}{4}=\frac{32}{4}=\right)$.

תשובה (3).

.20 **השאלה**: איזה מהגרפים הבאים מציג נכונה את מספר המשתתפים במסיבה לפי מספר השיחות שהשתתפו בהן?

פתרון: נבדוק את המצבים הקיצוניים, כלומר המשתתפים ששוחחו רק שיחה אחת והמשתתפים ששוחחו את מספר השיחות הגדול ביותר האפשרי לפי התרשימים שבתשובות, כלומר ששוחחו 5 שיחות.
לפי התרשים ישנם 2 משתתפים ששוחחו שיחה אחת: **ו** ו-**כ**, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (4) אשר לפיה יש רק משתתף אחד ששוחח שיחה אחת.
לפי התרשים יש משתתף אחד ששוחח 5 שיחות: משתתף **ה**, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3) אשר לפיהן היו שני משתתפים ששוחחו 5 שיחות.
מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).



תשובה (1).
