

מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(1)	(1)	(4)	(1)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)

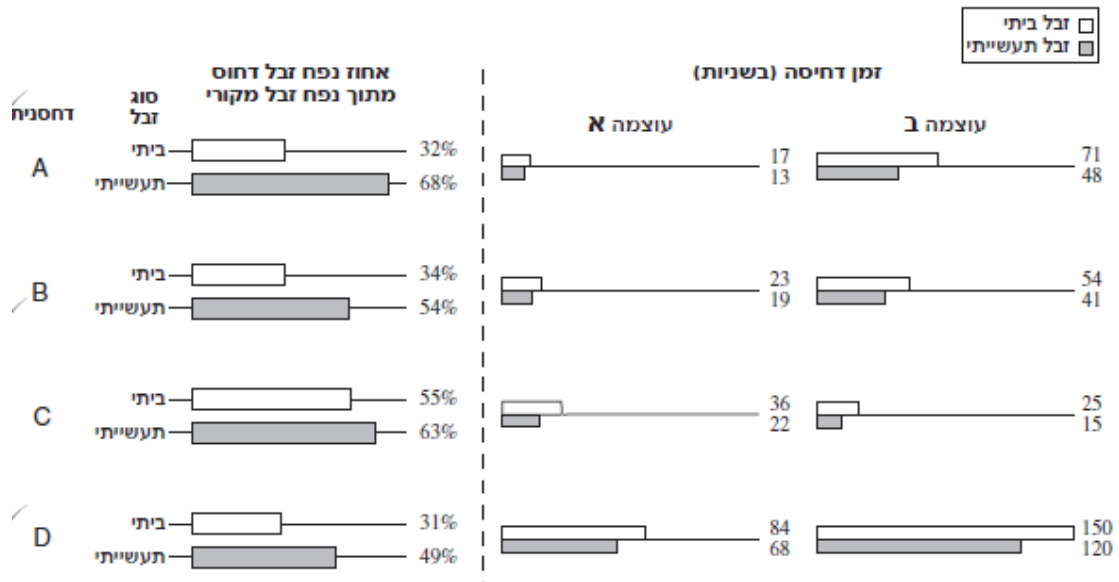
שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(4)	(3)	(4)	(1)	(3)	(2)	(3)	(2)	(1)

הסברים

הסקה מתרשים (שאלות 1-4)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריי.

התרשים מתאר את ביצועיהן של 4 מכוניות לדחיסת זבל (להלן "דחסניות" - A, B, C ו-D). לכל דחסנית ולכל סוג זבל (ביתי או תעשייתי) מצוין אחוז נפח הזבל הדחוס מתוך נפח הזבל המקורי. נוסף על כך, לכל דחסנית ולכל סוג זבל מצוין גם זמן הדחיסה (בשניות) - עוצמה גבוהה (A) ועוצמה נמוכה (B). לדוגמה, כאשר דחסנית A דוחסת זבל תעשייתי, אחוז נפח הזבל הדחוס מתוך נפח הזבל המקורי הוא 68%, זמן הדחיסה בעוצמה A הוא 13 שניות, וזמן הדחיסה בעוצמה B הוא 48 שניות.



השאלות

- השאלה:** באיזו מהדחסניות ההפרש (בערך מוחלט) בין זמן הדחיסה של זבל ביתי בעוצמה A לבין זמן הדחיסה שלו בעוצמה B הוא 31 שניות?

פתרון: נעבור על התרשים ונחשב את הפרש הזמנים בכל דחסנית בין זמן הדחיסה של זבל ביתי בעוצמה A לבין זמן הדחיסה שלו בעוצמה B.

בדחסנית A זמן הדחיסה של זבל ביתי בעוצמה A הוא 17 שניות וזמן הדחיסה שלו בעוצמה B הוא 71 שניות, ומכאן שההפרש הוא 54 שניות ($71 - 17 = 54$).

בדחסנית B זמן הדחיסה של זבל ביתי בעוצמה A הוא 23 שניות וזמן הדחיסה שלו בעוצמה B הוא 54 שניות, ומכאן שההפרש הוא 31 שניות ($54 - 23 = 31$). מכיוון שמצאנו את הדחסנית שבה ההפרש הוא 31 שניות אין צורך להמשיך ולבדוק את הפרשי הזמנים ביתר הדחסניות.

תשובה (2).

יולי 2017 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

2. **השאלה:** מה ההפרש (בערך מוחלט) בין אחוז הנפח של זבל תעשייתי דחוס בדחסנית B לבין אחוז זה בדחסנית C?

פתרון: לפי התרשים אחוז הנפח של זבל תעשייתי דחוס בדחסנית B הוא 54% ואחוז הנפח התעשייתי בדחסנית C הוא 63%, ומכאן שההפרש (בערך מוחלט) בין אחוזי הנפח הוא $9\% (= 63\% - 54\%)$.

תשובה (1).

3. **השאלה:** באיזה מהקריטריונים הבאים היחס בין ביצועי דחסנית A לבין ביצועי דחסנית D הוא הקרוב ביותר ל-1?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק מה היחס בכל מקרה:

תשובה (1): אחוז נפח זבל ביתי דחוס. אחוז נפח זבל ביתי של דחסנית A הוא 32% ואחוז נפח זבל ביתי של דחסנית D הוא 31%, ומכאן שהיחס הוא $\frac{32}{31}$.

תשובה (2): אחוז נפח זבל תעשייתי דחוס. אחוז נפח זבל תעשייתי של דחסנית A הוא 68% ואחוז נפח זבל תעשייתי של דחסנית D הוא 44%, ומכאן שהיחס הוא $\frac{68}{44}$.

תשובה (3): זמן דחיסת זבל ביתי בעוצמה א. זמן דחיסת זבל ביתי בעוצמה א בדחסנית A הוא 17 שניות, וזמן דחיסת זבל ביתי בעוצמה א בדחסנית D הוא 84 שניות, ומכאן שהיחס הוא $\frac{17}{84}$.

תשובה (4): זמן דחיסת זבל תעשייתי בעוצמה א. זמן דחיסת זבל תעשייתי בעוצמה א בדחסנית A הוא 13 שניות, וזמן דחיסת זבל תעשייתי בעוצמה א בדחסנית D הוא 68 שניות, ומכאן שהיחס הוא $\frac{13}{68}$.

מכיוון שהיחס הקרוב ביותר ל-1 הוא בתשובה (1), הרי שזו התשובה נכונה.

תשובה (1).

יולי 2017 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

4. **השאלה:** דחסנית חדשה E, שאינה מופיעה בתרשים, דוחסת זבל ביתי ותעשייתי, בעוצמות א ו-ב, בזמנים השווים לזמנים הקצרים ביותר שמשגיגות דחסניות A, B, C ו-D. איזה מהתרשימים הבאים מתאר את זמני הדחיסה של דחסנית E?



פתרון: על מנת ליצור את התרשים המבוקש בתשובה, עלינו להביט בתרשים ולמצוא מה הזמנים הקצרים ביותר של דחסניות A, B, C ו-D בכל אחת מהעוצמות. זמן הדחיסה הקצר ביותר בעוצמה א' של זבל ביתי הוא 17 שניות (דחסנית A). תשובות (1) ו-(3) נפסלות. מכיוון שבשתי התשובות שנותרו, ישנם זמני דחיסה זהים בעוצמה א' של זבל תעשייתי, אין צורך לבדוק זמן זה בתרשים, אולם אם נביט בו נגלה כי זמן זה הושג על ידי דחסנית A. כעת נביט בעוצמה ב' של זבל ביתי ונראה כי זמן הדחיסה הקצר ביותר בעוצמה א' של זבל ביתי הוא 25 שניות (דחסנית C), ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (4).
תשובה (4).

שאלות ובעיות (שאלות 5-20)

5. **השאלה:** נתון: $x + y + z = 0$

$$x \cdot y \cdot z = 0$$

איזו מן האפשרויות הבאות בהכרח אינה נכונה?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק מי מהן אינה אפשרית על פי הנתונים:

תשובה (1): $x = 3$, $y = 7$. נציב נתונים אלו במשוואה הראשונה $x + y + z = 0$, ונקבל:

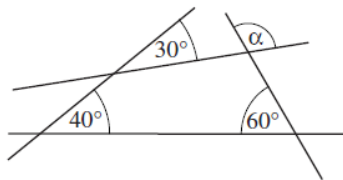
$$z = -10 \Leftrightarrow 10 + z = 0 \Leftrightarrow 3 + 7 + z = 0$$

כעת נבדוק את המשוואה השנייה, אשר לפיה: $x \cdot y \cdot z = 0$

כאשר נתונה מכפלה השווה ל-0 חייב להיות לפחות גורם אחד במכפלה השווה ל-0. מכיוון שלפי התשובה ערכם של x ו- y שונה מ-0, ומצאנו כי גם z שונה מ-0, הרי שמכפלת שלושת הגורמים בהכרח שונה מ-0, ומכאן שהאפשרות המוצעת בתשובה זו בהכרח אינה נכונה. מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק תשובות נוספות.

תשובה (1).

6. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ארבעה ישרים.



על פי הנתונים שבסרטוט, $\alpha = ?$

פתרון: ממפגש הישרים שבסרטוט נוצר מרובע.

סכום הזוויות הפנימיות בכל מרובע הוא 360° .

זווית α היא זווית קודקודית לאחת מהזוויות

הפנימיות, והזווית בסרטוט בת ה- 30° , היא זווית חיצונית, ומכאן שהזווית פנימית שווה ל- 150° ($180^\circ - 30^\circ =$)

כעת, לאחר שמצאנו מה גודל הזוויות הפנימיות ניצור את המשוואה: $40^\circ + 60^\circ + 150^\circ + \alpha = 360^\circ$

$$250^\circ + \alpha = 360^\circ \Leftrightarrow$$

נחסר 250° משני האגפים, ונקבל: $\alpha = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$

תשובה (1).

7. **השאלה:** מחירו של נכס בשכונה חדשה נקבע כך: מחירו של כל מ"ר בבית הוא 6,000 שקלים, ומחירו

של כל מ"ר בגינה הוא 4,000 שקלים.

מחירו של איזה מן הנכסים הבאים הוא הגבוה ביותר (בשקלים)?

פתרון: ז'רז א': בדיקת תשובות

נעבור על התשובות המוצעות ונחשב את ערכה של כל תשובה על מנת למצוא ערכה של מי הוא הגדול ביותר.

תשובה (1): בית ששטחו 40 מ"ר עם גינה ששטחה 40 מ"ר

מחיר מ"ר בבית הוא 6,000 שקלים, ומחיר מ"ר בגינה הוא 4,000 שקלים, ולכן מחיר הנכס הוא 400 אלפי שקלים ($40 \cdot 6 + 40 \cdot 4 = 240 + 160 =$)

תשובה (2): בית ששטחו 50 מ"ר עם גינה ששטחה 30 מ"ר

מחיר מ"ר בבית הוא 6,000 שקלים, ומחיר מ"ר בגינה הוא 4,000 שקלים, ולכן מחיר הנכס הוא 420 אלפי שקלים ($50 \cdot 6 + 30 \cdot 4 = 300 + 120 =$)

יולי 2017 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

תשובה (3): בית ששטחו 60 מ"ר עם גינה ששטחה 20 מ"ר

מחיר מ"ר בבית הוא 6,000 שקלים, ומחיר מ"ר בגינה 4,000 שקלים, ולכן מחיר הנכס הוא 440 אלפי שקלים
($60 \cdot 6 + 20 \cdot 4 = 360 + 80 =$)

תשובה (4): בית ששטחו 70 מ"ר עם גינה ששטחה 10 מ"ר

מחיר מ"ר בבית הוא 6,000 שקלים, ומחיר מ"ר בגינה 4,000 שקלים, ולכן מחיר הנכס הוא 460 אלפי שקלים
($70 \cdot 6 + 10 \cdot 4 = 420 + 40 =$)

מכיוון שמצאנו כי מחירו של הנכס הגבוה ביותר הוא בתשובה (4).

דרך ב': הבנה אלגברית

ממבט בתשובות ניתן להבחין כי מתשובה (1) והלאה, ההפרש בין כל שתי תשובות הוא זהה: גידול של 10 מ"ר בשטח הבית וקטיון של 10 מ"ר בשטח הגינה. מכיוון שהמחיר למ"ר בית גבוה מהמחיר למ"ר גינה, הרי שהביטוי שערכו יהיה הגדול ביותר הוא הביטוי שבו שטחו של הבית יהיה הגדול ביותר ושטח הגינה יהיה הקטן ביותר. תשובה (4).

תשובה (4).

8.

השאלה: לנעמה ואורית יחד יש 15 עטים.

לאחר שנעמה נתנה לאורית 8 עטים, מספר העטים של אורית גדל פי 3.

כמה עטים היו לנעמה בהתחלה?

פתרון דרך א': בדיקת תשובות

תשובה (1): 9. אם לנעמה היו 9 עטים, הרי שלאורית היו 6 עטים ($15 - 9 =$). לאחר שנעמה תיתן לאורית 8 עטים, יהיו לאורית 14 עטים ($6 + 8 =$). מכיוון שמספר העטים של אורית לא גדל פי 3, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): 10. אם לנעמה היו 10 עטים, הרי שלאורית היו 5 עטים ($15 - 10 =$). לאחר שנעמה תיתן לאורית 8 עטים, יהיו לאורית 13 עטים ($5 + 8 =$). מכיוון שמספר העטים של אורית לא גדל פי 3, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): 11. אם לנעמה היו 11 עטים, הרי שלאורית היו 4 עטים ($15 - 11 =$). לאחר שנעמה תיתן לאורית 8 עטים, יהיו לאורית 12 עטים. מכיוון שמספר העטים של אורית גדל פי 3, הרי שזו התשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה – בניית משוואה

מכיוון שנתבקשנו למצוא מה היה מספר העטים של נעמה בהתחלה, נסמן מספר זה ב- x . נתון כי לאורית ונעמה יחד יש 15 עטים, ומכאן שאם לנעמה יש x עטים, הרי שלאורית יש $(15 - x)$ עטים. לאחר שנעמה נתנה לאורית 8 עטים, היה מספר העטים של אורית $(15 - x + 8)$. נתון כי מספר העטים של אורית גדל פי 3, ומכאן ש: $(15 - x + 8) = 3(15 - x) \Leftrightarrow 23 - x = 45 - 3x \Leftrightarrow 2x = 22 \Leftrightarrow x = 11$

דרך ג': הבנה אלגברית

לפי נתוני השאלה היחס בין מספר העטים של אורית אחרי קבלת 8 העטים מנעמה לעומת מספר העטים ההתחלתי שהיו ברשותה הוא 3:1.

אם נסמן ב- x את מספר העטים ההתחלתי, הרי שמספר העטים לאחר קבלת 8 העטים הוא $3x$. מכיוון שלמעשה 8 העטים שקיבלה אורית מהווים את ההפרש, הרי שהם שווים ל- $2x$: $2x = 8$, ומכאן ש- $x = 4$. כלומר בידי אורית היו בתחילה 4 עטים, ולכן בידי נעמה 11 עטים ($15 - 4 =$).

תשובה (3).

9. **השאלה:** במשפחת אורפו יש 3 ילדים בגילאים שונים. ממוצע גיליהם של 3 הילדים שווה לגילו של הילד האמצעי.

$$? = \frac{\text{גילו של הילד הבכור}}{\text{גילו של הילד הצעיר}}$$

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

נבחר 3 מספרים המייצגים את גילאי הילדים ואשר מתאימים לנתוני השאלה. נניח למשל שגילאי הילדים הם: 2, 4 ו-6. ממוצע גילאי הילדים הוא $4 = \frac{2+4+6}{3} = \frac{12}{3}$, כלומר ממוצע גילאי הילדים שווה לגילו של הילד האמצעי.

במקרה זה, הביטוי המבוקש $\frac{\text{גילו של הילד הבכור}}{\text{גילו של הילד הצעיר}}$, שווה ל-3 $\left(\frac{6}{2} = 3\right)$, ומכאן שתשובות (1) ו-(2) נפסלות.

נציב דוגמה נוספת, למשל שגילאי הילדים הם: 4, 6 ו-8. ממוצע גילאי הילדים הוא 6 $\left(\frac{4+6+8}{3} = \frac{18}{3} = 6\right)$, כלומר ממוצע גילאי הילדים שווה לגילו של הילד האמצעי.

במקרה זה, הביטוי המבוקש $\frac{\text{גילו של הילד הבכור}}{\text{גילו של הילד הצעיר}}$, שווה ל-2 $\left(\frac{8}{4} = 2\right)$, ומכאן שתשובה (3) נפסלת.

תשובה (4).

10. **השאלה:** $\frac{2a^4 \cdot b^2}{4a^6 \cdot 3a^{-2}} = ?$ ($a \neq 0$)

פתרון: פישוט אלגברי

נפשט את המכנה על ידי שימוש בחוק החזקות ביחס לכפל של בסיסים זהים $(a^m \cdot a^n = a^{m+n})$, ונקבל:

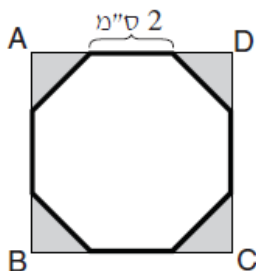
$$\frac{a^4 b^2}{2 \cdot 3 \cdot a^4} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 2 a^4 b^2}{2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot a^{6+2}} \Leftrightarrow \frac{2 a^4 \cdot b^2}{4 a^6 \cdot 3 a^{-2}}$$

נחלק את המונה והמכנה ב- a^4 , ונקבל: $\frac{b^2}{6}$.

תשובה (4).

11.

השאלה: בסרטוט שלפניכם ABCD הוא ריבוע. הצורה בעלת ההיקף המודגש היא מתומן משוכלל שאורך צלעו 2 ס"מ.



מה סכום השטחים הכהים (בסמ"ר)?

פתרון: דרך א': מציאת שטחי המשולשים הכהים

השטחים הכהים בסרטוט הם 4 משולשים ישרי-זווית אשר אורך היתר של כל אחד מהם הוא 2 ס"מ.

על מנת למצוא מה גודל ניצבי המשולשים, עלינו למצוא את גודל הזוויות הפנימיות של המשולש. גודלה של זווית פנימית במתומן משוכלל הוא 135° , ומכאן שהזוויות הפנימיות של המשולשים המשלימות אותן ל- 180° שוות ל- $45^\circ (= 180^\circ - 135^\circ)$.

מצאנו כי 4 המשולשים ישרי-הזווית הם משולשים ישרי-זווית ושווי שוקיים אשר אורך היתר שלהם הוא 2 ס"מ.

אורך היתר במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך הניצב, ומכאן שאם אורך היתר הוא 2

$$\text{ס"מ, אורך כל אחד מהניצבים הוא } \sqrt{2} \text{ ס"מ } \left(\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \right).$$

שטח משולש ישר-זווית שווה למחצית מכפלת ניצבי המשולש, ומכאן ששטח כל משולש

$$\text{שווה ל-1 סמ"ר } \left(\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 1 \right), \text{ ומכיוון ש-4 המשולשים חופפים, הרי ששטח 4 המשולשים שווה ל-4}$$

סמ"ר.

דרך ב': 4 משולשים ישרי זווית ושווי-שוקיים הם שני ריבועים

מכיוון שמדובר בריבוע ומתומן שהן שתי צורות משוכללות, הרי שמשיקולי סימטריה ארבעת המשולשים ישרי-הזווית הכהים חופפים זה לזה.

כאשר מצמידים את היתר של שני משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים זה לזה מקבלים ריבוע שאורך אלכסונו הוא יתר המשולש. שטח ריבוע שווה למחצית מכפלת אורך אלכסונו. מכיוון שאלכסון הריבוע הוא יתר המשולש, ובריבוע שני האלכסונים שווים באורכם, הרי ששטח הריבוע שווה ל-2 סמ"ר

$$\left(\frac{2 \cdot 2}{2} = \right) \text{ בסרטוט יש 4 משולשים ישרי זווית ושווי-שוקיים, ומכאן שניתן ליצור מהם 2 ריבועים,}$$

$$\text{כלומר השטח הכהה שווה ל-4 סמ"ר } (2 \cdot 2 = 4).$$

תשובה (4).

12. **השאלה:** a, b ו- c הם שלושה מספרים שונים זה מזה.

$a + b$ יכול להיות שווה ל-

פתרון: בדיקת תשובות

נשווה את הביטוי $a + b$ לכל אחת מן התשובות המוצעות:

תשובה (1): $a + c$. אם נשווה את הביטוי לתשובה, נקבל: $a + b = a + c$. נחסר a משני האגפים, ונקבל: $b = c$. מכיוון שלפי הנתונים המספרים שונים זה מזה, הרי שמצב זה לא יתכן.

תשובה (2): $2b$. נשווה את הביטוי לתשובה, נקבל: $a + b = 2b$. נחסר b משני האגפים, ונקבל: $a = b$. מכיוון שלפי הנתונים המספרים שונים זה מזה, הרי שמצב זה לא יתכן.

תשובה (3): $b + c$. נשווה את הביטוי לתשובה, ונקבל: $a + b = b + c$. נחסר b משני האגפים, ונקבל: $a = c$. מכיוון שלפי הנתונים המספרים שונים זה מזה, הרי שמצב זה לא יתכן.

תשובה (4): $2c$. נשווה את הביטוי לתשובה, ונקבל: $a + b = 2c$. נחפש דוגמה מספרית המקיימת נתון זה, למשל $a = 1$; $b = 3$ ו- $c = 2$. מצאנו שמצב זה מתקיים, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

13. **השאלה:** כלי בצורת גליל שרדיוסו 2 ס"מ וגובהו 5 ס"מ מלא נוזל.

איזו מהתיבות הבאות יכולה להכיל את כל הנוזל בכלי?

פתרון: על מנת שתיבה כלשהי תוכל להכיל את כל הנוזל שבכלי נפחה צריך להיות שווה או גדול מנפח הכלי. נחשב את נפח הכלי, ונבדוק מה נפח כל אחת מן התיבות בתשובות המוצעות.

נפח כל מנסרה ישרה שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה. נפח הגליל הוא 20π סמ"ק ($= 2^2 \cdot \pi \cdot 5$). מכיוון ש- π גדול מ-3, הרי שנפח הגליל גדול מ-60 סמ"ק. נעבור על התשובות המוצעות:

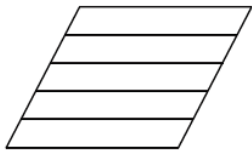
תשובה (1): תיבה שאורכה 9 ס"מ, רוחבה 3 ס"מ, וגובהה 2 ס"מ. נפח תיבה שאלו ממדיה שווה ל-54 סמ"ק ($= 9 \cdot 3 \cdot 2$), מכיוון שנפח הנוזל המצוי בכלי גדול מ-60 סמ"ק, תיבה זו אינה יכולה להכיל את כל הנוזל שבכלי.

תשובה (2): תיבה שאורכה 6 ס"מ, רוחבה 5 ס"מ, וגובהה 2 ס"מ. נפח תיבה שאלו ממדיה שווה ל-60 סמ"ק ($= 6 \cdot 5 \cdot 2$), מכיוון שנפח הנוזל המצוי בכלי גדול מ-60 סמ"ק, תיבה זו אינה יכולה להכיל את כל הנוזל שבכלי.

תשובה (3): תיבה שאורכה 7 ס"מ, רוחבה 3 ס"מ, וגובהה 3 ס"מ. נפח תיבה שאלו הממדים שלה שווה ל-63 סמ"ק ($= 7 \cdot 3 \cdot 3$). מכיוון שמצאנו כי נפח הנוזל המצוי בכלי גדול מ-60 סמ"ק, נראה שזו התיבה היחידה שיכולה להכיל את כל הנוזל שבכלי. לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה הנותרת.

תשובה (4): תיבה שאורכה 5 ס"מ, רוחבה 4 ס"מ, וגובהה 3 ס"מ. נפח תיבה שאלו הממדים שלה שווה ל-60 סמ"ק ($= 5 \cdot 4 \cdot 3$). מכיוון שנפח הנוזל המצוי בכלי גדול מ-60 סמ"ק, תיבה זו אינה יכולה להכיל את כל הנוזל שבכלי.

תשובה (3).



14. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעוין המחולק ל-5 מקביליות חופפות.

מה היחס בין היקף אחת ממקביליות אלו להיקף המעוין?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כלל נתונים מספריים בשאלה, ניתן להציב דוגמה מספרית.

נתון כי המעוין מורכב מ-5 מקביליות חופפות, ולכן נציב כי אורך צלע המעוין

שווה ל-5 ס"מ. במצב זה יש בכל מקבילית זוג צלעות נגדיות אשר אורכן 1 ס"מ, וזוג צלעות נגדיות אשר אורכן 5 ס"מ. היקף כל מקבילית הוא 12 ס"מ ($2 \cdot 1 + 2 \cdot 5 =$), והיקף המעוין הוא 20 ס"מ ($4 \cdot 5 =$).

מכאן שהיחס בין היקף מקבילית אחת להיקף המעוין הוא 12:20.

נחלק כל אחד מהאגפים של היחס ב-4, ונקבל: 3:5.

תשובה (4).

15. **השאלה:** נתון: $A = \frac{xy}{x+y}$ ($x, y \neq 0, x \neq -y$)

$$\frac{1}{A} = ?$$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי

נתונה משוואה ונתבקשנו למצוא מה ערכו של הביטוי. מכיוון שבתשובות מופיעים המשתנים x ו-y בלבד, הרי שעלינו להיפטר מ-A. נציב במקום ערכו של A בביטוי את ערכו על פי המשוואה, ונקבל:

$$\frac{1}{A} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{xy}{x+y}} \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{x+y}{xy} \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy}$$

מכיוון שאין תשובה המתאימה לביטוי שקיבלנו, נפשט את הביטוי באמצעות פירוק המונה, ונקבל:

$$\frac{x+y}{xy} \Leftrightarrow \frac{x}{1 \cdot xy} + \frac{y}{xy \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב במשוואה הנתונה מספרים נוחים, למשל $x = 1$ ו- $y = 2$, ונקבל כי ערכו של A הוא $\frac{2}{3}$

$$\left(A = \frac{xy}{x+y} = \frac{1 \cdot 2}{1+2} = \frac{2}{3} \right)$$

$$\left(\frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \right)$$

נציב את A בביטוי, ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{3}{2}$

נציב את ערכם של x ו-y בתשובות המוצעות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (2) שווה $\frac{3}{2}$, כלומר

תשובות (3) ו-(4) נפסלות. מכיוון שלא פסלנו 3 תשובות, עלינו להציב שוב. נציב למשל כי $x = 2$ ו-

$y = 2$, ונמצא כי ערכו של A הוא 1 $\left(A = \frac{xy}{x+y} = \frac{2 \cdot 2}{2+2} = \frac{4}{4} = 1 \right)$. נציב את ערכו של A בביטוי,

ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 1 $\left(\frac{1}{A} = \frac{1}{1} = 1 \right)$. נציב את ערכם של x ו-y בתשובות המוצעות, ונקבל

כי רק ערכה של תשובה (1) שווה ל-1, ולפיכך היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

16.

השאלה: בשק יש 10 פתקים הממוספרים מ-1 ועד 10.

איילת שלפה מהשק באקראי שני פתקים בזה אחר זה **בלי להחזירם**.

מה ההסתברות שמכפלת מספרי הפתקים ששלפה איילת היא אי-זוגית?

פתרון: על מנת שמכפלת מספרי הפתקים ששלפה איילת תהיה אי-זוגית, מספרי שני הפתקים שתוציא צריכים להיות אי-זוגיים.

בין 1 ל-10 יש 5 מספרים אי-זוגיים, ולכן ההסתברות שהמספר שתשלוף איילת בין 1 ל-10 יהיה אי-זוגי

היא $\frac{1}{2}$ $\left(\frac{5}{10} = \frac{1}{2}\right)$. לאחר שאיילת שולפת פתק אי-זוגי נותרים 4 מספרים אי-זוגיים מתוך 9, ולפיכך

ההסתברות שהמספר השני שאיילת תשלוף מספר אי-זוגי היא $\frac{4}{9}$.

ההסתברות להתרחשותם של מאורע א' וגם מאורע ב' שווה למכפלת ההסתברויות להתרחשותם של שני

המאורעות, מכאן שההסתברות שהמכפלה תהיה אי-זוגית שווה ל- $\frac{2}{9}$ $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 9} = \frac{2}{9}\right)$.

תשובה (3).

17.

השאלה: נתון: a מספר שלם, $a \neq 0$

$$b = |a - 1| + |a + 1|$$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

על פי הנתון a הוא מספר שלם השונה מ-0, נציב לדוגמה כי $a = 1$ בביטוי, ונקבל כי b שווה ל- (-2)

$$(b = |a - 1| - |a + 1| = |1 - 1| - |1 + 1| = |0| - |2| = 0 - 2 = -2)$$

שתשובות (1) ו-(4) נפסלות.

כעת נציב כי $a = -1$ בביטוי, ונקבל כי b שווה ל-2

$$(b = |a - 1| - |a + 1| = |(-1) - 1| - |(-1) + 1| = |-2| - |0| = 2 - 0 = 2)$$

ומכאן שתשובה (3) נפסלת, ונותרנו עם תשובה (2) בלבד.

דרך ב': הבנה אלגברית

b שווה להפרש בין הערך מוחלט של $(a - 1)$ לערך המוחלט של $(a + 1)$.

נתון כי a הוא מספר שלם השונה מ-0, ומכאן ש-a הוא מספר חיובי או שלילי.

נבדוק מה ערכו של b בכל אחד מן המצבים הללו:

א. כאשר a חיובי. כאשר מוסיפים 1 למספר חיובי כלשהו הערך המתקבל בהכרח גדול מערכו כאשר

מפחיתים ממנו 1. ההפרש בין שני הערכים המתקבלים שווה בהכרח 2, ומכאן שזה ערכו של b.

ב. אם a שלילי. כאשר מוסיפים 1 למספר שלילי כלשהו, הערך המוחלט שמתקבל קטן ב-2 מערכו

המוחלט של אותו מספר אם מפחיתים ממנו 1. כאשר a שלילי, ערכו של b הוא (-2).

מצאנו כי ערכו של b יכול להיות 2 או (-2), ומכאן ש-b הוא בהכרח מספר זוגי.

דרך ג': הבנה אלגברית

נתון כי a הוא מספר שלם השונה מ-0. כל מספר שלם הוא בהכרח זוגי או אי-זוגי. נבדוק מה ערכו של b

בכל אחד מהמצבים הללו:

א. אם a הוא מספר זוגי, הרי שכאשר נחסר ממנו 1 או נוסיף לו 1, התוצאה תהיה אי-זוגית, כך

שהביטויים $(a - 1)$ ו- $(a + 1)$ הם ביטויים אי-זוגיים (גם בערך מוחלט). ההפרש בין שני מספרים

אי-זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי, מכאן ש-b הוא מספר זוגי.

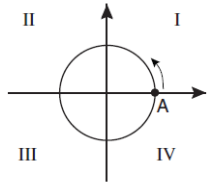
ב. אם a הוא מספר אי-זוגי, הרי שכאשר נחסר ממנו 1 או נוסיף לו 1, התוצאה תהיה זוגית, כך

שהביטויים $(a - 1)$ ו- $(a + 1)$ הם ביטויים זוגיים (גם בערך מוחלט). ההפרש בין שני מספרים זוגיים

יולי 2017 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

הוא בהכרח מספר זוגי, מכאן ש-b הוא מספר זוגי. מצאנו שגם כאשר a זוגי וגם כאשר a אי-זוגי, b הוא בהכרח זוגי, ומכאן שתשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).



18. השאלה: במערכת הצירים שלפניכם מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו 1 ס"מ.

נמלה יוצאת מהנקודה A והולכת על היקף המעגל בכיוון המסומן בסרטוט, במהירות

קבועה של $\frac{\pi}{4}$ ס"מ בדקה.

באיזה רביע של מערכת הצירים תהיה הנמלה לאחר הליכה של 5 דקות?

פתרון: על מנת למצוא היכן תהיה הנמלה לאחר 5 דקות, עלינו לדעת מה אורכו של רביע, אשר מהווה רבע מהיקף המעגל, ומה המרחק אותו עוברת הנמלה בזמן זה.

נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 1 ס"מ, ומכאן שקוטרו המעגל הוא 2 ס"מ, היקף המעגל שווה ל- 2π ס"מ,

ואורך כל אחד מרבעי המעגל הוא $\frac{\pi}{2}$. $\left(\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\right)$

אם הנמלה מתקדמת במהירות קבועה של $\frac{\pi}{4}$ ס"מ בדקה, הרי שכל 2 דקות היא עוברת מרחק $\frac{\pi}{2}$ ס"מ

כלומר הנמלה עוברת בכל שתי דקות רבע מהיקף המעגל, ולכן אחרי 4 דקות היא תעבור 2 רבעי מעגל, ולאחר 5 דקות היא תהיה ברביע השלישי.

תשובה (3).

19. השאלה: 2 בקבוקי משקה מספיקים עבור 2 ארוחות ל-2 אנשים.

עבור כמה ארוחות ל-4 אנשים יספיקו 4 בקבוקים?

פתרון: דרך א': יחסים

נתון כי 2 בקבוקי משקה מספיקים עבור 2 ארוחות ל-2 אנשים.

4 בקבוקי משקה, שהם כמות משקאות הגדולה פי 2, תספיק עבור אותה כמות של אנשים, 2 אנשים, למספר ארוחות גדול פי 2, כלומר ל-4 ארוחות.

כאשר נגדיל את מספר האנשים המשתתפים בארוחה יקטנו מספר הארוחות שהבקבוקים יספיקו להן. כלומר יש יחס הפוך בין מספר הסועדים לבין כמות הארוחות להן יספיקו הבקבוקים.

אם מספר האנשים יגדל פי 2, כלומר יהיו 4 אנשים, יספיקו 4 בקבוקים למספר ארוחות קטן פי 2,

כלומר ל-2 ארוחות $\left(\frac{4}{2} = 2\right)$.

דרך ב': גישת המנהל

ראשית, יש להבין כי הפועלים הם האנשים המשתתפים בארוחה או במילים אחרות הסועדים. הזמן הוא מספר הארוחות, והתוצרת ('העבודה' המבוצעת על ידם) היא כמות הבקבוקים אותה הם שותים.

2 אנשים אשר השתתפו ב-2 ארוחות הם למעשה 4 ארוחות $(2 \cdot 2 = 4)$. מכאן שהתוצרת של 4 ארוחות

היא 2 בקבוקי משקה. מכיוון שיש יחס ישר בין זמן העבודה הכולל לבין התוצרת, הרי שזמן העבודה

הכולל לשתית 4 בקבוקי משקה, כלומר לתוצרת הגדולה פי 2, הוא בסך הכול 8 ארוחות $(2 \cdot 4 = 8)$.

אם ישנם 4 אנשים, הרי שעל כל אחד מהם להשתתף ב-2 ארוחות על מנת שמספר הארוחות הכולל יהיה שווה ל-8.

תשובה (2).

20. השאלה: נתון: $6 < x \cdot y$

$$0 < y < 3$$

מה נובע בהכרח בנוגע לערכו של x ?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

התשובות מתייחסות לערכו של x , ולכן נציב דוגמה מספרית לערכו של y , המתאימה לנתוני השאלה, למשל $y = 2$, ונקבל: $6 < x \cdot y \Leftrightarrow 6 < x \cdot 2$. נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל כי $x < 3$. כלומר מצאנו כי כל ערך של x הגדול מ-3 מקיים את אי-השוויון, ולכן תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

$$6 < x \cdot \frac{5}{2} \Leftrightarrow 6 < x \cdot y, \text{ ונקבל: } y = 2\frac{1}{2}$$

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $12 < 5x$.

$$\frac{12}{5} < x, \text{ ונקבל כי } x > \frac{12}{5}$$

מצאנו שכל ערך של x הגדול מ- $2\frac{2}{5}$ מקיים את אי-השוויון, ולכן ניתן לפסול את תשובה (2), שכן מצאנו

כי ישנם ערכים של x אשר מקיימים את אי-השוויון, ואשר אינם גדולים מ-3.

תשובה (1).