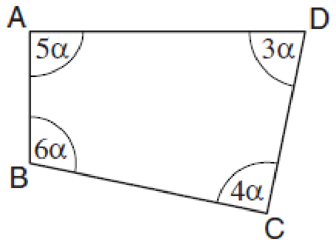
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(4)	(1)	(4)	(3)	(4)	(4)	(3)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(1)	(1)	(3)	(1)	(1)	(2)	(2)	(4)	(4)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-16)



1. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מרובע ABCD.

$\alpha = ?$

פתרון: סכום הזוויות הפנימיות בכל מרובע שווה ל-°360, ולפיכך ניתן ליצור את המשוואה: $5\alpha + 6\alpha + 4\alpha + 3\alpha = 360°$ ⇦ $18\alpha = 360°$.
נחלק ב-18 את שני האגפים, ונקבל: $\alpha = 20°$

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: דן מקליד מילה ב-7 שניות.
גלעד מקליד מילה ב-5 שניות.
דן הקליד A מילים ב-56 שניות.

כמה שניות יידרשו לגלעד להקליד A מילים?

פתרון: על מנת למצוא כמה שניות יידרשו לגלעד להקליד A מילים, עלינו למצוא את ערכו של A.
נתון כי דן מקליד מילה ב-7 שניות, ולכן ב-56 שניות, זמן הגדול פי 8 מ-7 שניות, יקליד דן 8 מילים.
כלומר, A שווה ל-8.
גלעד מקליד מילה ב-5 שניות, ומכאן שהזמן שיידרש לו להקליד 8 מילים הוא 40 שניות $(8 \cdot 5 =)$.

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: $a^3 + 2a^2b + ab^2 = ?$

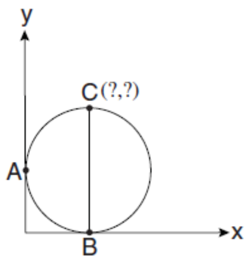
פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי
ניתן להוציא a כגורם משותף משלושת המחוברים, ולקבל: $a(a^2 + 2ab + b^2)$
את הביטוי שהתקבל בסוגריים ניתן לתרגם באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה ל: $(a+b)^2$, וכך לקבל כי הביטוי הוא: $a(a+b)^2$.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית
נציב לדוגמה כי $a = 1$ ו- $b = 2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי שלגביו נשאלנו הוא 9
$(a^3 + 2a^2b + ab^2 = 1^3 + 2 \cdot 1^2 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 = 1 + 4 + 4 =)$
נציב ערכים אלו בתשובות המוצעות, ונקבל כי הערכים של תשובות (2), (3) ו-(4) שונים מ-9, ולכן ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

4. **השאלה** : במערכת הצירים שלפניכם מעגל שרדיוסו 5, המשיק לצירים בנקודות A ו-B.
נתון : BC הוא קוטר במעגל.



מהם שיעורי הנקודה C?

פתרון : נתון כי המעגל משיק לציר ה-x בנקודה B, וכי BC הוא קוטר במעגל.
רדיוס לנקודת ההשקה יוצר זווית של $90°$ על המשיק.
הקוטר BC, אשר אורכו שווה לפעמיים רדיוס המעגל, מאונך לציר ה-x, כיוון ש-B היא נקודת השקה.
נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 5 ס״מ, ומכאן שערך ה-y של נקודה C שווה ל-10.
אם BC מאונך לציר ה-x, הרי שהוא בהכרח מקביל לציר ה-y.
לפי הנתון המעגל משיק לצירים בנקודה A. אם נעביר רדיוס ממרכז המעגל (נקודה אשר בהכרח נמצאת באמצע הקוטר BC) לנקודה A, הרדיוס יהיה מאונך לציר ה-y, כיוון ש-A היא נקודת השקה.
מרחקו של BC מציר ה-y שווה לאורך הרדיוס, כלומר ערך ה-x של כל הנקודות הנמצאות על גבי BC הוא כאורך הרדיוס, ושווה 5.
מצאנו כי ערך ה-x של נקודה C בהכרח שווה ל-5.

תשובה (4).

---

5. **השאלה** : במגרש חניה חונים 21 אופנועים. לכל אופנוע 2 גלגלים.
ידוע כי ב-9 מגלגלי האופנועים יש תקר.

כמה אופנועים תקינים חונים במגרש **לכל היותר**?

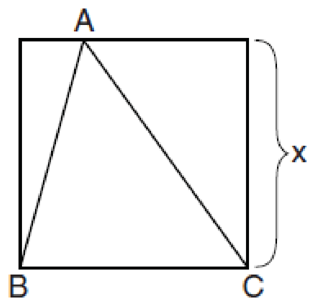
פתרון : על מנת למצוא את המספר המקסימלי של אופנועים תקינים, עלינו למצוא מה מספרם המינימלי של האופנועים שאינם תקינים.
כדי שמספר האופנועים שאינם תקינים יהיה קטן ככל האפשר, נרצה שבכל אופנוע לא תקין יהיה תקר בשני הגלגלים. ידוע כי בסך הכול ב-9 מגלגלי האופנועים יש תקר, ומכאן שלכל הפחות מדובר ב-4 אופנועים שבהם יש תקר ב-2 גלגלים, ובאופנוע נוסף שבו יש תקר בגלגל אחד בלבד. מצאנו כי לכל הפחות ישנם 5 אופנועים שאינם תקינים $(=4+1)$.

אם לכל הפחות יש 5 אופנועים שאינם תקינים מתוך 21 האופנועים הנמצאים במגרש החניה, הרי שיש במגרש **לכל היותר** 16 אופנועים תקינים $(=21-5)$.

תשובה (3).

---

6. **השאלה** : בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום בריבוע. אורך צלעו של הריבוע הוא x.



איזו מהטענות הבאות בנוגע ליחס שבין **שטח** הריבוע ל**שטח** המשולש נכונה?

פתרון : שטח ריבוע שווה לריבוע צלעו, ומכאן ששטח הריבוע שווה ל- x^2.
שטח משולש שווה ל- $\frac{\text{צלע}\cdot\text{הגובה לצלע}}{2}$.
צלע המשולש ABC שווה לאורכה של הצלע BC, כלומר ל-x, והגובה לצלע זו שווה לאנך מנקודה A לצלע BC, שבהכרח שווה לצלע הריבוע, כלומר שווה אף הוא ל-x, מכאן ששטח המשולש שווה ל- $\frac{x^2}{2}$ $\left(=\frac{x\cdot x}{2}\right)$.

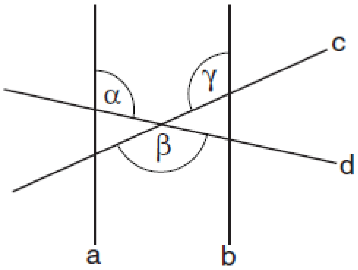
מצאנו כי **שטח** הריבוע גדול פי 2 מ**שטח** המשולש $\left(=\frac{x^2}{\frac{x^2}{2}}=x^2\cdot\frac{2}{x^2}\right)$, ואינו קשור לגודלו של x או למיקומה של הנקודה A על גבי צלע הריבוע, ולפיכך התשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

הערה: כזכור, למדנו כי שטחו של כל משולש החסום במקבילית שווה למחצית משטח המקבילית.
מכיוון שריבוע הוא סוג של מקבילית, הרי שגם במקרה שלפנינו יכולנו לקבוע כי שטח המשולש שווה למחצית משטח הריבוע.

---

7. **השאלה**: הישרים a ו-b מקבילים זה לזה, והישרים c ו-d חותכים אותם.
לפי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
$\gamma = ?$



פתרון: הישרים c ו-d חותכים זה את זה, כך שהם יוצרים שני משולשים: משולש אחד הוא המשולש הימני עם הישר b, ומשולש אחד הוא המשולש השמאלי עם ישר a.
נרכז את כל נתוני הסרטוט במשולש הימני ש-γ היא אחת מהזוויות החיצוניות שלו. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, נבדוק מי הזוויות הללו:
β היא זווית חיצונית למשולש, ולכן הזווית הפנימית הצמודה לה שווה ל-$(180° - \beta)$.
הזווית החיצונית לזווית הפנימית השנייה במשולש זה (זו שאינה צמודה ל-γ) שווה לזווית α (זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים), ומכאן שהזווית הפנימית שווה ל- $(180° - \alpha)$.
מצאנו מה גודלן של שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לזווית γ, ולכן אנו יכולים ליצור את המשוואה הבאה: $\gamma = 180° - \beta + 180° - \alpha$ ⇦ $\gamma = 360° - \alpha - \beta$.

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: לכל מספר חיובי x הוגדרה הפעולה $ כך: $\$(x) = \frac{1}{x+1}$

a הוא מספר חיובי.
$\$(\$(a)) = ?$

פתרון: __דרך א':__ הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו לגבי ערכו של ביטוי, אנו יכולים לפתור את השאלה באמצעות הצבת מספר נוח לעבודה, למשל $a = 1$, חישוב ערך הביטוי המבוקש, ופסילת כל תשובה אשר ערכה שונה מערך הביטוי שקיבלנו.
אם $a = 1$, הרי שעלינו לחשב מה ערכו המספרי של הביטוי $\$(\$(1))$.

בהתאם לסדר פעולות חשבון, נתחיל מהפעולה אשר נמצאת בתוך הסוגריים הפנימיים.

כאשר $a = 1$, ערכו של הביטוי $\$(1)$ שווה ל- $\frac{1}{2}$ $\left(\$(1) = \frac{1}{1+1} = \right)$.

מכיוון שפעולת ה-$ מתבצעת גם על הביטוי שהתקבל בסוגריים, הרי שכעת עלינו למצוא מה ערכו של $\$\left(\frac{1}{2}\right)$.

הביטוי $\$\left(\frac{1}{2}\right)$ שווה לפי הגדרת הפעולה $ ל- $\frac{2}{3}$ $\left(\$\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \right)$.

נציב $a = 1$ בתשובות המוצעות ונחשב את ערכן:

__תשובה (1)__: $\frac{1}{a+2}$. כאשר $a = 1$, ערכה של התשובה הוא $\frac{1}{3}$ $\left(\frac{1}{a+2} = \frac{1}{1+2} = \right)$, ולכן התשובה נפסלת.

__תשובה (2)__: $\frac{2}{a+1}$. כאשר $a = 1$, ערכה של התשובה הוא 1 $\left(\frac{2}{a+1} = \frac{2}{1+1} = \right)$, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{a+1}{a+2}$. כאשר $a=1$, ערכה של התשובה הוא $\frac{2}{3}$ $\left(\frac{a+1}{a+2}=\frac{1+1}{1+2}=\right)$, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{a+2}{2a+1}$. כאשר $a=1$, ערכה של התשובה הוא 1 $\left(\frac{a+2}{2a+1}=\frac{1+2}{2\cdot 1+1}=\right)$, ולכן התשובה נפסלת.

מכיוון שבאמצעות הצבת $a=1$ פסלנו 3 מהתשובות, הרי שניתן לסמן את התשובה הנותרת – תשובה (3).

<u>**דרך ב'**</u>**:** פישוט אלגברי

לפי הגדרת הפעולה $: $\$(x)=\frac{1}{x+1}$, ומכאן ש- $\$(a)$ שווה ל- $\frac{1}{a+1}$.

כעת בעזרת הגדרת הפעולה $, נמצא כי ערכו של הביטוי $\$\left(\frac{1}{a+1}\right)$ הוא $\frac{a+1}{a+2}$

$$\left(\$\left(\frac{1}{a+1}\right)=\frac{1}{\frac{1}{a+1}+1}=\frac{1}{\frac{1}{a+1}+\frac{a+1}{a+1}}=\frac{1}{\frac{1+a+1}{a+1}}=\frac{1}{\frac{a+2}{a+1}}=1\cdot\frac{a+1}{a+2}=\right).$$

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: סכום שלושה מספרים גדול ב-2 מהממוצע שלהם.

מה סכום שלושת המספרים?

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: בדיקת תשובות

לפי נתוני השאלה ישנו הפרש של מספר שלם (2) בין הסכום לממוצע.
לשם חישוב ממוצע של 3 מספרים יש לחלק את הסכום ב-3, ומכאן שמומלץ להתחיל בבדיקת תשובות אשר מתחלקות ב-3 ללא שארית. מבין התשובות המוצעות יש 2 תשובות בלבד אשר מתחלקות ללא שארית ב-3. נבדוק באיזו מהתשובות הסכום המוצע גדול ב-2 מן הממוצע:

<u>תשובה (3)</u>: 3. אם סכום שלושת המספרים הוא 3, הרי שהממוצע שלהם הוא 1 $\left(\text{ממוצע}=\frac{\text{סכום}}{3}=\frac{3}{3}=\right)$.

מצאנו כי סכום שלושת המספרים הוא 3 וכי הממוצע שלהם הוא 1. מכיוון שמצב זה מקיים את הנתון בשאלה, לפיו הסכום גדול מן הממוצע ב-2, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>**דרך ב'**</u>: בניית משוואה

נסמן את סכומם של שלושת המספרים ב-x.
מכיוון שממוצע שווה לסכום האיברים לחלק במספר האיברים, ובנתוני השאלה שלפנינו מדובר בשלושה איברים, הרי שממוצע שלושת האיברים שווה ל- $\frac{x}{3}$.

נתון כי סכומם של המספרים גדול ב-2 מהממוצע שלהם, ולפיכך ניצור את המשוואה הבאה: $\frac{x}{3}+2=x$.

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $x+6=3x$.
נחסר x משני האגפים: $6=2x$ ⇦ $3=x$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: $\frac{1}{3}$ משוכני גן חיות מסוים הם יונקים. $\frac{1}{4}$ מהיונקים שבגן החיות הם אוכלי בשר.
היונקים **שאינם** אוכלי בשר הם _____ משוכני גן החיות.

פתרון: <u>דרך א'</u>: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כל נתון מספרי בשאלה, ניתן להציב דוגמה מספרית נוחה אשר תייצג את מספר החיות השוכנות בגן החיות.
על מנת שהעבודה תהיה עם מספרים שלמים, נציב כי מספר החיות בגן הוא 12, מספר המתחלק ללא שארית ב-3 וב-4.

אם מספר החיות בגן הוא 12, והיונקים מהווים $\frac{1}{3}$ מהם, אזי יש 4 יונקים $\left(\frac{1}{3}\cdot 12=\right)$.

נתון כי $\frac{1}{4}$ מהיונקים שבגן החיות הם אוכלי בשר, ומכאן שאם יש 4 יונקים, הרי שרק 1 מהם הוא אוכל בשר $\left(\frac{1}{4}\cdot 4=\right)$, וכל השאר **אינם** אוכלי בשר, כלומר יש 3 יונקים ש**אינם** אוכלי בשר.

מצאנו כי היונקים שאינם אוכלי בשר מהווים $\frac{1}{4}$ משוכני גן החיות $\left(\frac{3}{12}=\right)$

<u>דרך ב'</u>: פתרון אלגברי

מכיוון שאין בשאלה נתון מספרי לגבי מספר שוכני גן החיות, נסמן מספר זה ב-x.
נתון כי $\frac{1}{3}$ משוכני גן חיות מסוים הם יונקים, ומכאן שהיונקים הם $\frac{1}{3}x$.

נתון כי $\frac{1}{4}$ מהיונקים שבגן החיות הם אוכלי בשר, ומכאן שהיונקים אוכלי הבשר הם $\frac{1}{12}x$
$\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}x=\right)$. נתבקשנו למצוא איזה חלק מהווים היונקים ש**אינם** אוכלי בשר.

מצאנו כי היונקים הם $\frac{1}{3}x$, והיונקים אוכלי הבשר הם $\frac{1}{12}x$, ומכאן שהיונקים שאינם אוכלי בשר הם $\frac{1}{4}x$ $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}x=\frac{4x-x}{12}=\frac{3x}{12}=\right)$.

תשובה (4).

---

11. **השאלה**: $\frac{6^4-6^3}{5}=?$

פתרון: פישוט אלגברי
ממבט בתשובות ניתן להבין כי יש לצמצם בין המונה למכנה. על מנת ליצור מכפלה במונה, נוציא כגורם משותף 6^3 משני המחוברים שבמונה, ונקבל: $\frac{6^4-6^3}{5} \Leftarrow \frac{6^3\cdot(6-1)}{5} \Leftarrow \frac{6^3\cdot 5}{5}$.

נחלק את המונה והמכנה ב-5, ונקבל: $\frac{6^3\cdot \cancel{5}^1}{{}_1\cancel{5}} \Leftarrow 6^3$.

תשובה (3).

---

12. **השאלה**: בנק "ממון" מספק ללקוחותיו סיסמה בת 6 תווים (לאו דווקא שונים זה מזה).
4 התווים הראשונים הם אותיות לועזיות, התו החמישי הוא אות לועזית או ספרה בין 0 ל-9, וכך גם התו השישי.
הערה: מספר האותיות הלועזיות הוא 26.
כמה סיסמאות שונות זו מזו הבנק יכול לספק?

פתרון: נבדוק מה מספר האפשרויות הקיימות לכל אחד מ-6 התווים שבסיסמה. מספר הסיסמאות השונות הוא מכפלת מספר האפשרויות השונות הקיימות לכל אחד מ-6 התווים.
לפי הנתון ארבעת התווים הראשונים מורכבים מאותיות לועזיות. מכיוון שיש 26 אותיות לועזיות שונות, ולפי נתוני השאלה ניתן לחזור על אותה אות פעמיים, הרי שלכל אחד מהתווים הללו יש 26 אפשרויות.
על פי הנתון שני התווים האחרונים מורכבים מאותיות לועזיות או ספרה בין 0 ל-9, ולכן יש 36 אפשרויות שונות לכל אחד מהתווים השונים $(=26+10)$.
כאמור, מספר הסיסמאות השונות שיכול הבנק לספק שווה למכפלת מספר האפשרויות השונות הקיימות לכל אחד מהתווים, ומכאן שהוא שווה ל- $26^4\cdot 36^2$ $(=26\cdot 26\cdot 26\cdot 26\cdot 36\cdot 36)$

תשובה (1).

---

13. **השאלה**: a ו-b הם שני מספרים שלמים וחיוביים.

a הוא מספר זוגי, ו-b מתחלק ב-6 ללא שארית.

באיזה מהמספרים הבאים $\frac{a^2b}{4}$ מתחלק בהכרח ללא שארית?

פתרון: <u>דרך א'</u>: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שבשאלה לא נתון ערכם המספרי של a ו-b, נציב מספרים נוחים המקיימים את הנתונים.
נתון כי a הוא מספר זוגי, ולכן נציב כי a שווה ל-2.
נתון כי b מתחלק ב-6 ללא שארית, ולכן נציב כי b שווה ל-6.

כעת נציב ערכים אלו בביטוי שלגביו נשאלנו, ונקבל כי ערך הביטוי הוא 6 $\left(=\frac{a^2b}{4}=\frac{2^2\cdot 6}{4}\right)$.

נשאלנו באיזה מהמספרים שבתשובות מתחלק הביטוי בהכרח ללא שארית. לפי הצבת המספרים מצאנו שערכו יכול להיות שווה ל-6. נציב את הערכים של a ו-b בתשובות, ונבדוק אלו תשובות נפסלות:

<u>תשובה (1)</u>: $3a$. נציב כי a שווה ל-2, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 6 $(=3a=3\cdot 2)$.
האם המספר 6 (ערכו של הביטוי) מתחלק ללא שארית ב-6 (ערכה של התשובה)? מכיוון שהתשובה חיובית, הרי שלא ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u>: $2b$. נציב כי b שווה ל-6, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 12 $(=2b=2\cdot 6)$.
האם המספר 6 (ערכו של הביטוי) מתחלק ללא שארית ב-12 (ערכה של התשובה)? מכיוון שהתשובה שלילית, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{ab}{3}$. נציב כי a שווה ל-2, ו-b שווה ל-6, ונקבל כי ערכה של התשובה הוא 4 $\left(=\frac{ab}{3}=\frac{2\cdot 6}{3}\right)$. האם המספר 6 (ערכו של הביטוי) מתחלק ללא שארית ב-4 (ערכה של התשובה)? מכיוון שהתשובה לשאלה זו היא שלילית, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: 4. האם המספר 6 (ערכו של הביטוי) מתחלק ללא שארית ב-4 (ערכה של התשובה)? מכיוון שהתשובה לשאלה זו היא שלילית, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע שהתשובה הנכונה היא (1).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי a הוא מספר זוגי, ומכאן שהוא כפולה שלמה של 2, ולכן אם x הוא מספר שלם, הרי ש- $a = 2x$.
נתון כי b מתחלק ב-6 ללא שארית, ומכאן שאם y הוא מספר שלם, הרי ש- $b = 6y$.

נשאלנו לגבי הביטוי $\frac{a^2b}{4}$. נציב בביטוי את הביטויים המייצגים את a ו-b, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $6x^2y$ $\left(\frac{a^2b}{4} = \frac{(2x)^2 \cdot 6y}{4} = \frac{{}^{1}\cancel{4}x^2 \cdot 6y}{\cancel{4}_1} = \right)$, כאשר x ו-y מייצגים, כאמור, מספרים שלמים.

כעת נעבור על התשובות, ונבדוק באיזו מהם מתחלק בהכרח הביטוי $6x^2y$, אשר מכיל את מכפלת המספרים השלמים 2 ו-3 ב- x^2 וב-y, אשר אנו יודעים אך ורק שהם מספרים שלמים, אך איננו יודעים את ערכם:

<u>תשובה (1)</u>: 3a. אם $a = 2x$, הרי שהביטוי בתשובה זו שווה ל-6x $(3a = 3 \cdot 2x =)$.
הביטוי $6x^2y$ בהכרח מתחלק ב-6x, כיוון שכל הגורמים שבמכנה – 6 ו-x, נמצאים גם במונה – $6x^2y$. זו התשובה הנכונה.

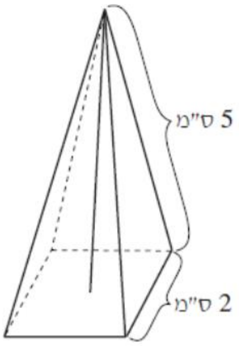
<u>תשובה (2)</u>: 2b. אם $b = 6y$, הרי שהביטוי בתשובה זו שווה ל-12y $(2b = 2 \cdot 6y =)$.
הביטוי $6x^2y$ אינו מתחלק בהכרח ב-12y, כיוון שהמכנה שערכו הוא 12y אינו מוכל כולו במונה שערכו הוא $6x^2y$:
ניתן לבטא את המכנה 12y גם כמכפלה של הגורמים 2, 6 ו- y $(2 \cdot 6 \cdot y =)$.
הגורמים 6 ו- y נמצאים גם בביטוי שבמונה - $6x^2y$ וגם בביטוי שבמכנה - 12y, ולכן ניתן לצמצם אותם, אולם נותר 2 כגורם הנמצא במכנה בלבד, ושלא ניתן לצמצם אותו.
מאחר ואיננו יודעים האם הגורם 2 שנותר במכנה נמצא גם במונה שלאחר הצמצום – x^2 , הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{ab}{3}$. אם $b = 6y$ ו- $a = 2x$, הרי שהביטוי בתשובה זו שווה ל-4xy $\left(\frac{ab}{3} = \frac{2x \cdot 6y}{3} =\right)$.
הביטוי $6x^2y$ אינו מתחלק בהכרח ב-4xy, כיוון שהמכנה שערכו הוא 4xy אינו מוכל כולו במונה שערכו הוא $6x^2y$:
ניתן לבטא את המכנה 4xy גם כמכפלה של הגורמים 2, 2, x ו- y $(2 \cdot 2 \cdot x \cdot y =)$.
הגורמים 2, x ו- y נמצאים גם בביטוי שבמונה- $6x^2y$, וגם בביטוי שבמכנה - 4xy, ולכן ניתן לצמצם אותם, אולם נותר 2 כגורם שנותר במכנה בלבד, ושלא ניתן לצמצם אותו.
מאחר ואיננו יודעים האם הגורם 2 שנותר במכנה נמצא גם במונה שלאחר הצמצום – 3x, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: 4. הביטוי $6x^2y$ אינו מתחלק בהכרח ב-4, כיוון שהמכנה שערכו הוא 4 אינו מוכל כולו במונה שערכו הוא $6x^2y$:
ניתן לבטא את המכנה 4 גם כמכפלה של הגורמים 2 ו- 2.
הגורם 2 הראשון נמצא גם בביטוי שבמונה $6x^2y$ וגם בביטוי שבמכנה 4, ולכן ניתן לצמצם אותם; אולם הגורם הנוסף 2 שנותר נמצא במכנה בלבד, ולא ניתן לצמצם אותו.
מאחר ואיננו יודעים האם הגורם 2 שנותר במכנה נמצא גם במונה שלאחר הצמצום, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (1).

14. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת. בסיסה הוא ריבוע, ופאותיה הן משולשים שווי-שוקיים חופפים.



על פי נתונים אלו והנתונים שבסרטוט,
מה גובה הפירמידה (בס"מ)?

פתרון: על מנת למצוא את אורכו של קו ישר כלשהו, נבדוק האם קיים משולש ישר-זווית אשר הקו המבוקש הוא אחת מצלעותיו.
נעביר את שני האלכסונים בבסיס הפירמידה, אשר הוא כאמור ריבוע.
משיקולי סימטריה גובה הפירמידה נמצא בדיוק המרכז הבסיס, ומחובר כעת בקו ישר לכל אחד מקודקודי הבסיס. נתבונן על משולש ישר זווית אשר ניצביו הם גובה הפירמידה ומחצית אלכסון הבסיס, והיתר שלו הוא צלע המשולש שווה-השוקיים המהווים את פאות הפירמידה.
אורכה של כל אחת מצלעותיו של המשולש שווה-השוקיים הוא 5 ס"מ.
אורך כל אחת מצלעות הריבוע המהווה את בסיס הפירמידה הוא 2 ס"מ. אורכו של אלכסון הריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מצלע הריבוע, ומכאן שאורך האלכסון שווה ל- $2\sqrt{2}$. מחצית האלכסון שווה ל- $\sqrt{2}$ $\left(=\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)$.

כעת נשתמש במשפט פיתגורס על מנת לבנות משוואה, אשר ממנה נחלץ את גובה הפירמידה:
$$\left(\sqrt{2}\right)^2 + h^2 = 5^2 \Leftarrow 2 + h^2 = 25$$
נחסר 2 משני האגפים, ונקבל: $h^2 = 23 \Leftarrow h = \sqrt{23}$

תשובה (3).

---

15. **השאלה**: ידוע שלטיול יצאו **מחצית** מתלמידי הכיתה: 70% מהבנות בכיתה ו-40% מהבנים בכיתה.

אם בכיתה יש 10 בנות, כמה בנים יש בכיתה?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

נתון כי בכיתה יש 10 בנות, וכי 70% מהן יצאו לטיול. כלומר, יש 7 בנות אשר יצאו לטיול (10% מ-10 הם 1, ומכאן ש-70%, שהם מספר הגדול פי 7, שווים ל-7).
נתון כי 40% מהבנים יצאו לטיול, ולכן עלינו קודם כל לבדוק ממי מהתשובות 40% מהווה מספר שלם.
מכיוון ש-40% מ-17 ומ-6 אינם מספר שלם, הרי שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4), ולבדוק רק את תשובות (1) ו-(3).

<u>תשובה (1)</u>: 20. נתון כי לטיול יצאו 40% מהבנים. אם מספר הבנים הוא 20, הרי ש-10% מהם שווים ל-2 ו-40% (שהם מספר הגדול פי 4), שווים ל-4 פעמים 2, כלומר ל-8.
כעת נסכם: אם יש בכיתה 10 בנות ו-20 בנים, הרי שמספר התלמידים הכולל הוא 30 $\left(=10+20\right)$. מחצית מ-30 הם 15 $\left(30\cdot\frac{1}{2}=\right)$, ומכאן שאם יצאו לטיול 7 בנות ו-8 בנים, שהם 15 תלמידים $\left(=8+7\right)$, הרי שהתשובה מקיימת את נתוני השאלה, ולכן זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: בניית משוואה

עלינו למצוא את מספר הבנים בכיתה, ולכן נסמן מספר זה ב-x.
נתון כי בכיתה יש 10 בנות, וכי 70% מהן יצאו לטיול. כלומר, יש 7 בנות אשר יצאו לטיול (10% מ-10 הם 1, ומכאן ש-70%, שהם מספר הגדול פי 7, שווים ל-7).
40% מהבנים יצאו לטיול, מכיוון שסימנו את הבנים ב-x, הרי שמספר הבנים שיצאו לטיול הוא: $40\% \cdot x$.
מכיוון שידוע כי לטיול יצאו **מחצית** מתלמידי הכיתה. מחצית מ(מספר הבנות + מספר הבנים) הם: $\frac{1}{2}\cdot(x+10)$.

כעת נבנה משוואה שתתאר את נתוני השאלה: $\frac{1}{2}(x+10)=7+40\%\cdot x$

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x+10=14+80\%\cdot x$

נחסר 80%x ו-10 משני האגפים, ונקבל: $20\%x=4 \Leftarrow \frac{1}{5}x=4$

נכפול ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $x=20$

תשובה (1).

---

16. **השאלה**: נתון: $x\cdot y<x\cdot z$

$y<0$

איזו מן הטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: $x<0$ וגם $0<z$. נתון כי $y<0$. אם $x<0$, הרי שהביטוי $x\cdot y$ בצד שמאל של אי-השוויון הנתון הוא מכפלת שני מספרים שליליים ולכן הוא בהכרח חיובי.
נתון כי $0<z$. אם $x<0$, הרי שהביטוי $x\cdot z$ בצד ימין של אי-השוויון הוא מכפלת מספר שלילי במספר חיובי, ומכאן שהוא בהכרח ביטוי שלילי.
מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שבו אגף ימין הוא שלילי, ואגף שמאל הקטן ממנו הוא מספר חיובי, הרי שאי-השוויון שקיבלנו בהכרח אינו נכון.

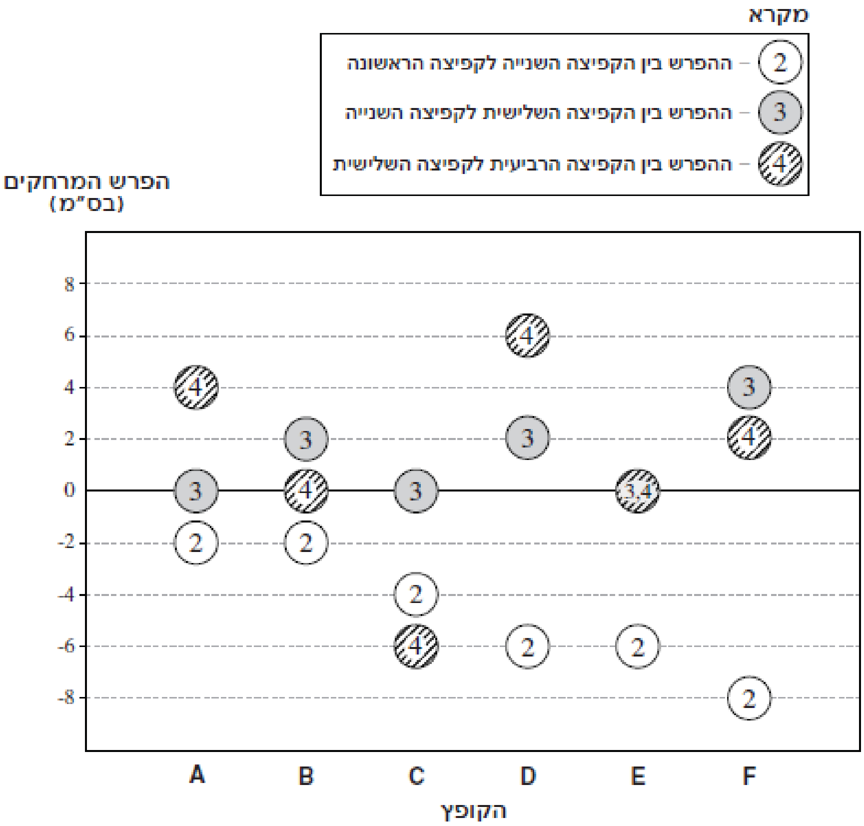
תשובה (1).

הסקה מתרשים (שאלות 17-20)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

התרשים נוגע להישגיהם של 6 קופצים לרוחק, באימון שבו קפץ כל אחד מהם 4 קפיצות.
הציר האופקי מייצג את הקופצים השונים (המסומנים באותיות **A-F**), והציר האנכי מייצג את הפרש המרחקים בין כל שתי קפיצות עוקבות של כל אחד מהקופצים (ראו מקרא).

לדוגמה: קפיצתו השנייה של קופץ **A** הייתה קצרה ב-2 ס"מ מקפיצתו הראשונה.



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות

.17 **השאלה**: הירידה הגדולה ביותר בין מרחק קפיצה אחת למרחק הקפיצה שאחריה היא של קופץ –

פתרון: מכיוון שכל נקודה בתרשים מייצגת את ההפרש בין כל שתי קפיצות עוקבות של כל אחד מהקופצים, הרי שעל מנת למצוא את הירידה הגדולה ביותר של קופץ בין שתי קפיצות עוקבות, עלינו לחפש ויזואלית את הנקודה הנמוכה ביותר בתרשים. נקודה זו נמצאת אצל קופץ F והיא מייצגת ירידה של 8 ס"מ בין הקפיצה השנייה לקפיצה הראשונה.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: בקפיצה השנייה קפצו קופץ B וקופץ C למרחק שווה.

מי מהם קפץ למרחק גדול יותר בקפיצה הרביעית?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית
מכיוון שאין נתון מספרי לגבי המרחק שקפצו שני הקופצים, נציב מספר נוח, למשל כי כל אחד מהם קפץ בקפיצה השנייה למרחק של 10 ס״מ, ונבדוק, באמצעות נתוני התרשים, מה המרחק אליו קפץ כל אחד מהם בקפיצה הרביעית.
קופץ B: לפי נתוני התרשים קפץ קופץ B בקפיצה השלישית למרחק הגדול ב-2 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השנייה, ומכאן שאם קופץ B קפץ בקפיצה השנייה למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה השלישית קפץ למרחק של 12 ס״מ $(=2+10)$.

לפי התרשים, בקפיצה הרביעית קפץ קופץ B למרחק הזהה למרחק אליו קפץ בקפיצה השלישית, ומכאן שאם קופץ B קפץ בקפיצה השלישית למרחק של 12 ס״מ, הרי שגם בקפיצה הרביעית קפץ קופץ B למרחק של 12 ס״מ.

קופץ C: לפי התרשים קפץ קופץ C בקפיצה השלישית למרחק זהה למרחק אליו קפץ בקפיצה השלישית, ומכאן שאם קופץ C קפץ בקפיצה השנייה למרחק של 10 ס״מ, הרי שגם בקפיצה השלישית קפץ קופץ C למרחק של 10 ס״מ
בקפיצה הרביעית קפץ קופץ C למרחק הקטן ב-6 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השלישית, ומכאן שאם קופץ C קפץ בקפיצה השלישית למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה הרביעית קפץ קופץ C למרחק של 4 ס״מ $(=10-6)$.

מצאנו כי אם קופץ B ו-C קפצו למרחק שווה בקפיצה השנייה, הרי שקופץ B קפץ למרחק גדול יותר בקפיצה הרביעית.

תשובה (2).

---

19. **השאלה**: כמה מהקופצים קפצו (לפחות פעם אחת) למרחק זהה בשתי קפיצות רצופות?

פתרון: התרשים מתאר את ההפרש בין כל שתי קפיצות עוקבות של כל אחד מהקופצים A-F.
כאשר המרחק בשתי קפיצות רצופות זהה, יתואר הפרש המרחקים בין שתי הקפיצות תרשים כשווה ל-0, ומכאן שעלינו למצוא את מספר הקופצים שההפרש בין שתי קפיצות עוקבות כלשהן שלהם שווה ל-0.
קופצים אלו על פי התרשים הם: קופץ A, קופץ B, קופץ C וקופץ E. בסך הכול 4 קופצים.

תשובה (4).

---

20. **השאלה**: כמה מהקופצים **לא** קפצו במהלך האימון למרחק העולה על זה של קפיצתם הראשונה?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים נניח שכל הקופצים קפצו בקפיצתם הראשונה למרחק של 10 ס״מ, ונבדוק כמה מהם לא הצליחו לקפוץ למרחק הגדול מ-10 ס״מ באף אחת מקפיצותיהם.

<u>קופץ A</u>: הפרש המרחקים בין הקפיצה הראשונה לקפיצה השנייה של קופץ A הוא 2- ס״מ, ומכאן שאם בקפיצה הראשונה קופץ A קפץ למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה השנייה קפץ למרחק של 8 ס״מ $(=10-2)$. הפרש המרחקים בין הקפיצה השנייה לקפיצה השלישית הוא 0 ס״מ, ומכאן שגם בקפיצה השלישית קופץ A קפץ למרחק של 8 ס״מ. הפרש המרחקים בין הקפיצה השלישית לרביעית הוא 4 ס״מ, ומכאן שאם בקפיצה השלישית קופץ A קפץ למרחק של 8 ס״מ, הרי שבקפיצה הרביעית הוא קפץ למרחק של 12 ס״מ $(=4+8)$. מצאנו כי קופץ A קפץ באחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

<u>קופץ B</u>: הפרש המרחקים בין הקפיצה השנייה לקפיצה הראשונה של קופץ B הוא 2- ס״מ, ומכאן שאם בקפיצה הראשונה קופץ B קפץ למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה השנייה הוא קפץ למרחק של 8 ס״מ $(=10-2)$. בקפיצה השלישית קפץ קופץ B למרחק הגדול ב-2 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השנייה, ומכאן שבקפיצה השלישית קפץ למרחק של 10 ס״מ $(=2+8)$. בקפיצה הרביעית קפץ קופץ B למרחק הזהה למרחק אליו קפץ בקפיצה השלישית, ומכאן שגם בקפיצה השלישית קפץ למרחק של 10 ס״מ. מצאנו כי קופץ B **לא** קפץ באף אחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

<u>קופץ C</u>: לפי התרשים בכל הקפיצות קפץ קופץ C למרחק השווה או הקטן מהמרחק אליו קפץ בקפיצה הקודמת, ולכן בהכרח קופץ C **לא** קפץ באף אחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

<u>קופץ D</u>: הפרש המרחקים בין הקפיצה השנייה לקפיצה הראשונה של קופץ D הוא 6- ס״מ, ומכאן שאם בקפיצה הראשונה קופץ D קפץ למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה השנייה הוא קפץ למרחק של 4 ס״מ $(=10-6)$. בקפיצה השלישית קפץ קופץ D למרחק הגדול ב-2 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השנייה, ומכאן שבקפיצה השלישית קפץ למרחק של 6 ס״מ $(=2+4)$. בקפיצה הרביעית קפץ קופץ D למרחק הגדול ב-6 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השלישית, ומכאן שבקפיצה הרביעית קפץ למרחק של 12 ס״מ $(=6+6)$. מצאנו כי קופץ D קפץ באחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

<u>קופץ E</u>: לפי התרשים קופץ E קפץ בכל הקפיצות למרחק השווה או הקטן מהמרחק אליו קפץ בקפיצה הקודמת, ולכן בהכרח קופץ E **לא** קפץ באף אחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

<u>קופץ F</u>: הפרש המרחקים בין הקפיצה השנייה לראשונה של קופץ F הוא 8- ס״מ, ומכאן שאם בקפיצה הראשונה קופץ D קפץ למרחק של 10 ס״מ, הרי שבקפיצה השנייה הוא קפץ למרחק של 2 ס״מ $(=10-8)$.

בקפיצה השלישית קפץ קופץ F למרחק הגדול ב-4 ס״מ מהמרחק אליו קפץ בקפיצה השנייה, ומכאן שבקפיצה השלישית קפץ למרחק של 6 ס״מ $(=4+2)$.

בקפיצה הרביעית קפץ קופץ F למרחק הגדול ב-2 ס״מ מהמרחק של הקפיצה השלישית, ומכאן שבקפיצה הרביעית קפץ למרחק של 8 ס״מ $(=2+6)$.

מצאנו כי קופץ F **לא** קפץ באחת מקפיצותיו למרחק העולה על המרחק אליו קפץ בקפיצה הראשונה.

בסך הכול יש 4 קופצים שלא קפצו באף אחת מהקפיצות למרחק העולה על המרחק שקפץ בקפיצה הראשונה: קופץ B, C, E ו-F.

תשובה (4).