

**מפתח תשובות נכונות**

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| שאלה  | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| תשובה | (4) | (2) | (2) | (3) | (2) | (2) | (4) | (3) | (2) | (1) |

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| שאלה  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |
| תשובה | (1) | (3) | (3) | (3) | (2) | (2) | (3) | (2) | (3) | (2) |

|       |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| שאלה  | 21  | 22  | 23  |
| תשובה | (4) | (3) | (2) |

**הסברים**

1. השאלה: נתונים שלושה מספרים חיוביים  $x, y$  ו- $z$ .

איזה מהביטויים הבאים שווה לביטוי  $(z - x)$  ?

**פתרון: דרך א'** פשוט אלגברי של התשובות המוצעות

נעבור על התשובות המוצעות, ונפשט כל אחת מהן עד שנמצא מי מהן שווה ל- $(z - x)$ .

**תשובה (1):**  $(x + y) - (y - z)$ . כאשר נפשט את התשובה על ידי פתיחת הסוגריים, נקבל:

$$x + z \Leftrightarrow x + y - y + z$$

זה אינו הערך שנתבקשנו למצוא, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (2):**  $(x + y) + (x - z)$ . כאשר נפשט את התשובה על ידי פתיחת הסוגריים, נקבל:

$$2x + y - z \Leftrightarrow x + y + x - z$$

התשובה.

**תשובה (3):**  $(y - x) + (x - z)$ . כאשר נפשט את התשובה על ידי פתיחת הסוגריים, נקבל:

$$y - z \Leftrightarrow y - x + x - z$$

זה אינו הערך שנתבקשנו למצוא, ולכן ניתן לפסול את התשובה

**תשובה (4):**  $(y - x) - (y - z)$ . כאשר נפשט את התשובה על ידי פתיחת הסוגריים, נקבל:

$$z - x \Leftrightarrow -x + z \Leftrightarrow y - x - y + z$$

זה הערך שנתבקשנו למצוא, ולכן זו התשובה הנכונה.

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 1$ ;  $y = 2$  ו- $z = 3$ . ערכו המספרי של הביטוי  $(z - x)$  שווה ל- $2 (= 3 - 1)$ . מעבור

על התשובות המוצעות, ונפסול כל תשובה שערכה שונה מ-2:

**תשובה (1):**  $(x + y) - (y - z)$ . כאשר נציב את הערכים המספריים בביטוי, נקבל כי ערכה של תשובה זו

$$4 = [(x + y) - (y - z)] = (1 + 2) - (2 - 3) = 3 - (-1) = 4$$

הוא 4, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (2):**  $(x + y) + (x - z)$ . כאשר נציב את הערכים המספריים בביטוי, נקבל כי ערכה של תשובה

$$1 = [(x + y) + (x - z)] = (1 + 2) + (1 - 3) = 3 + (-2) = 1$$

זו היא 1, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (3):**  $(y - x) + (x - z)$ . כאשר נציב את הערכים המספריים בביטוי, נקבל כי ערכה של תשובה זו

$$(-1) = [(y - x) + (x - z)] = (2 - 1) + (1 - 3) = 1 + (-2) = -1$$

הוא (-1), התשובה נפסלת.

**תשובה (4):**  $(y - x) - (y - z)$ . כאשר נציב את הערכים המספריים בביטוי, נקבל כי ערכה של תשובה זו

$$2 = [(y - x) - (y - z)] = (2 - 1) - (2 - 3) = 1 - (-1) = 2$$

הוא 2, מכיוון שמצאנו כי זו התשובה היחידה אשר ערכה המספרי שווה לערכו של הביטוי, הרי שזו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

2. השאלה:  $\frac{(x+2)^2}{2x^2+8x+8} = ?$  ;  $(x \neq -2)$

**פתרון: דרך א'** פישוט אלגברי

על מנת לצמצם את הביטוי שבמונה עם הביטוי שבמכנה, נוציא גורם משותף מהמחזורים שבמכנה,

ונקבל:  $\frac{(x+2)^2}{2(x^2+4x+4)}$

כעת, ניתן להמיר את הביטוי שבסוגריים שבמכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה ל- $(x+2)^2$  או לפשט את הביטוי שבמונה, על מנת לראות כי ישנם ביטויים זהים במונה ובמכנה. נחלק את

המונה והמכנה בביטויים זהים, ונקבל:  $\frac{(x+2)^2}{2(x^2+4x+4)} \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2}{2(x+2)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}$

**דרך ב'**: הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי  $x = 1$ , ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא  $\frac{1}{2}$

$$\left[ \frac{(x+2)^2}{2x^2+8x+8} = \frac{(1+2)^2}{2 \cdot 1^2+8 \cdot 1+8} = \frac{3^2}{2+8+8} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \right]$$

מכיוון שערכו של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{1}{2}$ , ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי תשובה (2) היא

התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**

3. השאלה: לכל מספר שלם  $x$  הוגדרה הפעולה  $\$(x) = x \cdot (x - 3)$  כך:

$\$(18) - \$(15) = ?$

**פתרון:** נפשט את שני חלקי הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה- $\$$ :

$\$(18) = 18 \cdot (18 - 3) = 18 \cdot 15$

$\$(15) = 15 \cdot (15 - 3) = 15 \cdot 12$

נפשט את הביטוי שקיבלנו, ונמצא כי  $\$(18) - \$(15) \Leftrightarrow 18 \cdot 15 - 15 \cdot 12$ .

נוציא גורם משותף 15 ונקבל:  $15 \cdot (18 - 12) = 15 \cdot 6$ .

כעת ניתן לחשב את התוצאה או למצוא כי התשובה היא 90 באמצעות הערכת סדר גודל וספרת האחדות.

**תשובה (2).**

4. השאלה:  $2 - \frac{x-4}{3} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

באמצעות יצירת מכנה משותף נחבר את שני הביטויים, ונקבל:  $2 - \frac{x-4}{3} \Leftrightarrow \frac{6}{3} - \frac{x-4}{3}$

$\frac{10-x}{3} \Leftrightarrow \frac{6-x+4}{3} \Leftrightarrow \frac{6-(x-4)}{3}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 1$ , ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 3  $\left(2 - \frac{x-4}{3} = 2 - \frac{1-4}{3} = 2 - \frac{-3}{3} = 2 - (-1) = 3\right)$

כעת נחשב ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(4) שונה מ-3, ומכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

5. השאלה:  $(x-1)^2 + (x-1) = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי באמצעות פתיחת סוגריים

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים, ונקבל:  $x^2 - x \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x + x - 1$

כעת נוציא גורם משותף x, ונקבל:  $x \cdot (x-1) \Leftrightarrow x^2 - x$

דרך ב': פישוט אלגברי בהוצאת גורם משותף

נוציא גורם משותף  $(x-1)$  משני המחוברים, ונקבל:  $(x-1)[(x-1)+1] \Leftrightarrow (x-1)^2 + (x-1)$

$\Leftrightarrow (x-1) \cdot x$

דרך ג': הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 2$ , ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 2  $\left[(x-1)^2 + (x-1) = (2-1)^2 + (2-1) = 1^2 + 1 = 2\right]$

כעת נחשב ונמצא כי ערכן של (1), (3) ו-(4) שונה מ-2, ומכאן שתשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

6. השאלה: עבור כל מספר שלם x, הוגדרה הפעולה  $\$(x)$  כך:

אם x זוגי,  $\$(x) = x + 2$

אם x אי-זוגי  $\$(x) = \frac{x-1}{2}$

$\frac{\$(44)}{\$(31)+\$(17)} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי באמצעות הגדרת הפעולה

נפשט את הביטוי באמצעות הגדרת הפעולה \$.

מכיוון ש-44 הוא מספר זוגי, הרי ש- $\$(44) = 44 + 2 = 46$  שווה ל-46.

מכיוון ש-31 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(31) = \frac{31-1}{2} = \frac{30}{2} = 15$  שווה ל-15.

מכיוון ש-17 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(17) = \frac{17-1}{2} = \frac{16}{2} = 8$  שווה ל-8.

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונמצא כי ערכו שווה ל-2  $\left[\frac{\$(44)}{\$(31)+\$(17)} = \frac{46}{15+8} = \frac{46}{23} = 2\right]$

תשובה (2).

7. **השאלה:** עבור כל שני מספרים  $a$  ו- $b$ , הוגדרה הפעולה \$ כך:  $a\$b = (a + b) \cdot a^2$

$$4\$6 - 3\$7 = ?$$

**פתרון:** נפשט את שני חלקי הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה-\$:

$$4\$6 = (4 + 6) \cdot 4^2 = 10 \cdot 16 = 160$$

$$3\$7 = (3 + 7) \cdot 3^2 = 10 \cdot 9 = 90$$

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונמצא כי ערכו שווה ל-70 ( $4\$6 - 3\$7 = 160 - 90 = 70$ )

**תשובה (4).**

8. **השאלה:**  $(19 + 4) \cdot (20 - 3) = ?$

**פתרון:** דרך א': חישוב

אם נפשט את התרגיל, נקבל:  $23 \cdot 17$ .

ניתן להציג תרגיל זה גם באופן הבא:  $(20 + 3) \cdot 17$

כעת נפשט את התרגיל באמצעות שימוש בחוק הפילוג:  $(20 + 3) \cdot 17 \Leftrightarrow 20 \cdot 17 + 3 \cdot 17$

כעת נותר רק לחשב את התרגיל באופן מסודר:  $2 \cdot 10 \cdot 17 + 3 \cdot 17 \Leftrightarrow 2 \cdot 170 + 51 \Leftrightarrow 340 + 51 = 391$ .

דרך ב': נוסחאות הכפל המקוצר

את התרגיל שלפנינו שהוא  $23 \cdot 17$  ניתן גם להציג בצורה של  $(20 + 3) \cdot (20 - 3)$  שהוא תרגיל אשר ניתן

לפשטו באמצעות שימוש בנוסחת הכפל המקוצר השלישית  $[(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2]$  לתרגיל  $20^2 - 3^2$ .

הביטוי  $20^2$  שווה ל-400 ( $20^2 = 20 \cdot 20$ ) והביטוי  $3^2$  שווה ל-9.

מצאנו אם כן שהביטוי  $20^2 - 3^2$  שווה ל- (400 - 9), כלומר ל-391.

**תשובה (3).**

9. **השאלה:**  $\frac{5a^2b - 10ab^2}{20ab^2 - 10a^2b} = ?$  ;  $b \neq \frac{a}{2}$

**פתרון:** דרך א': פישוט אלגברי

על מנת לצמצם את הביטוי נוציא מהמונה והמכנה גורם משותף, ונקבל:

$$\frac{5ab \cdot (a - 2b)}{10ab \cdot (2b - a)} \Leftrightarrow \frac{5a^2b - 10ab^2}{20ab^2 - 10a^2b}$$

נחלק את המונה והמכנה ב- $5ab$ , ונקבל:  $\frac{(a - 2b)}{2 \cdot (2b - a)}$

הביטוי  $\frac{a - 2b}{2b - a}$  שווה ל-(-1), ומכאן שהביטוי שקיבלנו שווה ל- $-\frac{1}{2}$

$$\left( \frac{(a - 2b)}{2 \cdot (2b - a)} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{a - 2b}{2b - a} \right) = \frac{1}{2} \cdot (-1) = \right)$$

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נציב כי  $a = 1$  ו- $b = 2$ , ונקבל כי ערך הביטוי הוא  $-\frac{1}{2}$

$$\left( \frac{5a^2b - 10ab^2}{20ab^2 - 10a^2b} = \frac{5 \cdot 1^2 \cdot 2 - 10 \cdot 1 \cdot 2^2}{20 \cdot 1 \cdot 2^2 - 10 \cdot 1^2 \cdot 2} = \frac{10 - 40}{20 \cdot 4 - 20} = \frac{-30}{60} = -\frac{1}{2} \right)$$

כעת נחשב ונמצא כי ערך של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$ , ומכאן שהן נפסלות.

**תשובה (2).**

**10. השאלה:**  $(3x - 4)(y - 2) - (4 - 3x)(2 - y) = ?$

**פתרון:** פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים, ונקבל:

$$\Leftrightarrow 3xy - 6x - 4y + 8 - (8 - 4y - 6x + 3xy) \Leftrightarrow (3x - 4)(y - 2) - (4 - 3x)(2 - y)$$

$$.0 \Leftrightarrow 3xy - 6x - 4y + 8 - 8 + 4y + 6x - 3xy$$

**תשובה (1).**

**11. השאלה:**  $(2a + 5b)(5b - 2a) = ?$

**פתרון: דרך א':** פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים, ונקבל:

$$25b^2 - 4a^2 \Leftrightarrow 10ab - 4a^2 + 25b^2 - 10ab \Leftrightarrow (2a + 5b)(5b - 2a)$$

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נציב כי  $a = 1$  ו- $b = 2$ , ונקבל כי ערך הביטוי הוא 96

$$[(2a + 5b)(5b - 2a) = (2 \cdot 1 + 5 \cdot 2)(5 \cdot 2 - 2 \cdot 1) = (2 + 10)(10 - 2) = 12 \cdot 8 = 96]$$

כעת נחשב ונמצא כי ערכי תשובות (2), (3) ו-(4) שונה מ-96, ומכאן שהן נפסלות.

**תשובה (1).**

**12. השאלה:**  $\frac{(46,798)^2 - 4}{23,400} = ?$

**פתרון:** נוסחאות הכפל המקוצר

מכיוון שמדובר במספרים גדולים במיוחד, ברור שאיננו אמורים לחשב את ערכו של המונה אלא לנסות לפשט את הביטוי שנמצא בו בדרך כלשהי שתאפשר לצמצם אותו עם המונה.

ראשית, נציג את המונה בדרך הבאה:  $(46,798)^2 - 2^2$ , באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית ניתן לפשט את המונה הביטוי לצורה של המכפלה הבאה:  $(46,798 - 2)(46,798 + 2)$  אשר שווה ל- $46,796 \cdot 46,800$ . שווה ל- $2 \cdot 23,400$ , ולכן ניתן לצמצם את מונה ומכנה השבר ב-23,400,

$$\left( \frac{46,796 \cdot 46,800}{23,400} = 46,796 \cdot 2 \right)$$

בשלב זה מומלץ להביט בתשובות. באמצעות כלל הספרה האחרונה, ניתן לקבוע כי ספרת האחדות היא 2, וכי התשובה בהכרח גדולה מ-90,000 ולכן ניתן לקבוע (ללא חישוב מדויק) כי התשובה הנכונה היא בהכרח תשובה (3), אשר לפיה ערך הביטוי הוא 93,592.

**תשובה (3).**

13. השאלה:  $\frac{9-(1-x)^2}{4-x} = ?$  (  $x \neq 4$  )

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נציב  $x = 1$  ונמצא כי ערך הביטוי המבוקש הוא 3  $\left( \frac{9-(1-x)^2}{4-x} = \frac{9-(1-1)^2}{4-1} = \frac{9-0^2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \right)$

כעת נציב  $x = 1$  בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1) ו-(4) שונה מ-3, ולכן ניתן לפסול אותן. מכיוון שפסלנו 02 תשובות, הרי שעלינו לבצע הצבה נוספת, נציב למשל  $x = 2$ , ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4  $\left( \frac{9-(1-x)^2}{4-x} = \frac{9-(1-2)^2}{4-2} = \frac{9-(-1)^2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \right)$ . נציב ערך זה בתשובות, ונקבל כי ערכה של תשובה (2) שונה מ-4, ולכן ניתן לסמן את תשובה (3) כתשובה הנכונה.

דרך ב': אלגברה- פישוט הביטוי

מכיוון שכל התשובות המוצעות הן ביטויים ללא מכנה, ברור כי יש לפשט את הביטוי כך שמכנה הביטוי יצטמצם. מונה השבר הנתון בשאלה הוא ביטוי אשר ניתן להציגו בדרך אחרת באמצעות שימוש בנוסחת הכפל המקוצר השלישית, כאשר האיבר הראשון הוא 3 האיבר השני הוא  $(1-x)$ . נפשט את המונה בעזרת נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$9-(1-x)^2 = \underbrace{3^2}_a - \underbrace{(1-x)^2}_b = (\underbrace{3}_a + \underbrace{1-x}_b)(\underbrace{3}_a - \underbrace{(1-x)}_b) = (4-x)(3-1+x) = (4-x)(2+x)$$

כעת, נציב את הביטוי שקיבלנו בביטוי המקורי, ונקבל:

$$\frac{9-(1-x)^2}{4-x} = \frac{(4-x)(2+x)}{4-x} = 2+x$$

קיבלנו את הביטוי המופיע בתשובה (3), ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

14. השאלה:  $a, b$  ו- $c$  הם מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים,  $a < b < c$ .

נתון:  $c^2 - a^2 = 28$

$b = ?$

פתרון: דרך א': בדיקת תשובות

תשובה (1): אם  $b = 5$ , אז  $c = 6$  ו- $a = 4$ , ולכן ערכו של הביטוי  $c^2 - a^2$  שווה ל-20  $(c^2 - a^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20)$ , ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם  $b = 6$ , אז  $c = 7$  ו- $a = 5$ , ולכן ערכו של הביטוי  $c^2 - a^2$  שווה ל-24  $(c^2 - a^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24)$ , ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): אם  $b = 7$ , אז  $c = 8$  ו- $a = 6$ , ולכן ערכו של הביטוי  $c^2 - a^2$  שווה ל-28  $(c^2 - a^2 = 8^2 - 6^2 = 64 - 36 = 28)$ , ולכן זו התשובה נכונה.

**דרך ב':** פישוט אלגברי - פישוט הביטוי

נתון  $a, b$  ו- $c$  הם מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים, ניתן להמיר את כל המשתנים למשתנה אחד, המשתנה המבוקש  $b: a = b - 1; b; c = b + 1$ .

$$\Leftrightarrow b^2 + 1 + 2b - (b^2 + 1 - 2b) = 28 \Leftrightarrow (b+1)^2 - (b-1)^2 = 28 \Leftrightarrow c^2 - a^2 = 28$$

$$. b = 7 \Leftrightarrow 4b = 28 \Leftrightarrow b^2 + 1 + 2b - b^2 - 1 + 2b = 28$$

**דרך ג':** אלגברה - נוסחת הכפל המקוצר השלישית

המשוואה הנתונה ניתנת לפירוק לפי נוסחת הכפל המקוצר השלישית:

$$(c - a)(c + a) = 28 \Leftrightarrow c^2 - a^2 = 28$$

מכיוון שמדובר במספרים עוקבים, הרי שההפרש בין  $c$  ל- $a$  שווה ל-2. נציב נתון זה במשוואה, ונקבל:

$$c + a = 14, 2 \cdot (c + a) = 28, \text{ נחלק ב-} 2, \text{ ונקבל: } c + a = 14$$

מכיוון ש- $c$  גדול מ- $a$  ב-2, הרי ש:  $c = a + 2$ , נציב נתון זה במשוואה, ונקבל:

$$. a = 6 \Leftrightarrow 2a = 12 \Leftrightarrow 2a + 2 = 14 \Leftrightarrow (a + 2) + a = 14$$

מצאנו שערכו של  $a$  הוא 6. מכיוון שערכו של  $b$  גדול מערכו של  $a$  ב-1, הרי שערכו של  $b$  הוא 7.

**תשובה (3).**

**15. השאלה:**  $a$  ו- $b$  הם מספרים שלמים,  $a < b$ .

$$\text{נתון: } a(b+1) = 48$$

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות ערכו של  $(a + b)$  ?

**פתרון:** נשאלנו מה יכול להיות ערכו של הביטוי, ומכאן שעלינו לבדוק מיהם זוגות המספרים אשר מקיימים את נתוני השאלה (לא ניתן לפתור אלגברית את השאלה, מכיוון שלא ניתן לפתור משוואה אלגברית אחת עם שני משתנים).

זוגות המספרים אשר מכפלתם שווה ל-48 הם: 1 ו-48; 2 ו-24; 3 ו-16; 4 ו-12; 6 ו-8. על מנת ליצור מכפלה שתוצאתה 48,  $a = 1$  ו- $b$  צריך להיות שווה ל-47. במקרה כזה סכומם של  $a$  ו- $b$  הוא  $48 (= 1 + 47)$ . מכיוון שאין תשובה כזו, נמשיך בבדיקה.

תוצאת המכפלה שווה ל-48, כאשר  $a = 2$  ו- $b$  שווה ל-23. במקרה כזה סכומם של  $a$  ו- $b$  שווה ל-25. תוצאת המכפלה שווה ל-48, כאשר  $a = 3$  ו- $b$  שווה ל-15. במקרה כזה סכומם של  $a$  ו- $b$  שווה ל-18. תוצאת המכפלה שווה ל-48, כאשר  $a = 4$  ו- $b$  שווה ל-11. במקרה כזה סכומם של  $a$  ו- $b$  שווה ל-15. מכיוון שיש תשובה כזו, ניתן לעצור ולסמן את התשובה.

**תשובה (2).**

16. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים בין 1 ל-9.

$$a \cdot b(a \cdot b - 1) = 20$$

$$a + b = ?$$

**פתרון:** אנו מתבקשים למצוא מהו סכומם של a ו-b, שני מספרים שלמים אשר נתוני השאלה קושרים ביניהם לתוצאה 20.

מכיוון שלא ניתן לפתור מבחינה אלגברית משוואה אחת עם שני משתנים, ומכיוון שמדובר במספרים שלמים, הרי שמספר האפשרויות אינו גדול. נבדוק מיהם זוגות המספרים אשר מכפלתם שווה ל-20. זוגות המספרים אשר מכפלתם שווה ל-30 הם: 1, 20; 2, 10; ו-4, 5. מכיוון שלפי הנתון מדובר במכפלה של המספר a · b במספר אשר קטן ממנו ב-1 (a · b - 1), הרי שישנו רק זוג אחד של מכפלה אשר יכול להתאים: המכפלה של 5 ב-4. כעת עלינו למצוא מיהם שני המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-5. ישנו רק זוג אחד אשר אפשרי: 1 ו-5, ומכאן שסכומם של a ו-b בהכרח שווה ל-6.

**תשובה (2).**

17. **השאלה:**  $(40 + 2) \cdot (42 - 4) = ?$

**פתרון:** דרך א': חישוב

אם נפשט את התרגיל, נקבל:  $42 \cdot 38$ .

ניתן להציג תרגיל זה גם באופן הבא:  $(40 + 2) \cdot 38$

$$40 \cdot 38 + 2 \cdot 38 \Leftrightarrow (40 + 2) \cdot 38$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 380 + 76 \Leftrightarrow 4 \cdot 10 \cdot 38 + 2 \cdot 38$$

$$\Leftrightarrow 1,596 \Leftrightarrow 1,200 + 320 + 76$$

**דרך ב':** נוסחאות הכפל המקוצר

את התרגיל  $42 \cdot 38$  ניתן גם להציג בצורה של  $(40 + 2) \cdot (40 - 2)$  שהוא תרגיל אשר ניתן לפשטו

באמצעות שימוש בנוסחת הכפל המקוצר השלישית  $[(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2]$  לתרגיל  $40^2 - 2^2$ .

הביטוי  $40^2$  שווה ל-1,600 ( $40^2 = 40 \cdot 40$ ) והביטוי  $2^2$  שווה ל-4.

מצאנו אם כן שהביטוי  $40^2 - 2^2$  שווה ל- (1,600 - 4), כלומר ל-1,596.

**תשובה (3).**

18. **השאלה:** לכל שני מספרים a ו-b הוגדרה פעולה \$, כך שמתקיים:  $a \cdot b = a^2 - b$ .

$$(x - 1) \cdot (1 - 2x) = ?$$

**פתרון:** דרך א': פישוט אלגברי

לפי הגדרת פעולת ה-\$ יש להחסיר מריבוע הביטוי שמשמאל לסימן \$ את הביטוי שמימין לסימן, ולפיכך

הביטוי  $(x - 1) \cdot (1 - 2x)$  שווה על פי ההגדרה ל-  $x^2$

$$[(x - 1) \cdot (1 - 2x) = (x - 1)^2 - (1 - 2x) = x^2 + 1 - 2x - 1 + 2x =]$$

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 2$ , ונקבל הביטוי שאותו עלינו לחשב הוא  $1 \cdot (-3)$ .

$$[1 \cdot (-3) = 1^2 - (-3) =]$$

לפי הגדרת פעולת ה-\$ ערך הביטוי הוא 4 (3) ו- (4) שונה מ-4, ניתן לפסול תשובות אלו ולסמן את תשובה (2).

**תשובה (2).**



19. השאלה:  $(1+x+x^2+x^3+x^4) \cdot (1-x) = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים:

$$(1+x+x^2+x^3+x^4) \cdot (1-x) = 1-x+x-x^2+x^2-x^3+x^3-x^4+x^4-x^5 = 1-x^5$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 2$ , ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא -31

$$\left[ (1+x+x^2+x^3+x^4) \cdot (1-x) = (1+2+2^2+2^3+2^4) \cdot (1-2) = (1+2+4+8+16) \cdot (-1) = -31 \right]$$

נציב ערך זה בתשובות השונות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(4) שונה מ-(-31), ולכן ניתן לפסול תשובות אלו.

תשובה (3).

20. השאלה:  $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = ?$  ;  $(x \neq \pm 2)$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות חיבור הביטויים במונה ובמכנה באמצעות יצירת מכנה משותף, ונקבל:

$$\frac{2x}{(x-2)(x+2)} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+2-x+2} \Leftrightarrow \frac{x+2+x-2}{(x-2)(x+2)} \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{2x}{(x-2)(x+2)} \Leftrightarrow \frac{2x}{(x-2)(x+2)} \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$$

חילוק בשברים הוא למעשה כפל בהופכי, ולכן ניתן להציג את הביטוי:  $\frac{2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{4}$

נחלק את המונה והמכנה ב- $(x-2)(x+2)$ , ונקבל:  $\frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{2x}{4}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 1$ , ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא  $\frac{1}{2}$

$$\left( \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{1-2} + \frac{1}{1+2} = \frac{1}{-1} + \frac{1}{3} = -1 + \frac{1}{3} = \frac{-3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} = -\frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = -\frac{2}{3} \right)$$

נציב ערך זה בתשובות השונות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{1}{2}$ , ולכן ניתן לפסול תשובות אלו.

תשובה (2).

**21. השאלה:**  $x$  הוא מספר הגדול מ-1.

איזה מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר?

**פתרון:** הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 2$ , ונחשב את ערכה המספרי של כל אחת מן התשובות המוצעות:

תשובה (1):  $x^4 - 1$ . כאשר  $x = 2$  ערכה של התשובה הוא  $15 (= 2^4 - 1 = 16 - 1)$

תשובה (2):  $10x^2 + 1$ . כאשר  $x = 2$  ערכה של התשובה הוא  $41 (= 10 \cdot 2^2 + 1 = 10 \cdot 4 + 1)$

תשובה (3):  $4x$ . כאשר  $x = 2$  ערכה של התשובה הוא  $8 (= 4 \cdot 2)$

מצאנו כי ערכה של תשובה (2) הוא הגדול ביותר, אולם מכיוון שלפי תשובה (4) אי-אפשר לדעת מה התשובה הנכונה, נבדוק מי הביטוי הגדול עבור מספר גדול יותר, למשל  $x = 10$ :

תשובה (1):  $x^4 - 1$ . כאשר  $x = 10$  ערכו של הביטוי הוא  $9,999 (= 10^4 - 1 = 10,000 - 1)$

תשובה (2):  $10x^2 + 1$ . כאשר  $x = 10$  ערך הביטוי הוא  $1,001 (= 10 \cdot 10^2 + 1 = 10 \cdot 100 + 1)$

תשובה (3):  $4x$ . כאשר  $x = 10$  ערכו של הביטוי הוא  $40 (= 4 \cdot 10)$

מכיוון שמצאנו כי כעת ערכה של תשובה (1) הוא הגדול ביותר, הרי שניתן לקבוע שאי-אפשר לדעת מי הביטוי הגדול ביותר.

**תשובה (4).**

**22. השאלה:**  $9 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 10 - 6 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 10 = ?$

**פתרון:** פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות הוצאת גורם משותף של 10, ונקבל:

$$10 \cdot \left( \underbrace{9 \cdot 2 \cdot 25}_{18} - \underbrace{6 \cdot 3 \cdot 23}_{18} \right) \Leftrightarrow 10 \cdot (9 \cdot 2 \cdot 25 - 6 \cdot 3 \cdot 23) \Leftrightarrow 9 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 10 - 6 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 10$$

לאחר הוצאת 10 כגורם משותף מתברר כי לשני הביטויים יש גורם משותף נוסף שהוא 18, נוציא כעת גם גורם זה מחוץ לסוגריים, ונקבל:  $10 \cdot 18 \cdot (25 - 23) \Leftrightarrow 10 \cdot 18 \cdot 2 \Leftrightarrow 10 \cdot 36$

**תשובה (3).**

23. השאלה:  $x \neq 0$  ;  $x + 3 - \frac{(2-x)^2 - 4}{x} = ?$

**פתרון:** דרך א': פשוט אלגברי

באמצעות יצירת מכנה משותף נחבר את שני הביטויים, ונקבל:  $\Leftrightarrow x + 3 - \frac{(2-x)^2 - 4}{x}$

$$\frac{x(x+3) - ((2-x)^2 - 4)}{x} \Leftrightarrow \frac{x(x+3)}{x} - \frac{(2-x)^2 - 4}{x}$$

כעת נפתח את הסוגריים במונה הביטוי, ונקבל:  $\frac{x^2 + 3x - (2^2 + x^2 - 4x) + 4}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3x - (2-x)^2 + 4}{x}$

$$.7 \Leftrightarrow \frac{7x}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3x - 4 - x^2 + 4x + 4}{x} \Leftrightarrow$$

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי  $x = 1$ , ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 7.

$$\left( x + 3 - \frac{(2-x)^2 - 4}{x} = 1 + 3 - \frac{(2-1)^2 - 4}{1} = 4 - \frac{1-4}{1} = 4 - (-3) = 7 \right)$$

כעת נחשב ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ-7, ומכאן שתשובה (2) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (2).**