מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(2)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(1)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(4)	(3)	(3)	(3)	(1)	(4)	(1)	(2)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27	28	29
תשובה	(1)	(4)	(1)	(3)	(3)	(3)	(2)	(2)	(3)

הסברים

1. **השאלה**: נתון: $\frac{a}{x}=\frac{4a}{x+12}$ $\quad 0<a,x$

$x=?$

פתרון: פישוט אלגברי

על מנת לפשט את המשוואה 'ניפטר' מהמכנים על ידי הכפלת שני האגפים במכנה המשותף המינימלי שהוא $x\cdot(x+12)$, ונקבל: $\frac{a}{x}=\frac{4a}{x+12}$ ⇦ $4ax=a(12+x)$ ⇦ $4ax=12a+ax$.

נחסר xa משני האגפים, ונקבל: $3ax=12a$

נחלק את שני האגפים ב-3a, ונקבל: $x=4$.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: נתון: $5x+5x^2=0$, $\quad x\neq 0$

$x=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

נוציא 5x כגורם משותף משני המחוברים באגף שמאל, ונקבל: $5x+5x^2=0$ ⇦ $5x(1+x)=0$

אם נתונה מכפלה השווה ל-0, על מנת למצוא את הפתרונות השונים שלה, יש להשוות כל אחד מהגורמים שלה ל-0 ולפתור, ולכן:

א. $5x=0$, כלומר $x=0$.

ב. $1+x=0$ ⇦ $x=-1$

מכיוון שלפי נתוני השאלה $x\neq 0$, הרי שהפתרון היחיד האפשרי הוא ש- $x=-1$

<u>דרך ב'</u>: בדיקת תשובות

נציב כל אחת מן התשובות המוצעות עד שנגיע לתשובה שמקיימת את המשוואה:

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב $x=1$ במשוואה, נקבל: $5x+5x^2=0$ ⇦ $5\cdot1+5\cdot1^2=0$ ⇦ $5+5=0$ ⇦ $10=0$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: -1. כאשר נציב $x=-1$ במשוואה, נקבל: $5x+5x^2=0$ ⇦ $5\cdot(-1)+5\cdot1^2=0$ ⇦ $-5+5=0$ ⇦ $0=0$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: נתון: $\frac{x^2-y^2}{x+y}=x^2-2xy+y^2$; $(x\neq\pm y)$

$x=?$

פתרון: פישוט אלגברי

נפשט את המונה של אגף שמאל באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ואת אגף ימין באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השנייה, ונקבל: $\frac{x^2-y^2}{x+y}=x^2-2xy+y^2$ ⇦ $\frac{(x+y)(x-y)}{x+y}=(x-y)^2$

על מנת לפשט את המשוואה, נחלק את המונה והמכנה של הביטוי שבאגף שמאל שלה ב-$(x+y)$,

ונקבל: $\frac{(x+y)(x-y)}{x+y}=(x-y)^2$ ⇦ $x-y=(x-y)^2$

מכיוון שעל פי הנתון $(x\neq y)$, הרי שהביטוי $x-y$ בהכרח שונה מ-0, ולכן על מנת לפשט, נחלק את שני האגפים ב-$(x-y)$, ונקבל: $1=x-y$.

נחבר y לשני האגפים, ונקבל: $1+y=x$

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: נתון: $x\cdot\frac{x}{5}=x+\frac{x}{5}$, $0<x$

$x=?$

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: פישוט אלגברי

נפשט את המשוואה על ידי כפל של שני אגפי המשוואה ב-5, ונקבל: $x^2=5x+x$ ⇦ $x^2=6x$

נחלק את שני האגפים ב-x (השונה מ-0), ונקבל: $x=6$.

<u>**דרך ב'**</u>: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 6. נציב $x=6$ במשוואה הנתונה, ונקבל: $6\cdot\frac{6}{5}=6+\frac{6}{5}$ ⇦ $\frac{36}{5}=6+1\frac{1}{5}$ ⇦ $7\frac{1}{5}=7\frac{1}{5}$.

מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה, ואין כל צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

---

5. **השאלה**: נתון: $x=\frac{1}{y^2-4}$, $y\neq\pm2$

$x\cdot(y-2)=?$

פתרון: פישוט אלגברי

לפנינו משוואה וביטוי. במצב כזה יש לחלץ משתנה מהמשוואה ולהציב בביטוי. מכיוון ש-x אינו מופיע בתשובות, הרי שיש 'להיפטר' ממנו, כלומר לחלץ אותו מהמשוואה, ולהציבו בביטוי. לפי הנתון $x=\frac{1}{y^2-4}$,

נציב נתון זה בביטוי, ונקבל: $x\cdot(y-2)$ ⇦ $\frac{1}{y^2-4}\cdot\frac{(y-2)}{1}$ ⇦ $\frac{y-2}{y^2-4}$

נפשט את המכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל: $\frac{y-2}{y^2-4}$ ⇦ $\frac{y-2}{(y-2)(y+2)}$.

מכיוון שעל פי הנתון $y\neq\pm2$, הרי שהביטוי $y-2$ בהכרח שונה מ-0.

נחלק את המונה והמכנה ב-$(y-2)$, ונקבל: $\frac{y-2}{(y-2)(y+2)}$ ⇦ $\frac{1}{y+2}$.

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: נתון: $a+b+c=0$

$a\cdot b\cdot c=0$

איזו מן האפשרויות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: בדיקת תשובות

מכיוון שהשאלה מפנה אותנו לאפשרויות המוצעות בתשובות, נעבור על התשובות על מנת לבדוק האם האפשרויות המוצעות על ידן יתכנו:

<u>תשובה (1)</u>: $a=4$, $c=-4$.

נציב נתונים אלו במשוואה הראשונה: $a+b+c=0$, ונקבל: $4+b+-4=0$ ⇦ $0+b=0$ ⇦ $b=0$.

לפי המשוואה השנייה מכפלת שלושת המספרים שווה ל-0. מכיוון שמצאנו כי b שווה ל-0, הרי שמכפלת שלושת המספרים שווה ל-0. מצאנו כי האפשרות המוצעת בתשובה זו תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $a=2$, $b=0$

נציב נתונים אלו במשוואה הראשונה: $a+b+c=0$, ונקבל: $2+0+c=0$ ⇦ $2+c=0$ ⇦ $c=-2$.

לפי המשוואה השנייה מכפלת שלושת המספרים שווה ל-0. מכיוון שנתון כי b שווה ל-0, הרי שמכפלת שלושת המספרים שווה ל-0. מצאנו כי האפשרות המוצעת בתשובה זו תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $a=5$, $b=2$

נציב נתונים אלו במשוואה הראשונה: $a+b+c=0$, ונקבל: $5+2+c=0$ ⇦ $7+c=0$ ⇦ $c=-7$.

לפי המשוואה השנייה מכפלת שלושת המספרים שווה ל-0. מכיוון שאף אחד משלושת המספרים אינו שווה ל-0, הרי שלא יתכן כי מכפלתם תהיה שווה ל-0. מכיוון שמצאנו כי האפשרות המוצעת בתשובה זו אינה מקיימת את הנתונים, כלומר לא תיתכן, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.7 **השאלה**: נתון: $6+x=8-y$
$y=4+x$

$x=?$

פתרון: **דרך א'**: פישוט אלגברי

נתונה מערכת משוואות ומכיוון שנתבקשנו למצוא את ערכו של x עלינו 'להיפטר' מ-y.
ערכו של y נתון במשוואה השנייה $y=4+x$, נציב ערך זה במשוואה הראשונה, ונקבל: $6+x=8-y$
⇦ $6+x=8-(4+x)$ ⇦ $6+x=8-4-x$ ⇦ $6+x=4-x$.
נחסר 6 משני האגפים, ונחבר x לשני האגפים, ונקבל: $2x=-2$ ⇦ $x=-1$.

דרך ב': בדיקת תשובות

תשובה (1): -1. לפי המשוואה השנייה $y=4+x$, נציב $x=-1$, ונקבל כי y שווה ל-3 $(y=4+(-1)=)$.
כעת נציב כי $x=-1$ ו-$y=3$ במשוואה: $6+x=8-y$, ונקבל: $6+(-1)=8-3$ ⇦ $5=5$.
מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

.8 **השאלה**: נתון: $3x+y+2z=7$
$x+3y+3z=12$

$8x+3z=?$

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שבמשוואות הנתונות מופיעים 3 משתנים, אולם נתבקשנו למצוא את ערכו של ביטוי המכיל רק שניים מהם – x ו-z, הרי שעלינו 'להיפטר' מ-y. נחלץ את y מהמשוואה הראשונה על ידי בידודו באגף שמאל באמצעות הפחתת 3x ו-2z משני האגפים, ונקבל: $y=7-3x-2z$
כעת נציב את הערך שקיבלנו במקום y במשוואה השנייה, ונקבל: $x+3\cdot(7-3x-2z)+3z=12$ ⇦
$x+21-9x-6z+3z=12$ ⇦ $-8x-3z+21=12$
נחבר 8x ו-3z לשני האגפים, ונחסר 12 משני האגפים, ונקבל: $21-12=8x+3z$ ⇦ $9=8x+3z$

תשובה (2).

.9 **השאלה**: נתון: $(x+y)^2=12$
$(x-y)^2=8$

$x\cdot y=?$

פתרון: פישוט אלגברי
נתבקשנו למצוא את ערכה של המכפלה x ו-y.
ראשית, נפשט את שתי המשוואות הנתונות באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר כדי שיכללו מכפלות אלו.
נפשט את המשוואה הראשונה, ונקבל: $(x+y)^2=12$ ⇦ $x^2+y^2+2xy=12$
נפשט את המשוואה השנייה, ונקבל: $(x-y)^2=8$ ⇦ $x^2+y^2-2xy=8$
מכיוון שאנו רוצים למצוא מה ערך המכפלה $x\cdot y$, הרי שעלינו 'להיפטר' מ- x^2+y^2.
נחלץ את ערכם של x^2+y^2 מהמשוואה הראשונה, על ידי חיסור 2xy משני האגפים, ונקבל:
$x^2+y^2=12-2xy$.
כעת נציב ערך זה במשוואה השנייה, ונקבל: $x^2+y^2-2xy=8$ ⇦ $(12-2xy)-2xy=8$ ⇦
$12-2xy-2xy=8$ ⇦ $12-4xy=8$
נחבר 4xy לשני האגפים, ונחסר 8, ונקבל: $12-8=4xy$ ⇦ $4=4xy$.
נחלק את שני האגפים ב-4, ונקבל: $1=xy$.

תשובה (1).

.10 **השאלה**: נתון: $8^{x+3}=2^{x-1}$

$x=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי
בשאלות עם חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, לכן על מנת לפשט את המשוואה נמיר את המספר 8 ב- 2^3 על מנת ליצור בסיס משותף '2', ונקבל: $8^{x+3}=2^{x-1}$ ⇦ $\left(2^3\right)^{(x+3)}=2^{x-1}$ ⇦
$2^{3(x+3)}=2^{x-1}$ ⇦ $2^{3x+9}=2^{x-1}$.
כעט, כאשר הבסיסים זהים בשני האגפים של המשוואה ניתן להשוות בין המעריכים ונקבל: $3x+9=x-1$
⇦ $3x-x=-9-1$ ⇦ $2x=-10$ ⇦ $x=-5$.

תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות במשוואה, ונבדוק איזו תשובה מקיימת את המשוואה:

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה, נקבל: $8^{1+3}=2^{1-1}$ ⇦ $8^4=2^0$ ⇦ $8^4=1$.
מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: 2. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה, נקבל: $8^{2+3}=2^{2-1}$ ⇦ $8^5=2^1$ ⇦. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: 5-. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה, נקבל: $8^{-5+3}=2^{-5-1}$ ⇦ $8^{-2}=2^{-6}$
⇦ $\left(2^3\right)^{-2}=2^{-6}$ ⇦ $2^{3(-2)}=2^{-6}$ ⇦ $2^{-6}=2^{-6}$

מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

11. השאלה: נתון: $x = a^{-1}$

$y = a^{-2}$

$\frac{x \cdot y}{\frac{y}{x}} = ?$

פתרון: ראשית נפשט את הביטוי ונקבל: $\frac{x \cdot y}{\frac{y}{x}} \Leftarrow \frac{\frac{x \cdot y}{1}}{\frac{y}{x}} \Leftarrow \frac{y \cdot x}{1} \cdot \frac{x}{y} \Leftarrow \frac{\cancel{y} \cdot x \cdot x}{\cancel{y}} \Leftarrow x^2$

נציב בביטוי את ערכו של x לפי המשוואה הראשונה $\left(x = a^{-1}\right)$, ונקבל: $x^2 \Leftarrow \left(a^{-1}\right)^2 \Leftarrow a^{-1 \cdot 2} \Leftarrow$

a^{-2}. על פי הנתונים של השאלה $a^{-2} = y$, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

---

12. השאלה: נתון: $\sqrt[x]{5^{12}} = 5^3$

$x = ?$

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: פישוט אלגברי

בשאלות עם חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, לכן על מנת לפשט את המשוואה נציג את הביטוי $\sqrt[x]{5^{12}}$ כ- $5^{\frac{12}{x}}$ על מנת ליצור בסיס משותף '5' ונקבל: $\sqrt[x]{5^{12}} = 5^3 \Leftarrow 5^{\frac{12}{x}} = 5^3$.

כעת, כאשר הבסיסים זהים בשני האגפים של המשוואה ניתן להשוות בין המעריכים, ונקבל: $\frac{12}{x} = 3$

$\Leftarrow 12 = 3x \Leftarrow x = 4$.

<u>**דרך ב'**</u>: בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות במשוואה, ונבדוק איזו תשובה מקיימת את המשוואה:

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה נקבל: $\sqrt[12]{5^1} = 5^3 \Leftarrow 5^{\frac{12}{1}} = 5^3 \Leftarrow 5^{12} = 5^3$.
מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: 2. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה נקבל: $\sqrt[12]{5^2} = 5^3 \Leftarrow 5^{\frac{12}{2}} = 5^3 \Leftarrow 5^6 = 5^3$
מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: 3. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה נקבל: $\sqrt[12]{5^3} = 5^3 \Leftarrow 5^{\frac{12}{3}} = 5^3 \Leftarrow 5^4 = 5^3$
מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1),(2) ו-(3) ניתן לקבוע שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: $a=\sqrt{3\sqrt{b}}$, $0<b$

$a^4=?$

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שנשאלנו מה ערכו של a^4, ולפי הנתונים $a=\sqrt{3\sqrt{b}}$, נציב את הנתון בביטוי המבוקש, ונקבל:

$$a^4 \Leftarrow \left(\sqrt{3\sqrt{b}}\right)^4 \Leftarrow \left(\sqrt{3\cdot b^{\frac{1}{2}}}\right)^4 \Leftarrow \left(\left(3\cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^4 \Leftarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}\right)^4 \Leftarrow \left(3^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{4}}\right)^4 \Leftarrow 3^{\frac{1}{2}\cdot 4}\cdot b^{\frac{1}{4}\cdot 4}$$

$\Leftarrow 3^2\cdot b^1 \Leftarrow 9b$.

תשובה (3).

---

14. **השאלה**: נתון: $2^{a-b}=1$

הביטוי $(a-b)$ בהכרח -

פתרון: פישוט אלגברי

כאשר נתונה משוואה עם חזקות (משוואה מעריכית) עלינו להשוות את הבסיסים בשני אגפי המשוואה על מנת שנוכל להשוות את החזקות/מעריכים.
על מנת לעשות זאת, עלינו להמיר את המספר 1 ל-2 בחזקה כלשהי. האפשרות היחידה לקבל 1 כאשר מעלים את 2 בחזקה היא להעלות את 2 בחזקת 0, ומכאן שהמשוואה היא: $2^{a-b}=2^0$.
כאשר הבסיסים שווים, ניתן להשוות את החזקות, ומכאן ש: $a-b=0$
0 הוא מספר זוגי, 0 אינו חיובי ואינו שלילי, ומכאן שהתשובה הנכונה היא ש-$(a-b)$ הוא זוגי.

תשובה (3).

---

15. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $x+y=25$

$x<y$

מכאן נובע בהכרח ש -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

כאשר נתון משוואה ואי-שוויון, עלינו לחלץ מתוך המשוואה הנתונה את אחד המשתנים, למשל את x, ולהציב נתון זה באי-השוויון: $x=25-y$.
נציב נתון זה באי-השוויון, ונקבל: $x<y \Leftarrow 25-y<y$
נחבר y לשני האגפים, ונקבל: $25<2y \Leftarrow 12.5<y$.
מכיוון שנתון כי x ו-y הם מספרים שלמים, הרי שמהנתון אותו מצאנו, ניתן להסיק כי ערכו של y הוא לכל הפחות 13 וערכו של x הוא לכל היותר 12, כלומר התשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>**דרך ב'**</u>: בדיקת תשובות / הצבת דוגמה מספרית

ניתן להתחיל לבדוק זוגות מספרים המקיימים את הנתונים או לחילופין לבדוק לגבי כל אחת מהתשובות, האם היא נכונה בהכרח, כלומר האם ישנם מספרים אשר מפריכים את התשובה:

<u>תשובה (1)</u>: $y > 16$. מכיוון שזוג המספרים $y = 16$ ו- $x = 9$ מקיים את נתוני השאלה, ומפריך את הטענה שבתשובה שלפיה y גדול בהכרח מ-16, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $y < 24$. מכיוון שזוג המספרים $y = 24$ ו- $x = 1$ מקיים את הנתון ומפריך את הטענה שבתשובה לפיה y קטן בהכרח מ-24, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $x < 13$. מכיוון שאין זוג מספרים שיכול להפריך את הטענה שבתשובה, הרי שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה האחרונה, אך לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u>: $x > 10$. מכיוון שזוג המספרים $y = 16$ ו- $x = 9$ מקיים את הנתון ומפריך את הטענה שבתשובה שלפיה x בהכרח גדול מ-10, הרי שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3).

---

16. **השאלה**: נתון: $5x + 3y = 9$

מהנתון נובע **בהכרח** כי –

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאיננו רואים מהן הפעולות הנדרשות שבאמצעותן ניתן לפשט את המשוואה, נציב מספרים המקיימים את המשוואה, למשל $x = 3$ ו- $y = -2$ ונבדוק את התשובות המוצעות.

בבדיקת התשובות במצב זה רק תשובה (2) נפסלת.

נציב זוג מספרים נוסף המקיימים את המשוואה, למשל $x = 0$ ו- $y = 3$. תשובה (3) נפסלת.

זוג מספרים נוסף המקיים את המשוואה, למשל $y = 4$ ו- $x = \frac{3}{5}$, ונמצא כי כעת תשובה (4) נפסלת.

תשובה (1).

---

17. **השאלה**: נתון: $0 < \frac{x-3}{6-x}$, $x \neq 6$

איזה מאי-השוויונות הבאים מתקיים **בהכרח**?

פתרון: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: $6 < x$. על מנת לבדוק אם המספרים מתחום זה מקיימים את אי-השוויון הנתון, נציב למשל $x = 7$, ונקבל: $0 < \frac{7-3}{6-7}$ ⇦ $0 < \frac{4}{-1}$ ⇦ $0 < -4$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, נפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $0 < x < 3$. נציב מספר מהתחום המוצע, למשל $x = 1$, ונקבל: $0 < \frac{1-3}{6-1}$ ⇦ $0 < \frac{-2}{5}$

מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $4 < x < 8$. מכיוון שבדקנו מספר מהתחום המוצע: $x = 7$, ומצאנו כי מספר זה אינו מקיים את אי-השוויון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $3 < x < 6$. בבדיקה של מספר מהתחום, למשל $x = 4$, נקבל: $0 < \frac{4-3}{6-4}$ ⇦ $0 < \frac{1}{2}$, מכיוון שמספר זה מקיים אי-השוויון, כמו גם יתר המספרים, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

18. **השאלה**: נתון: $a-b<b-a$

איזה מהאי-שיוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון: פישוט אלגברי

נחבר לשני האגפים של אי-השיוויון a ו-b, ונקבל: $2a<2b$.
נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $a<b$

תשובה (1).

---

19. **השאלה**: נתון: $8<a\cdot b$

$0<b<4$

מה נובע בהכרח בנוגע לערכו של a?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית

נתבקשנו למצוא את ערכו של a, ולכן נציב בנתוני השאלה מספר נוח במקום ערכו של b, למשל $b=1$,
ונקבל כי: $8<a\cdot b$ ⇦ $8<a\cdot 1$ ⇦ $8<a$.
לאור התוצאה שהתקבלה ניתן לפסול בשלב זה את תשובות (1) ו-(3).
נציב מספר נוסף מתחום הערכים האפשריים על פי הנתון עבור b, למשל כי $b=3$, ונמצא כי: $8<a\cdot b$
⇦ $8<a\cdot 3$ ⇦ $8<3a$.

נחלק ב-3 את שני האגפים ונמצא כי $\frac{8}{3}<a$ ⇦ $2\frac{2}{3}<a$.

לפי התוצאה שקיבלנו a יכול להיות למשל 3, כלומר a יכול להיות בעל ערך הקטן מ-4, ומכאן שתשובה (4) נפסלת.

תשובה (2).

---

20. **השאלה**: x הוא מספר שלם הגדול מ-2.

נתון: $\frac{7}{a-2}<\frac{a+2}{5}$

a שווה **לכל היותר** ל-

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

נתבקשנו למצוא את ה-a הגדול ביותר שמקיים את אי-השוויון, נציב את התשובות מהגדולה ביותר לקטנה, ונעצור בתשובה הגדולה ביותר שמקיימת את אי-השוויון.

<u>תשובה (1)</u>: 8. נציב ערך זה באי-השוויון, ונקבל: - $\frac{7}{8-2}<\frac{8+2}{5}$ ⇦ $\frac{7}{6}<\frac{10}{5}$ ⇦ $1\frac{1}{6}<2$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 7. נציב ערך זה, ונקבל: $\frac{7}{7-2}<\frac{7+2}{5}$ ⇦ $\frac{7}{5}<\frac{9}{5}$ ⇦ $1\frac{2}{5}<1\frac{4}{5}$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: 6. נציב ערך זה, ונקבל: $\frac{7}{6-2}<\frac{6+2}{5}$ ⇦ $\frac{7}{4}<\frac{8}{5}$ ⇦ $1\frac{3}{4}<1\frac{3}{5}$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהתשובה נכונה.

<u>דרך ב׳</u> : פישוט אלגברי

מכיוון ש-a הוא מספר שלם וחיובי נכפול את שני האגפים בביטוי החיובי $(a-2)$, $5\cdot(a-2)$, ונקבל :

$7\cdot5<(a-2)\cdot(a+2)$ ⇦ $a^2-4<35$. נוסיף 4 לשני האגפים, ונקבל : $a^2<39$

הערך הגדול ביותר של a שמקיים את אי-השוויון שקיבלנו הוא 6.

תשובה (3).

.21 **השאלה** : נתון : $9^{3-3x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

$x=?$

פתרון : **<u>דרך א׳</u>** : פישוט אלגברי

בשאלות עם חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, לכן על מנת לפשט את המשוואה נמיר את כל

הביטויים לבסיס '3', ונקבל : $9^{3-3x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ ⇦ $\left(3^2\right)^{3-3x}=\left(3^{-1}\right)^{x-1}$ ⇦ $3^{2\cdot(3-3x)}=3^{-x+1}$ ⇦

$3^{6-6x}=3^{-x+1}$.

כעת, כאשר הבסיסים זהים בשני האגפים של המשוואה, נשווה בין המעריכים, ונקבל:: $6-6x=-x+1$.

נחבר 6x ונחסר ב-1 משני האגפים, ונקבל : $5=5x$

נחלק את שני האגפים ב-5, ונקבל : $1=x$.

<u>דרך ב׳</u> : בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות במשוואה, ונבדוק איזו תשובה מקיימת את המשוואה :

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב את התשובה המוצעת במשוואה הנתונה נקבל : $9^{3-3x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ ⇦

$9^{3-3\cdot1}=\left(\frac{1}{3}\right)^{1-1}$ ⇦ $9^0=\left(\frac{1}{3}\right)^0$. כל מספר בחזקת 0 שווה ל-1, ומכאן שקיבלנו את

המשוואה : $1=1$. מכיוון שמשוואה זו נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

.22 **השאלה**: $x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{4}}$; $x \neq 0$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

נתון כי x הוא בחזקת $\frac{1}{4}$ ובחזקת $\frac{1}{2}$, ולכן מומלץ להתחיל ולבדוק מספרים אשר יש להם שורש שני ורביעי שלם. בתשובות המוצעות יש רק מספר אחד כזה: 81.

כאשר נציב $x = 81$ במשוואה הנתונה, נקבל: $81^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 81^{\frac{1}{4}}$ ⇦ $\sqrt{81} = 3 \cdot \sqrt[4]{81}$ ⇦ $9 = 3 \cdot 3$.

מכיוון שקיבלנו משוואה שהיא נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: פישוט אלגברי

על מנת לבודד את x כך שיופיע רק באחד האגפים, נחלק את שני האגפים ב- $x^{\frac{1}{4}}$, ונקבל: $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}} = 3$ ⇦

$x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}} = 3$ ⇦ $x^{\frac{1}{4}} = 3$

נעלה בחזקת 4 את שני האגפים, ונקבל: $x^{\frac{1}{4}} = 3$ ⇦ $x = 81$.

<u>דרך ג'</u>: פישוט אלגברי

על מנת להיפטר מהחזקות שאינן שלמות, נעלה בחזקת 4 את שני האגפים, ונקבל: $x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{4}}$ ⇦

$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^4 = \left(3x^{\frac{1}{4}}\right)^4$ ⇦ $x^{\frac{1}{2}\cdot 4} = 3^4 \cdot x^{\frac{1}{4}\cdot 4}$ ⇦ $x^2 = 81x^1$

נחלק ב-x את שני האגפים, ונקבל: $x = 81$

תשובה (4).

.23 **השאלה**: $x^2 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \left(\sqrt[6]{x}\right)^4 = 16$

פתרון: פישוט אלגברי

באגף שמאל של המשוואה ישנה מכפלה של בסיסים זהים. נמיר את גורמי המכפלה כך שכולם יכתבו כחזקות באמצעות חוק השורשים $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ונקבל: $x^2 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \left(\sqrt[6]{x}\right)^4 = 16$ ⇦ $x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \left(x^{\frac{1}{6}}\right)^4 = 16$

⇦ $x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3_6}\cdot 4^2} = 16$ ⇦ $x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = 16$ ⇦ $x^{2+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 16$ ⇦ $x^3 = 16$

נוציא שורש שלישי משני האגפים, ונקבל: $x = \sqrt[3]{16}$.

מכיוון שברוב התשובות יש שימוש בבסיס 2, נמיר את 16 ל- 2^4, ונקבל: $x = \sqrt[3]{2^4}$

תשובה (1).

.24 נתון: $x = a^{-2}$; $0 < a$

$y = a^{-1}$

$$\frac{\frac{x}{y}}{x \cdot y} = ?$$

פתרון: ראשית נפשט את הביטוי ונקבל: $\frac{\frac{x}{y}}{x \cdot y} \Leftarrow \frac{^1\cancel{x}}{y} \cdot \frac{1}{\cancel{x}_1 \cdot y} \Leftarrow \frac{1}{y^2}$.

נציב בביטוי את ערכו של y לפי המשוואה השנייה $\left(y = a^{-1}\right)$, ונקבל: $\frac{1}{y^2} \Leftarrow \frac{1}{\left(a^{-1}\right)^2} \Leftarrow \frac{1}{a^{-2}} \Leftarrow$

$\frac{1}{a^{-2}}$. על פי הנתונים של השאלה $a^{-2} = x$, ומכאן שהביטוי שווה ל- $\frac{1}{x}$, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

.25 **השאלה**: נתון: $5^n \cdot 5 = 5$

$n = ?$

פתרון: פישוט אלגברי - השוואת בסיסים

על מנת לפתור משוואה מעריכית עלינו להשוות את הבסיסים משני אגפי המשוואה ואז ניתן להשוות את החזקות/מעריכים. באגף שמאל של המשוואה נתון הביטוי: $5^n \cdot 5$, אשר ניתן גם להצגה באופן הבא:
$5^n \cdot 5^1 \Leftarrow 5^{n+1}$.

מכיוון שקיבלנו משוואה שבה בשני האגפים יש בסיסים זהים $5^{n+1} = 5^1$, כעת ניתן להשוות את המעריכים, ולקבל: $n + 1 = 1$.

נחסר 1 משני האגפים, ונקבל כי: $n = 0$

תשובה (3).

.26 **השאלה**: נתון: $5x^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2$

ערכו של x יכול להיות שווה ל-

פתרון: פישוט אלגברי

ראשית נפשט את אגף ימין של המשוואה, ונקבל: $5x^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 \Leftarrow 5x^2 = 3^2 \cdot \left(\sqrt{5}\right)^2 \Leftarrow$

$5x^2 = 9 \cdot 5$. נחלק ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $x^2 = 9 \Leftarrow x = \pm 3$.

תשובה (3).

---

27. **השאלה**: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}=5^{5-2x}$

$x=?$

פתרון: **דרך א'**: פישוט אלגברי - השוואת בסיסים

על מנת לפתור משוואה מעריכית עלינו להשוות את הבסיסים משני אגפי המשוואה, על מנת שנוכל להשוות את המעריכים. על מנת להשוות את הבסיסים בשני האגפים, נפשט את אגף שמאל של המשוואה באמצעות החוק $\left(\frac{b}{a}\right)^{m}=\left(\frac{a}{b}\right)^{-m}$, ונקבל: $5^{-(x-3)}=5^{5-2x} \Leftarrow 5^{-x+3}=5^{5-2x}$

קיבלנו משוואה שבה בשני האגפים יש בסיסים זהים, ולכן ניתן כעת להשוות בין המעריכים,

ולקבל: $-x+3=5-2x$

נחבר $2x$ ונחסר 3 משני האגפים, ונקבל: $-x+2x=5-3 \Leftarrow x=2$

דרך ב': בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות במשוואה, ונבדוק איזו תשובה מקיימת את המשוואה:

תשובה (1): 1. כאשר נציב את התשובה המוצעת במשוואה הנתונה נקבל: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}=5^{5-2x} \Leftarrow$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{1-3}=5^{5-2\cdot1} \Leftarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=5^{3} \Leftarrow 5^2=5^3$. מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2): 2. כאשר נציב את התשובה המוצעת במשוואה הנתונה נקבל: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}=5^{5-2x} \Leftarrow$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3}=5^{5-2\cdot2} \Leftarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}=5^{1} \Leftarrow 5^1=5^1$. מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שזו התשובה נכונה.

תשובה (2).

---

28. **השאלה**: $x^3\cdot\sqrt[6]{x^2}\cdot\sqrt[12]{x^8}=27$

$x=?$

פתרון: פישוט אלגברי

באגף שמאל של המשוואה ישנה מכפלה של בסיסים זהים. נמיר את גורמי המכפלה כך שכולם יכתבו כחזקות באמצעות חוק השורשים $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, ונקבל: $x^3\cdot\sqrt[6]{x^2}\cdot\sqrt[12]{x^8}=27 \Leftarrow x^3\cdot x^{\frac{2}{6}}\cdot x^{\frac{8}{12}}=27$

$\Leftarrow x^3\cdot x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{3}}=27 \Leftarrow x^{3+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=27 \Leftarrow x^4=27$.

נוציא שורש רביעי משני האגפים, ונקבל: $x=\sqrt[4]{27}$.

מכיוון שברוב התשובות יש שימוש בבסיס 3, נמיר את 27 ל- 3^3, ונקבל: $x=\sqrt[4]{3^3}$

תשובה (2).

---

29. **השאלה**: נתון: $\sqrt[x]{3^6}=9$

$x=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

בשאלות עם חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, לכן על מנת לפשט את המשוואה נציג את הביטוי $\sqrt[x]{3^6}$ כ- $3^{\frac{6}{x}}$ על מנת ליצור בסיס משותף '3' ונקבל: $\sqrt[x]{3^6}=9 \Leftarrow 3^{\frac{6}{x}}=3^2$.

כעת, כאשר הבסיסים זהים בשני האגפים של המשוואה ניתן להשוות בין המעריכים, ונקבל: $\frac{6}{x}=2$

$\Leftarrow 6=2x \Leftarrow 3=x$.

<u>דרך ב'</u>: בדיקת תשובות

נציב את התשובות המוצעות במשוואה, ונבדוק איזו תשובה מקיימת את המשוואה:

<u>תשובה (1)</u>: 1. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה נקבל: $\sqrt[1]{3^6}=9 \Leftarrow 3^{\frac{6}{1}}=3^2 \Leftarrow 3^6=3^2$.
מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, ניתן לפסול את התשובה. מכיוון שנוח יותר להציב מספרים שלמים, נעבור לבדוק את תשובה (3).

<u>תשובה (3)</u>: 3. כאשר נציב תשובה זו במשוואה הנתונה נקבל: $\sqrt[3]{3^6}=9 \Leftarrow 3^{\frac{6}{3}}=3^2 \Leftarrow 3^2=3^2$
מכיוון שקיבלנו משוואה נכונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).