

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(4)	(1)	(4)	(3)	(3)	(1)	(3)	(4)	(4)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(2)	(2)	(1)	(2)	(3)	(3)	(1)	(2)	(4)	(4)	תשובה

30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	שאלה
(1)	(1)	(4)	(4)	(4)	(1)	(3)	(2)	(4)	(2)	תשובה

40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	שאלה
(3)	(3)	(1)	(4)	(4)	(2)	(2)	(3)	(1)	(4)	תשובה

הסברים

1. השאלה: $\sqrt[4]{6^8} = ?$

פתרון: לפי חוקי שורשים $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ומכאן שהביטוי הנתון שווה ל- 6^2 $\left(\sqrt[4]{6^8} = 6^{\frac{8}{4}} = 6^2 \right)$.

תשובה (2).

2. השאלה: $\sqrt[3]{9^6} = ?$

פתרון: מכיוון שבכל התשובות הבסיס הוא 3, נמיר את הבסיס שבשאלה לבסיס 3, כלומר נכתוב 3^2 במקום 9, ונקבל כי הביטוי עליו נשאלנו הוא: $\sqrt[3]{9^6} \Leftrightarrow \sqrt[3]{(3^2)^6} \Leftrightarrow \sqrt[3]{3^{12}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{3^{12}} = 3^{\frac{12}{3}} = 3^4$. לפי חוק השורשים $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ומכאן שהביטוי הנתון שווה ל- 3^4 .

תשובה (4).

3. השאלה: $(\sqrt{3})^{\sqrt{3}} = ?$

פתרון: כאשר מעלים חזקה בחזקה, יש לכפול את החזקות, כלומר:

$$(\sqrt{3})^{\sqrt{3}} = 3^{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 3^3 = 27$$

מצאנו כי ערך הביטוי הוא 27, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

4. השאלה: $(2^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = ?$

פתרון: כאשר מעלים חזקה בחזקה, יש לכפול את החזקות, כלומר:

$$(2^{\sqrt{5}})^{\sqrt{5}} = 2^{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = 2^5 = 32$$

מצאנו כי ערך הביטוי הוא 32, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

5. השאלה: $(0 < x, y) \quad \sqrt{17x} \cdot \sqrt{17y} = ?$

פתרון: פשוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$, ונקבל: $\sqrt{17x} \cdot \sqrt{17y}$

$$\sqrt{17} \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \Leftrightarrow \sqrt{17} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{y}$$

$$17\sqrt{xy} \Leftrightarrow \sqrt{17} \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \text{ , הרי ש- } \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$$

תשובה (1).

6. השאלה: $\sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15} = ?$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי (מכפלת שורשים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$, ונקבל:

$$.30 \Leftrightarrow \sqrt{900} \Leftrightarrow \sqrt{60 \cdot 15} \Leftrightarrow \sqrt{10 \cdot 6 \cdot 15} \Leftrightarrow \sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15}$$

דרך ב': פשוט אלגברי (מכפלת בסיסים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות פירוק המספרים שבשורש לגורמים הראשוניים המרכיבים אותם, ונקבל:

$$. \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 5} \cdot \sqrt{2 \cdot 3} \cdot \sqrt{3 \cdot 5} \Leftrightarrow \sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15}$$

למדנו כי כדאי לזכור את המ קרה הפרטי, לפיו: $x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$.

מכאן ש- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ שווים ל-2, $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ שווים ל-3 ו- $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$ שווים ל-5.

$$.30 \Leftrightarrow 2 \cdot 3 \cdot 5 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$$

תשובה (3).

7. השאלה: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = ?$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי – מכפלת שורשים זהים

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$, ונקבל: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$

$$.3 \Leftrightarrow \sqrt[4]{81} \Leftrightarrow \sqrt[4]{3 \cdot 27}$$

דרך ב': פשוט אלגברי – המרה לחזקות

נפשט את הביטוי באמצעות המרת הביטויים לפי חוק השורשים: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

המטרה בשאלות חזקות היא להגיע לבסיסים שווים, ולכן את הביטוי $\sqrt[4]{3}$ ניתן להמיר לפי החוק ל- $3^{\frac{1}{4}}$,

ואת הביטוי $\sqrt[4]{27}$, אשר ניתן להציגו כ- $\sqrt[4]{3^3}$ נמיר ל- $3^{\frac{3}{4}}$.

כעת נציג את הביטוי $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ כמכפלה של שני ביטויים בעלי בסיסים זהים: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{3}{4}}$

$$.3 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

תשובה (3).

8. השאלה: $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי – מכפלת שורשים זהים

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$, ונקבל: $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} \Leftrightarrow \sqrt[3]{4 \cdot 16} \Leftrightarrow \sqrt[3]{64} \Leftrightarrow 4$

תשובה (4).

9. השאלה: $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{12} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי (מכפלת שורשים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$, ונקבל: $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 12} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 12}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{36} \Leftrightarrow 6$

דרך ב': פישוט אלגברי (מכפלת בסיסים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות פירוק המספרים שבשורש לגורמים הראשוניים המרכיבים אותם, ונקבל:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{12}$$

למדנו כי כדאי לזכור את המקרה הפרטי, לפיו: $x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$.
מכאן ש- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ שווים ל-2, ו- $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ שווים ל-3.
 $6 \Leftrightarrow 2 \cdot 3 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

תשובה (1).

10. השאלה: $\sqrt{6} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי (מכפלת שורשים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$, ונקבל: $\sqrt{6} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{6 \cdot 12 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{12 \cdot 12} \Leftrightarrow \sqrt{12^2} \Leftrightarrow 12$

דרך ב': פישוט אלגברי (מכפלת בסיסים זהים)

נפשט את הביטוי באמצעות פירוק המספרים שבשורש לגורמים הראשוניים המרכיבים אותם, ונקבל:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 3} \cdot \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{6} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{2}$$

למדנו כי כדאי לזכור את המקרה הפרטי, לפיו: $x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$.
מכאן ש- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ שווים ל-2, ו- $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ שווים ל-3, נפשט את הביטוי שקיבלנו:
 $12 \Leftrightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

תשובה (4).

11. השאלה: $?\sqrt[3]{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{14}{16}}$

פתרון: פישוט אלגברי – מכפלת שורשים זהים

נפשט את הביטוי באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$, ונקבל:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 2^1}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 16}} &\Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5^1 \cdot 9 \cdot 14^2}{2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 16}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 14}{10 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 16}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{14}{16}} \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{27}{64}} \end{aligned}$$

תשובה (4).

12. השאלה: $\sqrt{108} = ?$

פתרון: זרז א': פישוט אלגברי (פירוק המספר שעליו נשאלנו)

כאשר נתון שורש של מספר שאינו ידוע עלינו 'לפרק' את המספר למכפלה של מספר שאנו יודעים מה השורש שלו במספר אחר. את המספר 108 נפרק למכפלה של 4 ב-27, ונקבל:

$$\sqrt{108} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 27} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{27} \Leftrightarrow 2\sqrt{27}$$

כעת, מכיוון שזו אינה אחת התשובות המוצעות, נפרק את המספר 27 למכפלה של 9 ו-3, ונקבל:

$$2\sqrt{27} \Leftrightarrow 2\sqrt{9 \cdot 3} \Leftrightarrow 2\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow 2 \cdot 3\sqrt{3} \Leftrightarrow 6\sqrt{3}$$

זרז ב': פישוט אלגברי (עבודה עם התשובות)

התשובות המוצעות הן מכפלה של מספרים שלמים בשורשים, נפשט את התשובות על ידי 'הכנסת'

המספרים השלמים לתוך השורש ובדיקה מי מהתשובות שווה לביטוי המבוקש: $\sqrt{108}$

תשובה (1): $7\sqrt{3}$. על מנת 'להכניס' את המספר 7 לשורש, עלינו לשאול את עצמנו מי המספר ששורש שני

שלו שווה ל-7. התשובה היא 49, ולכן: $7\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{49} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{49 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{147}$.

תשובה (2): $4\sqrt{5}$. המספר שהשורש שלו שווה ל-4 הוא 16, ולכן: $4\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 5} \Leftrightarrow \sqrt{80}$.

תשובה (3): $8\sqrt{2}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-8 הוא 64, ולכן: $8\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{64 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{128}$.

תשובה (4): $6\sqrt{3}$. המספר ששורש שלו שווה ל-6 הוא 36, ולכן: $6\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{36 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{108}$.

תשובה (4).

13. השאלה: $\sqrt{50} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי (פירוק המספר שעליו נשאלנו) כאשר נתון שורש של מספר שאינו ידוע עלינו 'לפרק' את המספר למכפלה של מספר אשר השורש שלו הוא מספר שלם במספר אחר. את המספר 50 למשל נפרק למכפלה של 25 ב-2, ונקבל: $\sqrt{2 \cdot 25} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} \Leftrightarrow 5\sqrt{2}$

דרך ב': פישוט אלגברי (עבודה עם התשובות)

התשובות המוצעות הן מכפלה של מספרים שלמים בשורשים, נפשט את התשובות על ידי 'הכנסת' המספרים השלמים לתוך השורש ובדיקה מי מהתשובות שווה לביטוי המבוקש: $\sqrt{50}$

תשובה (1): $2\sqrt{3}$. על מנת 'להכניס' את המספר 2 לתוך השורש, עלינו לשאול את עצמנו מי המספר אשר השורש השני שלו שווה ל-2. התשובה היא 4, ולכן: $2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{12}$.

תשובה (2): $5\sqrt{2}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-5 הוא 25, ולכן: $5\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{25 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{50}$. מכיוון שמצאנו כי $5\sqrt{2}$ שווה לביטוי המבוקש, הרי שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (3): $3\sqrt{2}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-3 הוא 9, ולכן: $3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{9 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{18}$.

תשובה (4): $4\sqrt{3}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-4 הוא 16, ולכן: $4\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{48}$.

תשובה (2).

14. השאלה: $\sqrt{240} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי (פירוק המספר שעליו נשאלנו)

כאשר נתון שורש של מספר שאינו ידוע עלינו 'לפרק' את המספר למכפלה של מספר שאנו יודעים מה השורש שלו במספר אחר. את המספר 240 למשל ניתן לפרק למכפלה של 4 ב-60, ולקבל: $\sqrt{240} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 60} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{60} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{60}$

כעת, מכיוון שזו אינה אחת מהתשובות המוצעות, 'נפרק' את המספר 60 למכפלה של 20 ו-3, ולאחר מכן נפרק את המספר 20 למכפלה של 5 ו-4 ונקבל:

$$2 \cdot \sqrt{60} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 20} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{20} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 5} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow 4 \cdot \sqrt{3 \cdot 5} \Leftrightarrow 4 \cdot \sqrt{15}$$

דרך ב': פישוט אלגברי (עבודה עם התשובות)

התשובות המוצעות הן מכפלה של מספרים שלמים בשורשים, נפשט את התשובות על ידי 'הכנסת' המספרים השלמים לתוך השורש ובדיקה מי מהתשובות שווה לביטוי המבוקש: $\sqrt{240}$

תשובה (1): $4\sqrt{15}$. על מנת 'להכניס' את המספר 4 לשורש, עלינו לשאול את עצמנו מי המספר אשר השורש השני שלו שווה ל-4. התשובה היא 16, ולכן: $4\sqrt{15} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{15} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 15} \Leftrightarrow \sqrt{240}$. מצאנו כי הערך שבתשובה זו שווה לביטוי המבוקש, ומכאן שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (2): $2\sqrt{12}$. המספר שהשורש שלו שווה ל-2 הוא 4, ולכן: $2\sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 12} \Leftrightarrow \sqrt{48}$.

תשובה (3): $8\sqrt{3}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-8 הוא 64, ולכן: $8\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{64} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{64 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{192} \Leftrightarrow \sqrt{192}$.

תשובה (4): $6\sqrt{3}$. המספר ששורש שלו שווה ל-6 הוא 36, ולכן: $6\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{36 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{108}$.

תשובה (1).

15. השאלה: $\sqrt{96} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי (פירוק המספר שעליו נשאלנו)

כאשר נתון שורש של מספר שאינו ידוע עלינו 'לפרק' את המספר למכפלה של מספר שאנו יודעים מה השורש שלו במספר אחר. את המספר 96 למשל ניתן לפרק למכפלה של 4 ב-24, ולקבל:

$$\sqrt{96} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 24} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{24} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{24}$$

כעת, מכיוון שזו אינה אחת התשובות המוצעות, 'נפרק' את המספר 24 למכפלה של 6 ב-4, ונקבל:

$$2 \cdot \sqrt{24} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 6} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} \Leftrightarrow 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{6} \Leftrightarrow 4\sqrt{6}$$

דרך ב': פישוט אלגברי (עבודה עם התשובות)

התשובות המוצעות הן מכפלה של מספרים שלמים בשורשים, נפשט את התשובות על ידי 'הכנסת' המספרים השלמים לתוך השורש, ואז נבדוק מי מהתשובות שווה לביטוי המבוקש: $\sqrt{96}$

תשובה (1): $6\sqrt{2}$. על מנת 'להכניס' את המספר 6 לשורש, עלינו לשאול את עצמנו מי המספר אשר השורש השני שלו שווה ל-6. התשובה היא 36, ולכן: $6\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{36 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{72}$.

תשובה (2): $2\sqrt{12}$. המספר שהשורש שלו שווה ל-2 הוא 4, ולכן: $2\sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 12} \Leftrightarrow \sqrt{48}$

תשובה (3): $4\sqrt{6}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-4 הוא 16, ולכן: $4\sqrt{6} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{6} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 6} \Leftrightarrow \sqrt{96}$. בשלב זה אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (4): $7\sqrt{2}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-7 הוא 49, ולכן: $7\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{49 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{98}$.

תשובה (3).

16. השאלה: איזה מן המספרים הבאים הוא הגדול ביותר?

פתרון: פישוט אלגברי

על מנת לפתור את השאלה, נפשט את התשובות על ידי 'הכנסת' המספרים אשר נמצאים 'מחוץ' לשורש לתוך השורש.

תשובה (1): 7. על מנת 'להכניס' את המספר 7 לשורש, עלינו לשאול את עצמנו מי המספר אשר השורש השני שלו שווה ל-7, התשובה היא 49, ולכן 7 שווה ל- $\sqrt{49}$.

תשובה (2): $3\sqrt{5}$. המספר אשר השורש השני שלו שווה ל-3 הוא 9, ולכן: $3\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{9 \cdot 5} \Leftrightarrow \sqrt{45}$.

תשובה (3): $5\sqrt{2}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-5 הוא 25, ולכן: $5\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{25 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{50}$.

תשובה (4): $4\sqrt{3}$. המספר אשר השורש שלו שווה ל-4 הוא 16, ולכן: $4\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{48}$.

מצאנו כי ערכה של תשובה (3) הוא הגדול ביותר.

תשובה (3).

17. השאלה: איזה מהמספרים הבאים הוא הגדול ביותר?

פתרון: על מנת למצוא מי מהתשובות היא בעלת הערך הגדול ביותר, עלינו להשוות ביניהן.

תשובה (1): $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8}$

תשובה (2): $\sqrt{3} \cdot \sqrt{17}$

תשובה (3): $\sqrt{5} \cdot 3$

תשובה (4): $\sqrt{3} \cdot 4$

עדיף להתחיל את ההשוואה על ידי מציאת זוגות של תשובות אשר יש ביניהן דמיון כלשהו: למשל, גם בתשובה (1) וגם בתשובה (3) מופיע הביטוי $\sqrt{5}$ כאחד מגורמי המכפלה.

בתשובה (1) כופלים את $\sqrt{5}$ ב- $\sqrt{8}$ ובתשובה (3) ב-3.

למרות שאיננו יודעים מה ערכו של $\sqrt{8}$, אנו יכולים לקבוע כי הוא בהכרח קטן מ-3 (שכן $\sqrt{9} = 3$ ו- $\sqrt{8}$ קטן מ- $\sqrt{9}$). מכאן שערכה של תשובה (3) גדול מערכה של תשובה (1), ולכן תשובה (1) נפסלת.

בתשובות (2) ו-4) מופיע הביטוי $\sqrt{3}$ כאחד מגורמי המכפלה. בתשובה (2) כופלים את $\sqrt{3}$ ב- $\sqrt{17}$ ובתשובה (4) ב-4.

$\sqrt{17}$ הוא ביטוי אשר ערכו גדול מ-4 (שכן $\sqrt{16} = 4$ ו- $\sqrt{17}$ גדול מ- $\sqrt{16}$), מכאן שערכה של תשובה (2) גדול מערכה של תשובה (4), ולכן תשובה (4) נפסלת.

נותרנו עם תשובות (2) ו-3). על מנת להשוות ביניהן נפשט את התשובות באמצעות חוק מכפלת שורשים לפיו: $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$.

תשובה (2): $\sqrt{3} \cdot \sqrt{17} \Leftrightarrow \sqrt{3 \cdot 17} \Leftrightarrow \sqrt{51}$

תשובה (3): $\sqrt{5} \cdot 3 \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot \sqrt{9} \Leftrightarrow \sqrt{5 \cdot 9} \Leftrightarrow \sqrt{45}$

מצאנו כי ערכה של תשובה (2) הוא הגדול ביותר.

תשובה (2).

18. השאלה: פי כמה גדול $\sqrt{200}$ מ- $\sqrt{100}$?

פתרון: פשוט אלגברי

על מנת למצוא פי כמה גדול ביטוי א' מביטוי ב' יש למצוא מה ערך הביטוי $\frac{א'}{ב'}$, ומכאן שעלינו לחשב מה

ערכו של הביטוי $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{100}}$. מכיוון שמדובר בחלוקה של שני שורשים זהים, הרי שניתן להכניס את שני

השורשים מתחת לאותו שורש, ומכאן ש- $\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{200}{100}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{200}{100}}$

תשובה (1).

19. השאלה: פי כמה גדול $\sqrt{48}$ מ- $\sqrt{12}$?

פתרון: פשוט אלגברי

על מנת למצוא פי כמה גדול ביטוי אי מביטוי בי יש למצוא מה ערך הביטוי $\frac{א}{ב}$, ומכאן שעלינו לחשב מה

ערכו של הביטוי $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$. מכיוון שמדובר בחלוקה של שני שורשים זהים, הרי שניתן להכניס את שני

$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{48}{12}} \Leftrightarrow \sqrt{4} \Leftrightarrow 2.$$

תשובה (2).

20. השאלה: $\frac{4\sqrt{12}}{3} = ?$

פתרון: פשוט אלגברי

פתרון: על מנת לפשט את השבר עלינו למצוא גורם שיצמצם את המכנה. כיוון שלפנינו שורש נפרק את הבסיס לגורמים מתוך מטרה שזה יוביל אותנו לגורם שיצטמצם עם המכנה:

$$\frac{4\sqrt{12}}{3} \Leftrightarrow \frac{4 \cdot \sqrt{3 \cdot 4}}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4}}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

תשובה (2).

21. השאלה: $\frac{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x^2} = ?$; $1 < x$

פתרון: פשוט אלגברי

מכיוון שבכל הביטויים בתשובות מופיעים ביטויים עם חזקות, הרי שכדאי 'להמיר' את השורש שבמונה לחזקה באמצעות החוק: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. לפי החוק ערכו של הביטוי $\sqrt[3]{x^2}$ שווה ל- $x^{\frac{2}{3}}$.

$$\frac{x^3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{x^3 \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{x^{3+\frac{2}{3}}}{x^2} \Leftrightarrow \frac{x^{\frac{11}{3}}}{x^2} \Leftrightarrow x^{\frac{11}{3}-2} \Leftrightarrow x^{\frac{5}{3}}$$

תשובה (2).

22. השאלה: $\frac{\sqrt[3]{x} \cdot x^4}{x^3} = ?$; $1 < x$

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שהביטויים בתשובות מופיעים ביטויים עם חזקות, הרי שיש להמיר את השורש שבמונה הביטוי לחזקה באמצעות החוק: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. מכאן שהביטוי $\sqrt[3]{x}$ שווה ל- $x^{\frac{1}{3}}$, כעת נשתמש בחוקי חזקות על

מנת לפשט את מונה הביטוי $\frac{\sqrt[3]{x} \cdot x^4}{x^3}$, ונקבל: $\frac{\sqrt[3]{x} \cdot x^4}{x^3} \Leftrightarrow \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^4}{x^3} \Leftrightarrow \frac{x^{\frac{1}{3}+4}}{x^3} \Leftrightarrow \frac{x^{\frac{13}{3}}}{x^3}$.
 כעת באמצעות שימוש בחוק המתייחס לחלוקה של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$, ונקבל:

$$\frac{x^{\frac{13}{3}}}{x^3} \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}+4-3} \Leftrightarrow x^{\frac{4}{3}}$$

תשובה (4).

23. השאלה: $\frac{4x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = ?$; $(1 < x)$

פתרון: מכיוון שהתשובות מופיעות ללא מכנה, הרי שיש לצמצם את הביטוי.

יש שתי אפשרויות המאפשרות לבצע צמצום: א. הוצאת גורם משותף מהמחברים שבמונה. ב. פירוק המונה לשם יצירת שני שברים.

זכרו – תבניות שחשוב לדעת:
 $x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$
 $\frac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{הוצאת גורם משותף: } \frac{4x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(4\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} = 4\sqrt{x} - 1 \\ \text{פיצול לשני שברים: } \frac{4x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{4x}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 4\sqrt{x} - 1 \end{array} \right.$$

תשובה (2).

24. השאלה: $\sqrt{10 - \sqrt{6 - \sqrt{25}}} = ?$

פתרון: נתחיל את הפישוט/פתרון מהשורש הפנימי ביותר: מכיוון ש: $\sqrt{25}$ שווה ל-5, הרי ש:

$$\sqrt{10 - \sqrt{6 - \sqrt{25}}} \Leftrightarrow \sqrt{10 - \sqrt{6 - 5}} \Leftrightarrow \sqrt{10 - \sqrt{1}} \Leftrightarrow \sqrt{10 - 1} \Leftrightarrow \sqrt{9} \Leftrightarrow 3$$

שורש של 1 שווה ל-1, ולפיכך: $\sqrt{10 - \sqrt{1}} \Leftrightarrow \sqrt{9} \Leftrightarrow 3$.

תשובה (3).

25. **השאלה:** $0 \leq x$; $\sqrt{x+5} - \sqrt{x^2+8x+16} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי ראשית, נתחיל בפישוט הביטוי מהשורש הפנימי, יותר. את הביטוי $x^2 + 8x + 16$ ניתן לפשט באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה ל- $(x+4)^2$, ומכאן ש:

$$\cdot \sqrt{x+5} - \sqrt{(x+4)^2}$$

שורש שני וחזקה שנייה מבטלים זה את זה, ומכאן שניתן להציג את הביטוי: $\Leftrightarrow \sqrt{x+5} - (x+4)$
 $\Leftrightarrow \sqrt{1} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} - x - 4$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1

$$\left(\sqrt{x+5} - \sqrt{x^2+8x+16} = \sqrt{1+5} - \sqrt{1^2+8+16} = \sqrt{6} - \sqrt{1+24} = \sqrt{6} - \sqrt{25} = \sqrt{6-5} = \sqrt{1} = 1 \right)$$

נציב ערך זה בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (2), (3) ו-(4) שונה מ-1, ולכן הן נפסלות.

תשובה (1).

26. **השאלה:** $\sqrt{\sqrt{49} \cdot \sqrt{9}} + \sqrt{100} \cdot \sqrt{36} = ?$

פתרון: נתחיל את הפישוט/פתרון מהשורשים הפנימיים: מכיוון ש: $\sqrt{49}$ שווה ל-7, $\sqrt{9}$ שווה ל-3, $\sqrt{100}$ שווה ל-10 ו- $\sqrt{36}$ שווה ל-6 הרי ש:

$$\Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{49} \cdot \sqrt{9}} + \sqrt{100} \cdot \sqrt{36} \Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot 3} + 10 \cdot 6 \Leftrightarrow \sqrt{21} + 60 \Leftrightarrow \sqrt{81} \Leftrightarrow 9$$

תשובה (4).

27. **השאלה:** $8 \leq x$; $\sqrt{x+8} - \sqrt{x^2-8x+64} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי ראשית, נפשט את הביטוי שבשורש הפנימי יותר. את הביטוי $x^2 - 8x + 16$ ניתן לפשט באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השנייה ל- $(x-8)^2$, ומכאן ש:

$$\cdot \sqrt{x+8} - \sqrt{(x-8)^2}$$

שורש שני וחזקה שנייה מבטלים זה את זה, ומכאן שניתן להציג את הביטוי באופן הבא:

$$\Leftrightarrow \sqrt{16} \Leftrightarrow \sqrt{x+8} - x + 8 \Leftrightarrow \sqrt{x+8} - \sqrt{(x-8)^2}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 8$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4

$$\left(\sqrt{x+8} - \sqrt{x^2-8x+64} = \sqrt{8+8} - \sqrt{8^2-16 \cdot 8+64} = \sqrt{16} - \sqrt{64-148+64} = \sqrt{16} - \sqrt{0} = \sqrt{16} - 0 = \sqrt{16} = 4 \right)$$

נציב ערך זה בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(3) שונה מ-4, ולכן הן נפסלות.

תשובה (4).

28. השאלה: $5 \cdot \sqrt{0.64} = ?$

פתרון: מכיוון שנוח יותר 'לעבוד' עם שברים פשוטים, 'נמיר' את השבר העשרוני 0.64 לשבר הפשוט

$$.4 \Leftrightarrow \frac{40}{10} \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{8}{10} \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} \Leftrightarrow \frac{64}{100}, \text{ ונקבל: } \Leftrightarrow$$

תשובה (4).

29. השאלה: $2 \cdot \sqrt{\frac{0.04}{0.25}} = ?$

פתרון: מכיוון שנוח יותר 'לעבוד' עם שברים פשוטים, 'נמיר' את השבר העשרוני 0.04 לשבר הפשוט:

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{\frac{4}{100}}{\frac{25}{100}}} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{0.04}{0.25}} \text{ ונקבל: } \frac{25}{100}, \frac{4}{100}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2}{5} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{\frac{4}{100} \cdot \frac{100}{25}}$$

'נמיר' את השבר העשרוני בתשובה (1) לשבר פשוט, ונקבל כי 0.8 שווה ל- $\frac{8}{10}$ שניתן לצמצמו ל- $\frac{4}{5}$.

זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

30. השאלה: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \frac{1}{8}\right)^2 = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

ראשית, נפשט את הביטוי שבסוגריים.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{8}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4-1}{8}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{8} - \frac{1}{8}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \frac{1}{8}\right)^2 \text{ ומכאן ש: } \frac{1}{2} \text{ שווה ל-}$$

$$\frac{9}{64} \Leftrightarrow \frac{3^2}{8^2}$$

תשובה (1).

31. השאלה: נתון: x ו- y הם מספרים עוקבים: $0 < y < x$.

$$\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy}} = ?$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נתון כי x ו- y הם מספרים חיוביים ועוקבים, כאשר x גדול מ- y , ומכאן ש- x גדול ב-1 מ- y . נפשט את המונה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית ואת המכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר

$$\frac{\sqrt{(x-y)(x+y)}}{\sqrt{(x+y)^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy}}$$

מכיוון ששורש וחזקה הן פעולות מנוגדות, אשר מבטלות זו את זו, הרי שהביטוי $\sqrt{(x+y)^2}$ שווה ל- $(x+y)$. מכיוון ש- x גדול ב-1 מ- y , הרי שההפרש בין x ל- y שווה ל-1, כלומר: $x - y = 1$, ומכאן ש:

$$\frac{\sqrt{x+y}}{(x+y)} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{1 \cdot (x+y)}}{(x+y)} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(x-y)(x+y)}}{\sqrt{(x+y)^2}}$$

לפי הכלל $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$, ומכאן שניתן לפרק את הביטוי שבמכנה באופן הבא: $\sqrt{x+y} \cdot \sqrt{x+y} = x+y$.

$$\frac{1}{\sqrt{x+y}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y} \cdot \sqrt{x+y}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+y}}{(x+y)}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = 2$ ו- $y = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\left(\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy}} = \frac{\sqrt{2^2 - 1^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{\sqrt{4-1}}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

נציב ערכים אלו בתשובות, ונמצא כי תשובות (1), (2) ו-(3) נפסלות.

תשובה (4).

32. השאלה: $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{40} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

ראשית, נפתח את הסוגריים באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה, ונקבל:

$$\Leftrightarrow (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{40} \Leftrightarrow (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{40} \Leftrightarrow 5 + 2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{40} \Leftrightarrow 7 + 2\sqrt{10} - \sqrt{40}$$

כעת נפרק את $\sqrt{40}$ למכפלה של $\sqrt{4 \cdot 10}$ $\Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{10}$ ונקבל כי $\sqrt{40}$ שווה ל- $2\sqrt{10}$, ומכאן ש:

$$7 \Leftrightarrow 7 + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{10} \Leftrightarrow 7 + 2\sqrt{10} - \sqrt{40}$$

תשובה (1).

33. השאלה: $\sqrt{80} + \sqrt{125} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי – הוצאת גורם משותף
 חוקי חזקות ושורשים מתייחסים מצבים של כפל/חילוק, ובמצב של חיבור/חיסור כל שניתן לעשות הוא להוציא גורם משותף, ולכן נחפש מה הגורם המשותף ל-80 ו-125.
 הגורם המשותף הוא 5, ולכן נפרק כל אחד מהביטויים למכפלה של 5:

$$4\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 5} \Leftrightarrow \sqrt{80}$$

$$5\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{25 \cdot 5} \Leftrightarrow \sqrt{125}$$

כעת נציב את הביטויים שקיבלנו באמצעות הפישוט בביטוי עליו נשאלנו, ונקבל: $\sqrt{80} + \sqrt{125}$
 $.9\sqrt{5} \Leftrightarrow 4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

תשובה (3).

34. השאלה: $\sqrt{48} + \sqrt{27} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי – הוצאת גורם משותף
 מכיוון שבמצב של חיבור/חיסור כל שניתן לעשות הוא להוציא גורם משותף, נמצא מה הגורם המשותף ל-48 ו-27. הגורם המשותף ל-48 ו-27 הוא 3, ולכן נפרק כל אחד מהביטויים למכפלה של 3, ונקבל:

$$4\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{16 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{48}$$

$$3\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{9 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{27}$$

כעת נפשט את הביטוי באמצעות הפירוק: $\sqrt{48} + \sqrt{27} \Leftrightarrow 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Leftrightarrow 7\sqrt{3}$

תשובה (2).

35. השאלה: $\frac{\sqrt{75} - \sqrt{12}}{\sqrt{18}} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי – הוצאת גורם משותף
 מכיוון שבמצב של חיבור/חיסור כל שניתן לעשות הוא להוציא גורם משותף, נמצא מה הגורם המשותף ל-75 ו-12. הגורם המשותף הוא 3, ולכן נפרק כל אחד מהביטויים למכפלה של 3:

$$5\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{25 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{75}$$

$$2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{4 \cdot 3} \Leftrightarrow \sqrt{12}$$

את הביטוי שבמכנה - $\sqrt{18}$, נפרק למכפלה של 2 ו-9, ונקבל: $\sqrt{18} \Leftrightarrow \sqrt{9 \cdot 2} \Leftrightarrow \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 3\sqrt{2}$

כעת נפשט את הביטוי באמצעות הפירוק: $\frac{\sqrt{75} - \sqrt{12}}{\sqrt{18}} \Leftrightarrow \frac{5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

תשובה (2).

36. השאלה: $0 < x$; $\sqrt{\left(\frac{3^{2x}}{3^{-4x}}\right)^x} = ?$

איזה מהשוויונות הבאים נכון בהכרח?

פתרון: פישוט אלגברי

נתחיל את פישוט הביטוי שבתוך הסוגריים המורכב מחלוקה של בסיסים זהים על ידי שימוש בחוק

החזקות $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, ונקבל: $\sqrt{\left(\frac{3^{2x}}{3^{-4x}}\right)^x} \Leftrightarrow \sqrt{(3^{2x-(-4x)})^x} \Leftrightarrow \sqrt{(3^{2x+4x})^x} \Leftrightarrow \sqrt{(3^{6x})^x}$

$$.3^{3x^2} \Leftrightarrow 3^{\frac{6x^2}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3^{6x^2}}$$

תשובה (4).

37. השאלה: $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

על מנת לפשט את הביטוי, נמיר את המספרים הנתונים לבסיסים הקטנים ביותר. את 16 נמיר ל- 2^4 ,

ואת 81 ל- 3^4 , ונקבל: $\left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}}$.

לפי חוקי חזקות: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, ומכאן שכאשר נתונה חזקה בחזקה יש לכפול את המעריכים.

נפשט את הביטוי באמצעות שימוש בחוק זה, ונקבל: $\left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow \frac{2^{4 \cdot \frac{1}{4}}}{3^{4 \cdot \frac{1}{4}}} \Leftrightarrow \frac{2^1}{3^1} \Leftrightarrow \frac{2}{3}$.

תשובה (4).

38. השאלה: $\frac{2\sqrt{18}}{3} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

על מנת לפשט את השבר עלינו למצוא גורם שיצמצם את המכנה. כיוון שלפנינו שורש נפרק את הבסיס לגורמים מתוך מטרה שזה יוביל אותנו לגורם שיצטמצם עם המכנה:

$\frac{2\sqrt{18}}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{9 \cdot 2}}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow 2\sqrt{2}$

תשובה (1).

39. השאלה: $(0 < x < y) \frac{\sqrt{y-x}}{x-y} \cdot \frac{\sqrt{y+x}}{x+y} = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נתון כי $x < y$ הם מספרים חיוביים כאשר y גדול מ- x .

נפשט את המונה והמכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל: $\frac{\sqrt{y-x}}{x-y} \cdot \frac{\sqrt{y+x}}{x+y}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{x^2-y^2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(y-x)(y+x)}}{(x-y)(x+y)}$

נוציא (-1) כגורם משותף במכנה, ונקבל: $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{x^2-y^2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y^2-x^2}$

לפי הכלל $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$, ומכאן שניתן לפרק את הביטוי שבמכנה y^2-x^2 באופן הבא:

$\sqrt{y^2-x^2} \cdot \sqrt{y^2-x^2} = y^2-x^2$

מכאן ש: $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{\sqrt{y^2-x^2} \cdot \sqrt{y^2-x^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y^2-x^2}$

נחלק את המונה והמכנה ב- $\sqrt{y^2-x^2}$, ונקבל: $\frac{1}{\sqrt{y^2-x^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{\sqrt{y^2-x^2} \cdot \sqrt{y^2-x^2}}$

דנד ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x=1$ ו- $y=2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\left(\frac{\sqrt{y-x}}{x-y} \cdot \frac{\sqrt{y+x}}{x+y} = \frac{\sqrt{2-1}}{1-2} \cdot \frac{\sqrt{2+1}}{1+2} = \frac{\sqrt{1}}{-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{-3} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \right)$$

נציב ערכים אלו בתשובות, ונמצא כי תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

תשובה (3).

40. השאלה: $\left[(\sqrt{7}+5)^2 - (\sqrt{7}-5)^2 \right]^2 = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

נפשט את הביטויים שבתוך הסוגריים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר, ונקבל:

$$\Leftrightarrow \left[(\sqrt{7})^2 + 5^2 + 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 5 - \left((\sqrt{7})^2 + 5^2 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 5 \right) \right]^2 \Leftrightarrow \left[(\sqrt{7}+5)^2 - (\sqrt{7}-5)^2 \right]^2$$

$$(20\sqrt{7})^2 \Leftrightarrow [7 + 25 + 10\sqrt{7} - 7 - 25 + 10\sqrt{7}]^2$$

נפשט את הביטוי שקיבלנו באמצעות חוק החזקות: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, ונקבל: $(20\sqrt{7})^2$

$$.2,800 \Leftrightarrow 400 \cdot 7 \Leftrightarrow 20^2 \cdot (\sqrt{7})^2$$

תשובה (3).

הערה: ההפרש בין נוסחת הכפל המקוצר הראשונה לנוסחת הכפל המקוצר השנייה הוא $4ab$, ומכיוון שהביטוי בסוגריים הוא ההפרש בין הנוסחה הראשונה לשנייה, הרי שהביטוי שבתוך הסוגריים שווה ל-

$$.20\sqrt{7} \Leftrightarrow 4 \cdot \sqrt{7} \cdot 5$$

כעת כאשר נעלה בריבוע את הביטוי, נקבל: $(20\sqrt{7})^2 \Leftrightarrow (\sqrt{7})^2 \cdot 20^2 \Leftrightarrow 400 \cdot 7 \Leftrightarrow 2,800$