

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(4)	(1)	(3)	(2)	(4)	(4)	(1)	(2)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(2)	(3)	(2)	(2)	(1)	(2)	(1)	(4)	(1)	(3)	תשובה

22	21	שאלה
(4)	(4)	תשובה

הסברים

1. השאלה: $\frac{3.9}{13} = ?$ (a ≠ 0)

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שנוח יותר לעבוד בשברים פשוטים, נמיר את השבר העשרוני 3.9 לשבר פשוט.

השבר העשרוני 3.9 שווה ל- $\frac{39}{10}$, ולפיכך התרגיל שלפנינו הוא: $\frac{39}{10} \cdot \frac{10}{13}$

ניתן לתרגם פעולת חילוק לכפל בהופכי של המספר שבו חילקנו, ולכן ניתן להציג את התרגיל באופן

הבא: $\frac{39}{10} \cdot \frac{20}{13}$

נצמצם את המונה והמכנה, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 6 $\left(\frac{3 \cdot 39}{1 \cdot 10} \cdot \frac{20^2}{13^2} = 6 \right)$

תשובה (2).

2. השאלה: $1.05 \cdot 0.2 \div 7 = ?$

פתרון: לפנינו ביטוי המורכב משברים עשרוניים. מכיוון שנוח יותר לחשב בשברים

פשוטים, נמיר את השברים העשרוניים לשברים פשוטים. את השבר 1.05 נמיר ל- $\frac{105}{100}$ ואת

השבר 0.2 ל- $\frac{2}{10}$, ונקבל את התרגיל: $1.05 \cdot 0.2 \div 7 \Leftrightarrow \frac{105}{100} \cdot \frac{2}{10} \div 7$

נמיר את פעולת החילוק לכפל בהופכי של המספר שבו חילקנו, ונקבל: $\frac{21 \cdot 105}{100} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{7}$

$0.03 \Leftrightarrow \frac{3}{100} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 21}{100} \cdot \frac{2^1}{1^2} \cdot \frac{1}{7^1}$

תשובה (2).

3. השאלה: $\frac{1}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = ?$

פתרון: בשאלה שלפנינו ביטוי המורכב מכמה מחוברים. לאור התשובות המוצעות עלינו לחבר את השברים באמצעות יצירת מכנה משותף. המכנה המשותף הנמוך ביותר של המכנים המוצעים הוא 24.

נרחיב את מכני כל השברים למכנה זה, ונקבל: $\frac{1}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{3}{24} - \frac{12}{24} + \frac{6}{24} + \frac{4}{24}$

$$\frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{3-12+6+4}{24}$$

תשובה (1).

4. השאלה: ערכו של מי מהשברים הבאים הוא הקטן ביותר?

פתרון: לשניים מהשברים יש מכנים זהים - תשובות (1) ו-(2), ולשניים מהם יש מונים זהים - תשובות (3) ו-(4).

נשווה בין כל אחד משני הזוגות, ונמצא מי השבר הקטן בכל אחד מהזוגות, ואז נשווה בין שני השברים הקטנים ביותר:

כאשר לשני שברים חיוביים יש מכנים זהים, השבר שהמונה שלו קטן יותר הוא השבר הקטן יותר, ולכן מבין זוג השברים $\frac{7}{5}$ ו- $\frac{8}{5}$, השבר $\frac{7}{5}$ הוא הקטן יותר, ומכאן שניתן לפסול את $\frac{8}{5}$, כלומר את תשובה (2).

כאשר לשני שברים חיוביים יש מונים זהים, השבר שהמכנה שלו הוא הגדול יותר הוא השבר הקטן, ולכן מבין זוג השברים $\frac{11}{7}$ ו- $\frac{11}{8}$, השבר $\frac{11}{8}$ הוא הקטן יותר, ומכאן שניתן לפסול את $\frac{11}{7}$, כלומר את תשובה (3).

נותרנו עם צמד השברים $\frac{7}{5}$ ו- $\frac{11}{8}$ אשר אין להם מונה או מכנה זהים.

נרחיב את שני השברים למכנה של 40, ונקבל:

$$\frac{56}{40} \Leftrightarrow \frac{7}{5} \quad \text{תשובה (1):} \quad \frac{55}{40} \Leftrightarrow \frac{11}{8} \quad \text{תשובה (4):}$$

לפנינו שני שברים חיוביים שהמכנים שלהם זהים, ומכאן שהשבר שהמונה שלו קטן יותר הוא השבר הקטן יותר. מצאנו כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

5. השאלה: נתון: $M = \frac{5}{6} - N$

עבור איזה ערך של N מתוך הערכים הבאים, יהיה הערך של M הגדול ביותר?

פתרון: דרך א': בדיקת תשובות

באמצעות יצירת מכנה משותף, נחשב את ערכו של M עבור כל אחת מהתשובות המוצעות:

תשובה (1): $\frac{1}{2}$. כאשר נציב בביטוי כי $N = \frac{1}{2}$, נמצא כי ערכו של M הוא $\frac{1}{3}$

$$\left(M = \frac{5}{6} - N = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \right)$$

תשובה (2): $\frac{4}{12}$. כאשר נציב בביטוי כי $N = \frac{4}{12}$, נמצא כי ערכו של M הוא $\frac{1}{2}$

$$\left(M = \frac{5}{6} - N = \frac{5}{6} - \frac{4}{12} = \frac{10}{12} - \frac{4}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \right)$$

מכיוון שערכו של $\frac{1}{2}$ גדול מ- $\frac{1}{3}$, ונתבקשנו למצוא את הערך הגדול ביותר של M , הרי שניתן לפסול את תשובה (1).

תשובה (3): $\frac{13}{36}$. כאשר נציב בביטוי כי $N = \frac{13}{36}$, נמצא כי ערכו של M הוא $\frac{17}{36}$

$$\left(M = \frac{5}{6} - N = \frac{5}{6} - \frac{13}{36} = \frac{30}{36} - \frac{13}{36} = \frac{17}{36} \right)$$

מכיוון שערכו של השבר $\frac{1}{2}$ גדול מ- $\frac{17}{36}$ (השבר $\frac{18}{36}$ שווה ל- $\frac{1}{2}$), ונתבקשנו למצוא את הערך הגדול ביותר של M , הרי שניתן לפסול את תשובה (3).

תשובה (4): $\frac{5}{18}$. כאשר נציב בביטוי כי $N = \frac{5}{18}$, נמצא כי ערכו של M הוא $\frac{5}{9}$

$$\left(M = \frac{5}{6} - N = \frac{5}{6} - \frac{5}{18} = \frac{15}{18} - \frac{5}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \right)$$

על מנת להשוות בין ערכו של $\frac{5}{9}$ ל- $\frac{1}{2}$, נרחיב את שני השברים למכנה של 18, ונקבל כי $\frac{5}{9}$ שווה ל- $\frac{10}{18}$ ו- $\frac{1}{2}$ שווה ל- $\frac{9}{18}$, ולפיכך ניתן לקבוע כי $\frac{5}{9}$ גדול מ- $\frac{1}{2}$, וכי התשובה הנכונה היא תשובה (4).

דרך ב': הגיון אלגברי

נתון כי $M = \frac{5}{6} - N$. על מנת שערכו של M יהיה הגדול ביותר, על הביטוי שאנו מפחיתים מ- $\frac{5}{6}$ להיות הקטן ביותר. נשווה בין התשובות המוצעות באמצעות יצירת מונים/מכנים שווים, ונבדוק איזו מהתשובות היא הקטנה ביותר בערכה המספרי.

תשובה (1): $\frac{1}{2}$ תשובה (2): $\frac{4}{12} \Leftrightarrow \frac{1}{3}$

כאשר לשני שברים חיוביים יש מונים זהים, השבר שהמכנה שלו הוא הגדול יותר הוא השבר הקטן מבין השברים. מכאן שערכה של תשובה (2) קטן מערכה של תשובה (1), ולכן ניתן לפסול את תשובה (1).

תשובה (2): $\frac{4}{12} \Leftrightarrow \frac{12}{36}$ תשובה (3): $\frac{13}{36}$

כאשר לשני שברים חיוביים יש מכנים זהים, השבר בעל המונה הקטן יותר הוא בעל הערך הקטן יותר, ומכאן שערכה של תשובה (2) קטן מערכה של תשובה (3), ולכן ניתן לפסול את תשובה (3).

$$\frac{10}{36} \Leftrightarrow \frac{5}{18} : \text{תשובה (4)} \quad \frac{12}{36} \Leftrightarrow \frac{4}{12} : \text{תשובה (2)}$$

כאמור, במקרה של מכנים זהים, השבר בעל המונה הקטן יותר הוא בעל הערך הקטן יותר, ומכאן שערכה של תשובה (4) קטן מערכה של תשובה (2), ולכן ניתן לפסול את תשובה (2).
מצאנו כי ערכו של השבר שבתשובה (4) הוא הקטן ביותר, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

הערה: השבר הנתון בתשובה (2) הוא השבר היחיד אשר ניתן במצב שבו ניתן לצמצם אותו. כאשר נחלק את המונה והמכנה ב-4, נקבל כי השבר שווה ל- $\frac{1}{3}$.

אם נבדוק לגבי כל אחת מיתר התשובות המוצעות האם ערכן קטן או גדול מ- $\frac{1}{3}$, נמצא כי תשובה (4) היא התשובה היחידה אשר ערכה קטן מ- $\frac{1}{3}$, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

$$6. \quad \text{השאלה: נתונים השברים הבאים: } \frac{5}{16}, \frac{6}{25}, \frac{5}{20}$$

איזה מאי-השוויונות הבאים נכון?

פתרון: דרך א' השוואת מונים/מכנים

ראשית, נחפש שברים בעלי מונים או מכנים זהים. לשבר $\frac{5}{20}$ ולשבר $\frac{5}{16}$ יש מונים זהים.

כאשר לשני שברים חיוביים יש מונים זהים, השבר שהמכנה שלו הוא הקטן יותר הוא השבר הגדול, ולכן

מבין זוג השברים $\frac{5}{20}$ ו- $\frac{5}{16}$, השבר $\frac{5}{16}$ הוא הגדול יותר. לפי אי-השוויונות הנתונים בתשובות (1)

ו-(4), השבר $\frac{5}{20}$ הוא הגדול יותר, ולכן ניתן לפסול תשובות אלו.

ההבדל היחיד הקיים בין התשובות הנותרות: תשובות (2) ו-(3) הוא ביחס שבין השברים $\frac{6}{25}$ ו- $\frac{5}{20}$.

נרחיב את שני השברים למכנה 100 על מנת לקבוע ערכו של מי מהם גדול יותר.

$$\frac{25}{100} \Leftrightarrow \frac{5}{20} ; \frac{24}{100} \Leftrightarrow \frac{6}{25}$$

כאשר המכנים זהים, השבר שהמונה שלו גדול יותר הוא השבר הגדול יותר, ולכן $\frac{6}{25} < \frac{5}{20}$.

מכיוון שלפי אי-השוויון המוצע בתשובה (3): $\frac{5}{20} < \frac{6}{25}$, הרי שניתן לפסול תשובה זו, ולכן תשובה (2)

היא התשובה הנכונה.

דָרָך ב': השוואה לשבר מוכר

נצמצם את השבר $\frac{5}{20}$, ונקבל כי ערכו שווה ל- $\frac{1}{4}$. כעת נשווה את ערכם של כל אחד מהשברים הנותרים ל- $\frac{1}{4}$.

על מנת להשוות בין ערכו של $\frac{5}{16}$ ל- $\frac{1}{4}$, נרחיב את $\frac{1}{4}$ פי 4, ונקבל: $\frac{4}{16}$. מונה השבר $\frac{5}{16}$ גדול יותר, ומכאן שערכו גדול מ- $\frac{1}{4}$.

על מנת להשוות בין ערכו של $\frac{6}{25}$ ל- $\frac{1}{4}$, נרחיב את $\frac{1}{4}$ פי 6, ונקבל: $\frac{6}{24}$. מכיוון שמכנה השבר $\frac{6}{25}$ גדול יותר, הרי שערכו קטן מ- $\frac{1}{4}$.

תשובה (2).

7. **השאלה:** נתון: $G = \frac{4}{9} \div H$

עבור איזה ערך של H מתוך הערכים הבאים, יהיה הערך של G **הקטן ביותר**?

פתרון: פתרון: **דָרָך א'**: בדיקת תשובות

פעולת חילוק היא למעשה כפל בהופכי, נחשב את ערכו של G עבור כל אחת מהתשובות המוצעות:

תשובה (1): $\frac{11}{36}$. כאשר נציב בביטוי כי $H = \frac{11}{36}$, נמצא כי ערכו של G הוא $\frac{16}{11}$

$$\left(G = \frac{4}{9} \div \frac{11}{36} = \frac{4}{9} \cdot \frac{36}{11} = \frac{4 \cdot 4}{1 \cdot 11} = \frac{16}{11} \right)$$

תשובה (2): $\frac{6}{18}$. כאשר נציב בביטוי כי $H = \frac{6}{18}$, נמצא כי ערכו של G הוא $\frac{4}{3}$

$$\left(G = \frac{4}{9} \div \frac{6}{18} = \frac{4}{9} \cdot \frac{18}{6} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{4}{3} \right)$$

על מנת להשוות בין הערך שקיבלנו בתשובה (2), לערך שקיבלנו בתשובה (1), נרחיב את השבר $\frac{4}{3}$ פי 4, ונקבל $\frac{16}{12}$. מכיוון שערכו של $\frac{16}{12}$ קטן מ- $\frac{16}{11}$, ונתבקשנו למצוא את הערך הקטן ביותר של G, הרי שניתן לפסול בשלב זה את תשובה (1).

תשובה (3): $\frac{16}{45}$. כאשר נציב בביטוי כי $H = \frac{16}{45}$, נמצא כי ערכו של G הוא $\frac{5}{4}$

$$\left(G = \frac{4}{9} \div \frac{16}{45} = \frac{4}{9} \cdot \frac{45}{16} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 4} = \frac{5}{4} \right)$$

על מנת להשוות בין הערכים שקיבלנו בתשובות (2) ו-(3), נרחיב את השבר $\frac{5}{4}$ פי 3, ונקבל $\frac{15}{12}$. מכיוון שערכו של השבר $\frac{15}{12}$ קטן מ- $\frac{16}{12}$, ונתבקשנו למצוא את הערך הקטן ביותר של G, הרי שתשובה (2) נפסלת.

תשובה (4): $\frac{8}{27}$. כאשר נציב בביטוי כי $H = \frac{8}{27}$, נמצא כי ערכו של G הוא $\frac{3}{2}$

$$\left(G = \frac{4}{9} \div \frac{8}{27} = \frac{14}{9} \cdot \frac{27^3}{8_2} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \right)$$

על מנת להשוות בין הערכים שבתשובות שנתרו, נרחיב את השבר $\frac{3}{2}$ פי 2, ונקבל:

$$\frac{6}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{2} : \text{תשובה (4)} \quad \frac{5}{4} : \text{תשובה (3)}$$

ערכו של השבר $\frac{6}{4}$ גדול מ- $\frac{5}{4}$, ולכן תשובה (4) נפסלת.

דוד ב': הגיון אלגברי

נתון כי $G = \frac{4}{9} \div H$. על מנת שערכו של G יהיה הקטן ביותר, עלינו לחלק בביטוי הגדול ביותר.

שווה בין התשובות המוצעות באמצעות יצירת מונים/מכנים שווים, ונבדוק איזו מהתשובות היא הגדולה ביותר בערכה המספרי.

$$\frac{12}{36} \Leftrightarrow \frac{6}{18} : \text{תשובה (2)} \quad \frac{11}{36} : \text{תשובה (1)}$$

כאשר לשני שברים חיוביים יש מכנים זהים, השבר שהמונה שלו הוא הגדול יותר, הוא השבר הגדול יותר. מכאן שערכה של תשובה (2) גדול מערכה של תשובה (1), ולכן ניתן לפסול את תשובה (1).

$$\frac{16}{45} : \text{תשובה (3)} \quad \frac{15}{45} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{6}{18} : \text{תשובה (2)}$$

כאשר לשני שברים חיוביים יש מכנים זהים, השבר שהמונה שלו הוא הגדול יותר, הוא השבר הגדול יותר. מכאן שערכה של תשובה (3) גדול מערכה של תשובה (2), ולכן תשובה (2) נפסלת.

$$\frac{16}{54} \Leftrightarrow \frac{8}{27} : \text{תשובה (4)} \quad \frac{16}{45} : \text{תשובה (3)}$$

כאשר לשני שברים יש מונים זהים, השבר בעל המכנה הקטן יותר הוא בעל הערך הגדול יותר, ומכאן שערכה של תשובה (3) גדול מערכה של תשובה (4), ולכן תשובה (4) נפסלת. מצאנו כי ערכו של השבר שבתשובה (3) הוא הגדול ביותר, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

דוד ג': השוואה לשבר מוכר

השבר הנתון בתשובה (2) הוא השבר היחיד אשר אינו מצומצם. כאשר נחלק את המונה והמכנה ב-6,

$$\frac{1}{3}.$$

נקבל כי השבר שווה ל- $\frac{1}{3}$.

נבדוק לגבי כל אחת מיתר התשובות המוצעות האם ערכן קטן או גדול מ- $\frac{1}{3}$, נמצא כי תשובה (3) היא

התשובה היחידה אשר ערכה גדול מ- $\frac{1}{3}$, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

$$8. \text{ השאלה: } \frac{14}{5} = ? \cdot \frac{4.2}{4.2}$$

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שנוח יותר לעבוד בשברים פשוטים, נמיר את השבר העשרוני 4.2 לשבר פשוט.

$$\frac{14}{5} \cdot \frac{4.2}{4.2} = \frac{14}{5} \cdot \frac{42}{10} = \frac{14 \cdot 42}{5 \cdot 10} = \frac{588}{50} = \frac{294}{25}$$

ניתן לתרגם פעולת חילוק לכפל בהופכי של המספר שבו חילקנו, ולכן ניתן להציג את תרגיל החילוק

$$\frac{14}{5} \cdot \frac{10}{42} = \frac{14 \cdot 10}{5 \cdot 42}$$

$$\left(\frac{14}{5} \cdot \frac{10}{42} = \frac{2}{3} \right) \text{ נצמצם את המונה והמכנה, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא } \frac{2}{3}$$

תשובה (1).

9. **השאלה:** ערכו של מי מהשברים הבאים הוא הגדול ביותר?

פתרון: ממבט בתשובות ניתן להבחין כי לכולן ישנו מאפיין דומה: בכל השברים המוצעים בתשובות

מונה השבר קטן ב-2 מהמכנה. כלומר, כל השברים המוצעים קטנים מ-1 בשבר אשר ערכו: $\frac{2}{\text{המכנה}}$.

כך, ערכו של השבר המוצע בתשובה (1) קטן ב- $\frac{2}{25}$ מ-1, ערכו של השבר המוצע בתשובה (2) קטן ב- $\frac{2}{27}$

מ-1, וכן הלאה. על מנת למצוא ערכו של מי מהשברים הוא הגדול ביותר, עלינו למצוא 'מרחקו' של מי מהשברים מ-1 הוא הקטן ביותר, כלומר מי מהשברים הוא הקרוב ביותר בערכו ל-1. מכיוון שכל כל

השברים המוצעים קטנים מ-1 בשבר אשר ערכו: $\frac{2}{\text{המכנה}}$, הרי שהשבר המוצע בתשובה (4) הוא השבר

אשר קטן מ-1 בערך הקטן ביותר מכולם, ב- $\frac{2}{31}$.

מכאן שהשבר $\frac{29}{31}$ הוא השבר הגדול ביותר, זה אשר ערכו הוא הקרוב ביותר ל-1 מבין כל השברים.

תשובה (4).

10. **השאלה:** נתונים השברים הבאים: $\frac{2}{11}, \frac{7}{30}, \frac{4}{20}$

איזה מאי-השוויונות הבאים נכון?

פתרון: דרך א': השוואת מונים/מכנים

מכיוון שאין שברים בעלי מונים או מכנים זהים, נשווה בין השבר $\frac{4}{20}$ לשבר $\frac{2}{11}$ על ידי הרחבת השבר

$\frac{2}{11}$ פי 2 ל- $\frac{4}{22}$. מכיוון שכעת מוני השברים זהים, הרי שניתן לקבוע כי השבר $\frac{4}{20}$ גדול יותר מכיוון

שהמכנה שלו קטן יותר.

לפי תשובות (2) ו-(4) השבר $\frac{2}{11}$ גדול מ- $\frac{4}{20}$, ולכן ניתן לפסול תשובות אלו.

ההבדל היחיד הקיים בין התשובות הנותרות: תשובות (1) ו-(3) הוא ביחס שבין השברים $\frac{4}{20}$ ו- $\frac{7}{30}$.

נרחיב את שני השברים למכנה 60 על מנת לקבוע ערכו של מי מהם גדול יותר.

$$\frac{4}{20} \Leftrightarrow \frac{12}{60}; \frac{7}{30} \Leftrightarrow \frac{14}{60}$$

כאשר המכנים זהים, השבר שהמונה שלו גדול יותר הוא השבר הגדול יותר, ולכן $\frac{4}{20} < \frac{7}{30}$.

מכיוון שלפי אי-השוויון המוצע בתשובה (1): $\frac{7}{30} < \frac{4}{20}$, הרי שניתן לפסול תשובה זו, ומכאן שתשובה

(3) היא התשובה הנכונה.

דרך ב': השוואה לשבר מוכר

נצמצם את השבר $\frac{4}{20}$, ונקבל כי ערכו שווה ל- $\frac{1}{5}$. כעת נשווה את ערכם של כל אחד משני השברים

הנותרים ל- $\frac{1}{5}$.

על מנת להשוות בין ערכו של $\frac{2}{11}$ ל- $\frac{1}{5}$, נרחיב את $\frac{1}{5}$ פי 2, ונקבל: $\frac{2}{10}$.

מכיוון של- $\frac{2}{10}$ ול- $\frac{2}{11}$ מונים זהים, ול- $\frac{2}{10}$ מכנה קטן יותר, הרי שניתן לקבוע כי ערכו של $\frac{2}{11}$ קטן מ- $\frac{1}{5}$.

על מנת להשוות בין ערכו של $\frac{7}{30}$ ל- $\frac{1}{5}$, נרחיב את $\frac{1}{5}$ פי 6, ונקבל: $\frac{6}{30}$.

מכיוון שמונה השבר $\frac{7}{30}$ גדול יותר, הרי שערכו גדול מ- $\frac{1}{5}$.

תשובה (3).

11. **השאלה:** $1.2 \cdot 0.3 \cdot 5 = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

לפנינו ביטוי המורכב ממכפלה של שברים עשרוניים. מכיוון שנוח יותר לחשב בשברים

פשוטים נמיר את השברים העשרוניים לשברים פשוטים. 1.2 נמיר ל- $\frac{12}{10}$ ואת השבר 0.3 ל- $\frac{3}{10}$,

$$\text{ונקבל: } 1.2 \cdot 0.3 \cdot 5 \Leftrightarrow \frac{12}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{1} \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 3 \cdot 1}{5 \cdot 2 \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{6 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{18}{10} \Leftrightarrow 1.8$$

תשובה (3).

12. השאלה: נתון: $\frac{d+e}{f} = 3$, $\frac{a+b}{2} = c$

$$\frac{\left(\frac{2}{a+b}\right) \cdot (d+e)}{\frac{3}{c}} = ?$$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי הנתון נשתמש בנתוני השאלה. ראשית, נטפל בביטויים שבמונה. לפי הנתונים $\frac{a+b}{2} = c$, ומכאן שערכו של הביטוי ההופכי $\frac{2}{a+b}$

שווה להופכי של c , כלומר ל- $\frac{1}{c}$.

לפי נתוני השאלה $\frac{d+e}{f} = 3$, נכפול את שני האגפים ב-3, ונמצא כי $d+e = 3f$.

מצאנו כי ערכו של הביטוי שבמונה הוא $\frac{1}{c} \cdot 3f$, נציב ערך זה בביטוי המקורי, ונקבל:

$$\frac{\frac{3f}{c}}{\frac{3}{c}} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{c} \cdot 3f}{\frac{3}{c}} \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{2}{a+b}\right) \cdot (d+e)}{\frac{3}{c}}$$

חילוק הוא למעשה כפל בהופכי, ולכן את הביטוי שקיבלנו ניתן גם להציג באופן הבא: $\frac{3f}{c} \cdot \frac{c}{3}$

נצמצם את המונה והמכנה, ונקבל: $f \Leftrightarrow \frac{1 \cdot f \cdot 1}{1 \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 3f}{1 \cdot 3}$

תשובה (1).

13. השאלה: נתונים שלושה מספרים: $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{18}$; $\frac{11}{24}$

איזה מהאי-שוויונות הבאים נכון?

פתרון: השוואת מונים/מכנים

מכיוון שאין שברים בעלי מונים או מכנים זהים, נשווה בין השברים $\frac{5}{12}$ ו- $\frac{11}{24}$ על ידי הרחבת השבר

$\frac{5}{12}$ פי 2 ל- $\frac{10}{24}$. מכיוון שכעת מכני השברים זהים, הרי שניתן לקבוע כי השבר $\frac{11}{24}$ גדול יותר מכיוון

שהמונה שלו גדול יותר. בשלב זה ניתן לפסול את תשובה (3), שכן לפי תשובה זו $\frac{11}{24} < \frac{5}{12}$.

כעת נשווה בין השברים $\frac{5}{12}$ ו- $\frac{7}{18}$ על ידי הרחבתם למכנה של 36. $\frac{15}{36} \Leftrightarrow \frac{5}{12}$; $\frac{14}{36} \Leftrightarrow \frac{7}{18}$

כאשר המכנים זהים, השבר שהמונה שלו גדול יותר הוא השבר הגדול יותר, ולכן $\frac{7}{18} < \frac{5}{12}$.

מכיוון שלפי אי-השוויונות המוצעים בתשובות (1) ו-(2): $\frac{5}{12} < \frac{7}{18}$, הרי שניתן לפסול תשובות אלו,

ומכאן שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

14. השאלה: נתון: $a, b \neq 0$; $a \neq \pm b$

$$\frac{1}{\frac{a-b}{b-a}} = ?$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

לפנינו ביטוי אשר במכנה שלו ישנם שני מחוברים.

ראשית, נפשט את מכנה הביטוי. נחבר את שני המחוברים באמצעות הרחבתם למכנה משותף של ab :

$$\frac{a^2 - b^2}{ab} \Leftrightarrow \frac{a^2}{ab} - \frac{b^2}{ab} \Leftrightarrow \frac{a}{b} - \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} \text{ נציב את הביטוי שקיבלנו בביטוי המקורי, ונקבל: } \frac{1}{\frac{a^2 - b^2}{ab}}$$

חילוק הוא למעשה כפל בהופכי, ולכן ניתן להציג את הביטוי שקיבלנו באופן הבא:

$$\frac{ab}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{ab}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{a^2 - b^2}{ab}}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו מה ערכו של הביטוי, נציב מספרים נוחים ונחשב ערך זה, למשל $a = 2$ ו- $b = 1$:

$$\frac{1}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} = \frac{1}{\frac{2}{1} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{4}{2} - \frac{1}{2}} = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

כעת נציב מספרים אלו בתשובות, ונמצא כי ערכן המספרי של תשובות (2), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{2}{3}$, ולכן

ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי תשובה (1) שהיא התשובה היחידה אשר ערכה שווה לערך הביטוי, היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

15. השאלה: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{13} \cdot \frac{26}{7} \cdot \frac{35}{6} = ?$

פתרון: לפנינו ביטוי המורכב ממכפלה של שברים פשוטים. שימו לב, במכפלת שברים יש לכפול מונים בנפרד ומכנים בנפרד, אולם לפני שנכפול ביניהם מומלץ לבדוק האם ניתן לצמצם את המספרים על ידי על ידי חלוקת המונים והמכנים במספרים זהים.

(שימו לב: כאשר ישנה מכפלה, הרי שניתן לצמצם כל גורם מהמונה עם כל גורם אפשרי מהמכנה):

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{13} \cdot \frac{26}{7} \cdot \frac{35}{6} = \frac{1^1 \cdot 3^1 \cdot 2^1 \cdot 26^1 \cdot 35^5}{2^4 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5}{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{5}{2}$$

תשובה (2).

16. השאלה: נתון: $\frac{1}{2} < x < y < 1$

ערכו של מי מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו מי מהביטויים הבאים הוא הגדול ביותר, ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת שני

שברים המקיימים את נתוני השאלה, למשל $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{3}{4}$ וחישוב ערכן המספרי של התשובות

המוצעות.

תשובה (1): $x + y$. כאשר $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{27}{20}$

$$\left(x + y = \frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{12+15}{20} = \right)$$

תשובה (2): $y - x$. כאשר $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{3}{20}$

$$\left(y - x = \frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{15-12}{20} = \right)$$

תשובה (3): $x \cdot y$. כאשר $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{9}{20}$

$$\left(x \cdot y = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \right)$$

תשובה (4): $\frac{x}{y}$. כאשר $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{4}{5}$

$$\left(\frac{x}{y} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3} = \right)$$

קיבלנו כי ערכה המספרי של תשובה (1) הוא הגדול ביותר ועל כן זו התשובה הנכונה.

דרך ב': היגיון אלגברי

תשובה (1): $x + y$. x ו- y הם שברים אשר ערכם גדול מ- $\frac{1}{2}$, ולכן סכומם בהכרח גדול מ-1.

תשובה (2): $y - x$. נתון כי x ו- y הם שברים חיוביים אשר ערכם גדול מ- $\frac{1}{2}$, כאשר x קטן מ- y .

ההפרש בין x ל- y הוא בהכרח שבר חיובי אשר ערכו קטן מ- $\frac{1}{2}$.

תשובה (3): $x \cdot y$. x ו- y הם שברים חיוביים, ולכן תוצאת מכפלתם היא בהכרח שבר חיובי.

תשובה (4): $\frac{x}{y}$. מכיוון שלפי נתוני השאלה ערכו של x קטן מ- y , הרי שהביטוי $\frac{x}{y}$ בהכרח קטן מ-1.

מצאנו כי ערכן של תשובות (2), (3) ו-(4) קטן מ-1, ורק ערכה המספרי של תשובה (1) גדול מ-1, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

17. **השאלה:** את ארבעת המספרים $\frac{21}{4}$, $\sqrt{24}$, 5.2, ו-5 סידרו בסדר עולה, כך שהמספר הקטן ביותר

הוצב במקום הראשון והמספר הגדול ביותר מוצב במקום הרביעי).

מה מיקומו של המספר 5 בסידור זה?

פתרון: השוואה למספר מוכר

איננו יודעים לחשב את ערכו המספרי המדויק של $\sqrt{24}$, אולם ניתן לקבוע כי מכיוון ש- $\sqrt{25}$ שווה ל-5, הרי שבהכרח ערכו של $\sqrt{24}$ קטן מ-5.

מכיוון שזה המספר היחידי הקטן מ-5 מבין ארבעת המספרים, הרי שהוא ממוקם במקום הראשון.

נותרנו עם שלושת המספרים $\frac{21}{4}$, 5.2, ו-5. מכיוון ש- $\frac{21}{4}$ שווים ל- $5\frac{1}{4}$, הרי שהמספר הקטן ביותר

מבין שלושת המספרים הוא 5, ולכן נמקם אותו במקום השני.

תשובה (2).

18. **השאלה:** $\frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{18}}{\frac{17}{3}} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

לפנינו ביטוי אשר במונה שלו ישנם שני מחוברים.

ראשית, נפשט את מונה הביטוי באמצעות הרחבת שני המחברים למכנה משותף של 36:

$$\frac{17}{36} \Leftrightarrow \frac{15+2}{36} \Leftrightarrow \frac{15}{36} + \frac{2}{36} \Leftrightarrow \frac{5}{12} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{17}{\frac{36}{3}} : \text{נציב ערך זה בביטוי המקורי, ונקבל:}$$

חילוק הוא למעשה כפל בהופכי, ולכן ניתן גם להציג את הביטוי שקיבלנו באופן הבא:

$$\frac{1}{12} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 1}{12 \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{1_{17} \cdot 3^1}{12_{36} \cdot 17_1} \Leftrightarrow \frac{17}{\frac{36}{3}}$$

תשובה (2).

19. **השאלה:** $\frac{3 \cdot 6 \cdot 9}{4 \cdot 8 \cdot 12} = ?$

פתרון: לפנינו ביטוי המורכב ממכפלה במונה ובמכנה. לפני שנכפול ביניהם מומלץ לבדוק האם ניתן

לצמצם את המספרים על ידי על ידי חלוקת המונים והמכנים במספרים זהים.

(שימו לב: כאשר ישנה מכפלה, הרי שניתן לצמצם כל גורם מהמונה עם כל גורם אפשרי מהמכנה):

$$\frac{27}{64} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 3 \cdot 9}{2 \cdot 8 \cdot 4} \Leftrightarrow \frac{1_3 \cdot 6^3 \cdot 9}{2_4 \cdot 8 \cdot 12_4} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 6 \cdot 9}{4 \cdot 8 \cdot 12}$$

תשובה (3).

20. השאלה: $0.54 \div \left(0.3 \div \frac{1}{9}\right) = ?$

פתרון: לפנינו ביטוי המורכב משברים עשרוניים. מכיוון שנוח יותר לחשב בשברים פשוטים נמיר את השברים העשרוניים לשברים פשוטים. את השבר 0.54 נמיר ל- $\frac{54}{100}$ ואת

השבר 0.3 ל- $\frac{3}{10}$, ונקבל: $0.54 \div \left(0.3 \div \frac{1}{9}\right) \Leftrightarrow \frac{54}{100} \div \left(\frac{3}{10} \div \frac{1}{9}\right)$

לפי סדר פעולות חשבון, ראשית יש לבצע את הפעולות הנמצאות בתוך הסוגריים. נמיר את פעולת החילוק לכפל בהופכי של המספר שבו חילקנו, ולכן ניתן להציג את תרגיל החילוק

שבסוגריים הפנימיים באופן הבא: $\frac{3}{10} \div \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{1} \Leftrightarrow \frac{27}{10}$

כעת עלינו לחלק את השבר $\frac{54}{100}$ בשבר $\frac{27}{10}$. על מנת לעשות זאת נכפול את השבר $\frac{54}{100}$ בהופכי,

כלומר בשבר $\frac{10}{27}$, ונקבל: $\frac{54}{100} \cdot \frac{10}{27}$

נצמצם את המונה והמכנה, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 0.2 $\left(\frac{2 \cdot 54 \cdot 10}{100 \cdot 27} = \frac{20}{100} = 0.2\right)$

תשובה (2).

21. השאלה: נתון: $\frac{1}{2} < a < b < 1$

ערכו של מי מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו מי מהביטויים הבאים הוא הקטן ביותר, ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת שני

שברים המקיימים את נתוני השאלה, למשל $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{3}{4}$ וחישוב ערכן המספרי של התשובות

המוצעות.

תשובה (1): $\frac{b}{a}$. כאשר $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{9}{8}$ $\left(\frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}\right)$

תשובה (2): $b + a$. כאשר $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{17}{12}$

$\left(b + a = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9 + 8}{12} = \frac{17}{12}\right)$

תשובה (3): $2(a^2 + b^2)$. כאשר $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{145}{72}$

$\left(2(a^2 + b^2) = 2 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] = 2 \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{9}{16}\right) = \frac{8}{9} + \frac{9}{8} = \frac{64 + 81}{72} = \frac{145}{72}\right)$

תשובה (4): $\frac{a}{b}$. כאשר $a = \frac{2}{3}$, ו- $b = \frac{3}{4}$ ערכה המספרי של התשובה הוא $\frac{8}{9}$

$$\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9} \right)$$

קיבלנו כי ערכה המספרי של תשובה (4) הוא הקטן ביותר ועל כן זו התשובה הנכונה.

דוד ב': היגיון אלגברי

תשובה (1): $\frac{b}{a}$. לפי נתוני השאלה b גדול מ-a. אם מונה הביטוי גדול מן המכנה, הרי שהביטוי בהכרח גדול מ-1.

תשובה (2): $b + a$. ו-a הם שברים חיוביים אשר ערכם גדול מ- $\frac{1}{2}$, ולפיכך סכומם בהכרח גדול מ-1.

תשובה (3): $2(a^2 + b^2)$. ראשית נתבונן בביטוי שבסוגריים: $a^2 + b^2$.

a ו-b הם שברים חיוביים הגדולים מ- $\frac{1}{2}$, ולכן ריבוע כל אחד מהשברים בהכרח גדול מ-

$$\frac{1}{4}, \text{ וסכום ריבועי שני השברים בהכרח גדול מ-} \frac{1}{2}.$$

כאשר כופלים סכום הגדול מ- $\frac{1}{2}$ ב-2, מקבלים בהכרח תוצאה הגדולה מ-1.

תשובה (4): $\frac{a}{b}$. לפי נתוני השאלה a קטן מ-b. אם המונה קטן מהמכנה, הרי שהביטוי בהכרח קטן מ-1.

מצאנו כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(3) גדול מ-1, ורק ערכה המספרי של תשובה (4) קטן מ-1, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

22. השאלה: $\frac{7}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

לפנינו ביטוי אשר במכנה שלו ישנם שני מחוברים אשר אחד מהם הוא ביטוי מורכב.

ראשית, נפשט את הביטוי המורכב שבמכנה: $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{7}{4}} \Leftrightarrow \frac{4}{7}$

נציב ערך זה בביטוי המקורי, ונקבל: $\frac{7}{\frac{4}{7}} \Leftrightarrow \frac{7}{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}} \Leftrightarrow \frac{7}{\frac{7}{4}} \Leftrightarrow 4$

חילוק הוא למעשה כפל בהופכי, ולכן ניתן להציג את הביטוי שקיבלנו באופן הבא:

$$4 \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 7}{1} \cdot \frac{4}{7} \Leftrightarrow \frac{7}{\frac{7}{4}}$$

תשובה (4).