מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(3)	(3)	(3)	(2)	(3)	(2)	(4)	(1)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(4)	(1)	(2)	(4)	(2)	(2)	(1)	(1)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27	28	29
תשובה	(3)	(3)	(1)	(1)	(3)	(3)	(2)	(3)	(1)

הסברים

1. **השאלה**: סכום שלושה מספרים שלמים וחיוביים הוא 7.

איזה מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: בדיקת התשובות המוצעות/ הצבת דוגמה מספרית

יש שתי אפשרויות לפתרון.
א. למצוא שלשות של מספרים המקיימים את הנתונים ואז לבדוק אילו תשובות נפסלות.
ב. לבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח, כלומר האם קיימת שלשת מספרים אשר מפריכה את התשובה:

תשובה (1): לפחות אחד מהמספרים הוא זוגי
השלשה 1, 1 ו-5, היא שלשה של מספרים שלמים וחיוביים אשר סכומם 7, אשר כולם אי-זוגיים. שלשה זו מפריכה את הטענה שבתשובה, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): יש בדיוק שני מספרים הזהים זה לזה
השלשה 1, 2 ו-4 היא שלשת מספרים שלמים וחיוביים אשר סכומם שווה ל- 7, אשר שונים זה מזה. שלשה זו מפריכה את הטענה שבתשובה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): יש לכל היותר שני מספרים זוגיים
על מנת להפריך את הטענה עלינו למצוא שלשת מספרים זוגיים המקיימת את הנתון.
לא ניתן למצוא שלשה כזו, שכן אם שלושת המספרים יהיו זוגיים, הרי שסכומם יהיה בוודאות זוגי. מכיוון שאין שלושה מספרים שיכולים להפריך את הטענה שבתשובה, הרי שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה האחרונה, אך לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.

תשובה (4): מכפלת המספרים קטנה מ-10
השלשה 2, 2 ו-3 היא שלשה של מספרים המקיימת את הנתון ואשר מכפלתם גדולה מ-10, ולפיכך מפריכה את הטענה שבתשובה לפיה מכפלת המספרים בהכרח קטנה מ-10.

תשובה (3).

2. **השאלה**: עבור כל מספר שלם a, הוגדרה הפעולה $\$(a)$ כך:

אם a זוגי: $\$(a)=2(a+1)$

אם a אי-זוגי: $\$(a)=\frac{a-1}{2}$

$$\frac{\$(4)+\$(11)}{\$(91)}=?$$

פתרון: נפשט את הביטוי בהתאם להגדרת פעולת ה-$.
על פי הנתונים כאשר a הוא מספר זוגי אז: $\$(a)=2(a+1)$, ומכאן ש- $\$(4)=10$ $(\$(4)=2(4+1)=2\cdot5=10)$.

כאשר a הוא מספר אי זוגי אז $\$(a)=\frac{a-1}{2}$, ולכן $\$(11)=5$ $\left(\$(11)=\frac{11-1}{2}=\frac{10}{2}=5\right)$, ו- $\$(91)=45$ $\left(\$(91)=\frac{91-1}{2}=\frac{90}{2}=45\right)$.

נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונקבל שערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{3}$

$$\left(\frac{\$(4)+\$(11)}{\$(91)}=\frac{10+5}{45}=\frac{\cancel{15}^{1}}{_{3}\cancel{45}}=\frac{1}{3}\right)$$

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: נתון: $0<x<y<z$

x, y ו-z הם מספרים שלמים.

איזו מהאפשרויות הבאות **לא תיתכן**?

פתרון: מכיוון שהשאלה מפנה אותנו לתשובות, נציב את המספרים מהתשובות המוצעות, ונבדוק מי מהתשובות אינה יכולה לקיים את נתוני השאלה, שעל פיהם המספרים z,x ו-y הם שלמים, חיוביים והיחס ביניהם הוא: $x<y<z$.

<u>תשובה (1)</u>: $y=5$ וגם $z=8$ וגם $x=1$. ניתן לפסול תשובה זו שכן $0<1<5<8$, כלומר המספרים שבתשובה מקיימים את נתוני השאלה.

<u>תשובה (2)</u>: $z=4$ וגם $y=2$. אם $z=4$ וגם $y=2$. לפי הנתונים עלינו להציב במקום x מספר שלם וחיובי הקטן מ-2 $(0<x<y)$. כדי לקיים את נתוני השאלה ניתן להציב x השווה ל-1.
מכיוון שהמספרים בתשובה מקיימים את נתוני השאלה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $z=3$ וגם $y=1$. לפי הנתונים x הוא מספר שלם וחיובי הקטן מ-y. מכיוון ש-y שווה ל-1, הרי שאין x אשר מקיים את נתוני השאלה, מכאן שתשובה זו היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.4 **השאלה**: נתון: a הוא מספר שלם.

b הוא מספר שלם ואי-זוגי

$a \cdot b$ מתחלק ב-12

מנתונים אלו נובע בהכרח כי -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב מספרים המקיימים את הנתונים ונבדוק מי מהתשובות נפסלת, עד שנפסול 3 תשובות.
נתון כי b הוא מספר אי-זוגי, וכי המכפלה של a ב-b מתחלקת ב-12. נציב למשל כי b שווה ל-1 ו-a שווה ל-12, ונבדוק את התשובות המוצעות:
<u>תשובה (1)</u>: a מתחלק ב- 3. מכיוון שהצבנו $a = 12$, ו- 12 הוא מספר המתחלק ב-3 ללא שארית, הרי שלא ניתן לפסול תשובה זו.
<u>תשובה (2)</u>: a + b מתחלק ב- 3. לפי ההצבה $a = 12$ ו- $b = 1$, נקבל כי ערך הביטוי a + b שווה ל- 13 ($= 1 + 12$). מכיוון שהמספר 13 אינו מתחלק ב- 3, ניתן לפסול תשובה זו.
<u>תשובה (3)</u>: a מתחלק ב- 4. מכיוון שהצבנו $a = 12$, ו- 12 הוא מספר המתחלק ב-4 ללא שארית, הרי שלא ניתן לפסול תשובה זו.
<u>תשובה (4)</u>: a + b מתחלק ב- 2. לפי ההצבה $a = 12$ ו- $b = 1$, נקבל כי ערך הביטוי a + b שווה ל- 13 ($= 1 + 12$). מכיוון שהמספר 13 אינו מתחלק ב- 2, ניתן לפסול תשובה זו.

נותרנו עם 2 תשובות, תשובות (1) ו-(3), ולכן נציב מספרים שונים המקיימים את נתוני השאלה, למשל $a = 4$ ו- $b = 3$, ונבדוק את התשובות שנותרו:

<u>תשובה (1)</u>: a מתחלק ב- 3. לפי ההצבה $a = 4$, ומכיוון שהמספר 4 אינו מתחלק ב- 3, ניתן לפסול תשובה זו.
מאחר ופסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לסמן את תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הבנת היגיון האלגברי

על פי נתוני השאלה b הוא מספר שלם ואי-זוגי, והמכפלה $a \cdot b$ מתחלקת ב-12 ללא שארית.
על מנת שמספר יתחלק ללא שארית ב-12, הוא חייב לכלול פעם אחת את הגורם הראשוני 3, ופעמיים את הגורם הראשוני 2.
נתון כי b הוא אי-זוגי, ומכאן שהוא בהכרח אינו מכיל את הגורם 2. מכאן עולה כי הגורם 2 נמצא פעמיים ב-a, ולכן a בהכרח מתחלק ב-4 $(= 2 \cdot 2)$.

תשובה (3).

.5 **השאלה**: במסיבת יום הולדת קיבל כל בן 4 בלונים וכל בת קיבלה 5 בלונים.

מספר הבנות במסיבה הוא אי-זוגי.

מספרם הכולל של הבלונים שחולקו במסיבה בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

בשאלה אין נתונים מספריים לגבי מספר הבנים ומספר הבנות בכיתה, אלא נתון רק כי מספר הבנות הוא אי-זוגי. נציב מספרים נוחים בהתאם לנתוני השאלה, למשל, כי מספר הבנים בכיתה הוא 1, וכי מספר הבנות, אשר לפי הנתונים הוא אי-זוגי, שווה אף הוא ל-1.
נתון כי כל בן קיבל 4 בלונים, וכי כל בת קיבלה 5 בלונים. אם יש בן אחד ובת אחת, הרי שמספר הבלונים הכולל שחולק לבנים ולבנות שווה ל-9 $(= 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5)$. בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(3).

כעת נציב כי מספר הבנים בכיתה הוא 2 ומספרן של הבנות הוא 1, ונמצא כי מספר הבלונים הכולל שחולק לבנים ולבנות שווה ל-13 $(= 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5)$. תשובה (4) נפסלת.

<u>דרך ב׳</u>: הבנה אלגברית

נתון כי כל בן קיבל 4 בלונים וכל בת קיבלה 5 בלונים.
מספר הבלונים ה**כולל** שחולק = מספר הבלונים שחולק בין הבנים + מספר הבלונים שחולקו בין הבנות.
סכום הבלונים שחולק בין הבנים שווה למכפלת מספר הבנים במספר הבלונים שקיבל כל אחד מהם.
לפי הנתון כל בן קיבל 4 בלונים. מכיוון שהמספר 4 הוא מספר זוגי, ותוצאת מכפלת מספר זוגי בכל מספר שלם אחר תהיה בהכרח זוגית, הרי שמספר הבלונים הכולל שחולק בין הבנים הוא זוגי.
נתון כי כל בת קיבלה 5 בלונים, שהוא מספר אי-זוגי, וכי מספר הבנות הוא אי-זוגי.
כאשר יש במכפלה גורמים אי-זוגיים בלבד, תוצאת המכפלה היא אי-זוגית, ומכאן שמספר הבלונים שחולקו בין הבנות הוא בהכרח מספר אי-זוגי.
מצאנו כי מספר הבלונים שחולקו בין הבנים הוא מספר זוגי, ומספר הבלונים שחולקו בין הבנות הוא מספר אי-זוגי. כאשר מחברים שני מספרים שאינם מאותו מין, התוצאה תהיה בהכרח זוגית, ומכאן שמספרם הכולל של הבלונים שחולקו הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: בכיתה א׳ יש לכל ילד 3 עפרונות, ובכיתה ב׳ יש לכל ילד 4 עפרונות.
מספר הילדים בכיתה א׳ הוא זוגי.

מספרם הכולל של העפרונות של הילדים בכיתות א׳ ו-ב׳ הוא בהכרח –

פתרון: **<u>דרך א׳</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

בשאלה אין נתונים מספריים לגבי מספר הילדים בכיתה א׳ ומספר הילדים בכיתה ב׳. אולם נתון כי מספר הילדים בכיתה א׳ הוא זוגי. נציב מספרים נוחים בהתאם לנתוני השאלה, למשל, כי מספר הילדים בכיתה א׳ הוא 2, וכי מספר הילדים בכיתה ב׳ הוא 1.
נתון כי בכיתה א׳ יש לכל ילד 3 עפרונות. אם יש 2 ילדים בכיתה א׳, הרי שמספרם הכולל של העפרונות בכיתה א׳ הוא 6 $\left(=2\cdot3\right)$.
נתון כי בכיתה ב׳ יש לכל ילד 4 עפרונות, אם בכיתה יש ילד אחד, הרי שמספרם הכולל של העפרונות בכיתה ב׳ הוא 4 $\left(=1\cdot4\right)$.
מצאנו כי מספר העפרונות הכולל של הילדים בכיתות א׳ ו-ב׳ הוא 10 $\left(=4+6=1\cdot4+2\cdot3\right)$.
בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4).
כעת נשנה רק את מספר הילדים בכיתה ב׳, ונציב שהוא 2.
כעת, נחשב ונמצא כי מספר העפרונות הכולל של הילדים בשתי הכיתות הוא 14 $\left(=4+6=2\cdot4+2\cdot3\right)$.
תשובה (1) נפסלת.

<u>דרך ב׳</u>: הבנה אלגברית

נתון כי בכיתה א׳ לכל ילד 3 עפרונות, ובכיתה ב׳ לכל ילד 4 עפרונות.
מספר העפרונות הכולל = למספר העפרונות שיש לילדי כיתה א׳ + מספר העפרונות שיש לילדי כיתה ב׳.
מספר העפרונות שיש לילדי כיתה א׳ שווה למכפלת מספר הילדים בכיתה במספר העפרונות שיש לכל ילד, כלומר ב-3.
נתון כי בכיתה א׳ מספר זוגי של ילדים. מכפלת מספר זוגי בכל מספר שלם אחר היא זוגית, ולכן מספר העפרונות הכולל שיש לילדי כיתה א׳ הוא בהכרח מספר זוגי.
נתון כי לכל ילד בכיתה ב׳ יש 4 עפרונות. מכיוון ש-4 הוא מספר זוגי, הרי שמכפלת מספר העפרונות במספר הילדים תהיה בהכרח מספר זוגי.
מצאנו כי מספר העפרונות שיש לילדי כיתה א׳ ומספר העפרונות שיש לילדי כיתה ב׳ הם מספרים זוגיים.
סכום של שני מספרים זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי, ולכן מספר העפרונות הכולל שיש לילדים בשתי הכיתות הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (3).

---

7. **השאלה** : a ו-b הם שני מספרים זוגיים.

איזה מהביטויים הבאים **אינו** יכול להיות מספר שלם?

פתרון : __**דרך א'**__ : הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

מכיוון שהשאלה מפנה אותנו לתשובות, נציב מספרים בתשובות המוצעות, ונבדוק מי מהתשובות אינה יכולה להיות מספר שלם.

__תשובה (1)__ : $\frac{a \cdot b}{3}$. נציב $a=2$ ו- $b=6$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4

$\left(\frac{a \cdot b}{3}=\frac{2 \cdot \cancel{6}^{2}}{{}_{1}\cancel{3}}=2 \cdot 2=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם,

ניתן לפסול תשובה זו.

__תשובה (2)__ : $\frac{1+(a+b)^2}{2}$. נציב $a=2$ ו- $b=2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 8.5

$\left(\frac{1+(a+b)^2}{2}=\frac{1+(2+2)^2}{2}=-\frac{1+4^2}{2}=\right)$.

ניתן להמשיך ולהציב ולהיווכח שאין שני מספרים זוגיים שהצבתם תיתן ביטוי שלם,
ומכאן שזו ככל הנראה התשובה הנכונה, אולם על מנת לאשש זאת נמשיך לבדוק על מנת לפסול את יתר התשובות.

__תשובה (3)__ : $\frac{a-b}{2}$. נציב $a=2$ ו- $b=4$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1-

$\left(\frac{a-b}{2}=\frac{2-4}{2}=-\frac{2}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם,

ניתן לפסול תשובה זו.

__תשובה (4)__ : $\frac{a+b}{3}$. נציב $a=2$ ו- $b=4$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2

$\left(\frac{a+b}{3}=\frac{2+4}{3}=-\frac{6}{3}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם,

ניתן לפסול תשובה זו.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שאנו יכולים לסמן את תשובה (2) כתשובה הנכונה.

__**דרך ב'**__ : הבנה אלגברית

נתבקשנו למצוא ביטוי שאינו שלם. מספר אי-זוגי בהגדרה אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן מומלץ לחפש ביטוי אשר המונה שלו אי-זוגי ואשר המכנה שלו זוגי. תשובה (2).

תשובה (2).

8. **השאלה** : x ו-y הם שני מספרים אי-זוגיים.

איזה מהביטויים הבאים **אינו** יכול להיות מספר שלם?

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : בדיקת תשובות

מכיוון שהשאלה מפנה אותנו לתשובות, נציב מספרים בתשובות המוצעות, ונבדוק מי מהתשובות אינה יכולה להיות מספר שלם.

<u>תשובה (1)</u> : $\frac{x+y}{3}$. נציב $x=1$ ו- $y=5$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2 $\left(\frac{x+y}{3}=\frac{1+5}{3}=\frac{6}{3}=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u> : $\frac{x-y}{2}$. נציב $x=1$ ו- $y=5$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2-

$\left(\frac{x-y}{2}=\frac{1-5}{2}=-\frac{4}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם,

ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u> : $\frac{x\cdot y}{3}$. נציב $x=1$ ו- $y=3$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1 $\left(\frac{x\cdot y}{3}=\frac{1\cdot 3}{3}=\frac{3}{3}=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם, ניתן לפסול תשובה זו.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שאנו יכולים לסמן את תשובה (4) כתשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : הבנה אלגברית

נתבקשנו למצוא ביטוי שאינו שלם. מספר אי-זוגי בהגדרה אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן מומלץ לחפש ביטוי אשר המונה שלו אי-זוגי והמכנה שלו זוגי. תשובה (4).

תשובה (4).

9. **השאלה**: x, y ו-z הם מספרים שלמים.

נתון: $x+y$ הוא מספר אי-זוגי

$x \cdot y + z$ הוא מספר אי-זוגי

איזה מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. נציב שני מספרים המקיימים את הנתון, למשל כי $x=1$ ו-$y=2$.

נתון כי $x \cdot y + z$ הוא אי-זוגי. הביטוי מורכב משני מחוברים, מהמכפלה $x \cdot y$ השווה ל-2 $(=1 \cdot 2)$ ומ-z.

על מנת שסכום המחוברים יהיה אי-זוגי, נציב כי z הוא מספר אי-זוגי, למשל $z=1$.

<u>תשובה (1)</u>: z הוא מספר אי-זוגי. מצאנו כי יתכן ש-$z=1$. מכאן שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה, ועלינו לבדוק האם כל התשובות האחרות נפסלות לפני שנוכל לדעת האם זו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $(y+z)$ הוא מספר אי-זוגי. הצבנו כי $z=1$ ו-$y=2$, ומכאן שסכומם של y ו-z יכול להיות שווה ל-3 $(=2+1)$. מכיוון שסכומם של y ו-z יכול להיות אי-זוגי, לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (3)</u>: z הוא מספר זוגי. מצאנו כי z יכול להיות שווה ל-1, מספר שהוא אי-זוגי, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $(y+z)$ הוא זוגי. הצבנו כי $z=1$ ו-$y=2$, ומכאן שמצאנו כי סכומם של y ו-z יכול להיות שווה ל-3 $(=2+1)$, מספר שאינו זוגי, הרי שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (1) ותשובה (2) לא נפסלו, ומכאן שעלינו להציב שוב.

נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. ניתן להציב כי $x=2$ ו-$y=1$. בהצבה זו נקבל כי המכפלה $x \cdot y$ שווה ל- 2. על מנת לקיים את הנתון לפיו הביטוי $x \cdot y + z$ הוא מספר אי-זוגי, נציב שוב $z = 1$.

מכיוון שהביטוי $(y+z)$ שווה ל-2 $(=1+1)$, כלומר למספר זוגי, הרי שלא נכון לטעון כי בהכרח $(y+z)$ הוא מספר אי-זוגי, ולכן תשובה (2) נפסלת. התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

על פי הנתון הראשון, הסכום $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. סכום של שני מחוברים הוא אי-זוגי, רק אם אחד מה זוגי והשני אי-זוגי, ומכאן שאחד מהמספרים x ו-y הוא זוגי, והאחר הוא אי-זוגי.

נתון כי $x \cdot y + z$ הוא אי-זוגי. הביטוי מורכב משני מחוברים: המחובר הראשון הוא המכפלה $x \cdot y$, והמחובר השני הוא z.

באמצעות הנתון הראשון הגענו למסקנה כי אחד מהמספרים x או y הוא זוגי, ולפיכך ניתן לקבוע כי תוצאת המכפלה $x \cdot y$ היא בהכרח זוגית.

לפי הנתון הביטוי $x \cdot y + z$ הוא אי-זוגי. אם המחובר הראשון הוא זוגי, הרי שהמחובר השני, כלומר z, הוא בהכרח אי-זוגי.

תשובה (1).

10. **השאלה**: a, b ו-c הם מספרים שלמים.

נתון: $a \cdot b$ הוא מספר אי-זוגי

$a \cdot b + c$ הוא מספר אי-זוגי

איזה מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי $a \cdot b$ הוא מספר אי-זוגי. ומכאן שעל מנת לקיים את הנתון עלינו להציב במקום a ו-b שני מספרים אי-זוגיים, למשל כי $a = 1$ ו-$b = 3$.
נתון כי $a \cdot b + c$ הוא אי-זוגי. הביטוי מורכב משני מחוברים, מהמכפלה $a \cdot b$ השווה ל-3 $(1 \cdot 3 =)$ ומ-c.
על מנת שסכום המחוברים יהיה אי-זוגי, נציב כי c הוא מספר זוגי, למשל $c = 2$.

<u>תשובה (1)</u>: c הוא זוגי. מצאנו כי יתכן ש-$c = 2$, ומכאן ש-c יכול להיות זוגי, כלומר בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $a + b$ הוא אי-זוגי. הצבנו כי $a = 1$ ו-$b = 3$, כלומר מצאנו כי סכומם של a ו-b יכול להיות שווה ל-4 $(1 + 3 =)$, ומכיוון ש-4 הוא מספר זוגי, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: c הוא מספר אי-זוגי. מכיוון שמצאנו כי c יכול להיות שווה ל-2, מספר שהוא זוגי, הרי שלא נכון לטעון כי c הוא מספר אי-זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $b + c$ הוא זוגי. מצאנו כי $b = 3$ ו-$c = 2$, ומכאן שסכומם של b ו-c יכול להיות שווה ל-5 $(3 + 2 =)$, מספר שאינו זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

פסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4), ומכאן שניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

על פי הנתון הראשון, המכפלה $a \cdot b$ היא אי-זוגית, ומכאן שגם a וגם b הם בהכרח מספרים אי-זוגיים.
על פי הנתון השני $a \cdot b + c$ הוא מספר אי-זוגי. הביטוי מורכב משני מחוברים: המחובר הראשון הוא המכפלה $a \cdot b$, אשר לפי הנתון הראשון היא אי-זוגית, והמחובר השני הוא c.
אם סכומם של שני מחוברים הוא אי-זוגי, ניתן להסיק כי בהכרח כי שני המחוברים אינם מאותו מין, כלומר אחד מהם הוא זוגי והאחר אי-זוגי. מכאן, אם $a \cdot b$ הוא מספר אי-זוגי, הרי ש-c הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (1).

11. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון: $x+y$ הוא מספר אי-זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב שני מספרים נוחים המקיימים את הנתונים, למשל $x=1$ ו-$y=2$.

<u>תשובה (1)</u>: x הוא מספר זוגי. מצאנו כי x יכול להיות שווה ל-1, שהוא מספר אי-זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x-y$ הוא מספר זוגי. מצאנו כי x יכול להיות שווה ל-1, ו-y יכול להיות שווה ל- 2, ומכאן שהביטוי $x-y$ יכול להיות שווה ל- (-1) $\left(x-y=1-2=\right)$ שהוא מספר אי-זוגי, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: y הוא מספר זוגי. מצאנו כי y יכול להיות שווה ל-2, שהוא מספר זוגי, ולכן בשלב זה התשובה אינה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $x\cdot y$ הוא מספר זוגי. מצאנו כי y יכול להיות שווה ל-2, שהוא מספר זוגי, ולכן תוצאת המכפלה של x ב-y היא בהכרח תוצאה זוגית, ולכן בשלב זה התשובה אינה נפסלת.

נותרנו עם תשובות (3) ו-(4), ולכן נציב שוב מספרים נוחים המקיימים את הנתונים, למשל $x=2$ ו-$y=1$.

מכיוון שבמצב זה תשובה (3) נפסלת, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (4).

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. אם סכומם של שני מחוברים הוא אי-זוגי, ניתן להסיק כי בהכרח שני המחוברים אינם מאותו מין, כלומר אחד מהם הוא זוגי והאחר אי-זוגי.

איננו יודעים מי מהמחוברים זוגי ומי מהם אי-זוגי, ולכן ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(3).

ניתן לקבוע בוודאות כי אם אחד המחוברים זוגי והאחר אי-זוגי, הרי שבוודאות ההפרש בין שני המחוברים הוא אי-זוגי, ולכן תשובה (2) נפסלת. כאשר יש במכפלה לפחות גורם אחד שהוא זוגי, תוצאת המכפלה בהכרח זוגית. מכיוון שמצאנו כי אחד מהמשתנים הוא בהכרח זוגי, הרי שמכפלתם $x\cdot y$ היא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (4).

12. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

z הוא מספר שאינו שלם.

איזו מהמספרים הבאים בהכרח **אינו** שלם?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים חיוביים וכי z הוא מספר שאינו שלם, ולכן נציב בכל אחת מהתשובות המוצעות כי z שווה ל- $\frac{1}{2}$ וכי x ו-y שווים ל-1, ונפסול כל תשובה שתוצאתה שלמה.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{xy}{z}$. כאשר x ו-y שווים ל-1 ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל-2

$\left(\frac{xy}{z}=\frac{1\cdot 1}{\frac{1}{2}}=1\cdot\frac{2}{1}=\right)$. מצאנו כי הביטוי יכול להיות שלם, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x\cdot(y+z)$. כאשר x ו-y שווים ל-1, ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל- $1\frac{1}{2}$

$\left(x\cdot(y+z)=1\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי אינו שלם, הרי שהתשובה אינה נפסלת בשלב זה.

<u>תשובה (3)</u>: $x\cdot y\cdot z$. כאשר x ו-y שווים ל-1, ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל- $\frac{1}{2}$

$\left(x\cdot y\cdot z=1\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי אינו שלם, הרי שהתשובה אינה נפסלת בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{z}{x+y}$. כאשר x ו-y שווים ל-1, ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל- $\frac{1}{4}$

$\left(\frac{z}{x+y}=\frac{\frac{1}{2}}{1+1}=\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי אינו שלם, הרי שהתשובה אינה נפסלת בשלב זה.

מכיוון שנותרנו עם שלוש תשובות: תשובה (2), (3) ו-(4), נציב שוב, למשל $x=2$, $y=1$ ו- $z=\frac{1}{2}$ ונקבל:

<u>תשובה (2)</u>: $x\cdot(y+z)$. כאשר x שווה ל-2, y שווה ל-1, ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל-3

$\left(x\cdot(y+z)=2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)=2\cdot\frac{3}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי שלם, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $x\cdot y\cdot z$. כאשר x שווה ל-2, y שווה ל-1 ו-z שווה ל- $\frac{1}{2}$, הביטוי המוצע שווה ל-1

$\left(x\cdot y\cdot z=2\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=\right)$. מכיוון שמצאנו כי הביטוי שלם, הרי שהתשובה נפסלת וניתן לסמן את תשובה (4).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

לפי הנתון z הוא מספר שאינו שלם, ו-x ו-y הם מספרים שלמים.

הביטוי המוצע בתשובה (4) הוא שבר אשר המונה שלו הוא שבר והמכנה שלו הוא מכפלה של מספרים שלמים, ולכן הוא בהכרח מספר שלם. חילוק הוא כפל בהופכי, ומכאן שחלוקה במספר שלם, היא כפל בשבר אשר קטן מ-1. מכאן שהביטוי בתשובה (4) הוא כפל של שבר הקטן מ-1 (z), בכפל של שבר הקטן מ-1 (ההופכי של מכפלת x ב-y), כלומר תוצאה שהיא בהכרח שבר הקטן מ-1.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים, $x < y$.

נתון: $x(y+1) = 40$

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות ערכו של $(x + y)$?

פתרון: מכיוון שמדובר במספרים שלמים, ונשאלנו מה **אינו** יכול להיות סכומם של x ו-y, ננסה לבדוק מיהם זוגות המספרים השלמים שמכפלתם שווה ל-40, עד שנמצא זוג שסכומו אינו מוצע באף אחת התשובות.
זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-40 הם: 1 ו-40; 2 ו-20; 4 ו-10; 5 ו-8.
זוג המספרים 1 ו-40: נתון כי $x < y$, ולכן אם x שווה ל-1, הרי ש- $y+1=40$, כלומר y שווה ל-39.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 40 $(x + y = 1+39 =)$. תשובה (4) נפסלת.
זוג המספרים 2 ו-20: נתון כי $x < y$, ולכן אם x שווה ל-2, הרי ש- $y+1=20$, כלומר y שווה ל-19.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 21 $(x + y = 2+19 =)$. מכיוון שתוצאה זו אינה מופיעה בתשובות, נמשיך לבחון את יתר המצבים האפשריים.
זוג המספרים 4 ו-10: נתון כי $x < y$, ולכן אם x שווה ל-4, הרי ש- $y+1=10$, כלומר y שווה ל-9.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 13 $(9+4 =)$. תשובה (3) נפסלת.
זוג המספרים 5 ו-8: נתון כי $x < y$, ולכן אם x שווה ל-5, הרי ש- $y+1=8$, כלומר y שווה ל-7.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 12 $(x + y = 5+7 =)$. תשובה (2) נפסלת.

תשובה (1).

---

14. **השאלה** : x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון : $x + y$ הוא מספר אי-זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות שווה ל- $x \cdot y$?

פתרון : נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות האם יש זוג מספרים שמכפלתו שווה לתוצאה המוצעת, ואשר סכומו הוא אי-זוגי. תשובה אשר אין זוג מספרים אשר מקיים תנאים אלו היא התשובה הנכונה.

תשובה (1) : 12. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-12 הם : 1 ו-12 ; 2 ו-6 ; 3 ו-4.
מכיוון שסכומם של 1 ו-12 הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2) : 15. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-15 הם : 1 ו-15 ; 3 ו-5.
מכיוון שסכומם של שני זוגות המספרים הוא זוגי, הרי שזו התשובה הנכונה.
לשם השלמת ההסבר נבדוק את יתר התשובות.

תשובה (3) : 6. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-6 הם : 1 ו-6 ; 2 ו-3.
מכיוון שסכומם של שני זוגות המספרים הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (4) : 4. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-4 הם : 1 ו-4 ; 2 ו-2.
מכיוון שסכומם של 1 ו-4 הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2).

---

15. **השאלה** : a ו-b הם מספרים שלמים.

הביטוי $a + b$ הוא אי-זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות שווה ל- $a \cdot b$?

פתרון : נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות האם יש זוג מספרים שמכפלתו שווה לתוצאה המוצעת, ואשר סכומו הוא אי-זוגי. תשובה אשר אין זוג מספרים אשר מקיים תנאים אלו היא התשובה הנכונה.

תשובה (1) : 18. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-18 הם : 1 ו-18 ; 2 ו-9 ; 3 ו-6.
מכיוון שסכומם של 1 ו-18 הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2) : 12. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-12 הם : 1 ו-12 ; 2 ו-6 ; 3 ו-4.
מכיוון שסכומם של 1 ו-12 הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3) : 8. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-8 הם : 1 ו-8 ; 2 ו-4.
מכיוון שסכומם של 1 ו-8 הוא אי-זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (4) : 5. זוג המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-5 הם : 1 ו-5.
מכיוון שסכומם של 1 ו-5 הוא זוגי, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

16. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

הביטוי $x + y$ הוא זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות שווה ל- $x \cdot y$?

פתרון: נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות האם יש זוג מספרים שמכפלתו שווה לתוצאה המוצעת, ואשר סכומו הוא זוגי. תשובה אשר אין זוג מספרים אשר מקיים תנאים אלו היא התשובה הנכונה.

<u>תשובה (1)</u>: 16. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-16 הם: 1 ו-16; 2 ו-8; 4 ו-4.
מכיוון שסכומם של 2 ו-8 הוא זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 10. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-10 הם: 1 ו-10 ו-2, 5.
מכיוון שסכומם של כל אחד משני הזוגות הוא אי-זוגי, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: 3. זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-3 הם: 1 ו-3.
מכיוון שסכומם של 1 ו-3 הוא זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: 8. זוג המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-8 הם: 1 ו-8; 2 ו-4.
מכיוון שסכומם של 2 ו-4 הוא זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: המספר $\left(10^5 + 3^5\right)$ ____________.

פתרון: התשובות המוצעות מתייחסות למספרים בהם מתחלק הביטוי ולשאלה האם הוא זוגי או אי-זוגי. בשל העובדה שמדובר במספרים גדולים ומכיוון שאיננו יכולים להוציא גורם משותף על מנת לפשט את הביטוי, נבדוק את 'זוגיות' הביטוי.
כידוע, חזקה אינה משנה את הזוגיות של מספר. כלומר, כאשר נעלה מספר זוגי בחזקה (שלמה וחיובית) התוצאה תהיה זוגית, וכאשר נעלה מספר אי-זוגי בחזקה (שלמה וחיובית) התוצאה תהיה אי-זוגית.
מכיוון ש-10 הוא מספר זוגי, הרי ש- 10^5 הוא בהכרח מספר זוגי.
מכיוון ש-3 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- 3^5 הוא בהכרח מספר אי-זוגי.
כאשר מחברים מספר זוגי ומספר אי-זוגי התוצאה היא אי-זוגית, ולכן ניתן לקבוע כי המספר $\left(10^5 + 3^5\right)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: נתון: x הוא מספר זוגי.

$\frac{x}{2}$ הוא מספר המתחלק ב-5 ללא שארית.

$\frac{x}{5}$ הוא בהכרח מספר -

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: הצבת דוגמה מספרית
נתון כי x הוא מספר זוגי אשר לאחר חלוקתו ב-2 מתחלק ב-5 ללא שארית, נציב לדוגמה: 10.
נשאלנו לגבי $\frac{x}{5}$. כאשר נחלק את 10 ב-5, נקבל 2 $\left(\frac{10}{5} =\right)$.

מכיוון שתשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u> : הגיון אלגברי
נתון כי x הוא מספר זוגי אשר לאחר שמחלקים אותו ב-2 הוא מתחלק ב-5, ומכאן ש-x מתחלק ב-2 וב-5 ללא שארית.
נשאלנו לגבי $\frac{x}{5}$. מכיוון שמצאנו כי x מתחלק ללא שארית ב-2 וב-5, הרי שכאשר נחלק את x ב-5, נקבל מספר אשר בהכרח מתחלק ב-2, כלומר מספר זוגי.

תשובה (1).

---

19. **השאלה** : נתון : x הוא מספר שלם.

$\frac{x}{4}$ הוא מספר המתחלק ב-3 ללא שארית.

$\frac{x}{6}$ הוא בהכרח מספר -

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית
נבחר מספר שלם אשר לאחר חלוקתו ב-4 מתקבל מספר המתחלק ב-3 ללא שארית, למשל : 12.
נשאלנו לגבי $\frac{x}{6}$. כאשר נחלק את 12 ב-6, נקבל 2 $\left(\frac{12}{6}=\right)$. מכיוון שתשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u> : הגיון אלגברי
נתון כי x הוא מספר שלאחר חלוקתו ב-4, הוא מתחלק ב-3, ומכאן ש-x מתחלק ב-3 וב-4 ללא שארית.
נשאלנו לגבי $\frac{x}{6}$. אם מחלקים את x ב-6, הרי שמחלקים אותו ב-3 וב-2. מכיוון ש-x מתחלק ב-4, אם נחלק אותו ב-2, תתקבל בהכרח תוצאה אשר עדיין מתחלקת ב-2, כלומר זוגית.

תשובה (1).

---

20. **השאלה** : מבין המספרים השלמים בין 30 ל-80, כמה מספרים יש שספרת האחדות שלהם גדולה ב-3 מספרת העשרות שלהם?

פתרון : ספירה ידנית
נבדוק כמה מספרים דו-ספרתיים יש אשר ספרת האחדות שלהם גדולה ב-3 מספרת העשרות.
המספרים הדו-ספרתיים בין 30 ל-80 אשר מקיימים את נתונים השאלה הם : 36, 47, 58 ו-69.
כלומר, יש 4 מספרים דו-ספרתיים אשר מקיימים את התנאים.

תשובה (4).

---

21. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון: $3(x+y)+5$ הוא מספר זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח -

פתרון: **דרך א'**: בדיקת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה, למשל כאשר נציב כי $x=0$ ו-$y=1$, נקבל כי הביטוי שווה ל-8 $\left[3(x+y)+5=3\cdot(0+1)+5=3+5=\right]$, כלומר זוגי. כעת נעבור על התשובות המוצעות:

המכפלה של x ב-y שווה ל-0, כלומר היא זוגית, ולכן ניתן בשלב זה לפסול רק את תשובה (2), אשר לפיה תוצאת המכפלה היא אי-זוגית.

נציב שוב על מנת לפסול תשובות נוספות, למשל כי $x=1$ ו-$y=0$, ונמצא כי ערכו של הביטוי שווה עדיין ל-8 $\left[3(x+y)+5=3\cdot(0+1)+5=3+5=\right]$, כלומר זוגי.

מכיוון שמצאנו כי x אינו בהכרח זוגי, כפי שנטען בתשובה (1) וכי y אינו בהכרח אי-זוגי, כנטען בתשובה (4), הרי שניתן לפסול תשובות אלו. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

דרך ב': הגיון אלגברי

נתון כי הביטוי $3(x+y)+5$ הוא מספר זוגי. הביטוי הנתון מורכב משני מחוברים: 5 ו-$3(x+y)$.

כאשר סכומם של שני מחוברים הוא זוגי, הרי ששניהם חייבים להיות מאותו סוג: כלומר, שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים.
מכיוון שהמספר 5 הוא אי-זוגי, הרי שניתן להסיק כי גם המחובר $3(x+y)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

על מנת שתוצאת מכפלה תהיה אי-זוגית צריך שכל גורמי המכפלה יהיו אי-זוגיים.
המספר 3 הוא אי-זוגי, ומכאן שגם הביטוי $(x+y)$ הוא אי-זוגי.

הביטוי $(x+y)$ הוא סכום של שני מחוברים. על מנת שהסכום של שני מחוברים יהיה אי-זוגי צריך ששני המחוברים לא יהיו מאותו מין, כלומר אחד מהם זוגי והאחר אי-זוגי, ומכאן שבהכרח תוצאת מכפלתם תהיה זוגית.

תשובה (3).

---

22. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $7(a+b)+8$ הוא מספר אי-זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח -

פתרון: **דרך א'**: בדיקת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה, למשל כאשר נציב כי $a=0$ ו-$b=1$, נקבל כי הביטוי שווה ל-15 $\left[7(a+b)+8=7\cdot(0+1)+8=7+8=\right]$, כלומר תוצאה אי-זוגית.

כעת נעבור על התשובות המוצעות:
מכיוון שמצאנו כי יתכן ש-a הוא זוגי, תשובה (1), אשר לפיה a הוא מספר אי-זוגי, נפסלת.
מצאנו כי המכפלה של a ב-b שווה ל-0, כלומר תוצאת המכפלה $a\cdot b$ היא זוגית, ולכן ניתן לפסול את תשובה (2), אשר לפיה תוצאת המכפלה $a\cdot b$ היא אי-זוגית.

כעת נציב למשל כי $a=1$ ו-$b=0$, ונמצא כי ערכו של הביטוי שווה עדיין ל-15 $\left[7(a+b)+8=7\cdot(1+0)+8=7+8=\right]$, כלומר, תוצאה אי-זוגית.

מכיוון שהצבנו כי b שווה ל-0, כלומר מצאנו כי b יכול להיות זוגי, הרי שניתן לפסול כעת את תשובה (4), אשר לפיה b הוא בהכרח אי-זוגי.
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי הביטוי $7(a+b)+8$ הוא מספר אי-זוגי. הביטוי הנתון מורכב משני מחוברים: 8 ו-$7(a+b)$.

על מנת שסכומם של שני מחוברים יהיה אי-זוגי, כל אחד מהם צריך להיות ממין שונה: כלומר, אחד מהם זוגי, והאחר אי-זוגי.

מכיוון שהמספר 8 הוא זוגי, הרי שניתן להסיק כי תוצאת המכפלה $7(a+b)$, שהיא המחובר השני, היא בהכרח מספר אי-זוגי.

על מנת שתוצאת מכפלה תהיה אי-זוגית צריך שכל גורמי המכפלה יהיו אי-זוגיים. מכאן שהביטוי $(a+b)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

הביטוי $(a+b)$ הוא סכום של שני מחוברים. על מנת שהסכום של שני מחוברים יהיה אי-זוגי צריך ששני המחוברים לא יהיו מאותו מין, כלומר אחד מהם זוגי והאחר אי-זוגי. כאשר יש במכפלה גורם זוגי אחד, תוצאת המכפלה היא זוגית, ומכאן שבהכרח תוצאת המכפלה של a ו-b היא זוגית.

תשובה (3).

.23 **השאלה:** m ו-n הם מספרים שלמים.

נתון: $2n-1=m(4m-1)$

m הוא בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת דוגמה מספרית

נשאלנו מה ניתן להסיק לגבי ערכו של m. נציב ערך כלשהו במקום n, למשל כי $n=2$, ובאמצעות ההצבה נמצא מה מתחייב לגבי ערכו של m.

כאשר נציב כי $n=2$ במשוואה, נקבל: $2n-1=m(4m-1)$ ⇦ $2\cdot2-1=m\cdot(4m-1)$ ⇦ $4-1=m\cdot(4m-1)$ ⇦ $3=m\cdot(4m-1)$.

על מנת שאגף ימין יהיה שווה ל-3, ערכו של m צריך להיות שווה ל-1

$[3=1\cdot3\leftarrow3=1\cdot(4\cdot1-1)\leftarrow3=m\cdot(4m-1)]$

כעת נעבור על התשובות המוצעות:

מכיוון שתשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי m ו-n הם מספרים שלמים, וכן נתונה המשוואה: $2n-1=m(4m-1)$

נתבונן בביטוי שבצד שמאל של המשוואה: $2n-1$.

כאשר אחד מהגורמים במכפלה הוא זוגי, תוצאת המכפלה היא זוגית. מכיוון ש-2 הוא מספר זוגי, הרי שתוצאת המכפלה 2n היא בהכרח מספר זוגי.

כאשר מחסרים 1 ממספר זוגי, מתקבלת בהכרח תוצאה אי-זוגית, ומכאן שהביטוי $2n-1$ הוא בהכרח אי-זוגי.

מכיוון שבשני אגפי המשוואה יש ביטויים שבהכרח שווים זה לזה, הרי שניתן להסיק כי גם הביטוי שבצד ימין של המשוואה $m(4m-1)$ הוא בהכרח אי-זוגי.

על מנת שתוצאת מכפלה תהיה אי-זוגית, כל אחד מגורמי המכפלה צריך להיות אי-זוגי, ומכאן שגם m וגם $(4m-1)$ הם ביטויים אי-זוגיים.

מצאנו כי m הוא בהכרח מספר אי-זוגי, ולכן ניתן לקבוע כי התשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

24. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $a+1=2b(b+1)$

a הוא בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת דוגמה מספרית

נשאלנו מה נכון בהכרח לגבי a, ולכן נציב ערך כלשהו במקום b, למשל כי $b=1$, ובאמצעות ההצבה נמצא מה מתחייב לגבי ערכו של a.

כאשר נציב כי $b=1$ במשוואה, נקבל: $a+1=2b(b+1)$ ⇦ $a+1=2\cdot1\cdot(1+1)$ ⇦ $a+1=2\cdot2$ ⇦ $a+1=4$.

נחסר 1 משני האגפים, ונקבל: $a+1=4$ ⇦ $a=3$.

כעת נעבור על התשובות המוצעות:

מכיוון שרק תשובות (2) ו-(4) נפסלות, עלינו להציב שוב. נציב, למשל כי $b=2$, ונקבל:

$a+1=2b(b+1)$ ⇦ $a+1=2\cdot2\cdot(2+1)$ ⇦ $a+1=4\cdot3$ ⇦ $a+1=12$ ⇦ $a=11$.

כעת ניתן לפסול גם את תשובה (3), ומכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי a ו-b הם מספרים שלמים, וכן נתונה המשוואה: $a+1=2b(b+1)$

נתבונן בביטוי שבצד ימין של המשוואה: $2b(b+1)$.

כאשר אחד מהגורמים במכפלה הוא זוגי, תוצאת המכפלה היא זוגית. מכיוון ש-2 הוא מספר זוגי, הרי שתוצאת המכפלה 2b היא בהכרח מספר זוגי.

מכיוון שמצאנו כי תוצאת המכפלה 2b היא זוגית, הרי שמכפלת הגורם 2b בגורם $(b+1)$ אף היא בהכרח זוגית.

מכיוון בשני אגפי המשוואה יש בהכרח ביטויים השווים זה לזה, הרי שאם אגף ימין של המשוואה הוא זוגי, גם הביטוי שאגף שמאל של המשוואה $a+1$ יהיה אף הוא בהכרח זוגי.

על מנת שהביטוי $(a+1)$ יהיה זוגי, a הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

מצאנו כי a הוא אי-זוגי, ולכן ניתן לקבוע כי התשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

25. **השאלה:** x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $x \cdot y = 64$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות.
נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: $x \neq y$. נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-64. אחד מזוגות המספרים השלמים והחיוביים שמכפלתם שווה ל-64 הוא: $x = 8$ ו- $y = 8$.
מכאן שלא נכון לטעון כי x ו-y בהכרח שונים זה מזה.

<u>תשובה (2)</u>: $x \leq 16$. נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-64.
זוג מספרים שלמים וחיוביים שמכפלתם שווה ל-64 הוא: $x = 32$ ו- $y = 2$. מכאן ש-x אינו בהכרח קטן או שווה ל-16.

<u>תשובה (3)</u>: אם x הוא מספר אי-זוגי, אז y הוא מספר זוגי.
זוג המספרים היחיד שהוא מכפלת מספר אי-זוגי וזוגי המקיים את נתוני השאלה הוא:
1 ו-64. כלומר אם x שווה ל-1, כלומר x הוא מספר אי-זוגי, אז y שווה ל-64, כלומר הוא מספר זוגי.
מכיוון שאין דוגמה הסותרת את הנטען בתשובה זו, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: אם y הוא מספר זוגי, אז x הוא מספר אי-זוגי.
נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-64. מכיוון שיתכן וזוג המספרים הוא: $y = 2$ ו- $x = 32$, הרי שאין זה נכון לטעון כי כאשר y הוא זוגי, x הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

אם תוצאה של מכפלה היא זוגית, הרי שלפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי.
מכיוון שתוצאת המכפלה של x ב-y היא זוגית, הרי שיש שני מצבים אפשריים:
א) רק אחד מהמשתנים x ו-y הוא זוגי
ב) גם x וגם y הם זוגיים.
מכאן שאם אחד מגורמי המכפלה הוא אי-זוגי, הרי שהגורם השני הוא בהכרח זוגי, שהרי לפחות אחד מהמשתנים הוא זוגי, ומכאן שתשובה (3) נכונה בהכרח.

הערה: תשובה (4) אינה נכונה, מכיוון שאם x הוא זוגי, לא מתחייב מכך דבר לגבי y. כלומר y יכול להיות זוגי או אי-זוגי, שכן בכל מקרה כאשר x הוא זוגי, תוצאת המכפלה היא זוגית בהכרח.

תשובה (3).

26. **השאלה:** x, y, z ו-w הם מספרים שלמים.

נתון: $x(y+2)(z-3)=2w+1$

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח מספר **זוגי**?

פתרון: הגיון אלגברי

מכיוון שנשאלנו מי מהמספרים הוא זוגי, ננתח את המשוואה.
מכיוון שהביטוי באגף ימין של המשוואה $(2w+1)$ הוא פשוט יותר, נתחיל מניתוח של אגף זה.

נתון כי w הוא מספר שלם. תוצאת מכפלה של מספרים שלמים אשר לפחות אחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי היא בהכרח זוגית. מכאן שתוצאת המכפלה 2w היא זוגית, ללא קשר לערכו של w.
כאשר מחברים שני מספרים שאינם מאותו סוג, התוצאה היא בהכרח אי-זוגית, ומכאן שתוצאת החיבור של הביטוי הזוגי 2w, עם המספר 1, שהוא אי-זוגי, היא בהכרח אי-זוגית.
מצאנו כי אגף ימין הוא מספר אי-זוגי, ולפיכך בהכרח גם תוצאת המכפלה באגף השמאלי היא מספר אי-זוגי. כלומר, כל גורמי המכפלה באגף שמאל הם בהכרח אי-זוגיים: x הוא בהכרח מספר אי-זוגי, הביטוי $(y+2)$ הוא אי-זוגי, והביטוי $(z-3)$ הוא אי-זוגי.

נתבונן במחוברים $(y+2)$ ו- $(z-3)$: כאשר תוצאת חיבור/חיסור של שני מחוברים היא אי-זוגית, שני המחוברים חייבים להיות שונים, כלומר אחד מהם זוגי והאחר אי-זוגי.
מצאנו כי הביטוי $(y+2)$ הוא אי-זוגי. מכיוון ש-2 הוא מספר זוגי, הרי ש-y הוא בהכרח אי-זוגי.
מצאנו כי הביטוי $(z-3)$ הוא אי-זוגי. מכיוון ש-3 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש-z הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (3).

---

27. **השאלה:** x ו-y הם מספרים שלמים.

הביטוי $x+y$ הוא אי-זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **יכול** להיות שווה ל- $x \cdot y$?

פתרון: נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות האם קיים זוג מספרים שמכפלתם שווה למספר המוצע ושסכומם הוא אי-זוגי.

<u>תשובה (1)</u>: 21. זוגות המספרים שתוצאת המכפלה שלהם היא 21 הם 1, 21 ו-3, 7.
מכיוון שסכומם של כל אחד משני זוגות המספרים הללו הוא מספר זוגי, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 16. זוגות המספרים שתוצאת המכפלה שלהם הם 16 הם 1, 16 ו-2, 8.
מכיוון שסכומם של זוג המספרים 1 ו-16 הוא 17, כלומר אי-זוגי, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

28. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $a \cdot b = 36$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות.
נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: $a = b$. נתון כי a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-36.
זוג מספרים שלמים וחיוביים שמכפלתם שווה ל-36 הוא: $a = 2$, ו- $b = 18$.
מכאן ש- a ו-b אינם בהכרח שווים זה לזה.

<u>תשובה (2)</u>: $|a - b| \le 16$. נתון כי a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-36.
זוג המספרים שמכפלתם שווה ל-36, יכול להיות $a = 36$ ו- $b = 1$, אשר ההפרש ביניהם בערך מוחלט שווה ל-35 $|1 - 36| =$, ומכאן שההפרש בערך מוחלט אינו בהכרח קטן או שווה ל-16.

<u>תשובה (3)</u>: אם a הוא מספר אי-זוגי, אז b הוא מספר זוגי.
זוג המספרים השלמים היחיד שהוא מכפלת מספר אי-זוגי וזוגי המקיים את נתוני השאלה הוא: 1 ו-36. כלומר אם a שווה ל-1, כלומר למספר האי-זוגי, אז b שווה ל-36, כלומר הוא מספר זוגי.
מכיוון שאין בנמצא דוגמה הסותרת את הנטען בתשובה זו, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: אם b הוא מספר זוגי, אז a הוא מספר אי-זוגי.
נתון כי a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-36. זוג המספרים השלמים יכול להיות $b = 2$ ו- $a = 18$, כלומר שני מספרים זוגיים. מכאן שאין זה נכון לטעון כי כאשר b הוא זוגי, a הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

אם תוצאה של מכפלה היא זוגית, הרי שלפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי.
מכיוון שתוצאת המכפלה של a ב-b היא זוגית, הרי שישנם שני מצבים אפשריים
א) רק אחד מהמשתנים הוא מספר זוגי
ב) שני המשתנים הם מספרים זוגיים.
אם אחד מגורמי המכפלה הוא אי-זוגי, הרי שהגורם השני הוא בהכרח מספר זוגי, שהרי מצאנו כי לפחות אחד מהמשתנים הוא זוגי. מכאן שתשובה (3) נכונה בהכרח.

יתכן שאחד מהמשתנים a ו-b הוא זוגי או ששניהם זוגיים. אם נתון כי אחד מגורמי המכפלה הוא אי-זוגי, הרי שבהכרח הגורם השני הוא זוגי, ומכאן שתשובה (3) נכונה בהכרח.
הערה: תשובה (4) אינה נכונה, מכיוון שאם b הוא זוגי, לא מתחייב מכך דבר לגבי a. כלומר a יכול להיות זוגי או אי-זוגי, שכן בכל מקרה כאשר b הוא זוגי, תוצאת המכפלה היא מספר זוגי.

תשובה (3).

.29 **השאלה:** a, b, c ו-d הם מספרים שלמים.

נתון: $(a+1)(2b+1)(c+2) = 4d-1$

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח מספר **זוגי**?

פתרון: הגיון אלגברי

מכיוון שנשאלנו מי מהמספרים הוא זוגי, ננתח את המשוואה הנתונה.
מכיוון שהביטוי באגף ימין של המשוואה הוא פשוט יותר, נתחיל מניתוח של אגף זה.
נתון כי a, b, c ו-d הם מספרים שלמים. תוצאת מכפלה של מספרים שלמים שאחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי היא בהכרח זוגית, ומכאן שתוצאת המכפלה 4d היא זוגית, ללא קשר לערכו של d, ולכן $4d-1$ הוא בהכרח מספר אי-זוגי.
מכיוון שתוצאת אגף ימין היא אי-זוגית, הרי שבהכרח גם תוצאת המכפלה באגף השמאלי היא אי-זוגית. על מנת שתוצאת מכפלה תהיה אי-זוגית, כל גורמי המכפלה חייבים להיות אי-זוגיים:
מכאן ש- $(a+1)$ הוא בהכרח ביטוי אי-זוגי, הביטוי $(2b+1)$ הוא אי-זוגי, והביטוי $(c+2)$ הוא אי-זוגי.
כל המחוברים מורכבים משני מחוברים. כאשר תוצאת חיבור/חיסור של שני מחוברים היא אי-זוגית, שני המחוברים חייבים להיות שונים, כלומר אחד מהם הוא מספר זוגי והאחר מספר אי-זוגי.
הביטוי $(a+1)$ הוא אי-זוגי. 1 הוא מספר אי-זוגי, ומכאן ש-a הוא בהכרח מספר זוגי.
הביטוי $(2b+1)$ הוא אי-זוגי. 1 הוא מספר אי-זוגי, ולכן הביטוי 2b הוא בהכרח מספר זוגי.
הביטוי 2b הוא בהכרח מספר זוגי, מכיוון שאחד מהגורמים במכפלתו – המספר 2, הוא מספר זוגי, ומכאן שלא ניתן לדעת האם b הוא בהכרח מספר זוגי.
מצאנו כי הביטוי $(c+2)$ הוא אי-זוגי. מכיוון שהמספר 2 הוא זוגי, הרי ש-c הוא בהכרח אי-זוגי.

תשובה (1).