מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(3)	(1)	(2)	(1)	(1)	(3)	(2)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(2)	(2)	(3)	(4)	(2)	(4)	(1)	(1)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27
תשובה	(1)	(1)	(4)	(4)	(1)	(1)	(3)

הסברים

1. **השאלה**: $3^x \cdot 9^{2x} \cdot 27^x = ?$

פתרון: פישוט אלגברי (בסיסים שווים)

על מנת לעשות שימוש בחוק עלינו להביא את כל המספרים לבסיס '3': $3^x \cdot 9^{2x} \cdot 27^x \Leftarrow$

$3^x \cdot \left(3^2\right)^{2x} \cdot \left(3^3\right)^x \Leftarrow 3^x \cdot 3^{4x} \cdot 3^{3x}$

לפי חוקי חזקות: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, ומכאן ש: $3^x \cdot 3^{4x} \cdot 3^{3x} \Leftarrow 3^{x+4x+3x} \Leftarrow 3^{8x}$

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: $\left(\frac{4}{9}\right)^{-4} \cdot \frac{16^2}{27^4} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי
מכיוון שבשאלות חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, נפרק את המספרים שבביטוי לגורמים

הראשוניים המרכיבים אותם - 2 ו-3, ונקבל: $\left(\frac{4}{9}\right)^{-4} \cdot \frac{16^2}{27^4} \Leftarrow \left(\frac{2^2}{3^2}\right)^{-4} \cdot \frac{\left(2^4\right)^2}{\left(3^3\right)^4} \Leftarrow \frac{2^{-8}}{3^{-8}} \cdot \frac{2^8}{3^{12}} \Leftarrow$

$\frac{2^{-8+8}}{3^{-8+12}} \Leftarrow \frac{2^0}{3^4} \Leftarrow \frac{1}{81}$.

תשובה (3).

.3 **השאלה** : $\frac{4^5 \cdot 11^6}{22^7} = ?$

פתרון : פישוט אלגברי

בשאלות חזקות על מנת לפשט את הביטוי עלינו להביא את המספרים לבסיסים זהים. לצורך כך 'נפרק' את 22 ל-2 ו-11, ובמקום המספר 4 נרשום 2^2 , ונקבל : $\frac{4^5 \cdot 11^6}{22^7} \Leftarrow \frac{(2^2)^5 \cdot 11^6}{(2 \cdot 11)^7} \Leftarrow \frac{2^{10} \cdot 11^6}{2^7 \cdot 11^7}$.

כעת באמצעות שימוש בחוק המתייחס לחלוקה של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$, נצמצם את ה-2 וה-11 הנמצאים הן במונה והן במכנה : $\frac{2^{10} \cdot 11^6}{2^7 \cdot 11^7} \Leftarrow 2^{10-7} \cdot 11^{6-7} \Leftarrow 2^3 \cdot 11^{-1} \Leftarrow 8 \cdot \frac{1}{11} \Leftarrow \frac{8}{11}$.

תשובה (1).

.4 **השאלה** : $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}}{\frac{1}{16}} = ?$

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : פישוט אלגברי

בשאלות חזקות אנו רוצים להביא למצב של בסיסים זהים, ולכן במקום המספר $\frac{1}{16}$ נרשום $\left(\frac{1}{2}\right)^4$,

כעת נציב זאת בביטוי $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}}{\frac{1}{16}} \Leftarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}$

נשתמש בחוק החזקות המתייחס לחילוק של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$, ונקבל :

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} \Leftarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x-4} \Leftarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1}$$

מכיוון שכל התשובות מופיעות עם בסיס 2, הרי שעלינו להשתמש בחוק $\left(\frac{1}{a}\right)^m = a^{-m}$, ומכאן ש : $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1}$

$\Leftarrow 2^{-1\cdot(-x-1)} \Leftarrow 2^{x+1}$

<u>דרך ב'</u> : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר שיאפשר חישוב נוח, למשל $x = 3$, אשר 'מאפס' את החזקה במונה, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $16 = \left(\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{16}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0}{\frac{1}{16}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-3}}{\frac{1}{16}} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}}{\frac{1}{16}}\right)$. כעת נציב ערך זה בתשובות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ-16. מכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: $16^3 = ?$

פתרון: מכיוון שבכל התשובות המוצעות הבסיס הוא 2, עלינו ל'המיר' את הבסיס הנתון – 16 ל-2.
המספר 16 שווה ל- 2^4, ומכאן שניתן להציג את הביטוי הנתון בשאלה בצורה הבאה: $\left(2^4\right)^3$.
לפי חוקי חזקות: $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$. כלומר, כאשר מעלים חזקה בחזקה יש לכפול את החזקות, ולכן
הביטוי הנתון שווה ל- 2^{12} $\left[\left(2^4\right)^3 = 2^{4\cdot 3} =\right]$.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: לכל x חיובי הוגדרה פעולה חדשה \$ כך: $\$(x) = 2x^2$

$\$(\$(2)) = ?$

פתרון: לפי סדר פעולות חשבון עלינו להתחיל את פישוט הביטוי בסוגריים הפנימיים.
לפי הגדרת פעולת ה-\$: $\$(x) = 2x^2$, ומכאן ש-$\$(2)$ שווה ל-8 $\left(\$(2) = 2\cdot 2^2 = 2\cdot 4 =\right)$.
כעת על מנת למצוא את התשובה עלינו לחשב את ערכו של הביטוי $\$(8)$.
לפי הגדרת הפעולה \$, $\$(8)$ שווה ל-128 $\left(\$(8) = 2\cdot 8^2 = 2\cdot 64 =\right)$.

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: $\frac{21^6}{3^5\cdot 7^7} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי
על מנת לפשט את הביטוי נביא את המספרים לבסיסים זהים. לשם כך 'נפרק' את 21 למכפלת הגורמים
המרכיבים אותו: 3 ו-7, ונקבל: $\frac{21^6}{3^5\cdot 7^7} \Leftarrow \frac{(3\cdot 7)^6}{3^5\cdot 7^7} \Leftarrow \frac{3^6\cdot 7^6}{3^5\cdot 7^7}$.
מכיוון שכעת יש במונה הביטוי ובמכנה שלו, בסיסים זהים זה לזה, באמצעות שימוש בחוק המתייחס
לחלוקה של בסיסים זהים נוכל לפשט את הביטוי: $\frac{3^6\cdot 7^6}{3^5\cdot 7^7} \Leftarrow 3^{6-5}\cdot 7^{6-7} \Leftarrow 3^1\cdot 7^{-1} \Leftarrow 3\cdot\frac{1}{7} \Leftarrow \frac{3}{7}$.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: $x^{2a+1} = ?$ $(1 < x)$

פתרון: __דרך א'__: פישוט אלגברי
נפשט כל אחת מהתשובות המוצעות, ונבדוק מי מהן שווה לביטוי המוצע.
__תשובה (1)__: $x^a\cdot x^{a-1}$. נפשט באמצעות חוק החזקות: $a^m\cdot a^n = a^{m+n}$, את הביטוי: $x^a\cdot x^{a-1} \Leftarrow$
$x^{a+a-1} \Leftarrow x^{2a-1}$. הביטוי שקיבלנו שונה מהביטוי שבתשובה, ולכן התשובה נפסלת.
__תשובה (1)__: $\left(x^a\right)^2\cdot x$. נפשט בעזרת חוק החזקות: $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$, ונקבל ש: $\left(x^a\right)^2\cdot x \Leftarrow x^{2a}\cdot x^1$.
כעת נשתמש בחוק שלפיו כאשר יש מכפלה של בסיסים זהים, ניתן לחבר את החזקות,
ונקבל: $x^{2a}\cdot x^1 \Leftarrow x^{2a+1}$.

הביטוי שקיבלנו זהה לביטוי שבשאלה, ולכן זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

<u>דרך ב'</u> : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים שיאפשרו חישוב נוח, למשל $x = 2$ ו-$a = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 8
$\left(x^{2a+1} = 2^{2\cdot1+1} = 2^3 =\right)$.

כעת נציב ערכים אלו בתשובות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ-8, ולכן ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

9. **השאלה** : שלושה מהביטויים הבאים שווים בערכם.
מיהו הביטוי שערכו **שונה** מערכם של שלושת הביטויים האחרים?

פתרון : פישוט אלגברי

נפשט כל אחת מהתשובות על ידי פירוקה לגורמים הראשוניים המרכיבים את המספרים הנמצאים בה :

<u>תשובה (1)</u> : $4\cdot50^2$. 'ינמירי' את 4 ל- 2^2 ואת 50 ל-$\left(2\cdot5^2\right)$, ונקבל : $2^2\cdot\left(2\cdot5^2\right)^2 \Leftarrow 4\cdot50^2$ ⇦
$2^4\cdot5^4 \Leftarrow 2^{2+2}\cdot5^4 \Leftarrow 2^2\cdot2^2\cdot5^{2\cdot2}$.

<u>תשובה (2)</u> : 100^2 . נפשט את הביטוי על ידי המרה של 100 ל-$\left(2^2\cdot5^2\right)$, ונקבל : $\left(2^2\cdot5^2\right)^2 \Leftarrow 100^2$
$2^4\cdot5^4 \Leftarrow 2^{2\cdot2}\cdot5^{2\cdot2}$ ⇦ .

<u>תשובה (3)</u> : $10^2\cdot125$. נפשט את הביטוי על ידי המרה של 10 ל-$(2\cdot5)$, ואת 125 ל- 5^3, ונקבל :
$2^2\cdot5^5 \Leftarrow 2^2\cdot5^{2+3} \Leftarrow 2^2\cdot5^2\cdot5^3 \Leftarrow (2\cdot5)^2\cdot5^3 \Leftarrow 10^2\cdot125$

הערך שקיבלנו בתשובה (3) שונה מהערכים שקיבלנו בתשובות (1) ו-(2), ולכן ניתן לעצור בשלב זה ולקבוע כי זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נפשט את תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u> : $80\cdot5^3$. נפשט את הביטוי על ידי המרה של 80 ל-$\left(2^4\cdot5\right)$, ונקבל : $\left(2^4\cdot5\right)\cdot5^3 \Leftarrow 80\cdot5^3$
$2^4\cdot5^4 \Leftarrow 2^4\cdot5^{1+3} \Leftarrow 2^4\cdot5^1\cdot5^3$ ⇦ .

כפי שניתן לראות ערכי תשובות (1), (2) ו-(4) זהים.

תשובה (3).

---

10. **השאלה** : $\frac{x^{a+1}}{x^{3a-a^2}} = ?$; $1 < x$

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : פישוט אלגברי

מכיוון שבמונה ובמכנה יש ביטויים שבסיסם זהה, נשתמש בחוק החזקות המתייחס לחילוק של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$, ונקבל : $x^{(a-1)^2} \Leftarrow x^{a^2-2a+1} \Leftarrow x^{a+1-3a+a^2} \Leftarrow x^{a+1-\left(3a-a^2\right)} \Leftarrow \frac{x^{a+1}}{x^{3a-a^2}}$.

<u>דרך ב'</u> : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים שיאפשרו חישוב נוח, למשל $x = 2$ ו-$a = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1
$\left(\frac{x^{a+1}}{x^{3a-a^2}} = \frac{2^{1+1}}{2^{3\cdot1-1^2}} = \frac{2^2}{2^{3-1}} = \frac{4}{2^2} =\right)$.

כעת נציב ערכים אלו בתשובות, ונקבל כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(4) שונה מ-1, ולכן ניתן לפסול אותן ולקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: $\frac{3x^8\cdot y^{10}}{x^2y^5}=?$; $1<x,y$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי יש להתבונן על זוגות בעלי בסיס משותף: $\frac{3x^8\cdot y^{10}}{x^2y^5} \Leftarrow 3\cdot\frac{x^8}{x^2}\cdot\frac{y^{10}}{y^5}$

במקרה של חילוק בין בסיסים זהים, מחסרים בין המעריכים: $3\cdot\frac{x^8}{x^2}\cdot\frac{y^{10}}{y^5} \Leftarrow 3\cdot x^{8-2}\cdot y^{10-5} \Leftarrow$

$3\cdot x^6\cdot y^5$.

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: $\frac{2^{x+1}\cdot 5^{x-2}}{5^x\cdot 2^{x-2}}=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

מכיוון שבמונה ובמכנה יש גורמים שבסיסם זהה (2 ו-5), נשתמש בחוק החזקות המתייחס לחילוק של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\right)$, ונקבל: $\frac{2^{x+1}\cdot 5^{x-2}}{5^x\cdot 2^{x-2}} \Leftarrow \frac{2^{x+1}}{2^{x-2}}\cdot\frac{5^{x-2}}{5^x} \Leftarrow 2^{x+1-(x-2)}\cdot 5^{x-2-x} \Leftarrow$

$2^{x+1-x+2}\cdot 5^{-2} \Leftarrow 2^3\cdot 5^{-2} \Leftarrow 8\cdot\frac{1}{5^2} \Leftarrow \frac{8}{25}$.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x=2$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{8}{25}$ $\left(\frac{2^{x+1}\cdot 5^{x-2}}{5^x\cdot 2^{x-2}}=\frac{2^{2+1}\cdot 5^{2-2}}{5^2\cdot 2^{2-2}}=\frac{2^3\cdot 5^0}{25\cdot 2^0}=\frac{8\cdot 1}{25\cdot 1}=\right)$.

נציב ערך זה בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{8}{25}$, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

---

13. **השאלה**: $\frac{x^y\cdot y^x}{y^{x+1}\cdot x^{y-1}}=?$; $1<x,y$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

מכיוון שבמונה ובמכנה יש גורמים שבסיסם זהה (x ו-y), נשתמש בחוק החזקות המתייחס לחילוק של בסיסים זהים $\left(\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\right)$, ונקבל: $\frac{x^y\cdot y^x}{y^{x+1}\cdot x^{y-1}} \Leftarrow \frac{x^y}{x^{y-1}}\cdot\frac{y^x}{y^{x+1}} \Leftarrow x^{y-(y-1)}\cdot y^{x-(x+1)} \Leftarrow$

$x^{y-y+1}\cdot y^{x-x-1} \Leftarrow x^1\cdot y^{-1} \Leftarrow x\cdot\frac{1}{y^1} \Leftarrow \frac{x}{y}$

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x=2$ ו- $y=3$, ונקבל כי ערך הביטוי הוא $\frac{2}{3}$ $\left(\frac{x^y\cdot y^x}{y^{x+1}\cdot x^{y-1}}=\frac{2^3\cdot 3^2}{3^{2+1}\cdot 2^{3-1}}=\frac{8\cdot 9}{3^3\cdot 2^2}=\frac{{}^{2}\cancel{8}\cdot\cancel{9}^{1}}{{}_{3}\cancel{27}\cdot\cancel{4}_{1}}=\right)$.

נציב ערך זה בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{2}{3}$, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (2).

תשובה (2).

.14 **השאלה**: $\frac{3^8 \cdot 12^2 \cdot 4^3}{36^2 \cdot 6^4} = ?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי, נפרק את כל האיברים למכפלת הגורמים הראשוניים המרכיבים אותם. במקרה שלפנינו ניתן לבטא את כל המספרים באמצעות שימוש בבסיסים 2 ו- 3:

$$\frac{3^8 \cdot 12^2 \cdot 4^3}{36^2 \cdot 6^4} \Leftarrow \frac{3^8 \cdot \left(3 \cdot 2^2\right)^2 \cdot \left(2^2\right)^3}{\left(2^2 \cdot 3^2\right)^2 \cdot (2 \cdot 3)^4} \Leftarrow \frac{3^8 \cdot 3^2 \cdot 2^{2 \cdot 2} \cdot 2^{2 \cdot 3}}{2^{2 \cdot 2} \cdot 3^{2 \cdot 2} \cdot 2^4 \cdot 3^4} \Leftarrow \frac{3^{8+2} \cdot 2^4 \cdot 2^6}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4} \Leftarrow$$

$$\frac{3^{8+2} \cdot 2^{4+6}}{2^{4+4} \cdot 3^{4+4}} \Leftarrow \frac{3^{10} \cdot 2^{10}}{2^8 \cdot 3^8}$$

במקרה של חילוק בין בסיסים זהים, יש לחסר את המעריכים, ולכן:

$$\frac{3^{10} \cdot 2^{10}}{2^8 \cdot 3^8} \Leftarrow \frac{3^{10}}{3^8} \cdot \frac{2^{10}}{2^8} \Leftarrow 3^{10-8} \cdot 2^{10-8} \Leftarrow 3^2 \cdot 2^2 \Leftarrow 9 \cdot 4 \Leftarrow 36.$$

תשובה (3).

.15 **השאלה**: נתון: $0 < x < 1$

איזה מהביטויים הבאים הוא **הגדול** ביותר?

פתרון: **<u>דרך א</u>**: הבנה אלגברית

x הוא שבר חיובי. ככל שמעלים שבר חיובי בחזקה גדולה יותר כך התוצאה המתקבלת קטנה יותר, ומכאן שעלינו לחפש את התשובה שבה השבר מועלה בחזקה הקטנה ביותר. תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

הערה: תכונה נוספת וחשובה היא שכאשר מעלים שבר בחזקה חיובית כלשהי התוצאה תהיה חיובית, רק כאשר נעלה אותו בחזקה שלילית התוצאה תהיה גדולה מ-1, וככל שהחזקה תהיה **שלילית יותר** כך התוצאה תהיה גדולה יותר מ-1.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x = \frac{1}{2}$, ונחשב את ערכה של כל אחת מהתשובות:

<u>תשובה (1)</u>: x^4. כאשר $x = \frac{1}{2}$, ערכה של התשובה הוא $\frac{1}{16}$ $\left(x^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \right)$

<u>תשובה (2)</u>: x^{-2}. כאשר $x = \frac{1}{2}$, ערכה של התשובה הוא 4 $\left(x^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 1 \cdot \frac{4}{1} = \right)$

<u>תשובה (3)</u>: x^3. כאשר $x = \frac{1}{2}$, ערכה של התשובה הוא $\frac{1}{8}$ $\left(x^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \right)$.

<u>תשובה (4)</u>: x^{-5}. כאשר $x = \frac{1}{2}$, ערכה של התשובה הוא 32 $\left(x^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{\frac{1}{32}} = 1 \cdot \frac{32}{1} = \right)$

מצאנו כי ערכה של התשובה הגדול ביותר הוא תשובה (4).

תשובה (4).

.16 **השאלה**: $5^{2x} \cdot 125^{x} \cdot 25^{x} \cdot 5 = ?$

פתרון: פישוט אלגברי (בסיסים שווים)

על מנת לעשות שימוש בחוק עלינו להביא את כל המספרים לבסיס '5': $5^{2x} \cdot 125^{x} \cdot 25^{x} \cdot 5$ ⇦

$5^{2x} \cdot (5^3)^x \cdot (5^2)^x \cdot 5^x$ ⇦ $5^{2x} \cdot 5^{3x} \cdot 5^{2x} \cdot 5^1$

לפי חוקי חזקות: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, ומכאן ש: $5^{2x} \cdot 5^{3x} \cdot 5^{2x} \cdot 5^1$ ⇦ $5^{2x+3x+2x+1}$ ⇦ 5^{7x+1}

תשובה (2).

.17 **השאלה**: נתון: $x = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 9^2$

איזה מהביטויים הבאים **אינו** שווה ל-x?

פתרון: נפשט את הביטוי הנתון על ידי פירוק 9^2 לגורמים הראשוניים המרכיבים אותו כלומר ל- $(3^2)^2$,

ונקבל כי ניתן להציג את x גם כ- $2^2 \cdot 3^6$ $\left(x = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 9^2 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot (3^2)^2 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^4 =\right)$.

כעת 'נפרק' כל אחד מהביטויים המוצגים בתשובות לגורמים הראשוניים המרכיבים אותו, ונבדוק מי מהם אינו שווה ל-x:

<u>תשובה (1)</u>: 54^2. המספר 54 שווה למכפלת 2 ב-27. את המספר 27 ניתן להציג גם כ- 3^3.

נקבל: 54^2 ⇦ $(2 \cdot 3^3)^2$ ⇦ $2^2 \cdot 3^6$.

מכיוון שקיבלנו ביטוי השווה ל-x, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $6^2 \cdot 3^4$. את המספר 6 נציג כמכפלה של 2 ב-3, ונקבל: $6^2 \cdot 3^4$ ⇦ $(2 \cdot 3)^2 \cdot 3^4$ ⇦

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^4$ ⇦ ⇦ $2^2 \cdot 3^6$. קיבלנו ביטוי השווה ל-x, ולפיכך נפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $4 \cdot 3^6$. נפשט את הביטוי על ידי המרה של 4 ב- 2^2, ונקבל: $4 \cdot 3^6$ ⇦ $2^2 \cdot 3^6$. קיבלנו ביטוי השווה ל-x, ולפיכך נפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $2^2 \cdot 18^2$. נפשט את הביטוי על ידי המרה של 18 למכפלה של 2 ב- 3^2, ונקבל: $2^2 \cdot 18^2$ ⇦

$2^2 \cdot (2 \cdot 3^3)^2$ ⇦ $2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^{2\cdot2}$ ⇦ $2^{2+2} \cdot 3^4$ ⇦ $2^4 \cdot 3^4$.

מכיוון שהערך שקיבלנו שונה מערכו של x, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.18 **השאלה**: $\frac{25^2 \cdot 5^5}{125} = ?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי, יש לבטא את כל האיברים באמצעות הבסיס המשותף הקטן ביותר.
במקרה שלפנינו ניתן לבטא את כל המספרים באמצעות שימוש בבסיס '5':

$\frac{25^2 \cdot 5^5}{125}$ ⇦ $\frac{(5^2)^2 \cdot 5^5}{5^3}$ ⇦ $\frac{5^{2\cdot2} \cdot 5^5}{5^3}$ ⇦ $\frac{5^4 \cdot 5^5}{5^3}$ ⇦ $\frac{5^{4+5}}{5^3}$ ⇦ $\frac{5^9}{5^3}$

במקרה של חילוק בין בסיסים זהים, יש לחסר את המעריכים, ולכן:

$\frac{5^9}{5^3}$ ⇦ 5^{9-3} ⇦ 5^6.

תשובה (1).

.19 **השאלה**: $\frac{3a^6 \cdot b^3}{6a^8 \cdot 5a^{-2}} = ?$ $(1 < a, b)$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי יש להתבונן על זוגות בעלי בסיס משותף:

$$\frac{1}{10}\cdot\frac{a^6}{a^6}\cdot\frac{b^3}{1} \Leftarrow \frac{1}{2\cdot 5}\cdot\frac{a^6}{a^6}\cdot\frac{b^3}{1} \Leftarrow \frac{{}^{1}3}{{}_{2}6\cdot 5}\cdot\frac{a^6}{a^{8+-2}}\cdot\frac{b^3}{1} \Leftarrow \frac{3}{6\cdot 5}\cdot\frac{a^6}{a^8\cdot a^{-2}}\cdot\frac{b^3}{1} \Leftarrow \frac{3a^6\cdot b^3}{6a^8\cdot 5a^{-2}}$$

במקרה של חילוק בין בסיסים זהים, מחסרים בין המעריכים: $1\cdot\frac{b^3}{10} \Leftarrow a^0\cdot\frac{b^3}{10} \Leftarrow \frac{1}{10}\cdot a^{6-6}\cdot\frac{b^3}{1}$

תשובה (1).

.20 **השאלה**: $\frac{3^2\cdot 9^2}{27} = ?$

פתרון: על מנת לפשט את הביטוי, יש לבטא את כל האיברים באמצעות הבסיס המשותף הקטן ביותר.
במקרה שלפנינו ניתן לבטא את כל המספרים באמצעות שימוש בבסיס 3:

$$\frac{3^6}{3^3} \Leftarrow \frac{3^{2+4}}{3^3} \Leftarrow \frac{3^2\cdot 3^4}{3^3} \Leftarrow \frac{3^2\cdot 3^{2\cdot 2}}{3^3} \Leftarrow \frac{3^2\cdot\left(3^2\right)^2}{3^3} \Leftarrow \frac{3^2\cdot 9^2}{27}$$

במקרה של חילוק בין בסיסים זהים, יש לחסר את המעריכים, ולכן: $3^3 \Leftarrow 3^{6-3} \Leftarrow \frac{3^6}{3^3}$.

תשובה (3).

.21 **השאלה**: $\left(\frac{2}{5}\right)^{-8}\cdot\frac{16^2}{125^3} = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

מכיוון שבשאלות חזקות אנו שואפים לעבוד עם בסיסים זהים, נבטא את כל המספרים באמצעות 2 ו-5:

$$\frac{1}{5} \Leftarrow \frac{2^0}{5^1} \Leftarrow \frac{2^0}{5^1} \Leftarrow \frac{2^{8+-8}}{5^{-8+9}} \Leftarrow \frac{2^{-8}}{5^{-8}}\cdot\frac{2^8}{5^9} \Leftarrow \frac{2^{-8}}{5^{-8}}\cdot\frac{2^{4\cdot 2}}{5^{3\cdot 3}} \Leftarrow \frac{2^{-8}}{5^{-8}}\cdot\frac{\left(2^4\right)^2}{\left(5^3\right)^3} \Leftarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{-8}\cdot\frac{16^2}{125^3}$$.

תשובה (1).

.22 **השאלה**: $\left(2^6 - 2^7\right)^2 = ?$

פתרון: פישוט אלגברי

ראשית, נפשט את הביטוי שבסוגריים באמצעות הוצאת גורם משותף של 2^6, ונקבל:

$$\left(2^6\cdot(-1)\right)^2 \Leftarrow \left(2^6\cdot(1-2)\right)^2 \Leftarrow \left(2^6-2^7\right)^2$$.

לפי חוקי חזקות $(a\cdot b)^m = a^m\cdot b^m$, כלומר החזקה החיצונית היא על כל אחד מגורמי המכפלה,

ומכאן: $2^{12} \Leftarrow 2^{6\cdot 2}\cdot 1 \Leftarrow \left(2^6\right)^2\cdot(-1)^2 \Leftarrow \left(2^6\cdot(-1)\right)^2$.

תשובה (1).

---

23. **השאלה**: $x^{\left(3^2\right)}-\left(x^3\right)^2=?$; $(1<x)$

פתרון: פישוט אלגברי

נפשט את שני חלקי הביטוי בנפרד: ראשית, לגבי הביטוי הראשון $x^{\left(3^2\right)}$, הרי שלפי סדר פעולות חשבון, ראשית מבצעים פעולות הנמצאות בסוגריים, ולכן הביטוי שווה ל- x^9.

את הביטוי השני - $\left(x^3\right)^2$ נפשט באמצעות החוק כי חזקה בחזקה שווה למכפלת החזקות, ולכן הביטוי שווה ל- $x^{3\cdot2} \Leftarrow x^6$.

מצאנו כי הביטוי שווה ל: x^9-x^6

מכיוון שבמצב של חיבור/חיסור ניתן רק להוציא גורם משותף, הרי שנמשיך את הפישוט על ידי הוצאת הגורם המשותף x^6, ונקבל: $x^6\left(x^3-1\right) \Leftarrow x^9-x^6$

תשובה (4).

---

24. **השאלה**: $\dfrac{3^7\cdot2^5}{36^2\cdot6^3}=?$

פתרון: פישוט אלגברי

לשם פישוט הביטוי עלינו לבטא את המספרים בעזרת אותם בסיסים. 'נפרק' את 36 ל-2 ו-3, ונקבל:

$$\frac{3^7\cdot2^5}{2^4\cdot3^4\cdot2^3\cdot3^3} \Leftarrow \frac{3^7\cdot2^5}{2^{2\cdot2}\cdot3^{2\cdot2}\cdot2^3\cdot3^3} \Leftarrow \frac{3^7\cdot2^5}{\left(2^2\cdot3^2\right)^2\cdot(2\cdot3)^3} \Leftarrow \frac{3^7\cdot2^5}{36^2\cdot6^3}$$

$$.\frac{3^7\cdot2^5}{2^7\cdot3^7} \Leftarrow \frac{3^7\cdot2^5}{2^{4+3}\cdot3^{4+3}}$$

כעת באמצעות שימוש בחוק המתייחס לחלוקה של בסיסים זהים $\left(\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\right)$, נפשט את הביטוי,

ונקבל: $.\dfrac{1}{4} \Leftarrow 1\cdot\dfrac{1}{4} \Leftarrow 1\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \Leftarrow 3^0\cdot2^{-2} \Leftarrow 3^{7-7}\cdot2^{5-7} \Leftarrow \dfrac{3^7\cdot2^5}{3^7\cdot2^7}$

תשובה (4).

---

25. **השאלה**: $\dfrac{x^{y+2}\cdot y^{x-1}}{y^x\cdot x^y}=?$ $(1<x,y)$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי באמצעות שימוש בחוק המתייחס לחלוקה של בסיסים זהים $\left(\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\right)$:

$$\frac{x^2}{y} \Leftarrow x^2\cdot\frac{1}{y} \Leftarrow x^2\cdot y^{-1} \Leftarrow x^{y+2-y}\cdot y^{x-1-x} \Leftarrow \frac{x^{y+2}}{x^y}\cdot\frac{y^{x-1}}{y^x} \Leftarrow \frac{x^{y+2}\cdot y^{x-1}}{x^y\cdot y^x} \Leftarrow \frac{x^{y+2}\cdot y^{x-1}}{y^x\cdot x^y}$$

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי $x=2$ ו- $y=2$, ונמצא כי ערך הביטוי הוא 2 $\left(\dfrac{x^{y+2}\cdot y^{x-1}}{y^x\cdot x^y}=\dfrac{2^{2+2}\cdot2^{2-1}}{2^2\cdot2^2}=\dfrac{2^4\cdot2^1}{4\cdot4}=\dfrac{16\cdot2}{16}=\right)$

נציב ערכים אלו בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (2) ו-(4) שונה מ- 2, ולכן הן נפסלות.

על מנת לפסול תשובה נוספת, נציב כי $x=3$ ו- $y=2$, ונמצא כי ערך הביטוי הוא $4\dfrac{1}{2}$

$$\left(\frac{x^{y+2}\cdot y^{x-1}}{y^x\cdot x^y}=\frac{3^{2+2}\cdot2^{3-1}}{2^3\cdot3^2}=\frac{3^4\cdot2^2}{8\cdot9}=\frac{{}^{9}\cancel{81}\cdot\cancel{4}^{1}}{{}_{2}\cancel{8}\cdot\cancel{9}_{1}}=\right)$$

תשובה (1).

.26 **השאלה**: $\dfrac{x^{n}-x^{\frac{n}{3}}}{x^{\frac{2n}{3}}-1}=?$ $\qquad (1<x,n)$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי – הוצאת גורם משותף

מכיוון שבמצב של חיבור/חיסור כל שניתן לעשות הוא להוציא גורם משותף.

הגורם המשותף לשני הביטויים במונה הוא $x^{\frac{n}{3}}$, ומכאן שאנו יכולים לפשט את הביטוי באופן הבא:

$$\frac{x^{n}-x^{\frac{n}{3}}}{x^{\frac{2n}{3}}-1} \Leftarrow \frac{x^{\frac{n}{3}}\left(x^{\frac{2n}{3}}-1\right)}{x^{\frac{2n}{3}}-1}.$$

כעת ניתן לחלק את המונה והמכנה ב-$\left(x^{\frac{2n}{3}}-1\right)$, ונקבל כי הביטוי שווה ל-$x^{\frac{n}{3}}$.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים נוחים, למשל כי $x=2$ ו-$n=3$, ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 2

$$\left(\frac{x^{n}-x^{\frac{n}{3}}}{x^{\frac{2n}{3}}-1}=\frac{2^{3}-2^{\frac{3}{3}}}{2^{\frac{2\cdot 3}{3}}-1}=\frac{8-2^{1}}{2^{2}-1}=\frac{6}{4-1}=\frac{6}{3}=\right)$$

כעת נציב ערכים אלו בתשובות ונמצא כי ערכן של תשובות (2), (3) ו-(4) שונה מ-2, ולכן הן נפסלות.

תשובה (1).

.27 **השאלה**: $\dfrac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{15^{a+1}}=?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: פישוט אלגברי

על מנת לפשט ביטויים בשאלות חזקות, יש לפרק את המספרים שבביטוי למכפלות הגורמים הראשוניים המרכיבים אותם. נפשט את הביטוי באמצעות פירוק המספר 15 למכפלה של 3 ב-5, ונקבל:

$$\frac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{15^{a+1}} \Leftarrow \frac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{(5\cdot 3)^{a+1}} \Leftarrow \frac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{5^{a+1}\cdot 3^{a+1}}$$

לפי חוקי החזקות: $\dfrac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$, ומכאן ש: $\dfrac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{5^{a+1}\cdot 3^{a+1}} \Leftarrow 5^{a+2-(a+1)}\cdot 3^{a-1-(a+1)} \Leftarrow$

$$5^{a+2-a-1}\cdot 3^{a-1-a-1} \Leftarrow 5^{1}\cdot 3^{-2} \Leftarrow 5\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2} \Leftarrow 5\cdot\frac{1}{9} \Leftarrow \frac{5}{9}.$$

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר נוח למשל $a=1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\dfrac{5}{9}$

$$\left(\frac{5^{a+2}\cdot 3^{a-1}}{15^{a+1}}=\frac{5^{1+2}\cdot 3^{1-1}}{15^{1+1}}=\frac{5^{3}\cdot 3^{0}}{15^{2}}=\frac{{}^{1}\cancel{5}\cdot{}^{1}\cancel{5}\cdot 5\cdot 1}{\cancel{15}_{3}\cdot\cancel{15}_{3}}=\frac{1\cdot 1\cdot 5}{3\cdot 3}=\right)$$

כעת נציב ערך זה בתשובות, ונקבל כי תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות.

תשובה (3).
