

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(2)	(2)	(1)	(4)	(4)	(2)	(4)	(2)	(2)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(2)	(4)	(3)	(3)	(3)	(2)	(3)	(2)	(4)	(4)	תשובה

24	23	22	21	שאלה
(3)	(3)	(3)	(2)	תשובה

הסברים

1. השאלה: $\frac{(x+3)^2}{3x^2+18x+27} = ?$; $(x \neq -3)$

פתרון: דרך א' פישוט אלגברי
 על מנת לצמצם את הביטוי שבמונה עם הביטוי שבמכנה, נוציא גורם משותף מהמחזורים שבמכנה, ונקבל:

$$\frac{(x+3)^2}{3(x^2+6x+9)} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{3x^2+18x+27}$$

כעת, ניתן להמיר את הביטוי שבסוגריים שבמכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר הראשונה ל- $(x+3)^2$ או לפשוט את הביטוי שבמונה, על מנת לראות כי נקבל ביטויים זהים במונה ובמכנה. נחלק את המונה

$$\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{3(x+3)^2} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{3(x^2+6x+9)}$$

והמכנה בביטויים הזהים, ונקבל:

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $x = 1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $\frac{1}{3}$

$$\left[\frac{(x+3)^2}{3x^2+18x+27} = \frac{(1+3)^2}{3 \cdot 1^2 + 18 \cdot 1 + 27} = \frac{4^2}{3+18+27} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3} \right]$$

מכיוון שערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ- $\frac{1}{3}$, ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי תשובה (2) היא

התשובה הנכונה.

תשובה (2).

2. **השאלה:** $\frac{4(x-3)^2}{2x^2-12x+18} = ?$; $(x \neq 3)$

פתרון: זרז א': פשוט אלגברי

על מנת לצמצם את הביטוי שבמונה עם הביטוי שבמכנה, נוציא גורם משותף מהמחזורים שבמכנה, ונקבל:

$$\frac{4(x-3)^2}{2(x^2-6x+9)} \Leftrightarrow \frac{4(x-3)^2}{2x^2-12x+18}$$

כעת, ניתן להמיר את הביטוי שבסוגריים שבמכנה באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השנייה ל- $(x-3)^2$ או לפשוט את הביטוי שבמונה, על מנת לראות כי נקבל ביטויים זהים במונה ובמכנה. נחלק את המונה והמכנה

בביטויים הזהים, ונקבל: $\frac{4(x-3)^2}{2(x^2-6x+9)} \Leftrightarrow \frac{4(x-3)^2}{2(x-3)^2} \Leftrightarrow 2$

זרז ב': הצבת דוגמה מספרית

נציב לדוגמה כי $x=1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2

$$\left[\frac{4(x-3)^2}{2x^2-12x+18} = \frac{4(1-3)^2}{2 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 18} = \frac{4 \cdot (-2)^2}{2-12+18} = \frac{16}{8} = 2 \right]$$

מכיוון שערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ-2, ניתן לפסול תשובות אלו ולקבוע כי תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

3. **השאלה:** לכל מספר הוגדרה הפעולה \$, כך שמתקיים: $\$x = x(x+2)$

$$\$ (10) + \$ (8) = ?$$

פתרון: נפשט את שני חלקי הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה-\$:

$$\$ (10) = 10 \cdot (10+2) = 10 \cdot 12$$

$$\$ (8) = 8(8+2) = 8 \cdot 10$$

נפשט את הביטוי שקיבלנו, ונמצא כי $\$ (10) + \$ (8) \Leftrightarrow 10 \cdot 12 + 8 \cdot 10 \Leftrightarrow 120 + 80 \Leftrightarrow 200$.

תשובה (2).

4. **השאלה:** לכל מספר הוגדרה הפעולה \$, כך שמתקיים: $\$x = x(x-5)$

$$\$ (17) - \$ (12) = ?$$

פתרון: נפשט את שני חלקי הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה-\$:

$$\$ (17) = 17 \cdot (17-5) = 17 \cdot 12$$

$$\$ (12) = 12(12-5) = 12 \cdot 7$$

נפשט את הביטוי שקיבלנו, ונמצא כי $\$ (17) - \$ (12) \Leftrightarrow 17 \cdot 12 - 12 \cdot 7 \Leftrightarrow 12 \cdot (17-7) \Leftrightarrow 12 \cdot 10 \Leftrightarrow 120$.
נוציא גורם משותף 12, ונקבל: $17 \cdot 12 - 12 \cdot 7$

תשובה (4).

5. השאלה: $\frac{x+7}{4} - 2 = ?$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי

באמצעות יצירת מכנה משותף נחבר את שני הביטויים, ונקבל: $\frac{x+7}{4} - 2 \Leftrightarrow \frac{x+7}{4} - \frac{8}{4} \Leftrightarrow \frac{x+7-8}{4} \Leftrightarrow \frac{x-1}{4}$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכו של x ולכן ניתן להחליפו במספר. נציב למשל $x = 1$, ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא

$$0 \left(\frac{x+7}{4} - 2 = \frac{1+7}{4} - 2 = 2 - 2 = 0 \right)$$

כעת נציב בתשובות כי $x = 1$, נחשב ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (3) ו-(4) שונה מ-0, ומכאן שתשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

6. השאלה: $(x+2)^2 - 2(2x+4) = ?$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי באמצעות פתיחת סוגריים

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים, ונקבל: $(x+2)^2 - 2(2x+4) \Leftrightarrow x^2 + 4 + 4x - 4x - 8 \Leftrightarrow x^2 - 4$

כעת, ניתן לפשט את התשובות ולמצוא מי מהן שווה לביטוי זה או להציג את הביטוי שקיבלנו באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית כ- $(x-2)(x+2)$.

דרך ב': הוצאת גורם משותף

נוציא 2 כגורם משותף מהמחובר השני: $(2x+4)$, ונקבל: $(x+2)^2 - 2(2x+4) \Leftrightarrow (x+2)^2 - 4(x+2)$
 כעת, נוציא $(x+2)$ כגורם משותף, ונקבל: $(x+2)^2 - 4(x+2) \Leftrightarrow (x+2)[(x+2)-4] \Leftrightarrow (x+2)(x-2)$

דרך ג': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכו של x ולכן נוכל להחליפו במספר. נציב למשל $x = 1$, ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא

$$-3 \left[(x+2)^2 - 2(2x+4) = (1+2)^2 - 2(2 \cdot 1 + 4) = 3^2 - 2 \cdot 6 = 9 - 12 = -3 \right]$$

כעת נחשב ונמצא כי ערכן של (1), (2) ו-(3) שונה מ-3, ומכאן שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

7. השאלה: $(x-1)^2 - (x^2-1) = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי באמצעות פתיחת סוגריים

נפשט את הביטוי באמצעות פתיחת סוגריים, ונקבל: $(x-1)^2 - (x^2-1) \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x - x^2 + 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 - (x^2-1)$
 $\Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x - x^2 + 1 \Leftrightarrow -2x + 2$

דרך ב': הוצאת גורם משותף

נפשט את המחובר השני בביטוי (x^2-1) באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)$$

כעת, נציב זאת בביטוי שבשאלה, ונקבל: $(x-1)^2 - (x-1)(x+1)$

נוציא $(x-1)$ כגורם משותף, ונקבל: $(x-1)^2 - (x-1)(x+1) \Leftrightarrow (x-1) \cdot [(x-1) - (x+1)]$
 $\Leftrightarrow (x-1) \cdot (-2) \Leftrightarrow -2(x-1) \Leftrightarrow -2x + 2$

דרך ג': הצבת דוגמה מספרית

נציב למשל כי $x = 1$ ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 0 $[(1-1)^2 - (1^2-1) = 0^2 - 0 = 0]$

כעת נציב בתשובות כי $x = 1$, נחשב ונמצא כי ערכן של תשובות (2) ו-(3) שונה מ-0, ומכאן שניתן לפסול תשובות אלה.

נותרנו עם שתי תשובות נכונות ומכאן שיש להציב פעם נוספת. נציב כי $x = 2$ ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא -2 $[(2-1)^2 - (2^2-1) = 1^2 - 3 = 1 - 3 = -2]$

כעת נציב בתשובות כי $x = 2$ ונמצא כי ערכה של תשובה (1) שונה מ-2 ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4)

8. **השאלה:** עבור כל מספר שלם x , הוגדרה הפעולה $\$(x)$ כך:

אם x זוגי, $\$(x) = x + 4$

אם x אי-זוגי $\$(x) = \frac{x-3}{4}$

$$\frac{\$(47) - \$(27)}{\$(16)} = ?$$

פתרון: פישוט אלגברי באמצעות הגדרת הפעולה

נפשט את הביטוי באמצעות הגדרת הפעולה $\$$:

מכיוון ש-47 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(47)$ שווה ל-11 $(\$(47) = \frac{47-3}{4} = \frac{44}{4} = 11)$

מכיוון ש-27 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(27)$ שווה ל-6 $(\$(27) = \frac{27-3}{4} = \frac{24}{4} = 6)$

מכיוון ש-16 הוא מספר זוגי, הרי ש- $\$(16)$ שווה ל-20 $(\$(16) = 16 + 4 = 20)$

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונמצא כי ערכו שווה ל- $\frac{1}{4}$ $[\frac{\$(47) - \$(27)}{\$(16)} = \frac{11-6}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}]$

תשובה (1)

9. **השאלה:** עבור כל מספר שלם x , הוגדרה הפעולה $\$(x)$ כך:

$$\$(x) = 2(x+1) \quad \text{אם } x \text{ זוגי,}$$

$$\$(x) = \frac{x-1}{2} \quad \text{אם } x \text{ אי-זוגי}$$

$$\frac{\$(16)}{\$(15) + \$(21)} = ?$$

פתרון: פשוט אלגברי באמצעות הגדרת הפעולה נפשט את הביטוי באמצעות הגדרת הפעולה $\$$:

מכיוון ש-16 הוא מספר זוגי, הרי ש- $\$(16) = 2(16+1) = 2 \cdot 17 = 34$

מכיוון ש-15 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(15) = \frac{15-1}{2} = \frac{14}{2} = 7$

מכיוון ש-21 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(21) = \frac{21-1}{2} = \frac{20}{2} = 10$

$$\left[\frac{\$(16)}{\$(15) + \$(21)} = \frac{34}{7+10} = \frac{34}{17} = 2 \right] \text{ כעת נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונמצא כי ערכו שווה ל-2}$$

תשובה (2).

10. **השאלה:** a ו- b הם מספרים שלמים בין 1 ל-9.

$$a\$b = (a-b)^2 \quad \text{נתון:}$$

$$7\$5 + 8\$4 = ?$$

פתרון: פשוט אלגברי באמצעות הגדרת הפעולה נפשט את הביטוי באמצעות הגדרת הפעולה $\$$:

נפשט את הביטוי $7\$5$ ונמצא כי ערכו שווה ל-4 $(7\$5 = (7-5)^2 = 2^2 = 4)$

נפשט את הביטוי $8\$4$ ונמצא כי ערכו שווה ל-16 $(8\$4 = (8-4)^2 = 4^2 = 16)$

כעת נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונמצא כי ערכו שווה ל-20 $(7\$5 + 8\$4 = 4 + 16 = 20)$

תשובה (2).

11. **השאלה:** $\frac{7a^2b^3 - 2a^3b^2}{6a^3b^2 - 21a^2b^3} = ?$; $(a, b \neq 0)$

פתרון: זרז א': פשוט אלגברי באמצעות הוצאת גורם משותף

על מנת לצמצם את הביטוי שבמונה עם הביטוי שבמכנה, נוציא גורם משותף מהמחזורים שבמונה ובמכנה,

$$\text{ונקבל: } \frac{7b-2a}{3(2a-7b)} \Leftrightarrow \frac{a^2b^2(7b-2a)}{3a^2b^2(2a-7b)} \Leftrightarrow \frac{7a^2b^3 - 2a^3b^2}{6a^3b^2 - 21a^2b^3}$$

נוציא גורם משותף 1- במונה על מנת לצמצם את הביטויים שמונה ובמכנה, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{7b-2a}{3(2a-7b)}$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{-(2a-7b)}{3(2a-7b)}$$

ד"ר ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכם של a ו- b ועל כן ניתן להציב מספרים במקומם. נציב למשל כי $a = b = 1$ בביטוי

$$\left[\frac{7 \cdot 1^2 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^3 \cdot 1^2}{6 \cdot 1^3 \cdot 1^2 - 21 \cdot 1^2 \cdot 1^3} = \frac{7-2}{6-21} = \frac{5}{-15} = -\frac{1}{3} \right]$$

ונמצא כי ערכו שווה ל- $\frac{1}{3}$. המספרים המופיעים בתשובות (1), (2) ו-(3) אינם זהים לזה שהתקבל בביטוי ועל כן ניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

12. השאלה: $\frac{32a^2b + 8ab^2}{2ab^2 + 8a^2b} = ?$; $(a, b \neq 0)$

פתרון: ד"ר א': פישוט אלגברי באמצעות הוצאת גורם משותף

על מנת לצמצם את הביטוי שבמונה עם הביטוי שבמכנה, נוציא גורם משותף מהמחזורים שבמונה ובמכנה,

$$\frac{8ab(4a + b)}{2ab(b + 4a)} \Leftrightarrow \frac{32a^2b + 8ab^2}{2ab^2 + 8a^2b}$$

$$.4 \Leftrightarrow \frac{8ab(4a + b)}{2ab(b + 4a)} : \text{ונקבל, וזהים שבמונה ובמכנה, ונקבל:}$$

ד"ר ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכם של a ו- b ועל כן ניתן להציב מספרים במקומם. נציב למשל כי $a = b = 1$ בביטוי

$$\left[\frac{32 \cdot 1^2 \cdot 1 + 8 \cdot 1 \cdot 1^2}{2 \cdot 1 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1^2 \cdot 1} = \frac{32 + 8}{2 + 8} = \frac{40}{10} = 4 \right]$$

המספרים המופיעים בתשובות (2) ו-(3) אינם זהים לזה שהתקבל בביטוי ועל כן ניתן לפסול אותן. כעת נציב כי $a = b = 1$ בביטוי שבתשובה (2) ונמצא כי ערכו שונה מ-4 ומכאן שניתן קבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

13. השאלה: $\frac{213^2 - 9}{70} = ?$

פתרון: זוהי כביכול שאלה בה עלינו לבצע חישובים מסובכים, אך מכיוון שבמבחן אין ברשותנו מחשבון לא מצופה מאיתנו באמת לבצע חישובים כאלה. לכן נחפש דרך פשוטה לחשב את ערכו של הביטוי בשאלה.

ניתן לראות כי אחד הביטויים שבמונה הוא מספר בחזקת 2 ובין הביטויים שבמונה יש פעולת חיסור. שני אלה הם רמזים לנוסחת הכפל המקוצרת השלישית. נכתוב את הביטוי בצורה שונה כדי שנראה באופן ברור

$$\frac{213^2 - 3^2}{70} : \text{יותר את נוסחת הכפל המקוצרת השלישית:}$$

$$\Leftrightarrow \frac{213^2 - 3^2}{70} : \text{נפשט את הביטוי שמונה לפי נוסחת הכפל המקוצרת השלישית, ונקבל:}$$

$$.216 \cdot 3 \Leftrightarrow \frac{216 \cdot 210}{70} \Leftrightarrow \frac{(213+3)(213-3)}{70}$$

טרם הגענו לתוצאה המופיעה בתשובות אך גם כעת, על מנת למצוא את התשובה הנכונה, ננסה להימנע מחישוב של ממש. נמצא את ספרת האחדות של הביטוי:

ספרת האחדות של תוצאת הכפל של הביטוי שווה לספרת האחדות שתתקבל מכפל בין ספרות האחדות של שני המספרים. ספרת האחדות של המכפלה $6 \cdot 3$ היא 8 ($6 \cdot 3 = 18$). רק במספר שבתשובה (2) ספרת

האחדות שווה ל-8 ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

14. השאלה: $(a + 5b)(5b - a) = ?$

פתרון: דרך א': פישוט לפי נוסחאות הכפל המקוצר

נסדר את הביטוי באופן שונה כדי שנוכל לראות כיצד הוא למעשה נוסחת הכפל המקוצרת השלישית:
 $(5b + a)(5b - a)$

נפתח את הסוגריים פי נוסחת הכפל המקוצרת השלישית, ונקבל: $(5b + a)(5b - a) \Leftrightarrow (5b)^2 - a^2$
 $25b^2 - a^2$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכם של a ו- b ועל כן נוכל להציב מספרים במקומם. נציב למשל כי $a = b = 1$ בביטוי ונמצא כי ערכו שווה ל-24 $[(1 + 5 \cdot 1)(5 \cdot 1 - 1) = 6 \cdot 4 = 24]$.

כעת נציב כי $a = b = 1$ בתשובות ונמצא כי ערכם של הביטויים שבתשובות (1), (2) ו-(4) שונים מ-24 ומכאן שניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

15. השאלה: $\frac{(3,597)^2 - 9}{900} = ?$

פתרון: זוהי כביכול שאלה בה עלינו לבצע חישובים מסובכים, אך מכיוון שבמבחן אין ברשותנו מחשבון לא מצופה מאיתנו באמת לבצע חישובים כאלה. לכן נחפש דרך פשוטה לחשב את ערכו של הביטוי בשאלה. ניתן לראות כי אחד הביטויים שבמונה הוא מספר בחזקת 2 ובין הביטויים שבמונה יש פעולת חיסור. שני אלה הם רמזים לנוסחת הכפל המקוצרת השלישית. נכתוב את הביטוי בצורה שונה כדי שנראה באופן ברור

יותר את נוסחת הכפל המקוצרת השלישית: $\frac{(3,597)^2 - 3^2}{900}$

נפשט את הביטוי שמונה לפי נוסחת הכפל המקוצרת השלישית, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{(3,597)^2 - 3^2}{900}$

$\frac{3,600 \cdot 3,594}{900} \Leftrightarrow \frac{(3,597 + 3)(3,597 - 3)}{900}$

נצמצם את המספרים שבמונה עם המספר שמכנה, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{3,600 \cdot 3,594}{900} \Leftrightarrow 4 \cdot 3,594$

טרם הגענו לתוצאה המופיעה בתשובות אך גם כעת, על מנת למצוא את התשובה הנכונה, ננסה להימנע מחישוב של ממש. נמצא את ספרת האחדות של הביטוי:

ספרת האחדות של תוצאת הכפל של הביטוי שווה לספרת האחדות שתתקבל מכפל בין ספרות האחדות של שני המספרים. ספרת האחדות של המכפלה $4 \cdot 4$ היא 6 $(4 \cdot 4 = 16)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (1) ו-(4).

לא פסלנו שלוש תשובות ולכן נעבור להערכת סדר גודל הביטוי:

ניתן לראות כי המספרים שבתשובות (2) ו-(3) אינם קרובים זה לזה ולכן ניתן להעריך את גודל הביטוי עליו נשאלנו על מנת לדעת מי מהן היא התשובה הנכונה, במקום לחשב ממש את ערכו.

כדי להעריך את גודל הביטוי נעגל אותו: נעגל את המספר 3,594 ל-4,000 וזאת על אף שהמספרים אינם קרובים זה לזה. מניסיונו בבחינה הפסיכומטרית זה עשוי להספיק על מנת לדעת מהי התשובה הנכונה. ערכו של הביטוי $4 \cdot 4,000$ שווה ל-16,000, ומכיוון ש-3,594 קטן בהרבה מ-4,000 הרי שערכו של הביטוי $4 \cdot 3,594$ קטן בהרבה מ-16,000, ומכאן שתשובה (3) נפסלת, ועל כן תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

16. השאלה: $\frac{(x-4)(x+4)-9}{x-5} = ?$; $(x \neq 5)$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נפתח את הסוגריים שבמונה לפי נוסחת הכפל המקוצרת השלישית, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{(x-4)(x+4)-9}{x-5}$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 16 - 9}{x - 5} = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

על מנת לצמצם את הביטוי שמכנה עם המונה נפשט את הביטוי שבמונה לפי נוסחת הכפל המקוצרת

השלישית, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{(x+5)(x-5)}{x-5} \Leftrightarrow x+5$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכו של x ולכן ניתן להציב מספר במקומו. נציב למשל כי $x = 1$ בביטוי ונמצא כי ערכו

$$\left[\frac{(1-4)(1+4)-9}{1-5} = \frac{(-3) \cdot 5 - 9}{-4} = \frac{-15 - 9}{-4} = \frac{-24}{-4} = 6 \right]$$

כעת נציב כי $x = 1$ בתשובות ונמצא כי ערכם של הביטויים שבתשובות (1), (2) ו-(4) שונים מ-6 ומכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

17. השאלה: $\frac{(x-2)^2 + 2(2x-10)}{x-4} = ?$; $(x \neq 4)$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נפתח את הסוגריים שבמונה לפי נוסחת הכפל המקוצרת השנייה, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{(x-2)^2 + 2(2x-10)}{x-4}$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{x^2 + 4 - 4x + 4x - 20}{x - 4}$$

כעת על מנת שנוכל לצמצם את הביטוי שבמכנה עם המונה נפשט את הביטוי שבמונה לפי נוסחת הכפל

המקוצר השלישי, ונקבל: $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{(x+4)(x-4)}{x-4} \Leftrightarrow x+4$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

לא נשאלנו על ערכו של x ולכן ניתן להציב מספר במקומו. נציב למשל כי $x = 1$ בביטוי ונמצא כי ערכו

$$\left[\frac{(1-2)^2 + 2(2 \cdot 1 - 10)}{1-4} = \frac{(-1)^2 + 2 \cdot (-8)}{-3} = \frac{1-16}{-3} = \frac{-15}{-3} = 5 \right]$$

כעת נציב כי $x = 1$ בתשובות ונמצא כי ערכם של הביטויים שבתשובות (1), (2) ו-(4) שונים מ-5 ומכאן שניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

18. השאלה: a, b ו- c הם מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים, $a < b < c$.

$$\text{נתון: } c^2 + 2bc + b^2 = 81$$

$$a = ?$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נפשט את הביטוי שבצידה השמאלי של המשוואה לפי נוסחת הכפל המקוצרת הראשונה, ונקבל:

$$(c + b)^2 = 81$$

נוציא שורש ריבועי משני צדי המשוואה, ונקבל: $c + b = \pm 9$.

נתון כי c ו- b הם מספרים חיוביים ומכאן שגם סכומם חיובי, ומכאן ש: $c + b = 9$.

נתון כי a, b ו- c הם מספרים עוקבים. נתבקשנו למצוא את a ועל כן נבטא את b ו- c באמצעות a . ההפרש

בין כל שני מספרים עוקבים הוא 1, ומכאן ש: $b = a + 1$ ו- $c = a + 2$.

נציב את b ו- c במשוואה, ונקבל: $9 = a + 2 + a + 1 = 2a + 3$.

נחסר 3 משני צדי המשוואה, ונקבל: $2a = 6$.

נחלק ב-2 את שני צדי המשוואה, ונקבל: $a = 3$.

דרך ב': בדיקת תשובות

המספרים a, b ו- c הם מספרים עוקבים ועל כן נוכל למצוא את ערכם של b ו- c לפי ערכו של a שבכל אחת מהתשובות.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): אם $a = 1$ אז $b = 2$ ו- $c = 3$. נציב את b ו- c במשוואה, ונקבל: $81 = 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2^2$.
 $81 = 9 + 12 + 4 = 25 \Leftrightarrow 81 = 25$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם $a = 2$ אז $b = 3$ ו- $c = 4$. נציב את b ו- c במשוואה, ונקבל: $81 = 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3^2$.
 $81 = 16 + 24 + 9 = 49 \Leftrightarrow 81 = 49$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

תשובה (3): אם $a = 3$ אז $b = 4$ ו- $c = 5$. נציב את b ו- c במשוואה, ונקבל: $81 = 5^2 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 4^2$.
 $81 = 25 + 40 + 16 = 81 \Leftrightarrow 81 = 81$. המשוואה שהתקבלה נכונה ועל כן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

19. השאלה: a, b ו- c הם מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים, $a < b < c$.

$$\text{נתון: } a + c = 16$$

$$a = ?$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

נתון כי a, b ו- c הם מספרים עוקבים. נתבקשנו למצוא את a ועל כן נבטא את c באמצעות a .

ההפרש בין כל שני מספרים עוקבים הוא 1, ומכאן ש: $b = a + 1$ ו- $c = a + 2$.

נציב את c במשוואה, ונקבל: $16 = a + 2 + a = 2a + 2$.

נחסר 2 משני צדי המשוואה, ונקבל: $2a = 14$.

נחלק ב-2 את שני צדי המשוואה, ונקבל: $a = 7$.

דרך ב': בדיקת תשובות

המספרים a, b ו- c הם מספרים עוקבים ועל כן נוכל למצוא את ערכם של b ו- c לפי ערכו של a שבכל אחת מהתשובות.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): אם $a = 11$ אז $b = 12$ ו- $c = 13$. נציב a ו- c במשוואה, ונקבל: $16 = 11 + 13$.
 $16 = 24$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם $a = 9$ אז $b = 10$ ו- $c = 11$. נציב את a ו- c במשוואה, ונקבל: $9 + 11 = 16$ ⇔ $20 = 16$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

תשובה (3): אם $a = 8$ אז $b = 9$ ו- $c = 10$. נציב את a ו- c במשוואה, ונקבל: $8 + 10 = 16$ ⇔ $18 = 16$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

פסלנו שלוש תשובות ועל כן תשובה (4) היא התשובה הנכונה, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק אותה:

תשובה (4): אם $a = 7$ אז $b = 8$ ו- $c = 9$. נציב את a ו- c במשוואה, ונקבל: $7 + 9 = 16$ ⇔ $16 = 16$. המשוואה שהתקבלה נכונה ועל כן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4)

20. השאלה: a, b ו- c הם מספרים שלמים, חיוביים ועוקבים, $a < b < c$.

נתון: $2a + c = 20$

$b = ?$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי

נתון כי a, b ו- c הם מספרים עוקבים. נתבקשנו למצוא את a ועל כן נבטא את c באמצעות a .
ההפרש בין כל שני מספרים עוקבים הוא 1, ומכאן ש: $b = a + 1$ ו- $c = a + 2$.
נציב את c במשוואה, ונקבל: $2a + a + 2 = 20$ ⇔ $3a + 2 = 20$.
נחסר 2 משני צדי המשוואה, ונקבל: $3a = 18$.
נחלק ב-3 את שני צדי המשוואה, ונקבל: $a = 6$.

דרך ב': בדיקת תשובות

המספרים a, b ו- c הם מספרים עוקבים ועל כן נוכל למצוא את ערכם של b ו- c לפי ערכו של a שבכל אחת מהתשובות.

נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1): אם $a = 5$ אז $b = 6$ ו- $c = 7$. נציב את a ו- c במשוואה, ונקבל: $2 \cdot 5 + 7 = 20$ ⇔ $17 = 20$. המשוואה שהתקבלה אינה נכונה ועל כן התשובה נפסלת.

תשובה (2): אם $a = 6$ אז $b = 7$ ו- $c = 8$. נציב את a ו- c במשוואה, ונקבל: $2 \cdot 6 + 8 = 20$ ⇔ $20 = 20$. המשוואה שהתקבלה נכונה ועל כן זו התשובה הנכונה.

תשובה (2)

21. השאלה: a ו- b הם מספרים שלמים; $a < b$.

נתון: $a(b-1) = 24$

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות ערכו של $(a+b)$?

פתרון: מהמידע שמופיע בנתוני השאלה לא ידוע מהו היחס בין המספרים a ו- b , ובנוסף על כך נתונה רק משוואה אחת עם שני נעלמים, ומכאן שאין דרך אלגברית למצוא את המספרים a ו- b . ידוע כי a ו- b הם מספרים שלמים ולכן נוכל לנסות למצוא מספרים שלמים המתאימים למשוואה הנתונה.
נתון כי b הוא מספר שלם ומכאן שגם $(b-1)$ הוא מספר שלם. מכאן שלפי הנתון, 24 שווה למכפלה של שני מספרים שלמים: a ו- $(b-1)$. יש כמה אפשרויות לחלוקה של 24 למכפלה של שני מספרים שלמים: $1 \cdot 24, 2 \cdot 12, 3 \cdot 8$ ו- $4 \cdot 6$.

נבדוק את זוגות המספרים האלה עד שנמצא ערך עבור הביטוי $(a+b)$ המופיע באחת מן התשובות המוצעות:

המכפלה 24·1 :

נתון כי b גדול מ- a ומכאן ש: $a = 1$ ו- $b - 1 = 24$.
 במשוואה $b - 1 = 24$ נוסיף 1 לשני צדי המשוואה, ונקבל: $b = 25$.
 מכאן שערכו של $(a + b)$ הוא $26 (= 1 + 25)$. בתשובות המוצעות לא מופיע המספר 26 ולכן נמשיך לבדוק את צמד המספרים הבא.

המכפלה 12·2 :

נתון כי b גדול מ- a ומכאן ש: $a = 2$ ו- $b - 1 = 12$.
 במשוואה $b - 1 = 12$ נוסיף 1 לשני צדי המשוואה, ונקבל: $b = 13$.
 מכאן שערכו של $(a + b)$ הוא $15 (= 2 + 13)$. בתשובות המוצעות לא מופיע המספר 15 ולכן נמשיך לבדוק את צמד המספרים הבא.

המכפלה 8·3 :

נתון כי b גדול מ- a ומכאן ש: $a = 3$ ו- $b - 1 = 8$.
 במשוואה $b - 1 = 8$ נוסיף 1 לשני צדי המשוואה, ונקבל: $b = 9$.
 מכאן שערכו של $(a + b)$ הוא $12 (= 3 + 9)$. בתשובות המוצעות מופיע המספר 12 בתשובה (2) ולכן זו התשובה הנכונה ואין צורך לבדוק את צמד המספרים האחרון.

תשובה (2).

22. השאלה: a ו- b הם מספרים שלמים ; $1 < a < b$

$$\text{נתון: } a \cdot b(a \cdot b - 1) = 30$$

$$a + b = ?$$

פתרון: מהמידע שמופיע בנתוני השאלה לא ידוע מהו היחס בין המספרים a ו- b , ובנוסף על כך נתונה רק משוואה אחת עם שני נעלמים, ומכאן שאין דרך אלגברית למצוא את המספרים a ו- b . ידוע כי a ו- b הם מספרים שלמים ולכן נוכל לנסות למצוא מספרים שלמים המתאימים למשוואה הנתונה.
 נתון כי a ו- b הם מספרים שלמים ומכאן שגם $(a \cdot b - 1)$ וגם $a \cdot b$ הם מספרים שלמים. מכאן שלפי הנתון, 30 שווה למכפלה של שני מספרים שלמים: $a \cdot b$ ו- $(a \cdot b - 1)$.
 יש כמה אפשרויות לחלוקה של 30 למכפלה של שני מספרים שלמים: $1 \cdot 30$, $2 \cdot 15$, $3 \cdot 10$ ו- $5 \cdot 6$.
 המספרים $a \cdot b$ ו- $(a \cdot b - 1)$ הם מספרים עוקבים ומכאן שהמכפלה המתאימה היא $5 \cdot 6$.
 מכאן ש: $a \cdot b = 6$ ו- $a \cdot b - 1 = 5$.

$$\text{אם } a \cdot b = 6 \text{ הרי ש-} a \text{ ו-} b \text{ הם } 1 \text{ ו-} 6 \text{ או } 2 \text{ ו-} 3 \text{ או } 3 \text{ ו-} 2 \text{ או } 6 \text{ ו-} 1 \text{ (} 6 = 2 \cdot 3 = 1 \cdot 6 \text{)}.$$

$$\text{אם } a \text{ ו-} b \text{ הם } 2 \text{ ו-} 3 \text{ אז } a + b = 5 \text{ (} 2 + 3 = 5 \text{)}. \text{ המספר } 5 \text{ מופיע בתשובה (3) ומכאן שזו התשובה הנכונה.}$$

הערה: אם המספרים a ו- b הם 1 ו-6 נקבל ש- $a + b = 7$ ($1 + 6 = 7$) והמספר 7 אינו מופיע בתשובות המוצעות.

תשובה (3).

23. השאלה: $3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 17 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 16 = ?$

פתרון: זו כביכול שאלה בה עלינו לבצע חישובים מסובכים, אך מכיוון שבמבחן אין ברשותנו מחשבון לא מצופה מאיתנו באמת לבצע חישובים כאלה. לכן נחפש דרך פשוטה לחשב את ערכו של הביטוי בשאלה.
 נחשב את ערך הביטוי בעזרת הוצאת גורם משותף, אולם על מנת שנוכל לראות בבירור מהו הגורם המשותף שיש להוציא נחשב את תוצאת פעולת הכפל הראשונה בכל ביטוי, ונקבל: $12 \cdot 9 \cdot 17 - 12 \cdot 9 \cdot 16$.
 כעת נוציא גורם משותף $12 \cdot 9$, ונקבל: $12 \cdot 9 \cdot (17 - 16) = 12 \cdot 9 \cdot 1 = 108$.

תשובה (3).

24. השאלה: $4 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 19 - 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 16 = ?$

פתרון: זוהי כביכול שאלה בה עלינו לבצע חישובים מסובכים, אך מכיוון שבמבחן אין ברשותנו מחשבון לא מצופה מאיתנו באמת לבצע חישובים כאלה. לכן נחפש דרך פשוטה לחשב את ערכו של הביטוי בשאלה. נחשב את ערך הביטוי בעזרת הוצאת גורם משותף. אולם על מנת שנוכל לראות בבירור מהו הגורם המשותף שיש להוציא נחשב תוצאת פעולת כפל אחת בכל ביטוי, ונקבל: $4 \cdot 18 \cdot 19 - 18 \cdot 4 \cdot 16$.

כעת נוציא גורם משותף $4 \cdot 18$, ונקבל: $4 \cdot 18 \cdot (19 - 16) \Leftrightarrow 4 \cdot 18 \cdot 3 \Leftrightarrow 12 \cdot 18$.

מכאן ניתן לחשב את תוצאת התרגיל, אבל ניתן גם למצוא רק את ספרת האחדות של התוצאה: ספרת האחדות של תוצאת הכפל $12 \cdot 18$ שווה לספרת האחדות של תוצאת הכפל של ספרת האחדות של שני המספרים. מכאן שספרת האחדות של המכפלה שווה ל-6 ($2 \cdot 8 = 16$). מכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).