מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(1)	(4)	(3)	(3)	(1)	(3)	(3)	(2)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(1)	(2)	(2)	(3)	(1)	(3)	(3)	(1)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27
תשובה	(1)	(3)	(1)	(2)	(4)	(2)	(1)

הסברים

1. **השאלה**: סכום שני מספרים שלמים וחיוביים הוא 11.

איזה מן הטענות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **דרך א'**: היגיון אלגברי
כיוון שסכום זוג המספרים הוא אי זוגי (11) אחד מן המספרים צריך להיות זוגי והאחר אי זוגי. מכפלת מספר זוגי בכל מספר היא בהכרח זוגית, לכן ניתן לקבוע כי מכפלת זוג המספרים בהכרח זוגית, ומכאן ניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

דרך ב': בדיקת תשובות / הצבת דוגמה מספרית
יש שתי אפשרויות לפתרון.
א. למצוא זוגות של מספרים המקיימים את הנתונים ואז לבדוק אילו תשובות נפסלות.
ב. לבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח, כלומר האם קיים זוג מספרים אשר מפריך את התשובה:

נציב זוג מספרים שסכומם 11, למשל: 5 ו-6, וננסה באמצעותם לקבוע את מי מן התשובות ניתן להפריך ומי מן התשובות נכונה בהכרח.

תשובה (1): מכפלת המספרים היא מספר זוגי.
זוגות המספרים שסכומם 11 הם: 1 ו-10; 2 ו-9; 3 ו-8; 4 ו-7 ו-5, 6.
תוצאות המכפלות של כל זוגות המספרים הללו הם מספרים זוגיים, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2): מכפלת המספרים היא מספר אי זוגי.
מכיוון שניתן למצוא זוג מספרים שסכומם 11 שמכפלתם היא מספר זוגי, למשל הזוג 5 ו-6, אשר תוצאת מכפלתם היא 30, הרי שהטענה שבתשובה, לפיה מכפלת המספרים היא מספר אי זוגי, אינה נכונה בהכרח, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): שני המספרים אי זוגיים.
מכיוון שניתן למצוא זוג מספרים שסכומם 11, למשל הזוג 5 ו-6, אשר אחד מהם זוגי, הרי שהטענה שבתשובה, לפיה שני המספרים אי זוגיים, אינה נכונה בהכרח, ולפיכך התשובה נפסלת.

תשובה (4): מכפלת המספרים קטנה מ-10.
מכיוון שמכפלת זוג המספרים 5 ו-6 היא 30, ניתן לקבוע כי הטענה לפיה מכפלת זוג המספרים קטנה מ-10, אינה בהכרח נכונה, ומכאן שניתן לפסול תשובה זו.

כיוון שפסלנו את תשובות (2), (3) ו-(4) ניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

2. **השאלה**: N ו- M שני מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $(N+M)=6$, N מספר אי זוגי.

איזה מן הטענות נכונה בהכרח?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: היגיון אלגברי

סכומם של N ו-M הוא מספר זוגי (6). על מנת שסכום זוג מספרים יהיה זוגי, שני המספרים צריכים להיות מאותו סוג, כלומר שני המספרים הם מספרים זוגיים או שני מספרים אי-זוגיים. אם נתון ש- N הוא מספר אי-זוגי, הרי שניתן לקבוע כי M הוא בהכרח מספר אי-זוגי. כאשר כופלים מספר אי-זוגי במספר אי-זוגי, תוצאת המכפלה היא בהכרח מספר אי-זוגי, ומכאן שניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: בדיקת תשובות / הצבת דוגמה מספרית

נציב זוג מספרים אשר סכומם 6 ומקיימים את הנתון לפיו N הוא מספר אי-זוגי, למשל: $N=1$ ו- $M=5$, וננסה באמצעותם לקבוע את מי התשובות ניתן להפריך, ומי מהתשובות נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: מכפלת המספרים היא מספר אי-זוגי.
מכפלת המספר 5 ב-1 היא 5. מכיוון שבשלב זה לא הצלחנו להפריך את הטענה, שכן 5 הוא מספר אי-זוגי. נמשיך לבדוק את יתר התשובות.

<u>תשובה (2)</u>: שני המספרים זהים זה לזה.
מכיוון שזוג המספרים 1 ו-5 מפריך את הטענה שבתשובה, לפיה שני המספרים זהים זה לזה, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: לפחות אחד מהמספרים הוא זוגי.
המספרים 5 ו-1 הם מספרים אי-זוגיים, ומכאן שהטענה שבתשובה אינה בהכרח נכונה, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u>: מכפלת המספרים קטנה מ-8. מכיוון שמכפלת זוג המספרים שהצבנו היא 5, כלומר קטנה מ- 8, הרי שלא הצלחנו להפריך את הטענה שבתשובה ולכן, בשלב זה, לא הצלחנו לפסול תשובה זו.

נותרנו עם שתי תשובות (1) ו-(4), אותן לא הצלחנו להפריך באמצעות זוג המספרים שבחרנו. לכן נבדוק את זוג המספרים האי-זוגיים הנוסף שסכומו 6: $N=3$ ו- $M=3$.
מכיוון שמכפלת המספר 3 ב-3 היא 9, כלומר גדולה מ-8, הרי שתשובה (4) לפיה מכפלת המספרים קטנה מ-8 נפסלת, וניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

.3 **השאלה**: עבור כל מספר שלם a, הוגדרה הפעולה $\$(a)$ כך:

אם a זוגי: $\$(a)=3(a-4)$

אם a אי-זוגי: $\$(a)=\frac{a-3}{4}$

$$\frac{\$(16)}{\$(15)+\$(27)}=?$$

פתרון: נפשט את הביטוי על ידי מציאת ערכם של כל אחד מן הגורמים שבביטוי, בהתאם להגדרת פעולת ה-$.

$\$(16)$: על פי הנתונים כאשר a הוא מספר זוגי אז: $\$(a)=3(a-4)$, ומכאן ש- $\$(16)=36$ $\left(\$(16)=3(16-4)=3\cdot 12=\right)$.

$\$(15)$: כאשר a הוא מספר אי זוגי אז: $\$(a)=\frac{a-3}{4}$, ולכן $\$(15)=3$ $\left(\$(15)=\frac{15-3}{4}=\frac{12}{4}=\right)$,

$\$(27)$: מכיוון ש-27 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- $\$(27)=6$ $\left(\$(27)=\frac{27-3}{4}=\frac{24}{4}=\right)$.

נציב את הערכים שקיבלנו בביטוי, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 4

$$\left(\frac{\$(16)}{\$(15)+\$(27)}=\frac{36}{6+3}=\frac{\cancel{36}^{4}}{{}_{1}\cancel{9}}=\right)$$

תשובה (4).

.4 **השאלה**: נתון: $a<b<c<0$

a, b ו-c הם מספרים שלמים.

איזו מהאפשרויות הבאות **לא תיתכן**?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $a=-10$ וגם $b=-8$ וגם $c=-2$.

מכיוון ששלושת המספרים הנתונים מקיימים את נתוני השאלה, כלומר $a<b<c$, הרי שניתן לקבוע כי אפשרות זו תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $b=-4$ וגם $c=-2$.

שני המספרים הנתונים מקיימים את נתוני השאלה, כלומר $b<c$, ומכיוון שיתכן ש-a הוא מספר הקטן מ-b, כלומר מ-(4-), הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $a=-3$ וגם $c=-2$.

נתון כי a, b ו-c הם מספרים שלמים. שני המספרים אמנם מקיימים את נתוני השאלה, אך מכיוון שלפי הנתונים b קטן מ-c וגדול מ-a, ואין מספר שלם אשר קטן מ-(2-) וגדול מ-(3-), הרי שמצב זה לא יתכן, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.5 **השאלה**: נתון: a הוא מספר שלם.

b הוא מספר שלם ואי-זוגי

$a \cdot b$ מתחלק ב-14

מנתונים אלו נובע בהכרח כי -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב מספרים המקיימים את הנתונים ונבדוק מי מהתשובות נפסלת, עד שנפסול 3 תשובות.
נתון כי b הוא מספר אי-זוגי, וכי המכפלה של a ב-b מתחלקת ב-14. נציב למשל כי b שווה ל-1, ו-a שווה ל-14.
<u>תשובה (1)</u>: b מתחלק ב-7.

הצבנו כי b שווה ל-1. מכיוון ש-1 אינו מתחלק ב-7, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $a + b$ מתחלק ב-4.

מכיוון שסכומם של a ו-b הוא 15 $(15 = 1 + 14)$, ו-15 אינו מתחלק ב-4, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: a מתחלק ב-2.

מכיוון שהצבנו כי a שווה 14, אשר מתחלק ב-2, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $a + b$ מתחלק ב-7.

מכיוון שסכומם של a ו-b השווה ל-15 אינו מתחלק ב-7, הרי שהתשובה נפסלת.
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (3) כתשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנת ההיגיון האלגברי

על פי נתוני השאלה b הוא מספר שלם ואי-זוגי, והמכפלה $a \cdot b$ מתחלקת ב-14.
על מנת שמספר יתחלק ללא שארית ב-14, הוא חייב לכלול את הגורם הראשוני 2 ואת הגורם 7.
נתון כי b הוא אי-זוגי, ולפיכך אמנם יתכן כי הוא מכיל את הגורם 7, אולם מכיוון שהוא מספר אי-זוגי, הרי שהוא בהכרח אינו מכיל את הגורם 2. מכאן עולה כי a הוא המכיל את הגורם 2, ולכן a בהכרח מתחלק ב-2.

תשובה (3).

.6 **השאלה**: גננת חילקה סוכריות לילדי הגן. כל בת קיבלה 6 סוכריות וכל בן קיבל 3 סוכריות.

מספר הבנים בגן הוא זוגי.

מספרן הכולל של הסוכריות שחולקו בגן הוא **בהכרח** מספר -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

אין בשאלה נתונים מספריים לגבי מספר הבנות בגן, אלא רק לגבי מספר הבנים.
נציב מספרים נוחים בהתאם לנתוני השאלה, למשל, כי מספר הבנים הוא 2, וכי מספר הבנות הוא 1.
נתון כי כל בת קיבלה 6 סוכריות. אם יש בת אחת, הרי שמספרן הכולל של הסוכריות שקיבלו הבנות הוא 6 $(1 \cdot 6 =)$. נתון כי כל בן קיבל 3 סוכריות, אם יש 2 בנים בכיתה, הרי שמספרן הכולל של הסוכריות שקיבלו הבנים הוא 6 $(2 \cdot 3 =)$.

מצאנו כי מספר הסוכריות הכולל שחולקו בגן הוא 12 $(6 + 6 =)$.

בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4).
כעת נשנה את מספר הבנות בכיתה, ונציב שהוא 2.
נחשב ונמצא כי מספר הסוכריות הכולל שקיבלו ילדי הגן הוא 18 $(2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 12 + 6 =)$.

לפי נתונים אלו, תשובה (3) נפסלת, ומכאן שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי הגננת נתנה לכל בת 6 סוכריות ולכל בן 3 סוכריות.
מספר הסוכריות הכולל שחולק בין ילדי הגן שווה למספר הסוכריות שחולקו לבנים **ועוד** מספר הסוכריות שחולקו לבנות.
מספר הסוכריות שחולקו לבנים שווה למכפלת מספר הבנים בגן במספר הסוכריות שחולקו לכל בן, כלומר ב-3. נתון כי יש בגן מספר זוגי של בנים. מכיוון שתוצאת מכפלת מספר זוגי בכל מספר היא זוגית, הרי שמספר הסוכריות הכולל שחולק בין הבנים הוא בהכרח מספר זוגי.
נתון כי כל אחת מהבנות בגן קיבלה 6 סוכריות. מכיוון ש-6 הוא מספר זוגי, הרי שתוצאת מכפלת מספר הסוכריות במספר הבנות היא בהכרח מספר זוגי.
מצאנו כי מספר הסוכריות שקיבלו הבנים ומספר הסוכריות שקיבלו הבנות הם מספרים זוגיים.
סכום של שני מספרים זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי, ולכן מספרן הכולל של הסוכריות שקיבלו ילדי הגן הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: בשכבת ו' יש 6 כיתות, ובכל כיתה יש n תלמידים.
n הוא מספר אי-זוגי.

מספרם הכולל של תלמידי שכבת ו' הוא בהכרח –

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

בשאלה נתון כי בכל כיתה n תלמידים וכי n מספר אי זוגי, כמו כן נתון כי מספר הכיתות בשכבת ו' הוא 6.
נציב מספרים נוחים בהתאם לנתוני השאלה, למשל, כי מספר התלמידים בכל כיתה הוא 1. מכיוון שיש בשכבה 6 כיתות, הרי שמספרם הכולל של תלמידי שכבת ו' הוא 6 $\left(=6\cdot 1\right)$.

בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1),(2) ו-(4). מכיוון שפסלנו שלוש תשובות, ניתן לקבוע כי התשובה הנותרת, תשובה (1), היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי בשכבת ו' 6 כיתות ובכל כיתה n תלמידים.
נשאלנו לגבי מספר התלמידים הכולל, שהוא ביטוי השווה למכפלת מספר הכיתות במספר התלמידים בכל כיתה. מכיוון שמספר הכיתות הוא מספר זוגי (6), ותוצאת מכפלת מספר זוגי בכל מספר היא בהכרח זוגית, הרי שמספר התלמידים הכולל בשכבת ו' הוא בהכרח מספר זוגי. מכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: x ו-y הם שני מספרים שלמים וחיוביים.

$x+y$ מספר אי-זוגי.

איזה מהביטויים הבאים **יכול** להיות מספר שלם?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

מכיוון שאין בשאלה נתונים מספריים לגבי ערכם של x ו-y, נציב מספרים המקיימים את הנתונים, כלומר, נציב שני מספרים שלמים וחיובים אשר סכומם הוא אי-זוגי, למשל $x=1$ ו-$y=2$.

כעת נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק במי מהתשובות מתקבל ערך שלם. מכיוון שרק בתשובה (3) מתקבל ערך שהוא מספר שלם, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. אם סכומם של שני מספרים שלמים הוא אי-זוגי, הרי ששניהם בהכרח אינם מאותו מין, כלומר אחד מהם זוגי, והאחר אי-זוגי. כעת נעבור להתבונן בתשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{x+y}{4}$. נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. מספר אי-זוגי אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן כאשר נחלק מספר אי-זוגי ב-4 (או בכל מספר זוגי אחר), נקבל בהכרח מספר שאינו שלם. מכאן שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{x-y}{2}$. נתון כי $x+y$ הוא מספר אי-זוגי. אם סכומם של שני מספרים שלמים הוא אי-זוגי, הרי ששניהם בהכרח אינם מאותו מין, כלומר אחד מהם זוגי, והאחר אי-זוגי, ומכאן שגם ההפרש בין x ו-y הוא בהכרח מספר אי-זוגי. מספר אי-זוגי אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן כאשר נחלק את $(x-y)$ ב-2 (או בכל מספר זוגי אחר), נקבל בהכרח מספר שאינו שלם. התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{x \cdot y}{2}$. מצאנו כי אחד מצמד המספרים x ו-y הוא זוגי, והאחר אי-זוגי. תוצאת המכפלה של מספר זוגי בכל מספר שלם אחר היא זוגית, ומכאן שהביטוי $x \cdot y$ הוא בהכרח זוגי. בהגדרתו, מספר זוגי מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן תוצאת החלוקה של $x \cdot y$ ב-2 היא בהכרח מספר שלם. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: a ו-b הם שני מספרים אי-זוגיים.

איזה מהביטויים הבאים **אינו** יכול להיות מספר שלם?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

מכיוון שהשאלה מפנה אותנו לתשובות, נציב מספרים בתשובות המוצעות, על מנת לבדוק מי מהתשובות **אינה** יכולה להיות מספר שלם, כלומר היא בהכרח שבר:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{a \cdot b}{3}$. נציב $a=1$ ו-$b=3$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1 $\left(\frac{a \cdot b}{3}=\frac{1 \cdot \cancel{3}^{1}}{{}_{1}\cancel{3}}=1 \cdot 1=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{1-(a+b)^2}{2}$. נציב $a=1$ ו-$b=3$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 7.5-

$$\left(\frac{1-(a+b)^2}{2}=\frac{1-(1+3)^2}{2}=-\frac{1-4^2}{2}=\frac{1-16}{2}=\frac{-15}{2}=\right).$$

בשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה. על מנת לדעת כי זו בוודאות התשובה הנכונה, עלינו להמשיך ולפסול את יתר התשובות.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{a+b}{4}$. נציב $a=1$ ו- $b=3$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1 $\left(\frac{a+b}{4}=\frac{1+3}{4}=\frac{4}{4}=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{a-b}{2}$. נציב $a=1$ ו- $b=3$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 1- $\left(\frac{a-b}{2}=\frac{1-3}{2}=-\frac{2}{2}=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי הביטוי המוצע יכול להיות מספר שלם, ניתן לפסול את התשובה.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שאנו יכולים לקבוע כי תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתבקשנו למצוא ביטוי שאינו שלם. לפי ההגדרה מספר אי-זוגי אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן מומלץ לחפש ביטוי אשר המונה שלו אי-זוגי ואשר המכנה שלו זוגי. תשובה (2).

תשובה (2).

---

10. **השאלה**: x, y ו-z הם מספרים שלמים.

נתון: $x+z$ הוא מספר זוגי

$x \cdot y+z$ הוא מספר אי-זוגי

איזה מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי $x+z$ הוא מספר זוגי. מכאן ששני המספרים הם זוגיים או ששניהם אי-זוגיים, נציב שני מספרים המקיימים את הנתון, למשל כי $x=1$ ו- $z=1$.

נתון כי $x \cdot y+z$ הוא אי-זוגי. הביטוי מורכב משני מחוברים, מהמכפלה $x \cdot y$, ומ-z השווה ל-1.

על מנת שסכום המחוברים יהיה אי-זוגי, נציב כי y הוא מספר זוגי, למשל $y=2$.

<u>תשובה (1)</u>: z הוא מספר זוגי. מצאנו כי יתכן ש-$z=1$, כלומר z יכול להיות מספר אי-זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $z \cdot y$ הוא מספר אי-זוגי. מצאנו כי $z=1$ ו- $y=2$, ומכאן שתוצאת המכפלה של y ו-z שווה ל-2, כלומר תוצאת המכפלה היא מספר זוגי. מכיוון שמצאנו כי תוצאת מכפלתם של y ו-z יכולה להיות מספר זוגי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: y הוא מספר זוגי. מצאנו כי יתכן ש- $y=2$, שהוא מספר זוגי, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $(y+x)$ הוא מספר זוגי. מצאנו כי $y=2$ ו- $x=1$, ומכאן שסכומם של y ו-x שווה ל-3 $(2+1=)$, מספר אי-זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

על פי הנתון הראשון, הסכום $x+z$ הוא מספר זוגי. כאשר סכומם של שני מחוברים הוא מספר זוגי, שני המחוברים הם מאותו מין, כלומר, שניהם זוגיים או ששניהם אי-זוגיים. נבחן כל אחד מהמצבים הללו:

א) x ו-z הם זוגיים. נתון כי הביטוי $x \cdot y+z$ הוא אי-זוגי. אם z הוא זוגי, הרי שעל מנת שהביטוי יהיה אי-זוגי, תוצאת המכפלה $x \cdot y$ צריכה להיות אי-זוגית. אם x זוגי, תוצאת המכפלה $x \cdot y$ היא בהכרח זוגית, ומכאן שמצב זה לא יתכן.

ב) x ו-z הם אי-זוגיים. נתון כי הביטוי $x \cdot y+z$ הוא אי-זוגי. אם z הוא אי-זוגי, הרי שעל מנת שהביטוי יהיה אי-זוגי, תוצאת המכפלה $x \cdot y$ צריכה להיות זוגית. אם x אי-זוגי, תוצאת המכפלה $x \cdot y$ תהיה זוגית, y הוא בהכרח זוגי. מכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

11. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון: $x \cdot y$ הוא מספר זוגי.

$y+2$ הוא מספר אי-זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב מספרים אשר מקיימים את שני הנתונים, למשל $y=1$ ו- $x=2$, ונבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: x הוא מספר זוגי. מצאנו כי יתכן ש- $x=2$. מכאן שיתכן כי x הוא זוגי, ובשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $x-y$ הוא מספר זוגי. כאשר נציב כי $y=1$ ו- $x=2$, כלומר מצאנו כי ההפרש בין x ו-y יכול להיות שווה ל-1 $(=2-1)$, שהוא מספר אי זוגי, ומכאן שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: y הוא מספר זוגי. מצאנו כי יתכן ש- $y=1$, מספר שהוא אי-זוגי, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: x הוא מספר אי-זוגי. מצאנו כי יתכן ש- $x=2$, מספר שהוא זוגי, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלו, ומכאן שניתן לקבוע שתשובה (1) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: היגיון אלגברי

נתון כי $x \cdot y$ הוא מספר זוגי. על מנת לקיים את הנתון לפחות אחד מהמספרים x ו-y הוא בהכרח זוגי.
על פי הנתון השני: $y+2$ הוא אי-זוגי. על מנת שסכומם של שני מחוברים יהיה אי-זוגי, שני המחוברים צריכים להיות ממין שונה, כלומר אחד זוגי ואחד אי-זוגי. המספר 2 הוא זוגי, ולפיכך ניתן לקבוע כי y הוא בהכרח מספר אי-זוגי. מכיוון שמצאנו כי y אי-זוגי, הרי שניתן לקבוע כי x הוא מספר זוגי (על מנת שתוצאת המכפלה של x ב-y תהיה זוגית).

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים, $x<y$.

נתון: $x(y-1)=45$

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות ערכו של $(x+y)$?

פתרון: מכיוון שמדובר במספרים שלמים, ונשאלנו מה **אינו** יכול להיות סכומם של x ו-y, ננסה לבדוק מיהם זוגות המספרים השלמים שמכפלתם שווה ל-45, עד שנמצא זוג שסכומו אינו מוצע באף אחת מהתשובות.
זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-45, הם: 1 ו-45; 3 ו-15; 5 ו-9.
זוג המספרים 1 ו-45: נתון כי $x<y$, ולכן כאשר x שווה ל-1, הרי ש- $y-1=45$, כלומר y שווה ל-46.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 47 $(=x+y=1+46)$. תשובה (4) נפסלת.
זוג המספרים 3 ו-15: נתון כי $x<y$, ולכן כאשר x שווה ל-3, הרי ש- $y-1=15$, כלומר y שווה ל-16.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 19 $(=x+y=3+16)$. תשובה (3) נפסלת.
זוג המספרים 5 ו-9: נתון כי $x<y$, ולכן כאשר x שווה ל-5, הרי ש- $y-1=9$, כלומר y שווה ל-10.
סכומם של x ו-y במצב זה הוא 15 $(=5+10)$. תשובה (2) נפסלת.

תשובה (1).

---

13. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים, $x < y$.

נתון: $x(y+1) = 24$

איזה מן המספרים הבאים **יכול** להיות ערכו של $(x+y)$?

פתרון: מכיוון שמדובר במספרים שלמים, ונשאלנו מה יכול להיות סכומם של x ו-y, ננסה לבדוק מיהם זוגות המספרים השלמים שמכפלתם שווה ל-24, עד שנמצא זוג שסכומו שווה למספר המוצע באחת התשובות.

זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-24, הם: 1 ו-24; 2 ו-12; 3 ו-8; 4 ו-6.

זוג המספרים 1 ו-24: נתון כי $x < y$, ולכן כאשר x שווה ל-1, הרי ש- $y+1=24$, כלומר y שווה ל-23.

סכומם של x ו-y במצב זה הוא 24 $(x+y=1+23=)$. מכיוון שאין תשובה כזו, הרי שעלינו להמשיך ולבדוק זוגות מספרים נוספים.

זוג המספרים 2 ו-12: נתון כי $x < y$, ולכן כאשר x שווה ל-2, הרי ש- $y+1=12$, כלומר y שווה ל-11.

סכומם של x ו-y במצב זה הוא 13 $(x+y=2+11=)$. אין תשובה כזו, ולכן נמשיך בבדיקה.

זוג המספרים 3 ו-8: נתון כי $x < y$, ולכן כאשר x שווה ל-3, הרי ש- $y+1=8$, כלומר y שווה ל-7.

סכומם של x ו-y במצב זה הוא 10 $(x+y=3+7=)$. ערך זה מופיע בתשובה (1), ולכן היא התשובה הנכונה.

תשובה (1).

---

14. **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון: $x+2y$ זוגי.

איזה מן המספרים הבאים **אינו** יכול להיות שווה ל- $x \cdot y$?

פתרון: בדיקת תשובות

נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק האם יש זוגות מספרים שלמים השווים למספר המוצע, והאם אותם זוגות מקיימים את הנתון לפיו $x+2y$ הוא מספר זוגי.

<u>תשובה (1)</u>: 16.

זוגות המספרים השלמים שמכפלתם שווה ל-16 הם: 1 ו-16; 2 ו-8; 4 ו-4.

כאשר x שווה ל-2 ו-y שווה ל-8, הביטוי $x+2y$ שווה ל-18

$(x+2y=2+2\cdot 8=2+16=)$, כלומר הוא מספר זוגי. מכיוון שמצאנו כי מכפלתם של x ו-y יכולה להיות שווה ל-16, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 15.

זוגות המספרים השלמים שמכפלתם שווה ל-15 הם: 1 ו-15; 3 ו-5.

כאשר x שווה ל-1 ו-y שווה ל-15, הביטוי $x+2y$ שווה ל-31

$(x+2y=1+2\cdot 15=1+30=)$, כלומר הוא מספר אי-זוגי.

כאשר x שווה ל-3 ו-y שווה ל-5, הביטוי $x+2y$ שווה ל-13

$(x+2y=3+2\cdot 5=3+10=)$, כלומר הוא מספר אי-זוגי.

מצאנו כי מכפלתם של x ו-y אינה יכולה להיות שווה ל-15, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

15. **השאלה**: המספר $\left(5^4+2^4\right)$ -.

פתרון: התשובות המוצעות מתייחסות למספרים שבהם מתחלק הביטוי ולשאלה האם הוא זוגי או אי-זוגי. בשל העובדה שמדובר במספרים גדולים ומכיוון שאיננו יכולים להוציא גורם משותף על מנת לפשט את הביטוי, נבדוק את 'זוגיות' הביטוי.
כידוע, חזקה אינה משנה את הזוגיות של מספר. כלומר, כאשר נעלה כל מספר זוגי בחזקה (שלמה וחיובית) התוצאה תהיה זוגית, וכאשר נעלה כל מספר אי-זוגי בחזקה (שלמה וחיובית) התוצאה תהיה אי-זוגית.
מכיוון ש-5 הוא מספר אי-זוגי, הרי ש- 5^4 הוא בהכרח מספר אי-זוגי, ומכיוון ש-2 הוא מספר זוגי, הרי ש- 2^4 הוא בהכרח מספר זוגי.
תוצאת החיבור של שני מספרים שאינם מאותו מין, כלומר, מספר זוגי ומספר אי-זוגי, היא בהכרח מספר אי-זוגי, ומכאן שניתן לקבוע כי המספר $\left(5^4+2^4\right)$ הוא בהכרח מספר אי-זוגי.

תשובה (2).

---

16. **השאלה**: a, b, c ו-d הם מספרים שלמים.
נתון: $2(a+1)(b+3)(d+2)=9+c$

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח מספר **אי-זוגי**?

פתרון: הגיון אלגברי

נשאלנו מי מהמספרים הוא אי-זוגי. ראשית, ננתח את המשוואה הנתונה.
נתון כי a, b, c ו-d הם מספרים שלמים. באגף שמאל מוסיפים לכל אחד מהמשתנים a, b ו-d מספר שלם, ומכאן שהביטויים: $(a+1)$, $(b+3)$ ו-$(d+2)$, הם בהכרח מספרים שלמים.
תוצאת מכפלה של מספרים שלמים אשר לפחות אחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי, היא בהכרח זוגית. מכיוון שאחד מגורמי המכפלה – המספר 2, הוא מספר זוגי, הרי שתוצאת המכפלה $2(a+1)(b+3)(d+2)$ היא בהכרח זוגית, ללא קשר לערכי המשתנים a, b ו-d.
מצאנו כי אגף שמאל של המשוואה הוא מספר זוגי, ולפיכך בהכרח גם האגף הימני של המשוואה הוא מספר זוגי.
אגף ימין של המשוואה מורכב משני מחוברים: 9 ו-c. על מנת שסכום של שני מחוברים יהיה מספר זוגי, שניהם צריכים להיות מאותו סוג, כלומר שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים. מכיוון שהמספר 9 הוא אי-זוגי, הרי ש-c גם הוא בהכרח אי-זוגי.

תשובה (3).

.17 **השאלה**: נתון: x הוא מספר זוגי.

$\frac{x}{2}$ הוא מספר המתחלק ב-3 ללא שארית.

$\frac{x}{3}$ הוא בהכרח מספר -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי x הוא מספר זוגי אשר לאחר חלוקתו ב-2 מתחלק ב-3 ללא שארית, נציב לדוגמה: 6.

נשאלנו לגבי ערכו של $\frac{x}{3}$. נחלק את 6 ב-3, ונקבל 2 $\left(\frac{6}{3}=\right)$. תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי x הוא מספר זוגי אשר לאחר שמחלקים אותו ב-2 הוא מתחלק ב-3, ומכאן ש-x מתחלק ב-2 וב-3 ללא שארית.

נשאלנו לגבי $\frac{x}{3}$. מכיוון שמצאנו כי x מתחלק ללא שארית ב-2 וב-3, הרי שכאשר נחלק את x ב-3, נקבל מספר אשר בהכרח מתחלק עדיין בגורם הנוסף שנמצא בו, כלומר ב-2, דהיינו מספר זוגי.

תשובה (1).

.18 **השאלה**: מבין המספרים השלמים בין 10 ל-40 (כולל), כמה מספרים יש אשר מכפלת ספרת האחדות שלהם בספרת העשרות שלהם היא מספר זוגי?

פתרון: ספירה ידנית

על מנת שתוצאת מכפלה של מספרים שלמים תהיה מספר זוגי, צריך שלפחות אחד מהמספרים יהיה זוגי. מכאן שתוצאת מכפלת המספרים הדו-ספרתיים אשר ספרת העשרות ו/או ספרת האחדות שלהם זוגית תהיה זוגית.

תוצאת מכפלת הספרות של מספרים הדו-ספרתיים בין 10 ל-40 אשר ספרת ה<u>עשרות</u> שלהם היא מספר זוגי היא בהכרח מספר זוגי. כלומר, מכפלת כל המספרים הד-ספרתיים אשר ספרת העשרות שלהם היא 2 או 4 היא זוגית.

בין 10 ל-40 ישנם 10 מספרים אשר ספרת העשרות שלהם היא 2 (מ-20 ועד 29), ומספר אחד אשר ספרת העשרות שלו היא 4, המספר 40. בשלב זה מצאנו 11 מספרים $(=1+10)$.

תוצאת מכפלת הספרות של המספרים הדו-ספרתיים בין 10 ל-40 אשר ספרת ה<u>אחדות</u> שלהם היא מספר זוגי היא בהכרח מספר זוגי. בין 10 ל-19 ישנם 5 מספרים אשר ספרת האחדות שלהם היא זוגית, בין 30 ל-39 ישנם 5 מספרים אשר ספרת האחדות שלהם היא זוגית, ובסך הכול ישנם 10 מספרים נוספים אשר מכפלת הספרות שלהם היא מספר זוגי $(=5+5)$.

מצאנו כי בסך הכול ישנם 21 מספרים אשר מכפלת הספרות שלהם היא זוגית $(=11+10)$.

תשובה (3).

---

19. **השאלה**: מבין המספרים השלמים בין 30 ל-90, כמה מספרים יש שספרת העשרות שלהם גדולה ב-4 מספרת האחדות?

פתרון: ספירה ידנית
נבדוק כל אחת מהאפשרויות למספרים שספרת העשרות שלהם מצויה בתחום שבין 30 ל-90:
במספרים שספרת העשרות שלהם היא 3 לא יכול להיות שספרת העשרות שלו גדולה ב-4 מספרת האחדות, שכן ספרת האחדות היחידה המקיימת את התנאי היא שלילית (1-).
במספרים שספרת העשרות שלהם היא 4 יש מספר אחד בדיוק אשר ספרת העשרות שלו גדולה ב-4 מספרת האחדות, המספר 40.
במספרים שספרת העשרות שלהם היא 5 יש מספר אחד בדיוק אשר ספרת העשרות שלו גדולה ב-4 מספרת האחדות, המספר 51.
בשלב זה ניתן לעצור ולהבין שלמעשה בכל עשרת יש מספר אחד בדיוק העונה על תנאי השאלה, ולכן בעשרת שספרת העשרות שלה היא 6 יש מספר אחד בדיוק כזה, בעשרת שספרת העשרות שלה היא 7 יש מספר נוסף, ובעשרת שספרת העשרות שלה היא 8 יש עוד מספר העונה על התנאים, ובסך הכול יש 5 מספרים כאלו: 40, 51, 62, 73, 84.

תשובה (3).

---

20. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים וגדולים מ-1.

הביטוי $a+2b$ הוא אי-זוגי.

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות שווה ל- $a \cdot b$?

פתרון: בדיקת תשובות
נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק האם יש זוגות מספרים שלמים השווים למספר המוצע, והאם אותם זוגות מקיימים את הנתון לפיו $a+2b$ הוא מספר אי-זוגי.

<u>תשובה (1)</u>: 24.
זוגות המספרים השלמים הגדולים מ-1 אשר מכפלתם שווה ל-24 הם: 2 ו-12; 3 ו-8; 4 ו-6. כאשר a שווה ל-3 ו-b שווה ל-8, הביטוי $a+2b$ שווה ל-19 $(a+2b=3+2\cdot8=3+16=)$, כלומר הוא מספר אי-זוגי.
מצאנו כי מכפלתם של a ו-b יכולה להיות שווה ל-24, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (1).

.21 **השאלה**: x, y ו-z הם מספרים שלמים.

נתון: $2z+3=x+2y+4$

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח מספר **אי-זוגי**?

פתרון: הגיון אלגברי

נשאלנו מי מהמספרים הוא אי-זוגי, ולכן נתחיל ראשית בניתוח המשוואה.
מכיוון שהביטוי באגף שמאל של המשוואה $(2z+3)$ פשוט יותר, נתחיל מניתוח אגף זה.

נתון כי z הוא מספר שלם. תוצאת מכפלה של מספרים שלמים אשר לפחות אחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי היא בהכרח זוגית. מכאן שתוצאת המכפלה $2z$ היא זוגית, ללא קשר לערכו של z.
כאשר מחברים שני מספרים שאינם מאותו סוג, התוצאה היא בהכרח אי-זוגית, ומכאן שתוצאת החיבור של הביטוי הזוגי $2z$, עם המספר 3, שהוא אי-זוגי, היא בהכרח אי-זוגית.
מצאנו כי אגף שמאל של המשוואה שווה למספר אי-זוגי, ולפיכך גם האגף הימני של המשוואה הוא מספר אי-זוגי.
אגף ימין של המשוואה מורכב משלושה מחוברים: x, $2y$ ו-4. נבחן כל אחד מהגורמים הללו:
* המספר 4 הוא כידוע זוגי.
* $2y$: נתון כי y הוא מספר שלם. תוצאת מכפלה של מספרים שלמים אשר לפחות אחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי היא בהכרח זוגית, ולפיכך תוצאת המכפלה $2y$ היא זוגית, ללא קשר לערכו של y.
* x: ידוע כי סכומם של המחוברים הוא אי-זוגי. מכיוון שמצאנו כי שניים מהמחוברים הם זוגיים (4 ו-$2y$), הרי שניתן להסיק כי x הוא בהכרח אי-זוגי.

תשובה (1).

.22 **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים.

נתון: $4(x+y)+x$ הוא מספר זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה, למשל כאשר נציב כי $x=2$ ו-$y=1$, נקבל כי הביטוי שווה ל-14 $\left[4(x+y)+x=4\cdot(2+1)+2=4\cdot3+2=\right]$, כלומר זוגי. כעת נעבור על התשובות המוצעות:

תשובה (1) לפיה x הוא מספר אי-זוגי נפסלת.
לפי תשובה (2) תוצאת המכפלה של x ב-y היא מספר אי-זוגי. מכיוון שתוצאת המכפלה של x ב-y שווה ל-2 $(x\cdot y=2\cdot1=)$, כלומר היא מספר זוגי, ולכן תשובה (2) נפסלת.

מכיוון שתשובות (3) ו-(4) אינן נפסלות בשלב זה, נציב שוב על מנת לפסול תשובות נוספות, למשל כי $x=2$ ו-$y=2$, ונמצא כי ערכו של הביטוי שווה ל-18
$\left[4(x+y)+x=4\cdot(2+2)+2=4\cdot4+2=16+2=\right]$, כלומר מספר זוגי.

מכיוון שמצאנו כי y אינו בהכרח מספר אי-זוגי, כפי שנטען בתשובה (4), הרי שניתן לפסול תשובה זו.
פסלנו 3 תשובות, תשובות (1), (2) ו-(4), ולכן ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי הביטוי $4(x+y)+x$ הוא מספר זוגי. הביטוי הנתון מורכב משני מחוברים: x ו-$4(x+y)$.

כאשר סכומם של שני מחוברים הוא זוגי, הרי ששניהם חייבים להיות מאותו סוג: כלומר, שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים. הביטוי $4(x+y)$ הוא מכפלה של מספר זוגי (4) במספר שלם, ולכן הוא בהכרח מספר זוגי. מכאן שהמחובר הנוסף - x, אף הוא בהכרח מספר זוגי.
אם יש במכפלה לפחות גורם זוגי, הרי שתוצאת המכפלה היא זוגית, ומכאן שאם x הוא מספר זוגי, תוצאת המכפלה של x ב-y היא בהכרח מספר זוגי. תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.23 **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $2a+4=3(b+1)$

b הוא בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו לגבי ערכו של b, נציב מספר כלשהו במקום a ונבדוק מה מתחייב לגבי b.
נציב במשוואה הנתונה למשל כי a שווה ל-1, ונקבל: $2a+4=3(b+1)$ ⇦ $2\cdot1+4=3(b+1)$ ⇦
$6=3b+3$ ⇦ $6-3=3b$ ⇦ $3=3b$ ⇦ $b=1$.
מצאנו כי ערכו של b יכול להיות שווה ל-1, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2), (3) ו-(4).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

ראשית, ננתח את אגף שמאל של המשוואה הנתונה. אגף שמאל מורכב משני מחוברים: 2a ו-4.
הביטוי 2a הוא מכפלת מספר זוגי (2) במספר שלם, ולפיכך הוא בהכרח זוגי, והמספר 4 הוא כידוע זוגי.
מכיוון שסכום של שני מחוברים זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי, הרי שניתן לקבוע כי אגף שמאל של המשוואה הוא זוגי, ולפיכך על אגף ימין של המשוואה להיות מספר זוגי.
אגף ימין של המשוואה הוא מכפלה של שני גורמים: 3 ו- $(b+1)$.

על מנת שתוצאת מכפלה תהיה מספר זוגי, על אחד מגורמי המכפלה להיות מספר זוגי.
מכיוון שהמספר 3 הוא מספר אי-זוגי (3), הרי שהביטוי $(b+1)$ הוא בהכרח מספר זוגי.

הביטוי $(b+1)$ הוא סכום של שני מחוברים. על מנת שסכומם של שני מחוברים יהיה זוגי על שניהם להיות מאותו מין. המספר 1 הוא אי-זוגי ולפיכך ניתן לקבוע בהכרח כי b הוא אי-זוגי.

תשובה (1).

.24 **השאלה:** x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $x\cdot y=25$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות.
נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: $x=y$. נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-25.
זוג מספרים שלמים וחיוביים שמכפלתם שווה ל-25 הוא: $x=1$, ו- $y=25$.
מכאן ש-x ו-y אינם בהכרח שווים זה לזה.

<u>תשובה (2)</u>: $x+y$ מספר זוגי. נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-25.
זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-25 הם: 1 ו-25 ; 5 ו-5.
עבור שני הזוגות סכומם של המשתנים x ו-y הוא זוגי, ולפיכך זו התשובה הנכונה. מכאן שאין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי תוצאת המכפלה של x ב-y שווה ל-25, כלומר היא מספר אי-זוגי. אם תוצאה של מכפלה היא אי-זוגית, הרי שבהכרח כל גורמי המכפלה הם אי-זוגיים, לפיכך ניתן לקבוע כי x ו-y הם בהכרח מספרים אי-זוגיים. סכום של שני מספרים אי-זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (2).

.25 **השאלה:** x, y, z ו-w הם מספרים שלמים.

נתון: $2x(y+2)(z-3) = w+2$

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח מספר **זוגי**?

פתרון: הגיון אלגברי

נשאלנו מי מהמספרים הוא זוגי, ולכן ננתח את המשוואה הנתונה.
נתון כי x, y, z ו-w הם מספרים שלמים, ולכן גם כאשר נוסיף או נחסר ל-y ול-z מספרים שלמים נקבל כתוצאה מספר שלם. מכאן ש: $(y+2)$ ו- $(z-3)$ הם מספרים שלמים.

תוצאת מכפלה של מספרים שלמים אשר לפחות אחד מהגורמים שלה הוא מספר זוגי היא בהכרח זוגית.
מכיוון שאחד מגורמי המכפלה באגף שמאל – הגורם $2x$, הוא מספר זוגי, הרי שתוצאת המכפלה $2x(y+2)(z-3)$ היא זוגית, ללא קשר לערכי המשתנים x, y ו-z.

מצאנו כי אגף שמאל של המשוואה הוא מספר זוגי, ולפיכך בהכרח גם האגף הימני של המשוואה הוא מספר זוגי.
אגף הימני של המשוואה מורכב משני מחוברים: 2 ו-w. על מנת שסכום של שני מחוברים יהיה מספר זוגי, שניהם צריכים להיות מאותו סוג, כלומר שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים. מכיוון שהמספר 2 הוא זוגי, הרי ש-w גם הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (4).

.26 **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $a+2 = 2(b+3)$

a הוא בהכרח -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו לגבי ערכו של a, נציב מספר כלשהו במקום b ונבדוק מה מתחייב לגבי a.
נציב במשוואה הנתונה למשל כי b שווה ל-1, ונקבל: $a+2=2(b+3)$ ⇦ $a+2=2(1+3)$ ⇦
$a+2=2\cdot 4$ ⇦ $a+2=8$ ⇦ $a=6$.
מצאנו כי ערכו של a יכול להיות שווה ל-6, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (1) ו-(4).
על מנת לפסול תשובה נוספת, נציב במשוואה הנתונה למשל כי b שווה ל-2, ונקבל: $a+2=2(b+3)$
⇦ $a+2=2(2+3)$ ⇦ $a+2=2\cdot 5$ ⇦ $a+2=10$ ⇦ $a=8$.

מצאנו כי ערכו של a יכול להיות שווה ל-8, ומכאן שניתן לפסול כעת את תשובה (3), ולקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

ראשית, ננתח את אגף ימין של המשוואה הנתונה. אגף ימין הוא מכפלה של שני גורמים: 2 ו- $(b+3)$.
מכפלה אשר אחד מגורמיה הוא זוגי, היא בהכרח זוגית, ולכן ניתן לקבוע כי תוצאת המכפלה $2(b+3)$ היא מספר זוגי. מצאנו כי אגף ימין של המשוואה הוא מספר זוגי, ולפיכך אגף שמאל של המשוואה חייב אף הוא להיות מספר זוגי.
אגף שמאל של המשוואה הוא סכום של שני מחוברים: a ו-2. על מנת שסכומם של שני מחוברים יהיה זוגי על שניהם להיות מאותו מין. המספר 2 הוא זוגי, ולפיכך ניתן לקבוע כי a הוא בהכרח מספר זוגי.

תשובה (2).

---

27. **השאלה:** x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

נתון: $x \cdot y = 45$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות.
נבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם היא נכונה בהכרח.

<u>תשובה (1)</u>: $x + y$ מספר זוגי. נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים אשר מכפלתם שווה ל-45.
זוגות המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-45 הם: 1 ו-45; 3 ו-15; 9 ו-5.
כל הזוגות שמצאנו מורכבים משני גורמים אי-זוגיים, ומכאן שסכומם של שני המשתנים x ו-y הוא זוגי, ולפיכך זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

<u>דרך ב'</u>: הגיון אלגברי

נתון כי תוצאת המכפלה של x ב-y שווה ל-45, כלומר היא מספר אי-זוגי. אם תוצאה של מכפלה היא אי-זוגית, הרי שבהכרח כל גורמי המכפלה הם אי-זוגיים, לפיכך ניתן לקבוע כי x ו-y הם בהכרח מספרים אי-זוגיים. סכום של שני מספרים אי-זוגיים הוא בהכרח מספר זוגי. התשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).