מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(1)	(4)	(3)	(3)	(1)	(3)	(3)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(3)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(4)	(4)

הסברים

1. **השאלה**: נתון: x הוא מספר שלם הקטן מ-0.

$$x = a + b + 6$$

$(a+b)$ הוא בהכרח –

פתרון: **דרך א'**: פישוט אלגברי

נשאלנו לגבי ערכו של הביטוי $(a+b)$, ולכן נחלץ ביטוי זה מהמשוואה הנתונה על ידי הפחתת 6 משני אגפי המשוואה. נקבל: $x = a + b + 6 \Leftarrow x - 6 = a + b$.
מצאנו כי הביטוי $(a+b)$ שווה ל- $(x-6)$.

על פי נתוני השאלה x הוא מספר שלם הקטן מ-0, כלומר מספר שלם ושלילי. כאשר נחסר ממספר שלילי את המספר 6, נקבל בהכרח מספר שלילי (ושלם) הקטן מ- (-6).

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית
נתון כי x הוא מספר שלם ושלילי, נציב למשל כי x שווה ל- (-1), ונקבל: $-1 = a + b + 6$
על מנת לבודד את הביטוי $(a+b)$, נפחית 6 משני האגפים, ונקבל: $-7 = a + b$.
פסלנו את תשובות (1), (2) ו-(3), ולכן ניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

2. **השאלה**: נתון: x ו-a הם מספרים שלמים. $x \le 0$.

$$x = 2a + 6$$

a הוא בהכרח -

פתרון: **דרך א'**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי x ו-a הם מספרים שלמים, כאשר x קטן או שווה ל-0. נציב במשוואה הנתונה למשל כי x שווה ל-0, ונקבל: $x = 2a + 6 \Leftarrow 0 = 2a + 6 \Leftarrow -6 = 2a \Leftarrow -3 = a$. מצאנו כי כאשר x שווה ל-0, a שווה ל- (-3). התשובה היחידה שניתן לפסול היא תשובה (4) נפסלת.

מכיוון שעלינו להכריע בין תשובות (1), (2) ו-(3), עלינו להציב מספר נוסף. נציב $x = (-2)$, ונקבל כי שווה ל- (-4): $x = 2a + 6 \Leftarrow -2 = 2a + 6 \Leftarrow 2a = -8 \Leftarrow a = -4$. מצאנו כי כאשר x שווה ל-0, a שווה ל- (-4). תשובות (2) ו-(3) נפסלות. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע שתשובה (1) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: פישוט אלגברי

נתונה המשוואה $x = 2a + 6$, ונתון האי-שוויון $x \le 0$, נציב את הביטוי $2a + 6$ השווה ל-x באי-שוויון, ונקבל: $2a + 6 \le 0$. נחסר את המספר 6 משני אגפי האי-שוויון ונקבל כי $2a \le -6$.
נחלק את שני אגפי האי-שוויון ב-2, ונקבל כי $a \le -3$. מצאנו כי a בהכרח קטן מ-(3-) או שווה לו.

תשובה (1).

---

3. השאלה: a ו-b מספרים שלמים. $a \cdot b = -1$

$0 < a$

איזה מהביטויים הבאים **שונה** בערכו מיתר הביטויים?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

על פי הנתון $a \cdot b = -1$, על מנת שתוצאת המכפלה של שני האיברים a ו-b תהיה שווה ל-(1-), עליהם להיות שוני-סימן והופכיים. מכיוון שנתון לנו בשאלה ש-a ו-b שלמים, הרי שזוג המספרים היחיד שמקיים תנאי זה הוא 1 ו-(1-). מכיוון שידוע לנו כי a הוא מספר חיובי, הרי ש-a בהכרח שווה ל-1, ו-b שווה בהכרח ל-(1-). כעת, נבדוק את התשובות המוצעות כדי למצוא תשובה השונה בערכה מהאחרות.

<u>תשובה (1)</u>: $b \cdot b$. כאשר נציב את הערכים שמצאנו, נמצא כי הביטוי שווה ל-1 $\left[b \cdot b = (-1) \cdot (-1) = \right]$.

<u>תשובה (2)</u>: $-a \cdot b$. כאשר נציב את הערכים שמצאנו, נמצא כי הביטוי שווה ל-1 $\left[-a \cdot b = -(1) \cdot (-1) = \right]$

<u>תשובה (3)</u>: $(-a)^2$. נציב את הערכים שקיבלנו, ונקבל כי הביטוי שווה ל-1 $\left[(-a)^2 = (-1)^2 = \right]$.

מכיוון שקיבלנו ערכים זהים בתשובות (1), (2), ו-(3), הרי שהביטוי שערכו שונה חייב להופיע בתשובה (4), ולכן זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר בלבד, נבדוק את התשובה הנותרת:
<u>תשובה (4)</u>: $-a \cdot (-b)$. אם נציב את הערכים שקיבלנו, ונקבל כי הביטוי שווה ל-(1-)
$\left[-a \cdot (-b) = -1 \cdot (-(-1)) = -1 \cdot 1 = \right]$. מכיוון שקיבלנו ערך שונה מהערכים שקיבלנו בתשובות הנותרות, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

4. **השאלה**: נתון: $9 = (a \cdot b)^2$

$0 < a$

לא ייתכן ש-

פתרון: הצבת מספרים ובדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: $b < a$. על מנת שהמשוואה הנתונה $9 = (a \cdot b)^2$ תתקיים, מכפלתם של a ו-b צריכה להיות שווה ל-± 3. a יכול למשל להיות שווה ל-1, ו-$b = -3$. מכיוון שמצאנו כי התשובה תיתכן, הרי שהיא נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $b < 0$. כפי שראינו בהצבה בתשובה (1), יתכן ש-a יהיה מספר חיובי כלשהו ו-b מספר שלילי. מכיוון שהתשובה תיתכן, הרי שניתן לפסול אותה.

<u>תשובה (3)</u>: $a = \frac{1}{b}$. נפשט את הביטוי הנתון בתשובה על ידי כפל שני האגפים ב-b, ונקבל: $a \cdot b = 1$
אם מכפלתם של a ו-b שווה ל-1, המשוואה הנתונה אינה נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: $a = b$. על מנת שהמשוואה הנתונה $9 = (a \cdot b)^2$ תתקיים, מכפלתם של a ו-b יכולה להיות שווה ל-3. כאשר: $a = b = \sqrt{3}$, הרי שמכפלתם של a ו-b תהיה שווה ל-3

והמשוואה תתקיים. מכיוון שמצאנו כי המצב המתואר בתשובה יתכן, הרי שהתשובה נפסלת.

פסלנו 3 תשובות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

5. השאלה: נתון: $x \cdot y < 0$

$$\frac{x}{y} < \frac{y}{x}$$

איזו מהקביעות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

עלינו להציב מספרים אשר מקיימים את אי-השוויונים הנתונים. מכיוון שנתון כי $x \cdot y < 0$, הרי שניתן להסיק כי x ו-y הם שוני סימן. על מנת שהמספרים יקיימו גם את אי-השוויון השני: $\frac{x}{y} < \frac{y}{x}$,

נציב למשל $x = 2$ ו-$y = -1$, ונקבל: $\frac{2}{-1} < \frac{-1}{2}$ ⇦ $-2 < -\frac{1}{2}$. נעבור לבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $x < 0 < y$. מצאנו כי x יכול להיות שווה ל-2 ו-y שווה ל-(-1), ולכן ניתן לקבוע כי אי-השוויון המוצע בתשובה אינו נכון בהכרח, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $0 < x + y$. מצאנו כי x יכול להיות שווה ל-2 ו-y שווה ל-(-1). במצב זה סכומם של x ו-y שווה ל-1 $\left(x + y = 2 + (-1) =\right)$, כלומר גדול מ-0, ולכן לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (3)</u>: $|y| < |x|$. כאשר נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $1 < 2$. מכיוון שאי-שוויון המוצע בתשובה נכון, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $-x + y < 0$. כאשר נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $-3 < 0$. מכיוון שאי-שוויון המוצע בתשובה נכון, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

בשלב זה פסלנו רק את תשובה (1), ולכן עלינו להציב פעם נוספת.
נציב כעת כי $x = -2$ ו-$y = 1$, הצבה שמקיימת אף היא את נתוני השאלה:

<u>תשובה (2)</u>: $0 < x + y$. כאשר נציב $x = -2$ ו-$y = 1$ באי השוויון, נקבל $0 < -1$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $|y| < |x|$. כאשר נציב $x = -2$ ו-$y = 1$ באי השוויון, נקבל $1 < 2$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: $-x + y < 0$. כאשר נציב $x = -2$ ו-$y = 1$ באי השוויון, נקבל $3 < 0$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, הרי שניתן לפסול את התשובה.

פסלנו 3 תשובות, ומכאן שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: נתון: $\frac{x}{y} < 0$

$|y| < |x|$

איזו מהקביעות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: הצבת מספרים ובדיקת תשובות

ראשית, נציב מספרים אשר מקיימים את אי-השוויונים הנתונים. מכיוון שנתון כי $\frac{x}{y} < 0$, הרי שניתן לקבוע כי x ו-y הם שוני סימן. על מנת שהמספרים יקיימו גם את אי-השוויון השני: $|y| < |x|$, נציב למשל $x = 2$ ו-$y = -1$, ונקבל: $|-1| < |2|$ ⇦ $1 < 2$. כעת, נעבור לבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{x}{y} < \frac{y}{x}$. אם נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $-2 < -\frac{1}{2}$.

מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (2)</u>: $0 < x \cdot y$. כאשר נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $0 < -2$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, נפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{y}{x} < \frac{x}{y}$. נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $-\frac{1}{2} < -2$. קיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $x + y < 0$. כאשר נציב $x = 2$ ו-$y = -1$ באי השוויון, נקבל $1 < 0$. קיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

פסלנו 3 תשובות, ומכאן שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: נתון: $a \cdot b < b \cdot c$

$b < 0$

איזו מן הטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: בדיקת תשובות

לגבי כל אחת מן התשובות המוצעות, נבדוק האם כאשר b שלילי, היא יכולה לקיים את נתוני השאלה, כלומר: $a \cdot b < b \cdot c$. התשובה הנכונה היא תשובה אשר **אינה** יכולה לקיים את הנתונים:

<u>תשובה (1)</u>: $0 < c$ וגם $0 < a$.

נתון כי b שלילי. נניח כי $b = -1$. לפי התשובה c ו-a הם מספרים חיוביים. נציב למשל: $c = 2$ ו-$a = 3$. במצב כזה נקבל כי $-3 < -2$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהטענה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $a < 0$ וגם $c < 0$. נתון כי b שלילי. נניח כי $b = -1$. לפי התשובה c ו-a הם מספרים שליליים. נציב למשל: $c = -3$ ו-$a = -2$. במצב כזה נקבל כי $2 < 3$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהטענה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $0 < c$ וגם $a < 0$. נתון כי b שלילי, נניח כי $b = -1$. לפי התשובה c הוא מספר חיובי, ו-a הוא מספר שלילי. נציב למשל: $c = 1$ ו- $a = -1$.

<u>אגף ימין</u>: כאשר c שווה ל-1, הרי שתוצאת המכפלה $b \cdot c$ באגף הימני של אי-השוויון שווה ל-(1-). לסיכום, אגף ימין של אי-השיוויון הוא מכפלה של מספר שלילי בחיובי, ולכן ניתן לקבוע כי תוצאת המכפלה באגף זה היא בהכרח מספר שלילי.

<u>אגף שמאל</u>: אם $a = -1$ ו- $b = -1$, הרי שתוצאת מכפלת אגף זה היא 1 $\left(= (-1) \cdot (-1)\right)$.

לסיכום, ניתן לקבוע כי אם גם b וגם a הם מספרים שליליים, תוצאת המכפלה $a \cdot b$ באגף השמאלי של אי-השוויון, תהיה בהכרח חיובית.

מצאנו כי אגף ימין הוא בהכרח מספר שלילי, וכי התוצאה באגף שמאל היא בהכרח מספר חיובי. מכיוון שלא ייתכן שמספר שלילי יהיה גדול ממספר חיובי, הרי שהטענה בתשובה זו לא תיתכן, ומכאן שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק את תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u>: $c < 0$ וגם $0 < a$. נתון כי b שלילי. מכאן שאם c שלילי, הרי שתוצאת המכפלה $b \cdot c$ באגף הימני של אי-השוויון היא בהכרח חיובית. באותו אופן, אם b שלילי ו-a חיובי, הרי שתוצאת המכפלה $a \cdot b$ באגף השמאלי של אי-השוויון, היא בהכרח שלילית. מכיוון מספר חיובי גדול בהכרח ממספר שלילי, הרי שטענה זו תיתכן והיא נפסלת.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: נתון: $0 < a \cdot (-b)$

איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: הבנה אלגברית + בדיקת התשובות המוצעות

מהנתון אשר לפיו מכפלת a ב-(b-) גדולה מ-0, ניתן להסיק כי a ו-(b-) הם שווי-סימן, כלומר שניהם שליליים או שניהם חיוביים. מכאן שאם a חיובי, b עצמו חייב להיות שלילי על מנת ש- $(-b)$ יהיה חיובי, ואם a שלילי, b חייב להיות חיובי על מנת ש- $(-b)$ יהיה שלילי גם כן. לסיכום a ו-b הם בהכרח שוני סימן. כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $0 < b$. מצאנו כי אם a שלילי, b יכול להיות חיובי, ומכאן שהטענה תיתכן.

<u>תשובה (2)</u>: $0 < a$. מצאנו כי אם b שלילי, a יכול להיות חיובי, ומכאן שהטענה תיתכן.

<u>תשובה (3)</u>: $a < b < 0$. מצאנו כי a ו-b בהכרח שוני סימן, ומכאן שלא ייתכן ששניהם שליליים, ולפיכך זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר, נבדוק את תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u>: $a < b$. מצאנו כי כאשר b הוא מספר חיובי, a הוא מספר שלילי, ומכאן שהטענה תיתכן, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: נתון כי x^2y^3 הוא מספר שלילי.

איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב שני מספרים המקיימים את הנתון, למשל $y=-2$ ו-$x=-1$.

<u>תשובה (1)</u>: x מספר שלילי. מצאנו כי הנתון מתקיים כאשר x הוא שלילי. מכיוון ש-x יכול להיות שלילי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $y<x<0$. מצאנו כי הנתון מתקיים כאשר $y=-2$ ו-$x=-1$, כלומר כאשר שניהם שליליים ו-y קטן מ-x. מכיוון שהמצב ייתכן, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: y מספר חיובי. מצאנו כי y בהכרח הוא מספר שלילי, ולכן המצב המוצע בתשובה זו אינו יתכן, כלומר זו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: x ו-y שווי-סימן. מצאנו כי x ו-y שליליים, ולכן המצב המוצע בתשובה אפשרי, ומכאן שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית ובדיקת התשובות המוצעות

הביטוי הנתון בשאלה מורכב ממכפלה של שני גורמים x^2 ו-y^3. מכיוון שידוע כי תוצאת המכפלה היא מספר שלילי, הרי ששני גורמי המכפלה הם שוני-סימן, כלומר אחד מהגורמים הוא חיובי, והאחר שלילי.
כאשר מעלים בחזקה זוגית כל מספר השונה מאפס, מקבלים בהכרח תוצאה חיובית, ומכאן שניתן לקבוע כי x^2 הוא בהכרח מספר חיובי.
אם x^2 הוא מספר חיובי, הרי ש-y^3 הוא בהכרח מספר שלילי. על מנת ש-y^3 יהיה מספר שלילי, y עצמו חייב להיות אף הוא מספר שלילי. מכאן שתשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: נתון: x הוא מספר חיובי ו-y הוא מספר שלילי.

איזה מהמספרים הבאים בהכרח שלילי?

פתרון: נשאלנו מי מהביטויים שבתשובות הוא בהכרח שלילי, ולכן עלינו לבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: $x\cdot(-y)^3$.

נתון כי y הוא מספר שלילי, ומכאן ש-$(-y)$ הוא בהכרח מספר חיובי. כאשר מעלים מספר חיובי בכל חזקה שהיא נקבל תוצאה חיובית, ולפיכך $(-y)^3$ הוא מספר חיובי.
נתון כי x הוא מספר חיובי, ולפיכך תוצאת המכפלה של המספר החיובי ב-x, בביטוי החיובי $(-y)^3$ תהיה בהכרח מספר חיובי, ומכאן שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: x^2+y.

נתון כי x הוא מספר חיובי, ומכאן ש-x^2 הוא בהכרח מספר חיובי. לפי הנתון y הוא שלילי.
תוצאת החיבור של המספר החיובי x^2 עם המספר השלילי y, יכולה להיות חיובית (למשל, כאשר $x=2$ ו-$y=-1$), יכולה להיות שלילית (למשל, כאשר $x=2$ ו-$y=-10$), או שווה ל-0 (למשל, כאשר $x=2$ ו-$y=-4$). מכיוון שמצאנו כי ערכו של הביטוי אינו בהכרח שלילי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $x-y$.
לפי הנתון x הוא מספר חיובי ו-y מספר שלילי. כאשר מחסרים ממספר חיובי מספר שלילי מקבלים בהכרח מספר חיובי. מכיוון שערכו של הביטוי אינו בהכרח שלילי, התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $-x\cdot y^2$.
לפי הנתון x הוא מספר חיובי, ולכן $(-x)$ הוא בהכרח מספר שלילי. נתון כי y הוא מספר שלילי, ולכן כאשר נעלה אותו בחזקה זוגית, נקבל בהכרח מספר חיובי, כלומר (y^2) הוא מספר חיובי. תוצאת המכפלה של מספר חיובי במספר שלילי היא בהכרח שלילית, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

11. **השאלה**: נתון: a ו- b הם מספרים שלמים.

$$a^2\cdot b<0$$
$$a<b$$

איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב שני מספרים המקיימים את שני הנתונים. למשל $a=-2$ ו- $b=-1$.
כעת נציב מספרים אלו בתשובות המוצעות, ונבדוק איזו תשובה אינה נכונה בהכרח:

<u>תשובה (1)</u>: $a^2<b^2$.
נציב $a=-2$ ו $b=-1$ באי-השוויון, ונקבל: $4<1$ $\left((-2)^2<(-1)^2\right)$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, לא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

<u>תשובה (2)</u>: $a+b<0$.
נציב $a=-2$ ו $b=-1$ באי-השוויון, ונקבל: $-3<0$ $\left((-2)+(-1)<0\right)$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, כלומר מצאנו כי הטענה תיתכן, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $0<b^2-a$.
נציב $a=-2$ ו $b=-1$ באי-השוויון, ונקבל: $0<3$ $\left(0<(-1)^2-(-2)\right)$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, כלומר מצאנו כי הטענה תיתכן, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $0<a^2+b$.
נציב $a=-2$ ו $b=-1$ באי-השוויון, ונקבל: $0<3$ $\left(0<(-2)^2+(-1)\right)$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, כלומר מצאנו כי הטענה תיתכן, ניתן לפסול את התשובה.

פסלנו 3 תשובות, ולכן ניתן לקבוע כי התשובה הנותרת, תשובה (1), היא התשובה הנכונה.

דרך ב': הבנה אלגברית + בדיקת התשובות המוצעות

לפי הנתון הראשון תוצאת המכפלה של a^2 ב-b היא שלילית, מכאן ניתן להסיק כי אחד מהאיברים הוא בהכרח חיובי והאחר שלילי. מכיוון ש- a^2 בהכרח אינו שלילי, הרי ש-b הוא האיבר השלילי.
על פי הנתון השני $a < b$. אם b הוא שלילי, הרי שבהכרח a עצמו אשר קטן ממנו אף הוא בהכרח שלילי. כעת נעבור ונבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $a^2 < b^2$.
מניתוח נתוני השאלה מצאנו כי a ו-b הם שליליים, כאשר $a < b$.
מכיוון ש-a רחוק יותר מ-0, כאשר נעלה אותו בריבוע יהיה ערכו בהכרח גדול מערכו של b^2.
מצאנו כי $b^2 < a^2$, כלומר המצב המתואר בתשובה לא יתכן, וזו התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $a + b < 0$.
הסקנו מנתוני השאלה כי a ו-b שליליים. סכומם של שני מספרים שליליים אף הוא בהכרח שלילי. מכיוון שמצאנו כי הטענה שבתשובה נכונה בהכרח, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u>: $0 < b^2 - a$.
הסקנו מנתוני השאלה כי a ו- b הם מספרים שליליים, ולכן b^2 הוא בהכרח מספר חיובי.
חיסור מספר שלילי ממספר חיובי למעשה מקביל לחיבור מספר חיובי לאותו מספר חיובי, ומכאן שהביטוי הנתון בתשובה זו הוא בהכרח חיובי. מכיוון שהטענה בתשובה זו נכונה בהכרח, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $0 < a^2 + b$.
הסקנו מנתוני השאלה כי a ו- b הם מספרים שליליים, ולכן a^2 הוא בהכרח מספר חיובי.
תוצאת חיבור מספר שלילי למספר חיובי תלויה במרחק של כל אחד מהגורמים מ-0.
מכיוון שמצאנו כי $a < b < 0$, הרי ש-a רחוק יותר מ-0, ומכאן שכאשר נעלה אותו בריבוע נקבל מספר חיובי אשר מרחקו מ-0 גדול עוד יותר ממרחקו של b.
לסיכום: הערך המוחלט של a^2 גדול מהערך המוחלט של b, ולכן תוצאת הביטוי $a^2 + b$ היא בהכרח מספר חיובי, גם כאשר b הוא מספר שלילי. מכיוון שהטענה בתשובה זו נכונה בהכרח, הרי שניתן לפסול את התשובה.

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: $x < 0 < y < z$

איזה מהביטויים הבאים בהכרח שלילי?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שנשאלנו מי מהביטויים בהכרח שלילי עלינו להציב מהראש מספרים בהתאם לנתוני השאלה, ולפסול תשובות שבהן מתקבל ערך שאינו שלילי (חיובי או אפס). לדוגמה, נציב מספרים המקיימים את הנתון: $x = -1$, $y = 1$, $z = 2$, ונבדוק את ערך התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $z - (y - x)$.
כאשר נציב את הערכים שבחרנו, נקבל כי ערכו של הביטוי הוא 0.
$\left(z - (y - x) = 2 - (1 - (-1)) = 2 - 2 = \right)$. מכיוון שקיבלנו ערך שאינו שלילי, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $x^2 + (y - z)$.
כאשר נציב את הערכים שבחרנו, נקבל כי ערכו של הביטוי הוא 0
$\left(x^2 + (y - z) = (-1)^2 + (1 - 2) = 1 + (-1) = \right)$. מכיוון שקיבלנו ערך שאינו שלילי, התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $(y-x)\cdot(-z)$.

כאשר נציב את הערכים שבחרנו, נקבל כי ערכו של הביטוי הוא -4

$\left((y-x)\cdot(-z)=(1-(-1)\cdot(-2))=2\cdot(-2)=\right)$. מכיוון שקיבלנו ערך שלילי, הרי שלא ניתן בשלב זה לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $z+y+x$.

כאשר נציב את הערכים שבחרנו, נקבל כי ערכו של הביטוי הוא 2

$\left(z+y+x=2+1+(-1)=\right)$. מכיוון שקיבלנו ערך שאינו שלילי, הרי שניתן לפסול את התשובה.

פסלנו 3 תשובות, ולכן ניתן לקבוע כי התשובה הנותרת, תשובה (3), היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית ובדיקת התשובות המוצעות

<u>תשובה (1)</u>: $z-(y-x)$.

הביטוי מורכב מחיסור הביטוי $(y-x)$ מ-z. ראשית, ננתח כל אחד מהאיברים בנפרד:

לפי הנתון z הוא מספר חיובי.

מכיוון ש-y הוא מספר חיובי ו-x הוא מספר שלילי הרי שהביטוי $(y-x)$ מורכב ממספר חיובי פחות מספר שלילי (או במילים אחרות: מספר 'גדול' פחות מספר 'קטן'), ולכן הוא בהכרח חיובי.

<u>לסיכום</u>: כאשר מחסרים מספר חיובי $(y-x)$ ממספר חיובי אחר (z), לא ניתן לדעת אם התוצאה תהיה חיובית, שלילית, או שווה ל-0, ומכאן שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x^2+(y-z)$.

הביטוי מורכב מחיבור של שני איברים, x^2 ו-$(y-z)$. ראשית, ננתח כל איבר בנפרד:

לפי הנתון x הוא מספר שלילי, אולם מכיוון שהעלאה בחזקה זוגית של כל איבר השונה מ-0 נותנת תוצאה חיובית, הרי ש- x^2 הוא בהכרח מספר חיובי.

ידוע לנו כי y ו-z שניהם חיוביים וכי z גדול מ-y, ומכאן שהביטוי $(y-z)$ בהכרח שלילי (ההפרש בין מספר קטן למספר הגדול ממנו יהיה תמיד שלילי).

מצאנו כי הביטוי מורכב מסכום של שני איברים, האחד חיובי (x^2), והאחר שלילי $(y-z)$.

תוצאת החיבור של מספר חיובי ומספר שלילי, יכולה להיות חיובית, שווה ל-0 או שווה למספר שלילי. מכיוון שמצאנו כי הביטוי אינו בהכרח שלילי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $(y-x)\cdot(-z)$.

הביטוי מורכב ממכפלה של שני גורמים: $(-z)$ו-$(y-x)$.

ראשית, נבדוק כל אחד מהאיברים, ולבסוף את הביטוי כולו.

נתון כי y הוא חיובי ו-x הוא שלילי, ומכאן ש-$(y-x)$ הוא בהכרח ביטוי חיובי (שכן ההפרש בין מספר "גדול" למספר הקטן ממנו יהיה תמיד חיובי). מכיוון שידוע כי z חיובי הרי שהאיבר $(-z)$ הוא שלילי בהכרח. תוצאת מכפלה של מספר חיובי במספר שלילי היא בהכרח מספר שלילי, ולכן זו התשובה הנכונה. על אף שניתן לעצור בשלב זה, נמשיך, לצורך השלמת ההסבר בלבד, ונבדוק גם את תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u>: $z+y+x$.

נתון כי x שלילי, ו-y ו-z הם מספרים חיוביים.

תוצאת הסכום של מספר שלילי ומספר חיובי, יכולה להיות שווה למספר חיובי, יכולה להיות שווה ל-0 או שווה למספר שלילי. מכיוון שמצאנו כי ערכו של המספר אינו בהכרח שלילי, התשובה אינה נכונה, ולכן היא נפסלת.

תשובה (3).

13. **השאלה**: נתון: $\frac{a}{b} < 0$

$a < b$

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: **דרך א'**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב שני מספרים a ו-b המקיימים את נתוני השאלה: למשל $a = -1$ ו- $b = 1$, כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $0 < b - a$. כאשר נציב בביטוי $a = -1$ ו- $b = 1$, נקבל כי: $0 < 2$ $\left[0 < 1-(-1) \leftarrow 0 < (b-a) \rightarrow 0 < 1-(-1)\right]$. מכיוון שמצאנו כי הטענה נכונה, הרי שלא ניתן לפסול את התשובה בשלב זה.

תשובה (2): $a + b < 0$. כאשר נציב בביטוי $a = -1$ ו- $b = 1$, נקבל כי: $0 < 0$ $\left[1+(-1) < 0 \leftarrow a + b < 0\right]$. מכיוון שקיבלנו טענה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3): $a^2 < b^2$. כאשר נציב בביטוי $a = -1$ ו- $b = 1$, נקבל כי: $1 < 1$ $\left[(-1)^2 < 1^2 \leftarrow a^2 < b^2\right]$ מכיוון שקיבלנו טענה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (4): $b^2 < a^2$. כאשר נציב בביטוי $a = -1$ ו- $b = 1$, נקבל כי: $1 < 1$ $\left[1^2 < (-1)^2 \leftarrow a^2 < b^2\right]$ מכיוון שקיבלנו טענה שאינה נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (1).

דרך ב': הבנה אלגברית ובדיקת התשובות המוצעות

נתון כי $\frac{a}{b} < 0$ ולכן ניתן להסיק כי אחד מהאיברים a ו-b הוא חיובי ואחד מהם בהכרח שלילי. בנוסף נתון כי b הוא הגדול מבין שני האיברים, ולכן ניתן להסיק כי b הוא האיבר החיובי ו-a הוא האיבר השלילי. כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $0 < b - a$.
תוצאת החיסור של איבר שלילי (a) מאיבר חיובי (b) היא בהכרח חיובית (ההפרש בין מספר 'גדול' למספר 'קטן' תמיד יהיה חיובי), ולכן ניתן לקבוע כי הביטוי $(b - a)$ הוא בהכרח חיובי. מצאנו כי הטענה שבתשובה נכונה בהכרח, ולכן ניתן לעצור בשלב זה, אך לצורך השלמת ההסבר נעבור על התשובות הנותרות.

תשובה (2): $a + b < 0$.
כאשר מחברים איבר חיובי (b) ואיבר שלילי (a) ניתן לקבל תוצאה חיובית, תוצאה השווה ל-0 (כאשר מרחק שני האיברים מ-0 שווה) או תוצאה שלילית. מכאן שלא ניתן לקבוע כי הביטוי $(a + b)$ בהכרח קטן מ-0, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): $a^2 < b^2$.
הביטוי b^2 והביטוי a^2 הם בהכרח ביטויים חיוביים, שכן כאשר מעלים בריבוע כל מספר השונה מ-0 מקבלים תוצאה חיובית. לכן, על מנת לקבוע מי מהם גדול יותר, עלינו לדעת מי מבין הבסיסים a ו-b "רחוק" יותר מ-0. מכיוון שלא ידוע לנו דבר על מרחקם של a ו-b מ-0, הרי שהטענה שבתשובה אינה נכונה בהכרח, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $b^2 < a^2$.

הביטוי b^2 והביטוי a^2 הם בהכרח ביטויים חיוביים, שכן כאשר מעלים בריבוע כל מספר השונה מ-0 מקבלים תוצאה חיובית. לכן, על מנת לקבוע מי מהם גדול יותר, עלינו לדעת מי מבין הבסיסים a ו-b "רחוק" יותר מ-0. מכיוון שלא ידוע לנו דבר על מרחקם של a ו-b מ-0, הרי שתשובה זו אינה נכונה בהכרח, והתשובה נפסלת.

תשובה (1).

---

14. השאלה: נתון: $0 < x \cdot y$

איזה מהביטויים הבאים בהכרח חיובי?

פתרון: הבנה אלגברית + בדיקת התשובות המוצעות

נתון כי מכפלתם של x ו-y חיובית. על מנת שתוצאת מכפלה של שני גורמים תהיה חיובית, שני האיברים צריכים להיות שווי סימן, כלומר שניהם חיוביים או שניהם שליליים. מכיוון שאין נתונים נוספים שיעזרו לנו לקבוע מי מבין המצבים האפשריים הוא המתאים, עלינו להתייחס לכל אחד מהם בנפרד בעת בדיקת התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $x \cdot y^2$.

הביטוי שבתשובה מורכב ממכפלת שני איברים x ו- y^2. y^2 הוא בהכרח חיובי (כאשר מעלים כל מספר השונה מ-0 בריבוע, מקבלים תוצאה חיובית), ולכן ערכו של הביטוי תלוי ב-x. אם x חיובי תוצאת הביטוי חיובית, ואם x שלילי אז תוצאת הביטוי שלילית. מכיוון ששני המצבים אפשריים, הרי שלא ניתן לקבוע כי תוצאת הביטוי היא בהכרח חיובית, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $y \cdot x^3$. לפנינו ביטוי המורכב ממכפלת שני איברים x^3 ו-y.

נבדוק את שני המצבים האפשריים:

א) כאשר x ו-y שניהם שליליים. אם x שלילי, הרי ש- x^3 יהיה מספר שלילי, ולכן תוצאת מכפלתו ב-y, שאף הוא מספר שלילי, תהיה בהכרח חיובית.

ב) כאשר x ו-y חיוביים. אם x חיובי אז x^3 הוא בהכרח חיובי (כאשר מעלים מספר חיובי בכל חזקה שהיא נקבל תוצאה חיובית), ולכן תוצאת מכפלתו של x^3 ב-y, שגם הוא מספר חיובי, תהיה בהכרח חיובית.

מכיוון שמצאנו כי בשני המצבים האפשריים נקבל תוצאה חיובית, הרי שניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר בלבד נמשיך ונבדוק את יתר התשובות.

<u>תשובה (3)</u>: $x \cdot (-y)$.

הביטוי הנתון בתשובה מורכב ממכפלת שני איברים: $(-y)$ ו-x.

כאשר x ו-y הם מספרים שליליים, $(-y)$ יהיה מספר חיובי. תוצאת מכפלתו של (-y) החיובי ב-x שהוא מספר שלילי, תהיה בהכרח שלילית.

מכיוון שנתבקשנו למצוא ביטוי שהוא <u>בהכרח</u> חיובי, הרי שניתן לקבוע כבר בשלב זה כי התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $y + x$.

הביטוי הנתון מורכב מסכומם של שני איברים, y ו-x. אם גם x וגם y הם מספרים שליליים, אז סכומו של הביטוי יהיה בהכרח שלילי. שנתבקשנו למצוא ביטוי שהוא בהכרח חיובי, ולכן ניתן לקבוע כבר בשלב זה כי התשובה נפסלת.

תשובה (2).

---

15. **השאלה**: נתון כי x ו-y הם מספרים שלמים אשר אחד מהם חיובי והאחר שלילי.

איזה מהמספרים הבאים הוא בהכרח חיובי?

פתרון: הבנה אלגברית ובדיקת התשובות המוצעות.

מכיוון שנתון לנו כי אחד מהאיברים חיובי והאחר שלילי עלינו לבדוק בכל אחת מהתשובות המוצעות את שני המצבים האפשריים: א) x חיובי ו-y שלילי; ב) x שלילי ו-y חיובי.

<u>תשובה (1)</u>: x^2y.

הביטוי הנתון מורכב ממכפלת שני איברים x^2 ו-y. נבדוק מה תוצאת מכפלתם בכל אחד מהמצבים האפשריים:

א) x חיובי ו-y שלילי. אם x חיובי, אז x^2 הוא בהכרח חיובי, שכן תוצאת ההעלאה של כל מספר השונה מ-0 בריבוע היא חיובית. תוצאת מכפלת המספר החיובי x^2 במספר השלילי y, תהיה שלילית.
מכיוון שנתבקשנו למצוא ביטוי שהוא בהכרח חיובי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x^2 - y$.

הביטוי מורכב מחיסור שני איברים, x^2 ו-y. כאמור הביטוי x^2 הוא בהכרח חיובי, ולכן ערך הביטוי תלוי ב-y. נבדוק את שני המצבים האפשריים: אם y הוא שלילי, תוצאת הביטוי תהיה בהכרח חיובית (ההפרש בין מספר חיובי למספר שלילי, או בין מספר 'גדול' למספר 'קטן', הוא תמיד חיובי), אך אם y הוא חיובי הרי שלא ניתן לדעת מה תהיה תוצאת הביטוי, שכן תוצאת הפחתת מספר חיובי ממספר חיובי אחר יכולה להיות חיובית, שלילית או שווה ל-0. מכיוון שנתבקשנו למצוא ביטוי שהוא בהכרח חיובי, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $-x \cdot y$.

לפנינו ביטוי המורכב ממכפלת שני איברים: $(-x)$ ו-y.

א) אם x חיובי ו-y שלילי. כאשר x חיובי, אז $(-x)$ הוא בהכרח שלילי, ולכן תוצאת המכפלה של (-x) השלילי, ב-y שהוא מספר שלילי, תהיה בהכרח חיובית.

ב) אם x שלילי ו-y חיובי. כאשר x שלילי, אז (-x) בהכרח חיובי, ולכן תוצאת המכפלה של (-x) החיובי, ב-y שהוא מספר החיובי, תהיה בהכרח חיובית. מכיוון שמצאנו כי בשני המצבים נקבל תוצאה חיובית, הרי שזו התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה הנותרת.

<u>תשובה (4)</u>: $(x \cdot y)^3$.

הביטוי מורכב ממכפלה של שני איברים בחזקה שלישית. מכיוון שלפי הנתון אחד האיברים חיובי והאחר שלילי, הרי שתוצאת מכפלתם של x ו-y בהכרח שלילית. מכיוון שחזקה אי-זוגית אינה משנה את הסימן של הבסיס, הרי שהביטוי בתשובה הוא בהכרח שלילי. מכיוון שנתבקשנו למצוא ביטוי שהוא בהכרח חיובי, הרי שהתשובה נפסלת.

תשובה (3).

16. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים (חיוביים או שליליים).

נתון: $30 < a^2 < 50$

$0 < b^2 < 20$

ערכו המינימלי של הביטוי $|a+b|$ הוא –

פתרון: נתבקשנו למצוא את ערכו המינימלי של הביטוי $|a+b|$. על מנת לעשות זאת, ראשית נמצא את הערכים אותם יכול לקבל כל אחד מהנעלמים a ו-b. נתון כי a הוא מספר שלם, ומכאן ניתן להסיק כי a^2 גם הוא מספר שלם. עוד נתון כי אם נעלה את a בריבוע, נקבל מספר (שלם) בין 30 ל-50, ומכאן ש-a יכול לקבל את הערכים הבאים: 6, 7, 6-, 7-.
נתון כי גם b הוא מספר שלם, ומכאן ניתן להסיק כי b^2 גם הוא מספר שלם. עוד נתון כי כאשר נעלה את b בריבוע נקבל מספר (שלם) בין 0 ל-20, ומכאן ש-b יכול לקבל כל אחד מהערכים הבאים: 1, 2, 3, 4, 1-, 2-, 3- , 4- :
ערכו המינימלי של הביטוי בערך מוחלט יתקבל כאשר נחבר b השווה ל-(4-) ו-a השווה ל-6 או כאשר נחבר b השווה ל-4 ו-a השווה ל-(6-).

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: $\frac{a}{b} < \frac{b}{a} < 0$

אם נוסיף לנתוני השאלה את הנתון כי _____ , נוכל לקבוע כי a בהכרח מספר שלילי.

פתרון: הבנה אלגברית

אנחנו מחפשים תשובה ובה נתון שבשילוב עם נתוני השאלה יאפשר לנו לקבוע בוודאות ש-a הוא מספר שלילי. ראשית, נסיק מסקנות לגבי a ו-b מהנתונים שברשותנו:

נתון כי $\frac{b}{a}$ הוא שלילי, ומכאן שניתן לקבוע כי אחד מהאיברים a ו-b בהכרח חיובי והאחר בהכרח שלילי. כעת נעבור לבדוק את התשובות המוצעות.
מטעמי נוחות נתחיל את הבדיקה מהתשובות הפשוטות ביותר, לכן נתחיל מתשובה (3).

<u>תשובה (3)</u>: $a < b$.

אם היינו יודעים כי $a < b$, הרי ששילוב נתון זה עם נתוני השאלה, מהם הסקנו כי אחד האיברים חיובי והאחר שלילי, ניתן להסיק כי b הוא בהכרח האיבר החיובי ו-a הוא בהכרח האיבר השלילי.
מכיוון שנתבקשנו למצוא תשובה שבה יש נתון שיאפשר לנו להסיק בוודאות ש-a שלילי, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

על מנת לקיים את הנתון כי: $0<\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$ נוכל להציב שתי דוגמאות מספריות:

א) $a=2$ ו- $b=-1$. נקבל: $0<\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$ ⇦ $0<\frac{-1}{2}<\frac{2}{-1}$ ⇦ $0<-\frac{1}{2}<-\frac{2}{1}$

או

ב) $a=-2$ ו- $b=1$. נקבל: $0<\frac{b}{a}<\frac{a}{b}$ ⇦ $0<\frac{1}{-2}<\frac{-2}{1}$ ⇦ $0<-\frac{1}{2}<-\frac{2}{1}$.

כעת נבדוק את התשובות המוצעות, על מנת למצוא את התשובה אשר מתקיימת רק כאשר a הוא שלילי.

<u>תשובה (1)</u>: $0<a+b$.

נשתמש באחת הדוגמאות המספריות שמצאנו כי מקיימת את נתוני השאלה, ולפיה: $a=2$ ו- $b=-1$. נקבל: $0<a+b$ ⇦ $0<2+(-1)$ ⇦ $0<1$. נתבקשנו למצוא נתון המאפשר לקבוע כי a בהכרח מספר שלילי. מכיוון שמצאנו כי הנתון שבתשובה מתקיים גם כאשר a הוא חיובי, הרי שהתשובה אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $b^2<a^2$.

נשתמש באחת הדוגמאות המספריות שמצאנו כי מקיימת את נתוני השאלה, ולפיה: $a=2$ ו- $b=-1$. נקבל: $b^2<a^2$ ⇦ $(-1)^2<2^2$ ⇦ $1<4$. נתבקשנו למצוא נתון המאפשר לקבוע כי a בהכרח מספר שלילי. מכיוון שמצאנו כי הנתון שבתשובה מתקיים גם כאשר a חיובי, הרי שהתשובה אינה נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: $a<b$.

נשתמש באחת הדוגמאות המספריות שמצאנו כי מקיימת את נתוני השאלה, ולפיה: $a=2$ ו- $b=-1$. נקבל: $a<b$ ⇦ $2<-1$. מכיוון שדוגמה מספרית זו אינה מקיימת את נתוני השאלה, נציב את הדוגמה השנייה שמצאנו, ולפיה: $a=-2$ ו- $b=1$, ונקבל: $a<b$ ⇦ $-2<1$. קיבלנו אי-שוויון נכון, ולכן בשלב זה ניתן לקבוע כי התשובה מתקיימת כאשר a הוא שלילי. בשלב זה מכיוון שלא פסלנו עדיין 3 תשובות, לא ניתן לסמן את התשובה, ולכן נמשיך ונבדוק האם ניתן לפסול את תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u>: $|b|<|a|$.

נשתמש באחת הדוגמאות המספריות שמצאנו כי מקיימת את נתוני השאלה, ולפיה: $a=2$ ו- $b=-1$. נקבל: $|b|<|a|$ ⇦ $|-1|<|2|$ ⇦ $1<2$. נתבקשנו למצוא נתון המאפשר לקבוע כי a בהכרח מספר שלילי. מכיוון שמצאנו כי הנתון שבתשובה מתקיים גם כאשר a חיובי, הרי שהתשובה אינה נכונה.

פסלנו את תשובות (1), (2) ו-(4), ולפיכך ניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

18. **השאלה**: נתון: $x<y<z$ $\quad(x,y,z\neq 0)$

איזו מהטענות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: הצבת מספרים + בדיקת התשובות המוצעות

מכיוון שנשאלנו מה **בהכרח** אינו נכון, נעבור על התשובות וננסה להציב מספרים המקיימים את התשובה והמתאימים לנתוני השאלה, נפסול כל תשובה שבה נמצא כי הטענה הנטענת בה יכולה להיות נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: $z\cdot x<x\cdot y$.

אם נציב $x=-1$; $y=2$ ו- $z=3$, נקבל: $z\cdot x<x\cdot y$ ⇦ $3\cdot(-1)<(-1)\cdot 2$ ⇦ $-3<-2$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $|z|<|x|$.

אם נציב כי: $x=-3$ ו- $z=1$, ונקבל: $|z|<|x|$ ⇦ $|1|<|-3|$ ⇦ $1<3$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: $x+z<y$.

אם נציב $x=-2$; $y=-1$ ו- $z=0$. נקבל: $x+z<y$ ⇦ $-2+0<-1$.

מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $-1<x$ וגם $z<-2$.

לפי נתוני התשובה $z<-2$. לפי נתוני השאלה x קטן מ-z. אם ערכו של z קטן מ-(-2), הרי שערכו של x הקטן ממנו, חייב אף הוא להיות קטן מ-(-2).

לפי נתוני התשובה $-1<x$. לא יתכן ש-x יהיה קטן מ-(-2) ובו זמנית גם גדול מ-(-1), ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.19 **השאלה**: נתון: $x<0<y<1<z<|x|$

איזה מהביטויים הבאים הוא ה**גדול ביותר**?

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: הצבת מספרים מהראש ובדיקת התשובות המוצעות

ראשית עלינו לבחור מספרים בהתאם לנתוני השאלה, למשל: $y=\frac{1}{2}$; $z=2$; $x=-3$:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{x}{z}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונקבל את הערך ‎-1.5 $\left(=\frac{-3}{2}\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{y}{z}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונקבל את הערך $\frac{1}{4}$ $\left(=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{2}\right)$.

מכיוון שאנו מחפשים את הביטוי הגדול ביותר, והערך שקיבלנו בתשובה זו גדול מהערך שקיבלנו בתשובה (1), ניתן לפסול כבר בשלב זה את תשובה (1).

<u>תשובה (3)</u>: xy^2 . נציב את המספרים שבחרנו, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $-\frac{3}{4}$ $\left(=-3\cdot\frac{1}{4}=-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$. מכיוון שאנו מחפשים את הביטוי הגדול ביותר, והערך שקיבלנו בתשובה זו, קטן מערך הביטוי שקיבלנו בתשובה (2), הרי שניתן כבר בשלב זה לפסול את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{z}{y^2}$. נציב את המספרים שבחרנו, ונקבל את הערך 8 $\left(=\frac{4}{1}\cdot 2=\frac{2}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\right)$.

מכיוון מחפשים את הביטוי הגדול ביותר, והערך בתשובה זו גדול מערכה של תשובה (2), הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתבקשנו למצוא את הביטוי שערכו הגדול ביותר, ולכן ראשית נבדוק ערכו של מי מהביטויים המוצעים חיובי וערכו של מי מהם הוא שלילי.

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{x}{z}$. הביטוי מורכב מחלוקת מספר שלילי במספר חיובי, ולכן התוצאה תהיה בהכרח שלילית.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{y}{z}$. הביטוי מורכב מחלוקה של שני מספרים חיוביים, ולכן התוצאה תהיה בהכרח חיובית.

מכיוון שאנו מחפשים את הביטוי הגדול ביותר ניתן לפסול בשלב זה את תשובה (1).

<u>תשובה (3)</u>: xy^2. הביטוי מורכב ממכפלה של שני גורמים x ו- y^2.

מכיוון שכאשר מעלים בריבוע כל מספר השונה מ-0 מקבלים תוצאה חיובית, הרי ש- y^2 הוא בהכרח חיובי. תוצאת מכפלתו של y^2 החיובי ב-x, אשר לפי הנתונים הוא שלילי, תהיה בהכרח שלילית. מכיוון שאנו מחפשים את הביטוי הגדול ביותר ניתן לפסול את התשובה בשלב זה שכן תשובה (2) חיובית, כלומר בהכרח גדולה יותר.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{z}{y^2}$. לפנינו ביטוי המורכב מחלוקה בין שני איברים z ו- y^2.

y^2 הוא מספר חיובי, ו-z אף הוא חיובי, ומכאן שהביטוי בהכרח חיובי.

מכיוון שקיבלנו גם בתשובה (2) ביטוי חיובי, עלינו להשוות בין שתי התשובות הללו.:

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{y}{z}$. הביטוי מורכב משבר חיובי (y) המחולק במספר חיובי הגדול מ-1 (z).

תוצאת חלוקה של מספר חיובי במספר הגדול מ-1 היא בהכרח שבר, מכיוון שהמונה קטן מהמכנה.
לפיכך, תוצאת הביטוי בתשובה (2) היא בהכרח שבר חיובי.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{z}{y^2}$. הביטוי מורכב ממספר הגדול מ-1 (z), אשר מחלקים בשבר חיובי $\left(y^2\right)$. חלוקת מספר חיובי הגדול מ-1 בשבר חיובי, בהכרח נותנת תוצאה הגדולה מ-1. לפיכך, תוצאת הביטוי בתשובה (4) היא בהכרח מספר הגדול מ-1.
מצאנו כי ערכו של הביטוי בתשובה (4) הוא מספר חיובי הגדול מ-1, וערכו של הביטוי בתשובה (2) הוא שבר חיובי, ומכאן שהביטוי בתשובה (4) הוא הביטוי הגדול ביותר.

תשובה (4).

20. השאלה: נתון: הממוצע של x ו-y גדול מ-0.

איזו מהאפשרויות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: הצבת מספרים + בדיקת התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: x ו-y שוני סימן.

עלינו למצוא שני מספרים שוני סימן שהממוצע שלהם גדול מ-0. למשל, אם $x=4$ ו- $y=-2$, הממוצע של x ו-y יהיה שווה ל-1 $\left(\frac{x+y}{2}=\frac{4+(-2)}{2}=\frac{2}{2}=\right)$.

מכיוון שמצאנו זוג מספרים שוני סימן אשר הממוצע שלהם גדול מ-0, הרי שניתן לקבוע כי הטענה שבתשובה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: $x\cdot y=0$.

עלינו למצוא שני מספרים אשר מכפלתם שווה ל-0 והממוצע שלהם גדול מ-0. למשל, אם $x=4$ ו- $y=0$, הממוצע של x ו-y יהיה שווה ל-2 $\left(\frac{x+y}{2}=\frac{4+0}{2}=\frac{4}{2}=\right)$.

מכיוון שמצאנו זוג מספרים אשר מכפלתם שווה ל-0 והממוצע שלהם גדול מ-0, הרי שניתן לקבוע כי הטענה שבתשובה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: x ו-y שווי סימן. עלינו למצוא שני מספרים שווי סימן אשר הממוצע שלהם גדול מ-0. למשל, אם $x=4$ ו- $y=2$, הממוצע של x ו-y יהיה שווה ל-3 $\left(\frac{x+y}{2}=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=\right)$.

מכיוון שמצאנו זוג מספרים שווי סימן אשר הממוצע שלהם גדול מ-0, הרי שניתן לקבוע כי הטענה שבתשובה תיתכן, ולכן התשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לקבוע כבר בשלב זה כי התשובה הנכונה היא התשובה הנותרת – תשובה (4), אולם לצורך השלמת ההסבר נבדוק גם אותה.

<u>תשובה (4)</u>: $x+y=0$. ממוצע שווה לסכום לחלק למספר איברים. אם הסכום של x ו-y שווה ל-0, אז גם הממוצע שלהם בהכרח שווה ל-0: $\left(\frac{x+y}{2}=\frac{0}{2}=\right)$.

מכיוון שמצאנו כי במצב שבו $x+y=0$ **לא** מתקיים הנתון לפיו הממוצע של x ו-y גדול מ-0, הרי שזו התשובה הנכונה.

תשובה (4).