

**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	(3)	(3)	(4)	(3)	(1)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(1)	(2)	(1)	(3)	(4)	(3)	(3)	(4)	(1)	(1)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-7)**

1. **השאלה:** הממוצע של  $a$  ו- $b$  שווה לממוצע של  $c$  ו- $d$ .

$$(a + b) - (c + d) = ?$$

**פיתרון:** דרך א': בניית משוואה

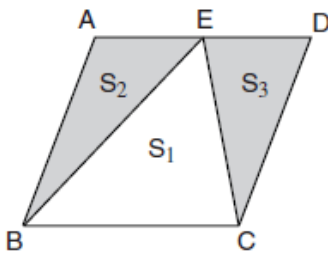
מכיוון שעל פי נוסחת הממוצע: הממוצע =  $\frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר איברים}}$ , הרי שניתן לבנות לפי נתוני השאלה את

$$\frac{a + b}{2} = \frac{c + d}{2}$$

נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל:  $a + b = c + d$ .

מכיוון שמצאנו כי הסכום  $a + b$  שווה לסכום  $c + d$ , הרי שהביטוי  $(a + b) - (c + d)$  שווה ל-0.

**תשובה (1).**



2. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABCD היא מקבילית, ו-E היא נקודה על הקטע AD.

איזו מהאפשרויות הבאות מתארת את היחס בין השטח הבהיר ( $S_1$ ) לסים סכום השטחים הכהים ( $S_2 + S_3$ )?

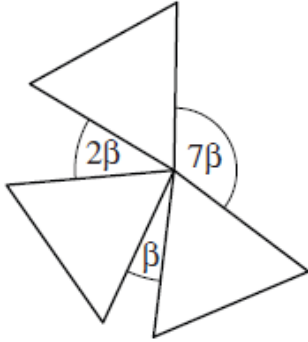
**פיתרון:**

שטח מקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית BC בגובה לצלע זו. שטח המשולש  $S_1$  שווה למכפלת צלע המשולש BC בגובה לצלע זו חלקי 2.

מכיוון שנוסחת חישוב שטח המשולש זהה לנוסחה לחישוב שטח המקבילית למעט החלוקה ב-2, הרי ששטח המשולש  $S_1$  שווה למחצית משטח המקבילית כולה, ומכאן שסכום השטחים  $S_2$  ו- $S_3$  שווה אף הוא למחצית משטח המקבילית, ומכאן ש:  $S_1 = S_2 + S_3$ .

**תשובה (3).**

**דצמבר 2014 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית**



**3. השאלה:** בסרטוט שלפניכם 3 משולשים שווים-צלעות בעלי קודקוד משותף.

$$\beta = ?$$

**פיתרון:** בסרטוט שלפנינו 6 זוויות: 3 זוויות הראש של המשולשים שווים

הצלעות והזוויות המסומנות  $\beta$ ,  $2\beta$  ו- $7\beta$  אשר יש להן קודקוד משותף.

6 הזוויות יחדיו יוצרות זווית עגולה אשר שווה ל- $360^\circ$ :

$$10\beta + 180^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow \beta + 2\beta + 7\beta + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

נחסר  $180^\circ$  משני האגפים, ונקבל:  $10\beta = 180^\circ$ , נחלק את שני האגפים ב-

$$10, \text{ ונקבל: } \beta = 18^\circ$$

**תשובה (4).**

**4. השאלה:** ליוני ולרותי 200 שקלים כל אחד.

יוני קנה 2 דיסקים, ורותי קנתה 3 דיסקים. לאחר הקנייה נשאר ליוני פי 2 יותר כסף מלרותי.

אם מחירי כל הדיסקים שווים זה לזה, כמה שקלים עולה כל דיסק?

**פיתרון: דרך א':** בדיקת תשובות

**תשובה (1):** 70. אם מחירו של כל דיסק הוא 70 שקלים, הרי שרותי אשר קנתה 3 דיסקים הייתה צריכה לשלם 210 שקלים ( $3 \cdot 70 =$ ). מכיוון שנתון כי ליוני ולרותי 200 שקלים כל אחד, מצב זה אינו אפשרי, ולכן תשובה זו נפסלת.

**תשובה (2):** 60. אם מחירו של כל דיסק הוא 60 שקלים, הרי שרותי אשר קנתה 3 דיסקים שילמה 180 שקלים ( $3 \cdot 60 =$ ), ומכאן שנתרו בידה 20 שקלים ( $200 - 180 =$ ). יוני אשר רכש 2 דיסקים שילם 120 שקלים על רכישתם ( $2 \cdot 60 =$ ), ומכאן שנתרו בידו 80 שקלים.

מצאנו כי ליוני נותרו 80 שקלים ולרותי נותרו 20 שקלים. מכיוון שנתון כי לאחר הקנייה נשאר ליוני פי 2 יותר כסף מלרותי, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

**תשובה (3):** 50. אם מחירו של כל דיסק הוא 50 שקלים, הרי שרותי אשר קנתה 3 דיסקים שילמה 150 שקלים ( $3 \cdot 50 =$ ), ומכאן שנתרו בידה 50 שקלים ( $200 - 150 =$ ). יוני אשר רכש 2 דיסקים שילם 100 שקלים על רכישתם ( $2 \cdot 50 =$ ), ומכאן שנתרו בידו 100 שקלים.

מצאנו כי ליוני נותרו 100 שקלים ולרותי נותרו 50 שקלים. מכיוון שנתון כי לאחר הקנייה נשאר ליוני פי 2 יותר כסף מלרותי, הרי שזו התשובה הנכונה.

**דרך ב':** פתרון משוואה

נסמן את מחיר הדיסק ב- $x$ .

נתון כי יוני קנה 2 דיסקים ורותי 3 דיסקים, ולכן סכום הכסף ששילם יוני הוא  $2x$ , וסכום הכסף שנתרו בידו לאחר הרכישה הוא  $200 - 2x$ .

סכום הכסף ששילמה רותי הוא  $3x$ , ומכאן שסכום הכסף שנתרו בידה לאחר הרכישה הוא  $200 - 3x$ . על פי נתוני השאלה, לאחר רכישת הדיסקים סכום הכסף שנתרו בידי יוני גדול פי 2 מסכום הכסף שנתרו בידי רותי, כלומר:  $200 - 2x = 2 \cdot (200 - 3x)$ .

$$200 - 2x = 400 - 6x \text{ , ונקבל: } 200 - 2x = 400 - 6x$$

$$\text{נחבר } 6x \text{ ונחסר } 200 \text{ משני האגפים, ונקבל: } 4x = 200$$

$$\text{נחלק את שני האגפים ב-4, ונקבל: } x = 50$$

**תשובה (3).**

5. השאלה:  $\frac{3a^9c^4}{a^3c^2} = ?$  ,  $c > 0$  ,  $a > 0$

**פיתרון:** בשאלות חזקות עלינו לחפש בסיסים זהים על מנת לפשט את הביטוי תוך שימוש בחוקי החזקות. מכיוון שהן במונה והן במכנה מופיעים הבסיסים a ו-c, ניתן לפשט את הביטוי על ידי שימוש

בחוק החזקות:  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$ .

$$\frac{3a^9c^4}{a^3c^2} = 3 \cdot \frac{a^9}{a^3} \cdot \frac{c^4}{c^2} = 3 \cdot a^{9-3} \cdot c^{4-2} = 3a^6c^2$$

**תשובה (3).**

6. **השאלה:** a, b, c ו-d הם ארבעה ישרים שונים במישור.

נתון:  $a \perp b$

$b \perp c$

$c \perp d$

איזו מן הטענות הבאות נכונה בהכרח?

**פיתרון:** מכיוון שעל פי נתוני השאלה ישר b מאונך הן לישר a והן לישר c הרי שבהכרח ישרים a ו-c מקבילים זה לזה.

**תשובה (3).**

7. **השאלה:** בחנות פרות מסוימת יש רק אגסים ואפרסקים.

1 ק"ג אגסים עולה 4 שקלים, ו-1 ק"ג אפרסקים עולה 7 שקלים.

רוחמה קנתה פרות בחנות ושילמה 84 שקלים בסך הכול.

מה הטווח המדויק שבו יכול להימצא כל משקל כל הפרות שקנתה רוחמה?

**פיתרון:** על מנת למצוא את טווח המשקלים של הפרות שקנתה רוחמה יש לבדוק את מצבי הקיצון:

המצב בו כל הפרות שהיא רכשה היו אגסים והמצב שבו כל הפרות שהיא רכשה היו אפרסקים.

**מקסימום:** על מנת שרוחמה תקנה את המשקל המקסימלי האפשרי של פרות, על רוחמה לרכוש את הפרות שמחירם הוא הנמוך ביותר, כלומר לרכוש אך ורק אגסים.

אם רוחמה רכשה רק אגסים שמחירם 4 שקלים ושילמה 84 שקלים, הרי שהיא רכשה 21 ק"ג

של אגסים  $\left(\frac{84}{4} = \right)$ .

**מינימום:** על מנת שרוחמה תקנה את המשקל המינימלי האפשרי של פרות על רוחמה לרכוש את הפרות

שמחירם הוא הגבוה ביותר, כלומר לרכוש אך ורק אפרסקים.

אם רוחמה רכשה רק אפרסקים שמחירם 7 שקלים ושילמה 84 שקלים, הרי שהיא רכשה 12 ק"ג

של אפרסקים  $\left(\frac{84}{7} = \right)$ .

**תשובה (2).**

**הערה:** היחס בין המשקל המקסימלי למשקל המינימלי של משקל הפרות שקנתה רוחמה זהה ליחס בין

מחיר האגסים למחיר האפרסקים, כלומר יחס של 4 ל-7. נצמצם את היחס בכל אחת מהתשובות

הנתונות, ונמצא כי התשובה היחידה שבה יש יחס של 4:7 היא תשובה (2).

## דצמבר 2014 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

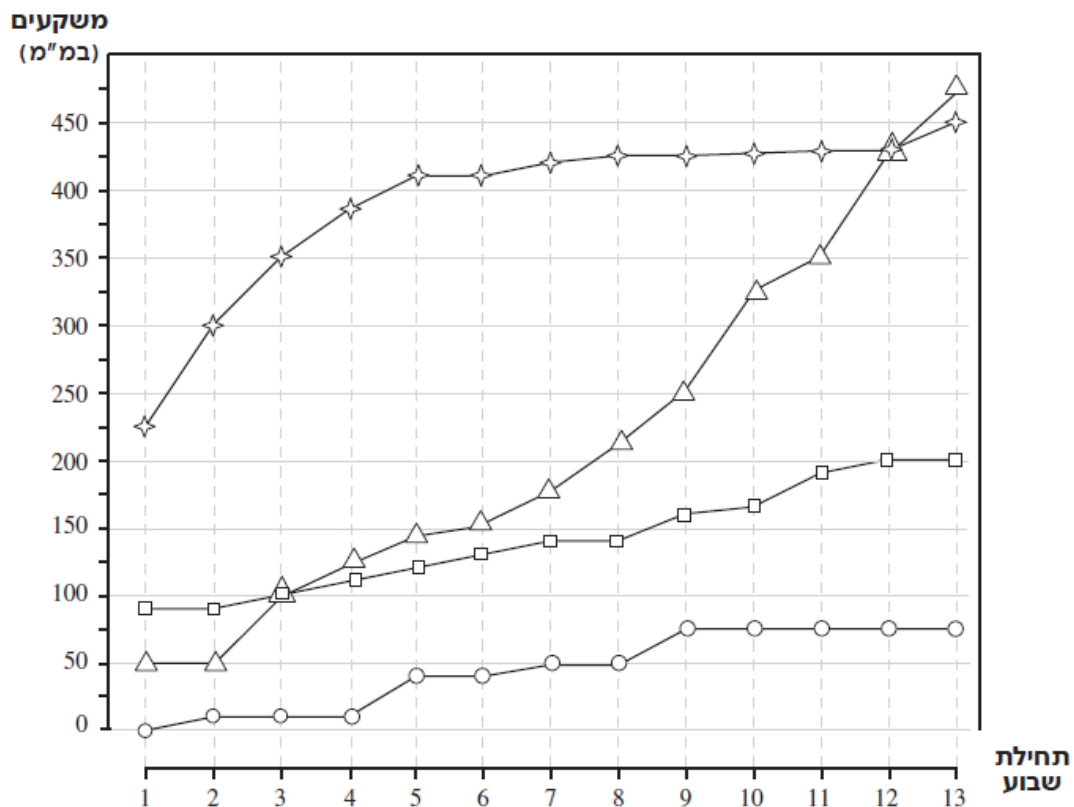
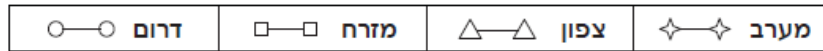
### הסקה מתרשים (שאלות 8-11)

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שאחריו.

בתרשים מוצגים נתונים על כמויות המשקעים שירדו בארבעה אזורים בישראל במשך 12 שבועות. כל ערך על הציר האופקי מציין תחילתו של שבוע - מתחילת שבוע 1 עד לתחילת שבוע 13. עבור כל שבוע מסומנות בתרשים כמויות המשקעים המצטברות (במ"מ) שירדו מתחילת השנה ועד לתחילת אותו שבוע, בכל אחד מארבעת האזורים: מערב, צפון, מזרח ודרום (ראו מקרא).

לדוגמה: כמות המשקעים שירדה בדרום מתחילת השנה ועד לתחילת שבוע 12 היא 75 מ"מ.

### מקרא:



שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה, התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

8. השאלה: בכמה אזורים ירדו יותר מ-175 מ"מ משקעים מתחילת השנה עד סוף התקופה המתוארת בתרשים:

**פיתרון:** התרשים מתאר את הכמויות המצטברות של המשקעים אשר ירדו בכל אחד מהאזורים, ומכאן שע מנת לפתור את השאלה עלינו לבדוק באלו מבין 4 האזורים המתוארים בתרשים הכמות המצטברת של המשקעים בתחילת השבוע ה-13 גדולה מ-175 מ"מ. ישנם 3 אזורים שבהם כמות המשקעים עולה על 175 מ"מ: צפון, מערב ומזרח.

**תשובה (3).**

9.

**השאלה:** בכמה מן השבועות המתוארים בתרשים ירדו משקעים בדרום?

**פיתרון:** מכיוון שהתרשים הוא מצטבר, הרי שבכל שבוע שבו ירדו משקעים יש עלייה בתרשים. על מנת לענות על השאלה יש לבדוק בכמה מהשבועות יש עלייה בתרשים בכמות המשקעים המצטברת בגרף המתאר את אזור הדרום.

השבועות בהן יש עלייה כזו בתרשים הם השבוע הראשון, הרביעי, השישי והשמיני, סך הכול ישנם 4 שבועות בהם ירדו משקעים באזור הדרום.

**תשובה (4).**

10.

**השאלה:** מה כמות המשקעים הגדולה ביותר (במ"מ) שירדה במהלך שבוע באזור אחד (מהאזורים המתוארים בתרשים)?

**פיתרון:** עלינו לבדוק מבחינה ויזואלית היכן בתרשים נמצאת העלייה הגדולה/התלולה ביותר. העלייה הגדולה ביותר היא בשבוע ה-9 באזור הצפון, עלייה מ-250 מ"מ ל-325 מ"מ, כלומר עלייה של 75 מ"מ.

**תשובה (3).**

11.

**השאלה:** באיזה שבוע מן השבועות הבאים כמות המשקעים שירדה בכל ארבעת האזורים יחד הייתה הקטנה ביותר?

**פיתרון:** על מנת לפתור את השאלה יש לבדוק באיזה מהשבועות המוצעים סך הכול העלייה היא הקטנה ביותר.

**תשובה (1):** שבוע 5.

בשבוע ה-5 לא ירדו כלל משקעים באזור הדרום ובאזור מערב. במזרח ישנה עליה של פחות מחצי משבצת בשבוע ה-5 בכמות המשקעים, ובאזור צפון ישנה עליה קטנה של פחות מחצי משבצת. בסך הכול העלייה הכוללת במשקעים במהלך השבוע החמישי בכל האזורים היא של פחות ממשבצת, כלומר של פחות מ-50 מ"מ.

**תשובה (2):** שבוע 2.

מהתבוננות בתרשים ניתן להבחין כי במהלך השבוע ה-2 ישנה עליה בכל אחד מהאזורים צפון ומערב של משבצת שלמה, כלומר בכל אחד מאזורים אלו ירדו 50 מ"מ במהלך השבוע ה-2. מכיוון שאנו מחפשים את השבוע שבו כמות המשקעים הכוללת היא הקטנה ביותר, הרי שניתן לפסול את התשובה כבר בשלב זה.

**תשובה (3):** שבוע 8.

העלייה בכמות המשקעים במהלך השבוע ה-8 באזור הצפון והדרום יחדיו גדולה מ-50 מ"מ (העליה בשני האזורים גם יחד גדולה ממשבצת אחת), ולכן ניתן לפסול את התשובה.

**תשובה (4):** שבוע 11.

העלייה בכמות המשקעים במהלך השבוע ה-11 באזור הצפון לבדו גדולה מ-50 מ"מ, ולכן ניתן לפסול את התשובה.

מצאנו כי כמות המשקעים הקטנה ביותר שירדה בכל אחד מ-4 האזורים יחד הייתה בשבוע ה-5.

**תשובה (1).**

שאלות ובעיות (שאלות 12-20)

12. **השאלה:** בסוף שנת 2000 היה מחירה של מכונית 98,000 שקלים. מאז, בכל שנה ירד מחירה של המכונית ל- $\frac{5}{7}$  ממחירה בשנה הקודמת.

מה היה מחירה של המכונית בסוף שנת 2002 (בשקלים)?

**פיתרון:** מכיוון שידוע מה מחירה של המכונית של המכונית בשנת 2000 ואת השינוי במחיר בכל שנה לעומת השנה הקודמת, נחשב מה היה מחיר המכונית בסוף שנת 2001 ולאחר מכן את מחירה בסוף שנת 2002.

ידוע כי מחיר המכונית בסוף שנת 2000 הוא 98,000 שקלים וכי מחירה בשנת 2001 הוא  $\frac{5}{7}$  ממחירה בשנת

$$2000, \text{ כלומר מחיר המכונית בסוף 2001 הוא: } \frac{5}{7} \cdot 98,000 \text{ שקלים: } \frac{5}{7} \cdot 98,000 \Leftrightarrow 5 \cdot 14,000$$

70,000 שקלים.

ידוע כי מחיר המכונית בכל שנה הוא  $\frac{5}{7}$  ממחירה בסוף השנה הקודמת. מכיוון שמצאנו כי מחיר המכונית

בסוף שנת 2001 הוא 70,000 שקלים, הרי שמחירה בסוף שנת 2002 הוא  $\frac{5}{7}$  מ-70,000, כלומר 50,000

$$\text{שקלים} \left( = 5 \cdot 10,000 = \frac{5}{7} \cdot 70,000 \right)$$

**תשובה (1).**

13. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם שתי גזרות של מעגלים.

הקשת AB ארוכה פי 2 מהקשת CD.

מה היחס בין שטחי הגזרות?

**פיתרון: דרך א':** הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כלל נתונים מספריים בשאלה, נציב מספרים נוחים לעבודה:

נציב למשל כי הזווית  $x$  שווה ל- $180^\circ$  וכי אורך הקשת CD הוא  $\pi$  ס"מ ואורך הקשת AB אשר ארוכה על פי הנתון גדול ממנה פי 2 הוא  $2\pi$  ס"מ.

אם הזווית המרכזית הנשענת על הקשת AB שווה ל- $180^\circ$ , הרי שהקשת AB מהווה מחצית מהיקף המעגל, ולכן היקף המעגל כולו הוא  $2\pi$  ס"מ. מכאן שאורכו של קוטר המעגל הוא 2 ס"מ ואורך הרדיוס הוא 1 ס"מ,

ולכן שטח המעגל כולו הוא  $\pi$  סמ"ר ( $= \pi^2$ ), ושטח הגזרה המהווה מחצית משטח המעגל הוא  $\frac{\pi}{2}$  סמ"ר.

אם הזווית המרכזית הנשענת על הקשת CD שווה ל- $180^\circ$ , הרי שהקשת CD מהווה מחצית מהיקף המעגל. מכאן שהיקף המעגל כולו שווה ל- $4\pi$  ס"מ. אם היקף המעגל שווה ל- $4\pi$  ס"מ, הרי שאורכו של קוטר המעגל הוא 4 ס"מ, ואורך הרדיוס הוא 2 ס"מ.

אם אורך הרדיוס הוא 2 ס"מ, הרי ששטח המעגל הוא  $4\pi$  סמ"ר ( $= 2^2 \pi$ ), ושטח הגזרה המהווה מחצית

$$\text{משטח המעגל הוא } 2\pi \text{ סמ"ר} \left( = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \right)$$

על פי נתוני הדוגמה המספרית שטחי הגזרות הנתונות הוא  $\frac{\pi}{2}$  ו- $2\pi$ , ויחס שטחי הגזרות הוא  $\frac{\pi}{2} : 2\pi$ .

נכפול ב-2 ונחלק ב- $\pi$  את שני אגפי היחס, ונקבל כי יחס שטחי הגזרות הוא 1:4.

נציב  $x$  שווה ל-180 בתשובות המוצעות, ונמצא כי תשובות (1), (2) ו-(3) נפסלות.

## דצמבר 2014 - הסברים לפרק השני בחשיבה כמותית

**דרך ב':** יחס קווי/יחס שטחים בין צורות דומות  
כל שתי צורות משוכללות מאותו סוג הן צורות דומות.  
מכיוון שמעגלים הם צורות משוכללות, ומכיוון שהזוויות היוצרות את הגזרות בשני המעגלים  
שוות, הרי ששתי הגזרות שבסרטוט הן צורות דומות.  
כאשר קיימות שתי צורות דומות הרי ש: יחס השטחים =  $(\text{היחס הקווי})^2$ .  
מכיוון שנתון כי היחס הקווי שהוא יחס אורכי שתי הגזרות הוא 1:2, הרי שיחס שטחי הגזרות  
הוא  $1:4 = (1:2)^2$ .

**תשובה (4).**

14. **השאלה:** נתון:  $x^2 - y^2 = 0$

$$x - y = 1$$

$$x = ?$$

**פיתרון:** **דרך א':** בדיקת תשובות

**תשובה (1):** -1

נציב כי  $x = -1$  במשוואה השנייה, ונקבל כי  $y = -2$ .  
מכיוון שאם  $x = -1$  ו-  $y = -2$  המשוואה הראשונה לא מתקיימת, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

**תשובה (2):** 2

נציב כי  $x = 2$  במשוואה השנייה, ונקבל כי  $y = 1$ .  
מכיוון שאם  $x = 2$  ו-  $y = 1$  המשוואה הראשונה אינה מתקיימת, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

**תשובה (3):**  $\frac{1}{2}$

נציב כי  $x = \frac{1}{2}$  במשוואה השנייה, ונקבל כי  $y = -\frac{1}{2}$ .

מכיוון שאם  $x = \frac{1}{2}$  ו-  $y = -\frac{1}{2}$  המשוואה הראשונה מתקיימת, הרי שניתן לקבוע שזו התשובה הנכונה.

**דרך ב':** אלגברה - מערכת משוואות

על מנת לפתור מערכת משוואות יש למצוא מי המשתנה ממנו צריך 'להיפטר', לבודד את אותו משתנה  
מאחת המשוואות ולהציב במשוואה השנייה.  
בשאלה שלפנינו מבקשים כי נמצא את ערכו של  $x$ , ומכאן שיש לבודד את ערכו של  $y$  מאחת המשוואות  
ולהציב את ערכו במשוואה השנייה.

נחלץ את  $y$  מהמשוואה השנייה  $(x - y = 1)$ , ונקבל כי  $x - 1 = y$ .

$$\Leftrightarrow x^2 - (x^2 + 1 - 2x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x^2 - 1 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -1 + 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 - x^2 - 1 + 2x = 0$$

נוסיף 1 לשני האגפים, ונחלק ב-2, ונקבל:  $x = \frac{1}{2}$

**תשובה (3).**

15. **השאלה:** נתון:  $0 < \frac{2+n}{2-n}$  ( $n \neq 2$ )

איזה מן הביטויים הבאים הוא התחום המדויק שבו יכול  $n$  להימצא?

**פיתרון:** הצבת דוגמה מספרית

עלינו למצוא מספרים אשר מקיימים את אי-השוויון המוצע ולבדוק איזו מבין התשובות המוצעות מכילה מספרים אלו.

נציב לדוגמה  $n = 1$  באי-השוויון, ונקבל כי  $0 < \frac{2+1}{2-1} \Leftrightarrow 0 < \frac{3}{1} \Leftrightarrow 0 < 3$ .

מכיוון ש- $n = 1$  מקיים את אי-השוויון, הרי שתשובות (2) ו-(4) נפסלות.

נציב כי  $n = 3$  באי-השוויון, ונקבל כי  $0 < \frac{2+3}{2-3} \Leftrightarrow 0 < \frac{5}{-1} \Leftrightarrow 0 < -5$ .

מכיוון ש- $n = 3$  לא מקיים את אי-השוויון, הרי שתשובה (1) נפסלת.

**תשובה (3).**

16. **השאלה:** בית ספר לריקוד העלה 3 הופעות שונות, ובכל אחת מהן השתתפו 7 רקדנים.

ידוע: 2 רקדנים השתתפו בכל שלוש ההופעות.

5 רקדנים השתתפו בשתיים מההופעות בלבד.

כמה רקדנים השתתפו רק באחת משלוש ההופעות?

**פיתרון:** מכיוון שידוע כי בכל אחת משלושת ההופעות השתתפו 7 רקדנים, הרי שסך הכול ישנם כביכול 21 תפקידים לאישי על ידי הרקדנים השונים ( $3 \cdot 7 =$ ).

ידוע כי 2 רקדנים השתתפו בכל אחת מ-3 ההופעות, ולכן רקדנים אלו איישו 6 תפקידים ( $2 \cdot 3 =$ ).

ידוע כי 5 רקדנים השתתפו בשתיים מההופעות, כלומר הם איישו 10 תפקידים ( $5 \cdot 2 =$ ).

מכיוון שמצאנו כי מלכתחילה היו 21 תפקידים לאישי וידוע כי הרקדנים אשר נתונים בשאלה איישו 16 תפקידים ( $10 + 6 =$ ), הרי שנותרו 5 תפקידים לאישי.

נתוני השאלה מתייחסים למספר הרקדנים אשר איישו תפקידים ב-3 מההופעות וב-2 מההופעות, ומכאן שכל הרקדנים הנותרים איישו כל אחד תפקיד בהופעה אחת בלבד, ולכן ניתן לקבוע כי את 5 התפקידים הנוספים איישו 5 רקדנים אשר כל אחד מהם אייש תפקיד בהופעה אחת בדיוק.

**תשובה (4).**

17. **השאלה:**  $2 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 25 - 3 \cdot 4 \cdot 18 \cdot 25 = ?$

**פיתרון:** על מנת לפשט פעולת חיבור או חיסור יש למצוא גורם המשותף לשני הביטויים.

בתרגיל שלפנינו מופיע המספר 25 בשני הביטויים, נוציא אותו כגורם משותף, ונקבל:

$$2 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 25 - 3 \cdot 4 \cdot 18 \cdot 25 = 25 \cdot (2 \cdot 6 \cdot 19 - 3 \cdot 4 \cdot 18) = 25 \cdot (12 \cdot 19 - 12 \cdot 18)$$

מכיוון שבשני הביטויים שבסוגריים מופיע המספר 12, ניתן להוציא אותו כגורם משותף, ולקבל:

$$25 \cdot (12 \cdot 19 - 12 \cdot 18) = 25 \cdot 12 \cdot (19 - 18) = 300 \cdot 1 = 300$$

**תשובה (3).**



18. השאלה: M תוכים אוכלים L תולעים בשעה.

D תוכים אוכלים \_\_\_\_\_ תולעים בשעתיים.

פיתרון: דרך א': ריבוע יחסים

מכיוון שיש יחס ישר בין כמות התוכים לכמות התולעים אותה הם אוכלים, ניתן לפתור את השאלה באמצעות ריבוע יחסים.

נתון כי M תוכים אוכלים L תולעים בשעה, ולכן נמצא כמה תולעים אוכלים D תוכים בשעה:

תוכים	תולעים
M	L
D	?

מכיוון שהיחס בשורה הראשונה שווה ליחס בשורה השנייה, הרי ש:  $\frac{?}{D} = \frac{L}{M}$

נכפול את שני האגפים ב-D · M, ונקבל:  $? = \frac{D \cdot L}{M}$

מצאנו כי מספר התולעים שאוכלים D תוכים בשעה הוא  $\frac{D \cdot L}{M}$ , ומכאן שכמות התולעים שיאכלו D

תוכים בשעתיים גדולה פי 2, כלומר שווה ל-  $\frac{2DL}{M}$ .

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

אם נציב כי M=1 ו-L=2, נקבל כי על פי נתוני השאלה תוכי אחד אוכל 2 תולעים בשעה. כעת נציב כי D=3, כלומר כי מספר התוכים שעלינו למצוא כמה תולעים הם אוכלים בשעתיים הוא 3. אם תוכי אחד אוכל 2 תולעים בשעה, הרי ש-3 תוכים אוכלים 6 תולעים בשעה (= 3 · 2) ובשעתיים הם אוכלים 12 תולעים.

כעת נציב M=1, L=2 ו-D=3 בתשובות המוצעות, ונקבל:

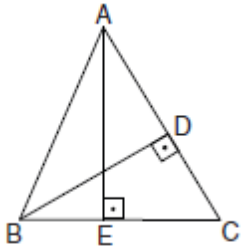
תשובה (1):  $\frac{2DL}{M} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{1} \Leftrightarrow \frac{12}{1}$ . מכיוון שקיבלנו כי תשובה זו זהה לתוצאה שקיבלנו, לא ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2):  $\frac{DL}{M} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2}{1} \Leftrightarrow \frac{6}{1}$ . מכיוון שקיבלנו כי התוצאה בתשובה זו שונה מהתוצאה שקיבלנו, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3):  $\frac{2L}{DM} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{4}{3}$ . מכיוון שקיבלנו כי התוצאה בתשובה זו שונה מהתוצאה שקיבלנו, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4):  $\frac{2MD}{L} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{2}$ . מכיוון שקיבלנו כי התוצאה בתשובה זו שונה מהתוצאה שקיבלנו, ניתן לפסול תשובה זו. מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את תשובה (1).

**תשובה (1).**



19.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

נתון  $AC = 8$  ס"מ,  $BC = 5$  ס"מ,  $AE = 7$  ס"מ.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,

$BD = ?$

**פיתרון:** דרך א': דמיון משולשים

נתבונן במשולשים AEC ו-BDC:

שני המשולשים הם משולשים ישרי-זווית אשר יש להם זווית משותפת- זווית ACB.

מכיוון שאם שתיים מהזוויות שוות זו לזו, הרי שבהכרח גם הזווית השלישית, ולכן ניתן לקבוע כי שני

המשולשים בהכרח דומים זה לזה.

מכיוון שכאשר שני משולשים דומים זה לזה, קיים יחס קבוע בין כל שתי צלעות הנמצאות מול זוויות שוות,

אנו יכולים באמצעות ריבוע יחסים למצוא את גודלה של הצלע המבוקשת.

מול הזווית הישרה נמצא במשולש AEC היתר AC אשר אורכו 8 ס"מ, ובמשולש BDC נמצא היתר BC אשר

אורכו הוא 5 ס"מ.

מול הזווית ACB נמצא במשולש AEC הניצב AE אשר אורכו 7 ס"מ, ובמשולש BDC נמצאת הצלע BD

אשר את אורכה עלינו למצוא:

$\angle ACB$	$90^\circ$
7	8
BD	5

מכיוון שהיחס בשורה הראשונה שווה ליחס בשורה השנייה, הרי ש:  $\frac{BD}{5} = \frac{7}{8}$

נכפול את שני האגפים ב-40, ונקבל:  $BD = \frac{7 \cdot 5}{8} \Leftrightarrow BD = 4\frac{3}{8}$ .

**דרך ב':** שטח משולש

שטח משולש שווה ל-  $\frac{\text{הגובה לצלע} \cdot \text{צלע}}{2}$ .

מכיוון שעל פי הנתון אורכה של הצלע BC הוא 5 ס"מ וכי אורכו של הגובה לצלע הוא 7 ס"מ, הרי ששטח

המשולש שווה ל-  $17\frac{1}{2}$  ס"מ  $\left(\frac{5 \cdot 7}{2} = \right)$ .

מכיוון שניתן לחשב את שטח המשולש גם באמצעות מכפלת הצלע AC אשר אורכה הוא 8 ס"מ בגובה לצלע

BD לחלק ב-2, הרי שניתן לבנות משוואה, לפיה:  $\frac{8 \cdot BD}{2} = \frac{35}{2}$ , נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל:

$$8 \cdot BD = 35$$

נחלק ב-8 את שני האגפים, ונקבל:  $BD = \frac{35}{8} \Leftrightarrow BD = 4\frac{3}{8}$ .

**תשובה (2).**

20.

**השאלה:**  $x, y, z$  הם מספרים שלמים.  
 $x + y + z$  מתחלק ב-3 ללא שארית.

איזו מן הטענות הבאות בהכרח אינה נכונה?

**פיתרון:** הצבת דוגמה

**תשובה (1):**  $(x + y)$  מתחלק ב-3 עם שארית 1,  $z$  מתחלק ב-3 ללא שארית  
 לא ניתן למצוא דוגמה מספרית אשר מקיימת תשובה זו, ולפיכך זו התשובה הנכונה.  
 מבחינה אלגברית אם סכום שלושת המשתנים מתחלק ללא שארית ב-3, הרי שאם סכוםם של  $x$  ו- $y$  מתחלק ב-3 עם שארית 1, הרי ש- $z$  מתחלק ב-3 עם שארית 2.

**תשובה (2):**  $x, y, z$  מתחלקים ב-3 עם שארית 2.

יתכן ש- $x, y, z$  מתחלקים ב-3 עם שארית 2, למשל עם  $x = 2, y = 2, z = 2$ , כל אחד מהמשתנים מתחלק ב-3 עם שארית 2 וסכומם מתחלק ב-3 ללא שארית. מכיוון שמצאנו מצב המקיים את התשובה, הרי שלא ניתן לקבוע שמצב זה לא יתכן.

**תשובה (3):**  $x, y, z$  הם מספרים אי-זוגיים.

יתכן ש- $x, y, z$  הם מספרים אי-זוגיים, למשל עם  $x = 1, y = 1, z = 1$ , הרי שסכומם של המשתנים מתחלק ב-3 ללא שארית כפי שנתון בשאלה. מכיוון שמצאנו מצב המקיים את התשובה, הרי שלא ניתן לקבוע שמצב זה לא יתכן ותשובה זו נפסלת.

**תשובה (4):**  $x$  מתחלק ב-3 עם שארית 1,  $(y + z)$  מתחלק ב-3 עם שארית 2.

יתכן ש- $x = 1, y = 1, z = 1$ . במצב כזה  $(y + z)$  מתחלק ב-3 עם שארית 2, וסכומם של כל המשתנים מתחלק ב-3 ללא שארית כפי שנתון בשאלה. מכיוון שמצאנו מצב המקיים את התשובה, הרי שלא ניתן לקבוע שמצב זה לא יתכן ותשובה זו נפסלת.

**תשובה (1).**