מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(3)	(2)	(4)	(1)	(2)	(4)	(4)	(3)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
תשובה	(2)	(3)	(4)	(3)	(3)	(2)	(1)	(4)	(3)	(2)

שאלה	31	32	33	34	35	36	37	38
תשובה	(3)	(3)	(3)	(3)	(4)	(4)	(4)	(3)

הסברים

1. מי מהמספרים הבאים הוא בעל מספר המחלקים השונים הגדול ביותר?

פתרון: כל מספר מתחלק לעצמו, ל-1, לגורמים הראשוניים המרכיבים אותו, ולכל קומבינציה אפשרית בין אותם גורמים ראשוניים. מכיוון שהמספרים המוצעים אינם גדולים במיוחד, נבדוק מה מספר המחלקים השונים של כל אחד מהם:

תשובה (1): 26. למספר '26' ארבעה מחלקים שונים (1,2,13,26).

תשובה (2): 34. למספר '34' ארבעה מחלקים שונים (1,2,17,34).

תשובה (3): 41. למספר '41' שני מחלקים שונים בלבד (1,41), שכן 41 הוא מספר ראשוני.

תשובה (4): 45. למספר '45' שישה מחלקים שונים (1,3,5,9,15,45).

מצאנו כי למספר שבתשובה (4) יש את מספר המחלקים הגדול ביותר, ולכן ניתן לקבוע כי היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

2. איזה מהמספרים הבאים מתחלק ללא שארית ב-2 ו-7, אך בחלוקתו ב-5 נותרת שארית 3?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק מי מהן מקיימת את נתוני השאלה:

תשובה (1): 21. המספר 21 אינו מתחלק ב-2, ולכן ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): 28. המספר 28 מתחלק ללא שארית ב-7 וב-2, וכאשר נחלק אותו ב-5 נקבל שארית 3 כפי שהתבקשנו למצוא.

כיוון שמצאנו תשובה המקיימת את נתוני השאלה, ניתן לקבוע כי היא התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, עם זאת נמשיך לעשות זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (3): 42. המספר 42 מתחלק ללא שארית ב-7 וב-2, וכאשר נחלק אותו ב-5 נקבל שארית 2 $\left(\frac{42}{5}=\frac{40+2}{5}=\frac{40}{5}+\frac{2}{5}=8+\frac{2}{5}\right)$. מכיוון שנתבקשנו למצוא מספר שבחלוקתו ב-5 מקבלים שארית של 3, התשובה נפסלת.

תשובה (4): 54. המספר 54 אינו מתחלק ב-7 ללא שארית, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ללא שארית ב-2.

הביטוי $n\left(n+2\right)$ **אינו** בהכרח מתחלק ב-

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

n מספר שלם וחיובי המתחלק ב-2, לכן נציב לדוגמה כי $n=2$, ונמצא כי הביטוי $n\left(n+2\right)$ שווה ל- 8 $\left[n\left(n+2\right)=2\cdot\left(2+2\right)=2\cdot 4=\right]$

מכיוון שהמספר 8 אינו מתחלק ללא שארית ב-6, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-2, כלומר הוא מכפלה שלמה של המספר 2.
מכאן שניתן להציג את המספר n, למשל באופן הבא: $n=2a$ (כאשר a הוא מספר שלם כלשהו).
אם n הוא מספר המתחלק ב-2, הרי ש- $\left(n+2\right)$ הוא מספר זוגי עוקב ל-n.

כאשר נתונים שני מספרים זוגיים עוקבים, אחד מהמספרים בהכרח מתחלק ללא שארית ב-4 (ניתן לבדוק זוגות שונים של מספרים זוגיים עוקבים ולהיווכח כי אכן זה המצב).
מכאן שלפנינו מספר אחד שניתן לייצגו ככפולה של 2 במספר שלם: 2a, ומספר נוסף שניתן לייצגו על ידי מכפלה של 4 במספר שלם, למשל 4b, ולכן תוצאת מכפלתם של שני המספרים שווה ל-8ab $\left(2a\cdot 4b=\right)$,
כלומר מתחלקת בהכרח ב-8.
תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות. מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

4. **השאלה**: A הוא מספר שלם וחיובי.
נתון: ל-A ול- $\left(A+12\right)$ יש מספר מחלקים משותפים הגדולים מ-1.

איזה מהמספרים הבאים **אינו יכול** להיות אחד המחלקים המשותפים?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 12. נבדוק האם קיימים שני מספרים שלמים וחיוביים A ו-A+12, אשר 12 הוא המחלק המשותף ביניהם. אם לדוגמה A=12, הרי ש- $\left(A+12\right)$ שווה ל-24 $\left(A+12=12+12=\right)$. מכיוון שמצאנו שני מספרים אשר מתחלקים ב-12: 12 ו-24, הרי ש-12 יכול להיות המחלק המשותף של שני הביטויים, ולכן התשובה נפסלת.

הערה: המספרים 24 ו-12 מתחלקים גם ב-4 וב-6, ולכן ניתן לפסול גם את תשובות (3) ו-(4).
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

ה'מרחק' בין A ל- $\left(A+12\right)$ הוא 12. על ציר המספרים כל 12 מקומות יש מספר המתחלק ב-12, ולכן אם אחד מהמספרים מתחלק ב-12, הרי שהשני מתחלק אף הוא ב-12. תשובה (1) נפסלת.
על ציר המספרים כל 6 מקומות יש מספר המתחלק ב-6. אם המרחק בין שני מספרים הוא 12, הרי שאם אחד מהם מתחלק ב-6, הרי שבהכרח גם המספר השני מתחלק ב-6 (שכן ההפרש בין המספרים-12, הוא כפולה שלמה של 6), ולכן תשובה (3) נפסלת.
על ציר המספרים כל 4 מקומות יש מספר המתחלק ב-4. אם המרחק בין שני מספרים הוא 12, הרי אם אחד מהם מתחלק ב-4, הרי שבהכרח גם המספר השני מתחלק ב-4 (שכן ההפרש בין המספרים- 12 הוא כפולה שלמה של 4). תשובה (4) נפסלת.
לסיכום: המחלק המשותף האפשרי של שני מספרים אשר המרחק ביניהם הוא 12 הוא 12, וכמו כן כל מספר ש-12 **הוא** כפולה שלמה שלו, כלומר: 2, 3, 4 ו-6.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: לאיזה מהמספרים הבאים יש מספר אי-זוגי של מחלקים שונים (לא כולל המספר עצמו ו-1)?

פתרון: נבדוק את התשובות השונות המוצעות:

תשובה (1): 18. המחלקים של המספר 18 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 3, 6 ו-9. כלומר, ארבעה מחלקים שונים. מצאנו כי מספר המחלקים של המספר 18 הוא מספר זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): 24. המחלקים של המספר 24 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 3, 4, 6, 8 ו-12. כלומר שישה מחלקים שונים. מצאנו כי מספר המחלקים של המספר 24 הוא מספר זוגי, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): 36. המחלקים של המספר 36 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 2, 3, 4, 6, 9, 12 ו-18. כלומר שבעה מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 36 הוא אי-זוגי, ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה, ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4).

הערה: מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש מספר זוגי של מחלקים, למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר: 4, 9, 16, 25 וכו'. רק למספרים אלו יש מספר אי-זוגי של מחלקים.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: AB הוא מספר שלם, חיובי ודו-ספרתי (A ספרת העשרות ו-B ספרת האחדות).

$(AB+1)^2$ מתחלק ללא שארית ב-25.

B, ספרת האחדות של המספר, יכולה להיות שווה ל -

פתרון: מספר אשר מתחלק ב-25 ללא שארית, מתחלק בהכרח בגורמים המרכיבים את 25, כלומר מתחלק ב-5 פעמיים $(25 = 5 \cdot 5)$. מכיוון שנתון כי המספר מתחלק ב-25 ללא שארית לאחר העלאתו בריבוע, הרי שהביטוי $(AB+1)$ מתחלק בהכרח ב-5. ספרת האחדות של מספר אשר מתחלק ב-5 היא 5 או 0, ולכן ספרת האחדות של הביטוי $(AB+1)$ יכולה להיות רק 5 או 0.

אם ספרת האחדות של הביטוי $(AB+1)$ שווה ל-0, הרי ש-B שווה ל-9.

אם ספרת האחדות של הביטוי $(AB+1)$ שווה ל-5, הרי ש-B שווה ל-4.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: כאשר מחלקים את x ב-14 מקבלים שארית 3.

מה שארית החלוקה של x ב-7?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר המתחלק ב-14 עם שארית 3, למשל 17.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את 17 ב-7 היא 3 $\left(\frac{17}{7} = 2\frac{3}{7}\right)$ ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(4). על מנת לפסול תשובה נוספת, נציב מספר נוסף המתחלק ב-14 עם שארית 3, למשל $x = 31$.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את 31 ב-7 היא 3 $\left(\frac{31}{7} = 4\frac{3}{7}\right)$. ומכאן שניתן לפסול את תשובה (1), ולקבוע שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u> : הבנה אלגברית

כל מספר שמתחלק ב-14 מתחלק ב-7 וב-2. מכאן שכל מספר שהוא כפולה שלמה של 14 הוא גם כפולה שלמה של 7. מספר המתחלק ב-14 עם שארית של 3, הוא מספר הגדול ב-3 מכפולה שלמה של 14, ומכאן שהוא בהכרח גם גדול ב-3 מכפולה שלמה של 7, ומכאן ששארית החלוקה של מספר זה ב-7 תהיה בהכרח 3.

תשובה (3).

---

8. a הוא מספר שלם וחיובי.

הביטוי $(15a+45)$ **לא בהכרח** מתחלק ב-

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית

נתון כי a הוא מספר שלם וחיובי. נציב לדוגמה כי a שווה ל-1, ונקבל כי הביטוי $(15a+45)$ שווה ל-60 $(15a+45=15\cdot 1+45=15+45=)$.

מכיוון שהמספר 60 מתחלק בכל התשובות המוצעות, נציב כי a שווה ל-2, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 75 $(15a+45=15\cdot 2+45=30+45=)$.

מכיוון ש-75 אינו מתחלק ב-10 ללא שארית, הרי שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : פישוט אלגברי

ראשית, נפשט את הנתון : ניתן להוציא את 15 כגורם משותף, ולקבל כי הביטוי הוא $15(a+3)$, כעת נפנה לבדוק את התשובות :

<u>תשובה (1)</u> : 15. הביטוי $15(a+3)$ הוא מכפלה של המספר 15 במספר השלם $(a+3)$, ומכאן שהביטוי $15(a+3)$ בהכרח מתחלק ב- 15.

<u>תשובה (2)</u> : 5. המספר 15 מתחלק ללא שארית ב-5 וב-3, ומכאן שהביטוי $15(a+3)$ מתחלק גם הוא בהכרח ב-5 וב-3, ולכן ניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3). .

מכיוון שפסלנו 3 מהתשובות : תשובות (1), (2) ו- (3), הרי שניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

9. השאלה: A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 0 ל-9.

נתון: המספר התלת-ספרתי ABC מתחלק ב-9 ללא שארית.

A+B=11

C יכולה לייצג את הספרה -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נתון כי A+B=11 , נציב למשל כי ספרת המאות שווה ל-2, וכי ספרת העשרות שווה ל-9, ונבדוק מי מהתשובות המוצעות יוצרת מספר המתחלק ללא שארית ב-9:

<u>תשובה (1)</u>: $C=9$. כאשר $C=9$ המספר התלת-ספרתי המתקבל הוא 299. 'נפרק' את המספר 299 ל-270, אשר מתחלק ללא שארית ב-9, ו-29. מכיוון שהמספר 29 אינו מתחלק ללא שארית ב-9, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $C=8$. כאשר $C=8$ המספר התלת ספרתי המתקבל הוא 298. 'נפרק' את 298 ל-270, אשר מתחלק ללא שארית ב-9, ו-28. מכיוון ש-28 אינו מתחלק ללא שארית ב-9, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: $C=7$. כאשר $C=7$ המספר התלת ספרתי המתקבל הוא 297. 'נפרק' את 297 ל-270, אשר מתחלק ללא שארית ב-9, ו-27. מכיוון שגם המספר 27 מתחלק ללא שארית ב-9, הרי שמצאנו כי המספר 297 מתחלק ב-9 ללא שארית, כלומר זו התשובה הנכונה.

מצאנו תשובה המקיימת את הנתונים, ומכאן שאין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

סכום הספרות של מספר המתחלק ב-9 ללא שארית, הוא מספר אשר מתחלק ללא שארית ב-9.
נתון כי סכומן של שתיים מספרות המספר שווה ל-11, ונתבקשנו למצוא את ערכה של ספרת האחדות - C, ומכאן שעלינו למצוא מי המספר שכאשר נחבר אותו לסכום שתי הספרות הנתונות, כלומר ל-11, נקבל מספר אשר מתחלק ב-9 ללא שארית. המספר הקטן ביותר הגדול מ-11, ואשר מתחלק ב-9 ללא שארית הוא 18, ומכאן שערכה של ספרת האחדות הוא 7 $\left(=18-11\right)$.

תשובה (3).

---

10. השאלה: מי מהמספרים הבאים הוא בעל מספר המחלקים השונים ה**קטן** ביותר?

פתרון: כל מספר מתחלק לעצמו, ל-1, לגורמים הראשוניים המרכיבים אותו, ולכל קומבינציה אפשרית בין אותם גורמים ראשוניים. מכיוון שהמספרים המוצעים אינם מספרים גדולים, נבדוק מה מספר המחלקים השונים של כל אחד מהם:

<u>תשובה (1)</u>: 25. למספר '25' שלושה מחלקים שונים (25,5,1).

<u>תשובה (2)</u>: 28. למספר '28' שישה מחלקים שונים (28,14,7,4,2,1).

<u>תשובה (3)</u>: 31. למספר '31' שני מחלקים שונים בלבד (1,31). מכיוון שהמספר 31 הוא מספר ראשוני.

<u>תשובה (4)</u>: 33. למספר '33' ארבעה מחלקים שונים (33,11,3,1).

מצאנו כי למספר המוצע בתשובה (3) יש את מספר המחלקים הקטן ביותר, ולכן היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

11. **השאלה**: x הוא מספר שלם וחיובי.

הביטוי $(12x+48)$ **לא בהכרח** מתחלק ב -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי x הוא מספר שלם וחיובי. נציב למשל כי $x=1$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 60 $(=12x+48=12\cdot1+48)$. מכיוון ש-60 מתחלק ללא שארית בכל התשובות המוצעות, נציב שוב, למשל כי $x=2$, ונמצא כי ערכו של הביטוי הוא 72 $(=12x+48=12\cdot2+48=24+48)$.

72 אינו מתחלק ב-15 ללא שארית, ומכאן שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

ראשית, נפשט את הביטוי הנתון. נוציא '12' כגורם משותף, ונקבל: $(12x+48) \Leftarrow 12(x+4)$.

קיבלנו מכפלה המורכבת משני איברים: 12 ו-$(x+4)$. כעת נבדוק את התשובות המוצעות, ונמצא כי מכיוון שהמספר 12 מתחלק ללא שארית ב-12, 2 ו-3, הרי שתשובות (1), (2) ו-(3) נפסלות.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: נתון: a הוא מספר שלם וחיובי.

$\sqrt{a}$ הוא מספר שלם.

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: נתבקשנו לבדוק מי מבין הטענות נכונה בהכרח. נציב במקום a מספר המקיים את נתוני השאלה, כלומר מספר בעל שורש ריבועי שלם, למשל כי a שווה ל-25, ונעבור על התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: a הוא מספר זוגי. מכיוון ש-25 הוא מספר אי-זוגי, הרי שניתן לקבוע כי טענה זו אינה בהכרח נכונה, ומכאן שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: a הוא מספר ראשוני. מכיוון ש-25 אינו מספר ראשוני ניתן לקבוע כי טענה זו אינה בהכרח נכונה, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: מספר המחלקים השונים של a הוא אי-זוגי. ל-25 שלושה מחלקים שונים (25,1 ו-5), כלומר מספר אי-זוגי של מחלקים, ולכן בשלב זה לא ניתן לפסול תשובה זו.
נמשיך לבדוק את התשובה הנותרת, על מנת לקבוע מי מבין התשובות היא התשובה הנכונה.

<u>תשובה (4)</u>: a^2 הוא מספר דו-ספרתי. אם $a=25$, אז $a^2=625$ $(a^2=25^2=)$.
מצאנו כי a^2 אינו בהכרח מספר דו-ספרתי, ולכן התשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1),(2) ו-(4), ניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

<u>הערה</u>: מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש מספר זוגי של מחלקים למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר: 4, 9, 16, 25 וכו', אשר להם בלבד מספר אי-זוגי של מחלקים.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: A הוא מספר שלם וחיובי.
נתון: ל-A ול-$A+15$ יש מחלק משותף הגדול מ-1.

איזה מהמספרים הבאים **אינו יכול** מחלק משותף זה?

<u>דרך א'</u>: בדיקת תשובות

<u>תשובה (1)</u>: 15. נבדוק האם קיימים שני מספרים שלמים וחיוביים A ו-A+15, אשר 15 הוא המחלק המשותף ביניהם.
אם לדוגמה $A=15$ הרי ש-$\left(A+15\right)$ שווה ל-30 $\left(A+15=15+15=\right)$. מצאנו שני מספרים אשר מתחלקים ב-15, ומכאן ש-15 יכול להיות המחלק המשותף של שני הביטויים, ולכן התשובה נפסלת.

הערה: מכיוון שהמספרים 30 ו-15 מתחלקים גם ב-3 וב-5, הרי שהצבה זו פוסלת גם את תשובות (3) ו-(4).
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי התשובה הנכונה היא תשובה (2).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

ה'מרחק' בין A ל-$\left(A+15\right)$ הוא 15. על גבי ציר המספרים יש בכל 15 מקומות מספר המתחלק ב-15,
ולכן אם אחד המספרים מתחלק ב-15, הרי שהמספר השני אשר גדול ממנו ב-15, בהכרח מתחלק אף הוא ב-15, ולכן תשובה (1) נפסלת.
באופן דומה, אם אחד מהמספרים מתחלק ב-3, הרי שניתן לקבוע כי המספר השני, אשר מרחקו מהמספר הראשון הוא 15, מתחלק אף הוא בהכרח ב-3, שכן כל 3 מקומות על ציר המספרים יש מספר המתחלק ב-3, ו-15 הוא כפולה שלמה של 3. תשובה (3) נפסלת.
אם אחד מהמספרים מתחלק ב-5, הרי שניתן לקבוע כי גם המספר השני, מתחלק בהכרח ב-5, שכן כל 5 מקומות על ציר המספרים יש מספר המתחלק ב-5, ו-15 הוא כפולה שלמה של 5. תשובה (4) נפסלת.
לסיכום המחלק המשותף האפשרי של שני מספרים אשר המרחק ביניהם הוא 15 הוא 15, וכמו כן כל מספר ש-15 **הוא** כפולה שלמה שלו, כלומר: 1, 3 ו-5.

תשובה (2).

---

14. **השאלה**: כמה מחלקים ראשוניים שונים זה מזה יש למספר 420?

פתרון: נפרק את המספר למכפלת המספרים המרכיבה אותו, עד שנגיע לגורמים הקטנים ביותר, כלומר הגורמים הראשונים המרכיבים את המספר.
את המספר 420 ניתן להציג גם כמכפלה של 42 ו-10.
את המספר 10 ניתן להציג כמכפלה של 2 ו-5, ואת המספר 42 כמכפלה של 6 ו-7.
7 הוא מספר ראשוני, ולכן לא ניתן לפרק אותו, אולם המספר 6 ניתן לפרק למכפלה של 2 ו-3.
<u>סיכום</u>: 420 ניתן להצגה כמכפלה: $2\cdot3\cdot7\cdot2\cdot5$
$\left(420=42\cdot10=\left(6\cdot7\right)\cdot\left(2\cdot5\right)=\left(\left(2\cdot3\right)\cdot7\right)\cdot\left(2\cdot5\right)=\right)$ או $2^2\cdot3\cdot5\cdot7$, ומכאן שלמספר 420 יש 4 מחלקים ראשוניים שונים זה מזה: 2, 3, 5 ו-7.

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: איזה מהמספרים הבאים מתחלק ללא שארית ב-2 ו-3, אך בחלוקתו ב-4 נותרת שארית 2?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק מי מהן מקיימת את נתוני השאלה.

תשובה (1): 54. המספר 54 מתחלק ללא שארית ב-3 וב-2, ובחלוקתו ב-4 מקבלים שארית 2, כפי שהתבקשנו למצוא. כיוון שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם, נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (2): 45. המספר 45 מתחלק ללא שארית ב-3, אולם אינו מתחלק ב-2 ללא שארית, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): 43. המספר 43 הוא מספר ראשוני, כלומר מתחלק רק בעצמו וב-1, לכן אינו מתחלק במספרים 2 ו-3, ומכאן שתשובה זו נפסלת.

תשובה (4): 36. המספר 36 אמנם מתחלק ללא שארית ב-2 וב-3, אך מכיוון שהוא מתחלק ללא שארית ב-4, ולא עם שארית 2, כפי שנדרש בנתוני השאלה, הרי שתשובה זו נפסלת.

תשובה (1).

---

16. **השאלה**: מה הסכום של המספר ה<u>ראשוני</u> ה**חד-ספרתי** הגדול ביותר, והמספר ה**דו-ספרתי** הגדול ביותר?

פתרון: המספר הראשוני החד-ספרתי הגדול ביותר הוא 7, והמספר הדו-ספרתי הגדול ביותר הוא 99, ומכאן שסכום שני המספרים המבוקשים הוא 106 $(= 7+99)$.

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ללא שארית ב-5.

מה המספר הגדול ביותר שהביטוי $n(n+5)$ מתחלק בו **בהכרח** ללא שארית?

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי n מספר שלם וחיובי המתחלק ב-5, לכן נציב לדוגמה $n=5$. כאשר $n=5$, הביטוי $n(n+5)$ שווה ל- 50 $\left[= n(n+5) = 5\cdot(5+5) = 5\cdot 10 =\right]$. מכיוון שהמספר 5 הוא המספר החיובי הקטן ביותר המתחלק ב- 5 ללא שארית, הרי שניתן לקבוע כי אם הביטוי מתחלק כעת ב-50, הרי שגם כאשר נציב מספרים הגדולים מ-5, נקבל כי הביטוי מתחלק ב-50, לכן אין הכרח להציב פעם נוספת .

<u>**דרך ב'**</u>: הבנה אלגברית

n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-5, כלומר הוא בהכרח מכיל בתוכו את הגורם 5. ניתן להציג את המספר n כמכפלה של 5 למשל $n=5a$ (כאשר a הוא מספר שלם כלשהו).
אם n הוא מספר המתחלק ב-5, הרי שבהכרח גם $(n+5)$ אשר גדול ממנו ב-5, אף הוא מספר שלם המתחלק ב-5, כלומר, גם הוא שווה למכפלה של 5 בגורם כלשהו, למשל ב-b.
בנוסף, אם n הוא מספר זוגי, הרי ש-$(n+5)$ הוא מספר אי-זוגי, ולהיפך. כלומר, אם n הוא אי-זוגי, הרי ש-$(n+5)$ הוא מספר זוגי.

מצאנו כי הביטוי $n\cdot(n+5)$ הוא מכפלה של שני מספרים המתחלקים ללא שארית ב-5, כלומר מכפלה של 5a ב5b, השווה ל-25ab $(= 5a\cdot 5b)$, ואשר מתחלקת בהכרח גם ב-2, שכן בדיוק אחד מהגורמים: n או $n+5$ הוא זוגי.
לסיכום: מכיוון שמכפלת שני המספרים מתחלקת ב-25 וב-2, הרי שתוצאת מכפלתם של שני המספרים מתחלקת בהכרח ב-50.

תשובה (4).

.18 **השאלה**: c,b,a ו-d הם מספרים שלמים הגדולים מ-1.

נתון: $a \cdot b \cdot c \cdot d = 40$

הביטוי $\frac{a \cdot b}{c}$ **אינו שווה** ל-

פתרון: נפרק את 40 למכפלת המספרים הראשוניים המרכיבים אותו, באמצעות פירוק זה נמצא את הגורמים המרכיבים את המספר, וכך נוכל לחשב את הערכים של הביטוי שלגביו נשאלנו.
המספר 40 ניתן לפירוק למכפלה של הגורמים הראשוניים: $5 \cdot 2^3$.
מצאנו כי המכפלה הנתונה $a \cdot b \cdot c \cdot d$ שווה ל: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$.
כלומר, שלושה מגורמי המכפלה הם 2 וגורם נוסף שווה ל-5, כאשר לא ידוע מי מהגורמים שווה ל-2, ומי שווה ל-5.
נבדוק את כל האפשרויות לביטוי עליו נשאלנו, כאשר בכל אפשרות נניח כי נעלם אחר שווה ל-5.

- כאשר $d = 5$, הרי שערכם של יתר המשתנים שווים ל-2, ומכאן שהביטוי $\frac{a \cdot b}{c}$ שווה ל-2 $\left(\frac{2 \cdot 2}{2} = \frac{{}^{1}\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2}_{1}} =\right)$. תשובה (2) נפסלת.

- כאשר $c = 5$, ערכו של הביטוי $\frac{a \cdot b}{c}$ שווה ל- 0.8 $\left(\frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} =\right)$. תשובה (1) נפסלת.

- כאשר $b = 5$, ערכו של הביטוי $\frac{a \cdot b}{c}$ שווה ל-5 $\left(\frac{2 \cdot 5}{2} = \frac{{}^{1}\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2}_{1}} =\right)$. תשובה (3) נפסלת.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1),(2) ו-(3), ניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.19 **השאלה**: a הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר אשר מתחלק ב-12 ללא שארית.

מה ספרת האחדות של a?

פתרון: על מנת למצוא את המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר אשר מתחלק ב-12 ללא שארית, נחפש מספר תלת-ספרתי אשר אנו יודעים בוודאות כי הוא מתחלק ללא שארית ב-12, למשל המספר 120.
מכיוון ש-120 מתחלק ב-12 ללא שארית, הרי שגם הכפולות השלמות של 120 מתחלקות ב-12 ללא שארית, כלומר, גם המספרים 240 שהוא פעמיים 120; המספר 360 השווה ל-3 פעמים 120; ובאותו אופן המספרים 480; 600; 720; 840 ו-960.
מצאנו מספר תלת-ספרתי אשר אם נחבר אליו פעם נוספת 120, נקבל מספר בן ארבע- ספרות, ומכאן שעלינו להוסיף מספרים קטנים יותר. נוסיף 12 ל-960, ונקבל את המספר 972, נחזור שוב על הפעולה, ונקבל כי גם המספר 984 מתחלק ב-12, ונחזור שוב על הפעולה, ונקבל 996.
מכיוון שהוספה של 12 פעם נוספת למספר זה תביא אותנו למספר בן ארבע ספרות, הרי שמצאנו כי המספר 996 הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר אשר מתחלק ב-12.
ספרת האחדות של המספר היא 6.

תשובה (3).

---

20. כאשר מחלקים את x ב-8 מקבלים שארית 4.

מה שארית החלוקה של x ב-4?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר המתחלק ב-8 עם שארית 4, למשל את המספר 12.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את המספר 12 ב-4 היא 0 $\left(=\frac{12}{4}\right)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2).

נציב מספר נוסף המתחלק ב-8 עם שארית 4, על מנת לוודא שהתשובה הנכונה היא (3) ולא תשובה (4), למשל את המספר 20.

השארית המתקבלת כאשר מחלקים את 20 ב-4 היא 0, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

כל מספר שמתחלק ב-8 מתחלק גם ב-4 (וב-2). כלומר, כל מספר שהוא כפולה שלמה של 8 הוא גם כפולה שלמה של 4. כל 4 מקומות על ציר המספרים ישנו מספר שהוא כפולה שלמה של 4. מספר המתחלק ב-8 עם שארית 4, הוא מספר הגדול ב-4 ממספר שהוא כפולה שלמה של 4, ומכאן שאף הוא בהכרח כפולה שלמה של 4, ולכן שארית החלוקה של מספר זה ב-4 תהיה 0.

תשובה (3).

---

21. **השאלה**: כמה מחלקים ראשוניים שונים זה מזה יש למספר 800?

פתרון: נפרק את המספר למכפלת הגורמים הראשונים המרכיבים אותו.

המספר 800 ניתן גם להצגה כמכפלה של 8 ב-100.

את המספר 100 ניתן לפרק למכפלה: $10\cdot10$, ומכיוון שהמספר 10 ניתן לפירוק למכפלה של $2\cdot5$, ונקבל כי המספר 100 ניתן לייצוג כ- $2^2\cdot5^2$ $(10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5=)$.

את המספר 8 ניתן להציג גם כ- 2^3.

<u>לסיכום</u>: מצאנו שניתן להציג את המספר 800 כמכפלה הבאה: $2^5\cdot5^2$ $(8\cdot100=2^3\cdot2^2\cdot5^2=)$.

מכאן שלמספר 800 יש שני גורמים ראשוניים שונים זה מזה. המספרים 2 ו-5.

תשובה (2).

---

22. **השאלה**: A , B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 0 ל-9.

נתון: המספר התלת-ספרתי ABC מתחלק ב-15 ללא שארית.

$$A+B=13$$

C שווה בהכרח ל-

פתרון: __דרך א'__: הצבת דוגמה מספרית + בדיקת תשובות

נציב מספרים אשר מתאימים לנתוני השאלה, למשל $A=9$ ו-$B=4$. כעת נבדוק מי מהתשובות יוצרת מספר תלת-ספרתי אשר מתחלק ללא שארית ב-15:

<u>תשובה (1)</u>: 0. אם ספרת האחדות של המספר היא 0, הרי שהמספר התלת-ספרתי שקיבלנו הוא 940. מספר המתחלק ב-15 צריך להתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית. מכיוון שספרת האחדות היא 0, הרי שהמספר מתחלק ללא שארית ב-5. על מנת שמספר יתחלק ללא שארית ב-3 סכום הספרות שלו צריך להתחלק ב-3. מכיוון שסכום הספרות של המספר הוא 13, הרי שהמספר אינו מתחלק ב-3 ללא שארית, ולפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: 2. אם ספרת האחדות של המספר היא 2, הרי שהמספר התלת-ספרתי שקיבלנו הוא 942. מספר המתחלק ב-15 צריך להתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית. מכיוון שספרת האחדות היא 2, הרי שהמספר אינו מתחלק ללא שארית ב-5, ולפיכך זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (3)</u>: 5. אם ספרת האחדות של המספר היא 5, הרי שהמספר התלת-ספרתי שקיבלנו הוא 945. מספר המתחלק ב-15 צריך להתחלק ב-3 וב-5 ללא שארית. מכיוון שספרת האחדות היא 5, הרי שהמספר מתחלק ללא שארית ב-5. על מנת שמספר יתחלק ללא שארית ב-3 סכום הספרות שלו צריך להתחלק ב-3. מכיוון שסכום הספרות של המספר הוא 18 $(9+4+5=)$, הרי שהמספר מתחלק ב-3 ללא שארית, ולפיכך זו התשובה הנכונה.

__דרך ב'__: הבנה אלגברית

על מנת שמספר יתחלק ב-15 ללא שארית עליו להכיל את הגורמים 3 ו-5, ומכאן שהוא מתחלק בהכרח ב-5 ו-3 ללא שארית. על מנת שמספר יתחלק ב-5 ספרת האחדות צריכה להיות שווה ל-5 או 0, כלומר הספרה C המייצגת את ספרת האחדות בהכרח שווה ל-5 או 0. תשובות (2) ו-(4) נפסלות.

על מנת שמספר יתחלק ב-3, סכום ספרותיו צריך להתחלק ב-3 ללא שארית.

לפי הנתון סכום הספרות של A ו-B הוא 13. כאשר ספרת האחדות היא 0, סכום הספרות יהיה שווה ל-13, מספר אשר אינו מתחלק ב-3, ולכן תשובה (1) נפסלת.

כאשר נוסיף 5 לסכום הספרות של A ו-B, נקבל כי סכום הספרות מתחלק ב-3, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

23. **השאלה**: כאשר מחלקים את x ב-3 מקבלים שארית 2.

מה שארית החלוקה של $(x+2)$ ב-2?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי שארית החלוקה של המספר השלם x ב-3 היא 2, נציב למשל כי $x=5$.
אם $x=5$, הרי ש-$(x+2)$ שווה ל-7. שארית החלוקה של 7 ב-2 היא 1, ומכאן שניתן לפסול את תשובות (2) ו-(3). על מנת להכריע בין תשובות (1) ו-(4), עלינו להציב פעם נוספת.

נציב מספר נוסף אשר שארית החלוקה שלו ב-3 היא 2, למשל $x=8$. כאשר $x=8$, $(x+2)$ שווה ל-10.

השארית המתקבלת מחלוקת 10 ב-2 היא 0, ומכאן שפסלנו את תשובה (2), וניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי x מספר שלם המתחלק ב-3 עם שארית 2. מכאן ש-x הוא מספר שלם הגדול ב-2 מכפולה שלמה כלשהי של 3. כלומר, אם a הוא מספר שלם כלשהו, x שווה ל: $3a+2$.
אם x שווה ל-$3a+2$, הרי ש-$x+2$, שלגביו נשאלנו, שווה ל-$3a+4$ $(x+2=3a+2+2=)$.

נתבקשנו למצוא מהי שארית החלוקה של $x+2$ כאשר מחלקים אותו ב-2, כלומר מה ערכו של הביטוי $\frac{3a+4}{2}$. נפשט את הביטוי $\frac{3a+4}{2}$ באמצעות פירוק המונה ל-$\frac{3a}{2}+\frac{4}{2}$.

השארית המתקבלת מחלוקת המספר 4 ב-2 היא בוודאות 0, אולם מכיוון שאיננו יודעים מה ערכו של a, איננו יכולים לקבוע מה שארית החלוקה של $3a$ ב-2, שכן כאשר a יהיה זוגי, השארית תהיה 0 וכאשר a יהיה אי-זוגי, השארית תהיה 1. מכאן שלא ניתן לקבוע בוודאות מה השארית המתקבלת בחלוקה של $(x+2)$ ב-2.

תשובה (4).

---

24. **השאלה**: כמה מחלקים ראשוניים שונים זה מזה יש למספר 450?

פתרון: נפרק את המספר למכפלת הגורמים הראשונים המרכיבים אותו.

המספר 450 ניתן לפירוק למכפלה של 45 ב-10.
המספר 10 ניתן לפירוק לגורמים הראשוניים 2 ו-5, והמספר 45 ניתן לפירוק לגורמים 5 ו-9, כאשר את המספר 9 ניתן להציג כמכפלה - $3\cdot3$.
מצאנו כי ניתן לפרק את המספר 450 למכפלה: $2\cdot5\cdot3\cdot3\cdot5$ $(450=10\cdot45=2\cdot5\cdot9\cdot5=)$, ומכאן

שלמספר 450 יש שלושה גורמים ראשוניים השונים זה מזה שהם: 2, 3 ו-5, ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.25 **השאלה**: לאיזה מהמספרים הבאים יש מספר זוגי של מחלקים שונים (לא כולל המספר עצמו ו-1)?

פתרון: נבדוק את התשובות השונות המוצעות:

תשובה (1): 9. המחלקים של המספר 9 הם 1, 3 ו-9. כלומר למספר 9 יש מחלק אחד בלבד, שאינו המספר עצמו ו-1. מכיוון שמצאנו כי למספר 9 יש מספר אי-זוגי של מחלקים, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): 16. המחלקים של המספר 16 מלבד המספר עצמו ו-1, הם: 4,2 ו-8, כלומר למספר 16 יש שלושה מחלקים שונים. מכיוון שמצאנו כי למספר 16 יש מספר מחלקים אי-זוגי, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): 20. המחלקים של המספר 20 שאינם המספר עצמו ו-1, הם: 5,4,2 ו-10, כלומר ארבעה מחלקים שונים. מכיוון שמצאנו כי מספר המחלקים של המספר 20 הוא זוגי, ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

הערה: מומלץ לזכור כי לכל המספרים השלמים יש מספר זוגי של מחלקים, למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, למשל 4, 9, 16, 25 וכו', אשר להם בלבד מספר אי-זוגי של מחלקים.

.26 **השאלה**: a ו-b הם שני מספרים שלמים וחיוביים.
הגורמים הראשוניים ש-a מתחלק בהם הם 2 ו-3.
הגורמים הראשוניים ש-b מתחלק בהם הם 3 ו-7.

נתון: $b < a$

הביטוי: $\frac{a \cdot b}{36}$ שווה **לכל הפחות** ל-

פתרון: נשאלנו מה ערכו המינימלי של הביטוי, ולכן נציב את המספרים הקטנים ביותר אשר ניתן להציב במקום a ו-b המקיימים את נתוני השאלה. נתון כי הגורמים הראשוניים אשר b מתחלק בהם הם 3 ו-7, ולכן המספר הקטן ביותר המקיים נתונים אלו הוא 21.
נתון כי הגורמים הראשוניים אשר a מתחלק בהם הם 2 ו-3 בלבד, ומכאן שהמספר הקטן ביותר ש-a יכול להיות הוא 6, אולם מכיוון שנתון כי $b < a$, הרי שהמספר הקטן ביותר אשר מקיים נתונים אלו הוא הכפולה השלמה של 6 הגדולה מ-21, כלומר 24. נציב בביטוי כי $a = 24$ ו- $b = 21$ ונמצא כי ערכו המינימלי של הביטוי הוא 14 $\left(\frac{a \cdot b}{36} = \frac{{}^{7}\cancel{21} \cdot \cancel{24}^{2}}{\cancel{36}_{1}} = \frac{7 \cdot 2}{1} = \right)$.

תשובה (2).

---

27. השאלה: נתון x ו-y שני מספרים שלמים וחיוביים.

x מתחלק ב-3 ללא שארית, ו-y מתחלק ב-6 ללא שארית.

באיזה מהביטויים הבאים $\frac{x \cdot y^2}{9}$ מתחלק **בהכרח** ללא שארית?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

על פי הנתון x מתחלק ב-3, ו-y מתחלק ב-6 ללא שארית, ולכן נציב בביטוי את המספרים הקטנים ביותר המקיימים את הנתון, כלומר: $x = 3$ ו-$y = 6$, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 12 $\left(\frac{x \cdot y^2}{9} = \frac{3 \cdot 6^2}{9} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 6}{9} = \frac{{}^1\cancel{3} \cdot {}^2\cancel{6} \cdot 6}{\cancel{9}_{\cancel{3}_1}} = \right)$. כעת נעבור על התשובות, ונבדוק במי מהתשובות מתחלק המספר 12 ללא שארית:

<u>תשובה (1)</u>: $4x$. כאשר x שווה ל-3, ערכו של הביטוי $4x$ שווה ל-12 $\left(4x = 4 \cdot 3 =\right)$. מכיוון ש-12 מתחלק ב-12 ללא שארית, הרי שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $3y$. כאשר y שווה ל-6, ערכו של הביטוי $3y$ שווה ל-18 $\left(3y = 3 \cdot 6 =\right)$. מכיוון ש-12 אינו מתחלק ב-18 ללא שארית, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: 9. מכיוון ש-12 אינו מתחלק ב-9 ללא שארית, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: xy. כאשר x שווה ל-3, ו-y שווה ל-6, ערכו של הביטוי xy שווה ל-18 $\left(xy = 3 \cdot 6 =\right)$. מכיוון ש-12 אינו מתחלק ב-18 ללא שארית, הרי שהתשובה נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות: תשובות (2), (3) ו-(4), הרי שניתן לקבוע כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי x מתחלק ב-3 ללא שארית, כלומר הוא כפולה שלמה של 3. מכאן שאם a הוא מספר שלם, הרי שניתן לייצג את x באמצעות הביטוי $3a$. נתון כי y מתחלק ב-6 ללא שארית, כלומר הוא כפולה שלמה של 6. מכאן שאם b הוא מספר שלם, הרי שניתן לייצג את y באמצעות הביטוי $6b$. כעת נציב בביטוי $\frac{x \cdot y^2}{9}$ במקום x ו-y את הביטויים שיצרנו, ונקבל: $12ab^2$ $\left(\frac{x \cdot y^2}{9} = \frac{3a \cdot (6b)^2}{9} = \frac{3a \cdot {}^4\cancel{36}b^2}{{}_1\cancel{9}} = \right)$.

כעת נבדוק במי מהתשובות מתחלק בהכרח הביטוי שקיבלנו:

<u>תשובה (1)</u>: $4x$. מצאנו כי x שווה ל-$3a$, ומכאן שהביטוי $4x$ שווה ל-$12a$ $\left(4x = 4 \cdot 3a =\right)$.

ניתן לקבוע כי הביטוי $12ab^2$ בהכרח מתחלק ב-$12a$, ומכאן שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

<u>תשובה (2)</u>: $3y$. מצאנו כי y שווה ל-$6b$, ומכאן שהביטוי $3y$ שווה ל-$18b$ $\left(3y = 3 \cdot 6b =\right)$.

לא ניתן לקבוע כי הביטוי $12ab^2$ מתחלק ב-$18b$, שכן $12ab^2$ בהכרח מתחלק ב-b, אך מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b לא ניתן לקבוע כי הוא מתחלק ב-18.

<u>תשובה (3)</u>: 9. לא ניתן לקבוע כי הביטוי $12ab^2$ מתחלק ב-9, שכן מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b לא ניתן לקבוע כי הביטוי מכיל את הגורמים הראשוניים המכילים את 9.

<u>תשובה (4)</u>: xy. מצאנו כי x שווה ל-$3a$ ו-y שווה ל-$6b$, ומכאן שהביטוי xy שווה ל-$18ab$ $\left(xy = 3a \cdot 6b =\right)$. לא ניתן לקבוע כי הביטוי $12ab^2$ מתחלק ב-$18ab$, שכן $12ab^2$ בהכרח מתחלק ב-a וב-b שכן הוא מכיל את הגורמים a ו-b, אך מבלי לדעת מה ערכו של b לא ניתן לקבוע כי הוא מתחלק ב-18.

תשובה (1).

28. **השאלה** : נתון : x הוא מספר שלם וחיובי.

$$x = 3y$$
$$y = 3z$$
$$z = 3w$$

$x + y + z + w$ בהכרח מתחלק ב-

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, נציב מספר נוח, למשל $w = 1$.
על פי הנתון $z = 3w$, ומכאן שאם w שווה ל-1, הרי ש- $z = 3$ $(z = 3w = 3\cdot 1 =)$.

נתון כי $y = 3z$, ומכאן שאם z שווה ל-3, הרי ש- $y = 9$ $(y = 3z = 3\cdot 3 =)$.

נתון כי $x = 3y$, ומכאן שאם y שווה ל-9, הרי ש- $x = 27$ $(x = 3y = 3\cdot 9 =)$.

מצאנו כי $w = 1$, $z = 3$, $y = 9$ ו- $x = 27$, ומכאן שהביטוי $x + y + z + w$ שווה ל-40

$(27 + 9 + 3 + 1 =)$. מכיוון ש-40 מתחלק ב-40 (תשובה (4)) , אולם אינו מתחלק ב-9, 27 ו-30,

הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

<u>דרך ב'</u> : פישוט אלגברי

נשאלנו למה מתחלק הביטוי $x + y + z + w$. על מנת לפשט ביטוי זה, נשתמש בנתוני השאלה אשר מאפשרים לנו 'להמיר' את כל המשתנים למשתנה אחד.

נתון כי $z = 3w$. נציב במקום z את 3w, ונקבל כי $z = 3w$.

נתון כי $y = 3z$. אם $z = 3w$, הרי ש- $y = 9w$ $(y = 3z = 3\cdot 3w =)$.

נתון כי $x = 3y$. אם $y = 9w$, הרי ש- $x = 27w$ $(x = 3y = 3\cdot 9w =)$.

מצאנו כי הביטוי $x + y + z + w$ שווה ל-40w $(x + y + z + w = 27w + 9w + 3w + w =)$.

מכיוון שנתון כי w הוא מספר שלם וחיובי, הרי שהביטוי 40w הוא כפולה שלמה של 40, כלומר מתחלק בהכרח ב-40 ללא שארית.

תשובה (4).

.29 **השאלה** : לאיזה מן המספרים הבאים מספר המחלקים הראשוניים השונים ה**קטן** ביותר?

פתרון : כל מספר שלם ניתן לפירוק למכפלה אחת ויחידה של גורמים ראשוניים. נפרק את המספרים המוצעים למכפלות של גורמים ראשוניים, וכך נמצא את מספר המחלקים הראשוניים השונים של כל אחד מהם :

תשובה (1) : 36. את המספר '36' נפרק למכפלה של $6\cdot6$. את המספר 6 נפרק למכפלת הגורמים הראשונים 2 ו-3. מצאנו כי את המספר 36 ניתן להציג כמכפלה : $2^2\cdot3^2$ $\left(36=6\cdot6=2\cdot3\cdot2\cdot3=\right)$, ומכאן שלמספר 36 יש שני מחלקים ראשוניים שונים 2 ו-3.

תשובה (2) : 45. את המספר '45' ניתן לפרק למכפלה של $9\cdot5$. את המספר 9 נפרק למכפלה של $3\cdot3$. מצאנו כי את המספר 45 ניתן להציג כמכפלת המספרים הראשוניים : $3^2\cdot5$, ומכאן שלמספר 45 יש שני מחלקים ראשוניים שונים 3 ו-5.

תשובה (3) : 64. את המספר '64' ניתן לפרק למכפלה של $8\cdot8$. את המספר 8 ניתן לפרק למכפלה של $2\cdot2\cdot2$ או 2^3. מצאנו כי המספר 64 ניתן להציג כמכפלה של 2^6, כלומר יש לו מחלק ראשוני אחד בלבד - 2.

תשובה (4) : 70. את המספר '70' ניתן לפרק למכפלה של $7\cdot10$. המספר 10 ניתן לפירוק למכפלה של 2 ו-5. מכאן שאת המספר 70 ניתן להציג כמכפלת שלושה מחלקים ראשוניים שונים : $2\cdot5\cdot7$.

מכיוון שלתשובה (3) יש את מספר המחלקים הראשוניים הקטן ביותר, ניתן לקבוע שתשובה זו היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.30 **השאלה** : כמה מספרים בין 100 ל-400 מתחלקים ללא שארית ב-3, ב-5, ב-6 וב-10?

פתרון : ראשית, נמצא מה המספר הקטן ביותר אשר מתחלק ללא שארית ב-3, ב-5, ב-6 וב-10. מספר זה הוא 30 (המהווה גם את המכנה המשותף המינימלי של המספרים הללו).
כעת, עלינו למצוא כמה מספרים המתחלקים ב-30 קיימים בין 100 ל-400.
נספור ידנית מספרים אלו : 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390.
מצאנו כי בין 100 ל-400 יש 10 מספרים אשר מתחלקים במספרים המבוקשים.

תשובה (2).

.31 **השאלה** : a מתחלק ב-5 ללא שארית.
השארית המתקבלת בחלוקת a ב-6 היא 2.

איזה מהמספרים הבאים הוא המספר הגדול ביותר ש-a מתחלק בו **בהכרח** ללא שארית?

פתרון : בשאלה אין נתונים מספריים, לכן על מנת לבדוק מי המחלק הגדול ביותר של a, נציב דוגמה מספרית המקיימת את נתוני השאלה. ישנם מספרים רבים שמקיימים את נתוני השאלה, אך על מנת למצוא את המחלק הגדול ביותר ש-a מתחלק בו **בהכרח**, נבחר את ה-a הקטן ביותר האפשרי אשר מקיים את נתוני השאלה. מספר זה הוא 20. מבין כל התשובות המוצעות, המספר הגדול ביותר אשר המספר 20 מתחלק בו ללא שארית, הוא 20. מכאן שניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.32 **השאלה**: נתון: x, y ו-z הם מספרים שלמים וחיוביים.

z הוא מחלק של x.

איזו מהטענות הבאות **בהכרח** נכונה?

פתרון: מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, ניתן לפתור את השאלה באמצעות הצבת דוגמה מספרית, נציב למשל כי $x=4$, $y=3$. מכיוון שנתון כי z הוא מחלק של x, עלינו להציב מספר שהוא מחלק של 4, נציב כי $z=2$.
כעת, נעבור על התשובות המוצעות, ונבדוק מי מהן נכונה בהכרח:

תשובה (1): y הוא מחלק של z.
לפי ההצבה y שווה ל-3 ו-z שווה ל-2. מכיוון ש-3 אינו מחלק של 2, הרי שניתן לקבוע כי הטענה שבתשובה אינה נכונה, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): $y \cdot z$ הוא מחלק של x.
לפי ההצבה $z=2$ ו- $y=3$, ומכאן שערכו של הביטוי $y \cdot z$ הוא 6 $(=2 \cdot 3)$.
לפי ההצבה x שווה ל-4. מכיוון ש-6 אינו מחלק של 4, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (3): z הוא המחלק של $x \cdot y$.
הביטוי $x \cdot y$ שווה לפי ההצבה ל-12 $(=4 \cdot 3)$. מכיוון ש-z שווה ל-2 הוא מחלק של 12, הרי שבשלב זה לא ניתן לפסול את התשובה, ועלינו להמשיך ולבדוק את התשובה הנותרת.

תשובה (4): z הוא המחלק של $x+y$. כאשר $y=3$ ו- $x=4$ הביטוי $(x+y)$ שווה ל- 7 $(4+3=7)$. מכיוון ש-2 אינו מחלק של 7, הרי שניתן לפסול תשובה זו.

פסלנו את התשובות (1), (2) ו-(4), ולכן ניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.33 **השאלה**: m הוא מספר שלם וחיובי.
מספר המחלקים החיוביים השונים של m (כולל 1 ו-m עצמו) הוא זוגי.

m יכול להיות שווה ל -

פתרון: נבדוק את התשובות השונות המוצעות:

תשובה (1): 16. המחלקים של המספר 16 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 4,2 ו-8.
מצאנו כי ל-16 יש שלושה מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 16 הוא אי-זוגי, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): 25. המחלק היחיד של המספר 25 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הוא :5.
מכיוון שמספר המחלקים של המספר 25 הוא אי-זוגי, ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): 27. המחלקים של המספר 27 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם: 3 ו- 9. מצאנו כי למספר 27 יש שני מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 27 הוא זוגי, ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה, ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4).

תשובה (3).

הערה: מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש מספר זוגי של מחלקים, חוץ מהמספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר: 4, 9, 16, 25 וכו', אשר להם בלבד יש מספר אי-זוגי של מחלקים.

---

34. **השאלה** : a הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ללא שארית ב-4.

מה המספר הגדול ביותר ש- $a(a+4)$ מתחלק בו **בהכרח** ללא שארית?

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית

בשאלה אין נתונים מספריים, לכן ניתן להציב דוגמה מספרית המקיימת את נתוני השאלה, על מנת לבדוק מיהו המחלק הגדול ביותר שהביטוי $a(a+4)$ מתחלק בו בהכרח ללא שארית.

על מנת למצוא את המחלק הגדול ביותר ש $a(a+4)$ מתחלק בו **בהכרח**, נבחר ב-a הקטן ביותר האפשרי אשר מקיים את נתוני השאלה. נציב $a=4$, ונקבל כי הביטוי שווה ל-32 $\left[a(a+4)=4\cdot(4+4)=4\cdot 8=\right]$. המספר הגדול ביותר ש-32 מתחלק בו הוא 32, ולכן ניתן לפסול את תשובות (1),(2) ו-(4) ולקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : הבנה אלגברית

a הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-4, כלומר הוא בהכרח מכיל בתוכו את הגורם 4. ניתן להציג את המספר a כמכפלה של 4 למשל $a=4x$ (כאשר x הוא מספר שלם כלשהו).
אם a הוא מספר המתחלק ב-4, הרי שבהכרח גם $(a+4)$ אשר גדול ממנו ב-4, אף הוא מספר שלם המתחלק ב-4, כלומר, גם הוא שווה למכפלה של 4 בגורם כלשהו, למשל ב-y.
בנוסף, מכיוון ששני המספרים הם מספרים עוקבים על ציר המספרים אשר מתחלקים ב-4, הרי שבהכרח אחד מהם מתחלק ב-8. נניח כי a מתחלק ב-8, ולכן נייצג אותו באמצעות המכפלה 8x.
מצאנו כי הביטוי $a\cdot(a+4)$ הוא מכפלה של שני מספרים אשר מתחלקים ללא שארית ב-4, כאשר אחד מהם מתחלק ב-8, כלומר ניתן לייצג אותם באמצעות מכפלה של 8x ב-4y, השווה ל-32xy $(8x\cdot 4y=)$, ואשר מתחלקת בהכרח ב-32.

תשובה (3).

---

35. **השאלה** : x , y, z ו-w הם מספרים שלמים הגדולים מ-1.

נתון : $x\cdot y\cdot z\cdot w=24$

ערכו של הביטוי $\frac{x\cdot y}{z}$ בהכרח **אינו שווה** ל-

פתרון : על מנת למצוא את המספרים השלמים אשר מכפלתם שווה ל-24, 'נפרק' את 24 למכפלת המספרים הראשוניים המרכיבים אותו. מכפלת המספרים הראשוניים המרכיבים את 24 היא : $2^3\cdot 3$ $(24=4\cdot 6=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3=)$. מצאנו כי המכפלה מורכבת משלושה מספרים השווים ל-2 ואחד השווה ל-3. מכיוון שלא נתון היחס בין הנעלמים, הרי שכל אחד מהם יכול להיות שווה ל-3.
נבדוק את כל האפשרויות לתוצאת הביטוי עליו נשאלנו, כאשר כל פעם נעלם אחר שווה ל-3 :

כאשר w=3, x, y ו-z שווים ל-2, ערכו של הביטוי $\frac{x\cdot y}{z}$ הוא 2 $\left(\frac{2\cdot 2}{2}=\frac{{}^{1}\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}_{1}}=\right)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (2).

כאשר $z=3$, ערכו של הביטוי $\frac{x\cdot y}{z}$ שווה ל- $1\frac{1}{3}$ $\left(\frac{2\cdot 2}{3}=\frac{4}{3}=\right)$, תשובה (1) נפסלת.

כאשר $y=3$, ערכו של הביטוי $\frac{x\cdot y}{z}$ שווה ל-3 $\left(\frac{2\cdot 3}{2}=\frac{{}^{1}\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}_{1}}=\right)$, תשובה (3) נפסלת. מכיוון שפסלנו את תשובות (1),(2) ו-(3), ניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

36. **השאלה**: m הוא המספר התלת ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-11 ללא שארית.

מה ספרת האחדות של m?

פתרון: על מנת למצוא את המספר התלת ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב- 11 נתחיל ממספר נוח ומוכר אשר אנו יודעים כי הוא מתחלק ב-11 למשל 110. מכיוון ש-110 מתחלק ב-11, הרי שכל כפולה שלמה שלו מתחלקת ב-11, ומכאן ש-220, 330.....ו-990, מתחלקים ב-11 ללא שארית. מכיוון שהמספר הבא לאחר 990 שמתחלק הוא 1001, הרי ש-990 הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-11, ומכאן שספרת האחדות של m היא 0.

תשובה (4).

---

37. **השאלה:** לכל שני מספרים שלמים וחיוביים x ו-y הוגדרה הפעולה $ כך: $\$(x,y)=z$, כאשר z היא השארית המתקבלת מחלוקת x ב-y.

$$\$\left[\$\left(3,\$(5,3)\right),\$(5,4)\right]=?$$

פתרון: על מנת למצוא את ערכו של הביטוי נציב את המספרים הנתונים בהגדרת הפעולה הנתונה. גם כאשר מדובר בפעולות ממוצאות יש להתחשב בסדר פעולות חשבון, ולכן נתחיל בסוגריים הפנימיים ביותר ומשם נתקדם עד למציאת ערכו של הביטוי כולו.

הביטוי $\$(5,3)$ על פי הגדרת הפעולה, תוצאת הביטוי שווה לשארית החלוקה של 5 ב-3, כלומר ל-2 $\left(\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}\right)$. נציב ערך זה במקום הביטוי $\$(5,3)$ בביטוי המקורי, ונקבל: $\$\left[\$(3,2),\$(5,4)\right]$.

נחשב כעת את ערכם שני הביטויים שבתוך הסוגריים: הביטוי $\$(3,2)$ והביטוי $\$(5,4)$.

תוצאת הביטוי $\$(3,2)$ שווה לשארית החלוקה של 3 ב-2, כלומר ל-1 $\left(\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}\right)$.

תוצאת הביטוי $\$(5,4)$ שווה לשארית החלוקה של 5 ב-4, כלומר ל-1 $\left(\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}\right)$.

נציב את המספרים שקיבלנו בביטוי המקורי, ונקבל: $\$(1,1)$.

על פי הגדרות הפעולה $\$(1,1)$ שווה לשארית החלוקה של 1 ב-1, כלומר ל-0 $\left(\frac{1}{1}=1\right)$,

ומכאן שתשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

.38 **השאלה**: a ו-b הם שני מספרים שלמים וחיוביים.
הגורמים הראשוניים ש-a מתחלק בהם הם 2 ו-3.
הגורמים הראשוניים ש-b מתחלק בהם הם 2 ו-5.

נתון: $b < a$

הביטוי: $\frac{a \cdot b}{8}$ שווה **לכל הפחות** ל-

פתרון: נשאלנו מה ערכו המינימלי של הביטוי, ולכן נציב את המספרים הקטנים ביותר אשר ניתן להציב במקום a ו-b המקיימים את נתוני השאלה. נתון כי הגורמים הראשוניים אשר b מתחלק בהם הם 2 ו-5, ולכן המספר הקטן ביותר המקיים נתונים אלו הוא 10.
נתון כי הגורמים הראשוניים אשר a מתחלק בהם הם 2 ו-3 בלבד, ומכאן ש-a הקטן ביותר הוא 6, אולם מכיוון שנתון כי $b < a$, הרי שהמספר הקטן ביותר אשר מקיים נתונים אלו הוא הכפולה השלמה של 6 הגדולה מ-10, כלומר 12. נציב בביטוי כי $a = 12$ ו- $b = 10$, ונמצא כי ערכו המינימלי של הביטוי הוא 15 $\left(\frac{a \cdot b}{8} = \frac{{}^{3}\cancel{12} \cdot \cancel{10}^{5}}{\cancel{8}_{1}} = \frac{3 \cdot 5}{1} = \right)$.

תשובה (3).