מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(3)	(2)	(1)	(2)	(4)	(4)	(1)	(4)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(2)	(4)	(4)	(4)	(1)	(1)	(3)	(4)

שאלה	21	22
תשובה	(4)	(2)

הסברים

1. **השאלה**: מי מהמספרים הבאים הוא בעל מספר המחלקים השונים ה**גדול** ביותר?

פתרון: כל מספר מתחלק בעצמו, ב-1, בגורמים הראשוניים המרכיבים אותו, ובכל קומבינציה אפשרית בין אותם גורמים ראשוניים. מכיוון שהמספרים המוצעים אינם גדולים, נבדוק מה מספר המחלקים השונים של כל אחד מהם:

תשובה (1): 15. למספר '15' יש ארבעה מחלקים שונים: 1, 3, 5 ו-15.

תשובה (2): 17. המספר '17' הואר מספר ראשוני, ולכן יש לו רק שני מחלקים: 1 ו-17.

תשובה (3): 24. למספר '24' שישה מחלקים שונים (1,2,3,4,6,8,12,24).

תשובה (4): 35. למספר '35' ארבעה מחלקים שונים (1,5,7,35).

לתשובה (3) מספר המחלקים הגדול ביותר, ולכן ניתן לקבוע שהיא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

2. **השאלה**: a הוא מספר שלם, חיובי ודו-ספרתי.

$(a+3)^2$ מתחלק ללא שארית ב-2.

ספרת ה**אחדות** של a **אינה** יכולה להיות –

פתרון: על פי נתוני השאלה הביטוי $(a+3)^2$ מתחלק ב-2 ללא שארית. על מנת שמספר יתחלק ב-2 ללא שארית, עליו להיות מספר זוגי. ספרת האחדות היא הקובעת האם מספר הוא זוגי או אי-זוגי, ולכן אין משמעות לשאלה מה ספרת העשרות של a.

נעבור על התשובות ונבדוק מי מהן אינה יכולה להיות ספרת האחדות של a.

מכיוון שהעלאה בחזקה אינה משפיעה על זוגיות של מספר, ניתן לבדוק אך ורק האם הביטוי $(a+3)$ הוא זוגי, ולהתעלם מן החזקה.

תשובה (1): 1.

אם ספרת האחדות של a היא 1 הרי שכאשר נחבר לביטוי 3, ספרת האחדות תהיה 4. מספר אשר ספרת האחדות שלו היא 4 הוא זוגי, כלומר מתחלק ב-2, ומכאן שניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): 0.

אם ספרת האחדות של a היא 0, הרי שכאשר נחבר לביטוי 0, נקבל כי ספרת האחדות היא 3, כלומר נקבל כי הביטוי $(a+3)$ הוא אי-זוגי. מכיוון שמצאנו תשובה אשר אינה מקיימת את נתוני השאלה, ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה, ואין צורך לבדוק תשובות נוספות.

תשובה (2).

---

3. n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ללא שארית ב-3.

באיזה מהמספרים הבאים הביטוי $n(n+3)$ **אינו** מתחלק ללא שארית?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי n הוא מספר שלם וחיובי המתחלק ב-3, לכן נציב לדוגמה: $n = 3$.
הביטוי $n(n+3)$ שווה ל-18. מכיוון שהמספר 18 מתחלק ב-2, 6 ו-9, ואינו מתחלק ב-5, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה .

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

לפי הנתון n הוא מספר שלם וחיובי אשר מתחלק ב-3, כלומר הוא בהכרח מכיל בתוכו את הגורם 3.
ניתן להציג את המספר n כמכפלה של 3 למשל $n = 3a$ (כאשר a הוא מספר שלם כלשהו).
אם n הוא מספר המתחלק ב-3, הרי שבהכרח גם $(n+3)$ הוא מספר שלם המתחלק ב-3, כלומר, גם הוא שווה למכפלה של 3 בגורם שלם כלשהו, למשל ב-b.
מצאנו כי הביטוי $n\cdot(n+3)$ הוא מכפלה של שני מספרים המתחלקים ב-3 העוקבים זה לזה על ציר המספרים, כלומר מכפלה של $3a$ ב-$3b$, השווה ל-$9ab$ $(3a\cdot 3b =)$, ומכאן שתוצאת המכפלה מתחלקת בהכרח ב-3 וב-9.
על מנת להכריע בין התשובות הנותרות, יש צורך בשלב נוסף בהבנה האלגברית של השאלה:
כאשר יש שני מספרים עוקבים המתחלקים ב-3, אחד מהמספרים יהיה בהכרח זוגי, והאחר אי-זוגי (ניתן לבדוק דוגמאות של זוגות של מספרים כאלו, על מנת להיווכח כי זה אכן המצב). מצב זה הוא כתוצאה מההפרש האי-זוגי שבין שני המספרים. מכאן שהמכפלה $9ab$, מתחלקת ב-2, ב-3 וב-9.
מצאנו כי תוצאת המכפלה מתחלקת בהכרח ב-2 וב-3, ולפיכך היא מתחלקת בהכרח גם ב-6, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: A הוא מספר שלם וחיובי.
נתון: ל-A ול-$(A+20)$ יש מספר מחלקים משותפים הגדולים מ-1.

איזה מהמספרים הבאים **אינו יכול** להיות אחד המחלקים המשותפים?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: בדיקת תשובות. לגבי כל תשובה נבדוק האם המספר המוצע יכול להיות המחלק המשותף של A ו- $A + 20$

<u>תשובה (1)</u>: 10.
נבדוק האם קיימים שני מספרים שלמים וחיוביים A ו- $A + 20$, אשר 10 הוא המחלק המשותף ביניהם. כאשר A שווה למשל ל-20, הביטוי $A + 20$ יהיה שווה ל-40 $(= 20 + 20)$. מכיוון שמצאנו כי יש שני מספרים: A ו- $A + 20$, אשר שניהם מתחלקים ב-10, הרי ש-10 יכול להיות המחלק המשותף של שני הביטויים, ולכן התשובה נפסלת.

מכיוון ש-20 ו-40 מתחלקים גם ב-4 וב- 5, הרי שניתן בשלב זה לפסול גם את תשובות (3) ו-(4).
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (2).

דרך ב' : הבנה אלגברית

ה'מרחק' בין A ל- $(A+20)$ הוא 20. על ציר המספרים, יש בכל 20 מקומות יש מספר המתחלק ב-20, ולכן אם אחד מהמספרים מתחלק ב-20, הרי שהשני מתחלק אף הוא ב-20. על ציר המספרים כל 10 מקומות יש מספר המתחלק ב-10. אם המרחק בין שני מספרים הוא 20, אם אחד מהם מתחלק ב-10, הרי שבהכרח גם המספר השני מתחלק ב-10 (שכן 20 הוא כפולה שלמה של 10). תשובה (1) נפסלת.
על ציר המספרים כל 5 מקומות יש מספר המתחלק ב-5. אם המרחק בין שני מספרים הוא 20, אם אחד מהם מתחלק ב-5, הרי שבהכרח גם המספר השני מתחלק ב-5 (שכן 20 הוא כפולה שלמה של 5). תשובה (3) נפסלת.
על ציר המספרים כל 4 מקומות יש מספר המתחלק ב-4. אם המרחק בין שני מספרים הוא 20, הרי אם אחד מהם מתחלק ב-4, הרי שבהכרח גם המספר השני מתחלק ב-4 (שכן 20 הוא כפולה שלמה של 4).
תשובה (4) נפסלת.
<u>לסיכום</u> : המחלקים המשותפים שלהם של המספרים אשר המרחק ביניהם הוא 12, הוא 12 וכל מספר ש-12 הוא כפולה שלמה שלו : 2,4,5,10,20.

תשובה (2).

---

5. **השאלה** : לאיזה מהמספרים הבאים יש מספר אי-זוגי של מחלקים שונים?

פתרון : נבדוק את התשובות השונות המוצעות :

<u>תשובה (1)</u> : 48. המחלקים של המספר 48 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם :2, 3, 4, 6, 8, 12, 16 ו-24. מצאנו כי למספר 48 יש 8 מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 48 הוא זוגי, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u> : 42. המחלקים של המספר 42 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם :2, 3, 6 ו-7, 14 ו-21. מצאנו כי למספר 42 יש שישה מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 42 הוא אי-זוגי, ניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (1)</u> : 28. המחלקים של המספר 28 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם :2, 4, 7 -14. מצאנו כי למספר 28 יש ארבעה מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של 28 הוא זוגי, ניתן לפסול את התשובה.

פסלנו 3 תשובות, ולכן ניתן לסמן את תשובה (4), אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק תשובה זו.
<u>תשובה (4)</u> : 16. המחלקים של המספר 16 הם : 2, 4 ו-8. כלומר שלושה מספרים חיוביים שונים. מצאנו כי למספר 16 יש מספר אי-זוגי של מחלקים ולכן הוא התשובה הנכונה. ולכן הוא התשובה הנכונה.

<u>הערה</u> : <u>הערה</u> : מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש <u>מספר זוגי</u> של מחלקים, למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר : 4, 9, 16, 25 וכו'. רק למספרים אלו יש <u>מספר אי-זוגי</u> של מחלקים.

תשובה (4).

---

6. **השאלה** : a הוא מספר שלם וחיובי.

הביטוי $(30a+12)$ **לא בהכרח** מתחלק ב-

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית

נתון כי a הוא מספר שלם וחיובי, ולכן נציב למשל כי a שווה ל-1, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא 42 $(30a+12=30\cdot1+12=)$. המספר 42 מתחלק ללא שארית ב-6, 2, 3 ואינו מתחלק ב-4, ולכן ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : פישוט אלגברי

נפשט את הנתון : נוציא מן הביטוי גורם משותף '6', ונקבל : $6\cdot(5a+2)$, כעת נפנה לבדוק את התשובות :

<u>תשובה (1)</u>: 6. מכיוון שהביטוי $6(5a+2)$ הוא מכפלה של המספר 6, בביטוי שלם כלשהו, הרי שהוא בהכרח מתחלק ללא שארית ב- 6.

<u>תשובה (2)</u> : 2. כפי שהוסבר בתשובה הקודמת, מכיוון שהביטוי $6(5a+2)$ הוא מכפלה של 6, הרי שהוא מתחלק בהכרח ב-2, שכן 2 הוא מחלק של 6.

<u>תשובה (3)</u> : 3. כפי שהוסבר בתשובה הקודמת, מכיוון שהביטוי $6(5a+2)$ הוא מכפלה של 6, הרי שהוא מתחלק בהכרח ב-3, שכן 3 הוא מחלק של 6.

מכיוון שפסלנו את תשובות (1), (2) ו- (3) ניתן לקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

7. **השאלה** : כאשר מחלקים את x ב-15 מקבלים שארית 1.

מה שארית החלוקה של x ב-3?

פתרון : **<u>דרך א'</u>** : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר המתחלק ב-15 עם שארית 1, למשל 16.

שארית החלוקה המתקבלת כאשר מחלקים את 16 ב-3 היא 1 $\left(\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}\right)$ ומכאן שתשובות (2) ו-(3) נפסלות.

על מנת לוודא כי התשובה הנכונה היא (1), נציב מספר נוסף המתחלק ב-15 עם שארית 1, למשל 31.

השארית המתקבלת כאשר מחלקים את 31 ב-3 היא 1 $\left(\frac{31}{3}=10\frac{1}{3}\right)$.

מכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u> : הבנה אלגברית

כל מספר שמתחלק ב-15 מתחלק ב-3 וב-5. כלומר, כל מספר שהוא כפולה שלמה של 15 הוא גם כפולה שלמה של 3. מספר המתחלק ב-15 עם שארית 1, הוא מספר הגדול ב-1 מכפולה שלמה של 15, ומכאן שהוא בהכרח גם גדול ב-1 מכפולה שלמה של 3, ולכן שארית החלוקה של מספר זה ב-3 תהיה בהכרח 1.

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 0 ל-9.

נתון: המספר התלת-ספרתי ABC מתחלק ב-6 ללא שארית.

$$A + C = 4$$

B **אינה** יכולה להיות שווה ל-

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי המספר התלת-ספרתי ABC מתחלק ב-6 ללא שארית, ומכאן שעליו להתחלק ב-2 וב-3.
נתון כי $A + C = 4$, ומכאן שניתן להציב דוגמה נוחה כלשהי שתיצור מספר זוגי, למשל כי $A = 2$ ו-$C = 2$, ולבדוק לגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, האם המספר שמתקבל מתחלק ב-6.

<u>תשובה (1)</u>: 8. כאשר $A = 2$; $C = 2$ ו-$B = 8$, המספר התלת-ספרתי ABC שווה ל-282, מספר זוגי שמתחלק ב-2. על מנת לבדוק כי המספר מתחלק ב-3, 'נפרק' את המספר ל-270 +12. מכיוון ששני המרכיבים הללו מתחלקים ב-3, הרי שכל המספר מתחלק ב-3, ומכאן ש-B יכול להיות שווה ל-8.
הערה: מי שזוכר כי סכום הספרות של מספרים המתחלקים ב-3 מתחלק אף הוא ב-3, יבדוק וימצא כי סכום ספרותיו של המספר 282 הוא 12 $(= 2 + 8 + 2)$, כלומר מתחלק ב-3.

<u>תשובה (2)</u>: 2. כאשר $A = 2$; $C = 2$ ו-$B = 2$, המספר התלת-ספרתי ABC שווה ל-222, מספר זוגי שמתחלק ב-2.
על מנת לבדוק כי המספר מתחלק ב-3, 'נפרק' את המספר ל-210 +12. מכיוון ששני המרכיבים הללו מתחלקים ב-3, הרי שכל המספר מתחלק ב-3, ומכאן ש-B יכול להיות שווה ל-2.

<u>תשובה (3)</u>: 5. כאשר $A = 2$; $C = 2$ ו-$B = 5$, המספר התלת-ספרתי ABC שווה ל-252. מכיוון ש-252 הוא מספר זוגי, הרי שהוא מתחלק ב-2.
על מנת לבדוק כי המספר מתחלק ב-3, 'נפרק' את המספר ל-240 +12. מכיוון ששני המרכיבים הללו מתחלקים ב-3, הרי שכל המספר מתחלק ב-3, ומכאן ש-B יכול להיות שווה ל-5.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את התשובה הרביעית, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: 4. כאשר $A = 2$; $C = 2$ ו-$B = 4$, המספר התלת-ספרתי ABC הוא 242.
242 הוא מספר זוגי, ומכאן שהוא מתחלק ב-2.
על מנת לבדוק כי המספר מתחלק ב-3, 'נפרק' את המספר ל-210 +32. המספר 210 מתחלק ב-3, אולם המספר 32 אינו מתחלק בו, ולפיכך המספר 242 אינו מתחלק ב-3.
אם המספר 242 אינו מתחלק ב-3, הרי שהוא אינו מתחלק גם ב-6, ולכן B אינו יכול להיות שווה ל-4.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

על מנת שמספר יתחלק ב-6 ללא שארית עליו להכיל את הגורמים 3 ו-2, ומכאן שהוא מתחלק בהכרח ב-3 וב-2 ללא שארית. על מנת שמספר יתחלק ב-3, סכום ספרותיו צריך להיות מספר המתחלק ב-3 ללא שארית, ועל מנת שמספר יתחלק ב-2 ספרת האחדות צריכה להיות זוגית.
B היא ספרת העשרות, ולכן היא אינה חייבת להיות זוגית.

נתון: $A + C = 4$, ומכאן שעלינו לבדוק האם יש בתשובות B שבחיבורו עם סכום הספרות של A ו-C, נקבל מספר אשר אינו מתחלק ב-3 ללא שארית.

<u>תשובה (1)</u>: 8. אם $B = 8$ אז סכום הספרות של המספר ABC הוא 12 $(A + C + B = 4 + 8 =)$.
מכיוון שהמספר 12 מתחלק ללא שארית ב-3, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: 2. אם $B=2$ אז סכום הספרות של המספר ABC הוא 6 $\left(A+C+B=4+2=\right)$.
המספר 6 מתחלק ללא שארית ב-3, ומכאן שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: 5. אם $B=5$ אז סכום הספרות של המספר ABC הוא 9 $\left(A+C+B=4+5=\right)$.
המספר 9 מתחלק ללא שארית ב-3, ומכאן שהתשובה נפסלת.

כיוון שפסלנו את תשובות (1),(2) ו-(3) אין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4), וניתן לקבוע כי היא התשובה הנכונה. לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: 4. אם $B=4$ אז סכום הספרות של המספר ABC הוא 8 $\left(A+C+B=4+4=\right)$.
המספר 8 אינו מתחלק ללא שארית ב-3, ומכאן שלא יתכן שזה ערכו של B. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

9. **השאלה**: כמה מחלקים ראשוניים שונים זה מזה יש למספר 750?

פתרון: נפשט את הביטוי לגורמים עד שנגיע לגורמים הראשוניים המרכיבים אותו.
המספר 750 ניתן לפירוק למכפלה של 75 ו-10.
את המספר 10 ניתן לפרק לגורמים הראשוניים 2 ו-5, ואת המספר 75 ניתן לפרק למכפלה של הגורמים 3 ו-25. את המספר 25 ניתן להציג גם כמכפלה של 5 ב-5.
מצאנו שלמספר 750 יש שלושה גורמים ראשוניים שונים זה מזה (2, 3 ו-5), ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: נתונים שני מספרים שלמים וחיוביים x ו-y.
הגורמים הראשוניים ש-x מתחלק בהם הם 3 ו-5.
הגורמים הראשוניים ש-y מתחלק בהם הם 2 ו-7.
נתון: $x<y$

הביטוי: $\frac{x\cdot y}{42}$ שווה לכל הפחות ל-

פתרון: נשאלנו מה ערכו המינימלי של ביטוי מסוים, ולכן נציב את המספרים הקטנים ביותר אשר ניתן להציב במקום x ו-y המקיימים את נתוני השאלה. נתון כי הגורמים הראשוניים אשר x מתחלק בהם בלבד הם 3 ו-5, ולכן המספר הקטן ביותר המקיים נתונים אלו הוא 15. נתון כי הגורמים הראשוניים אשר y מתחלק בהם הם 2 ו-7 בלבד, כמו כן נתון כי $x<y$, ולכן המספר הקטן ביותר שניתן להציב ומקיים נתונים אלו הוא 28. כעת נציב בביטוי: $y=28$ ו- $x=15$, ונקבל כי ערכו המינימלי של הביטוי הוא 4 $\left(\frac{x\cdot y}{42}=\frac{{}^{4}\cancel{28}\cdot\cancel{15}^{1}}{\cancel{42}_{1}}=\frac{4}{1}=\right)$

תשובה (4).

.11 **השאלה:** a הוא מספר שלם וחיובי.
מספר המחלקים החיוביים השונים של a (כולל 1 ו-a) הוא אי-זוגי.

a אינו יכול להיות שווה ל -

פתרון : נבדוק את התשובות השונות המוצעות :

<u>תשובה (1)</u> : 16. המחלקים של המספר 16 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם : 4,2 ו-8, כלומר שלושה מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 16 הוא אי-זוגי, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u> : 9. המחלק של המספר 9 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הוא 3, כלומר למספר 9 מחלק אחד מלבדו ומלבד המספר 1. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 9 הוא אי-זוגי, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (3)</u> : 8. המחלקים של המספר 8 (לא כולל המספר עצמו ו-1) הם : 2 ו-4, כלומר שני מחלקים שונים. מכיוון שמספר המחלקים של המספר 8 הוא זוגי, ניתן לקבוע כי זו התשובה הנכונה, ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הנותרת.

<u>הערה</u> : מומלץ לזכור כי לכל המספרים יש מספר זוגי של מחלקים למעט מספרים אשר יש להם שורש ריבועי שלם, כלומר : 4, 9, 16 ו-25 וכו', אשר להם בלבד יש מספר אי-זוגי של מחלקים.

תשובה (3).

.12 **השאלה** : m הוא המספר התלת ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-6 ללא שארית.

מה ספרת האחדות של m?

פתרון : על מנת למצוא את המספר התלת ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-12 ללא שארית נתחיל במספר תלת-ספרתי שאנו יודעים כי הוא מתחלק ב-12 ללא שארית : 120. כעת נתקדם בכפולות של 120, כלומר 240, 360, 480, 600, 720, 840, 960. מצאנו כי המספר התלת-ספרתי 960 שהוא כפולה שלמה של 120 מתחלק ב-12 ללא שארית. מכאן שגם 972 הגדול ממנו ב-12 מתחלק ללא שארית ב-12, 984 $(=972+12)$ ו-996 $(=984+12)$. מכיוון שאין מספר תלת ספרתי הוא 996 , ומכאן שספרת האחדות של a היא 6.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: x ,z,y ו-w הם מספרים שלמים הגדולים מ-1.

נתון: $x \cdot y \cdot z \cdot w = 60$

ערכו של הביטוי $\frac{x \cdot y}{z}$ בהכרח **אינו שווה** ל-

פתרון: נפרק את 60 למכפלת המספרים הראשוניים המרכיבים אותו. פירוק זה יאפשר לדעת מי הם x, y ו-z, וכך ניתן יהיה לחשב את ערך הביטוי עליו נשאלנו. את המספר 60 ניתן לפרק למכפלה של 12 ו-5.
נפרק את המספר 12 למכפלה של הגורמים הראשוניים המרכיבים אותו: $2 \cdot 2 \cdot 3$.
מצאנו כי המספר 60 מורכב ממכפלת הגורמים הראשוניים: $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ $(60 = 12 \cdot 5 =)$.

מכיוון שלא נתון דבר לגבי גודלם של הנעלמים, הרי שכל אחד מהם יכול להיות שווה ל-2, 3 ו-5. נבדוק את כל האפשרויות לגבי הביטוי $\frac{x \cdot y}{z}$ כאשר בכל אפשרות נעלם אחר יהיה שווה לאחת מהאפשרויות:

כאשר $x = 5$, $y = 3$ ו- $z = 2$ ערכו של הביטוי $\frac{x \cdot y}{z}$ שווה ל- 7.5 $\left(= \frac{15}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2}\right)$, ומכאן שתשובה (1) נפסלת.

כאשר $x = 2$, $y = 3$ ו- $z = 2$, ערכו של הביטוי $\frac{x \cdot y}{z}$ שווה ל-3 $\left(= \frac{6}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2}\right)$. תשובה (3) נפסלת.

כאשר $x = 5$, $y = 2$ ו- $z = 2$, ערכו של הביטוי $\frac{x \cdot y}{z}$ שווה ל-5 $\left(\frac{2 \cdot 5}{2}\right)$, תשובה (4) נפסלת. מכיוון שפסלנו את תשובות (1),(3) ו-(4), ניתן לקבוע כי תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

14. **השאלה**: כאשר מחלקים את x ב-5 מקבלים שארית 1.

מה שארית החלוקה של $(x+3)$ ב-3?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספר אשר שארית החלוקה שלו ב-5 היא 1, למשל כי $x = 6$.
כאשר $x = 6$, הרי ש-$(x+3)$ שווה ל-9. כאשר נחלק את 9 ב-3 נקבל כי שארית החלוקה שווה ל-0, ומכאן שניתן לפסול את תשבות (1) ו-(2). על מנת להכריע בין תשובות (3) ו-(4) עלינו להציב פעם נוספת.
נציב מספר חיובי נוסף אשר שארית החלוקה שלו ב-5 היא 1, למשל $x = 11$. אם $x = 11$, הרי ש-$(x+3)$ שווה ל-14, כאשר נחלק את 14 ב-3 נקבל כי שארית החלוקה היא 2 $\left(= \frac{12+2}{3} = \frac{14}{3}\right)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (3), ולקבוע כי תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי x מספר שלם המתחלק ב-5 עם שארית 1, ומכאן שאם a הוא מספר שלם, הרי ש-x שווה ל- $5a+1$. אם x שווה ל- $5a+1$, הרי ש- $x+3$ שווה ל- $5a+4$ $(= (5a+1)+3 = x+3)$.

על מנת למצוא את שארית החלוקה של הביטוי כאשר מחלקים אותו ב-3, עלינו למצוא למה שווה השארית בביטוי $\frac{5a+4}{3}$. הביטוי $\frac{5a+4}{3}$ ניתן לפישוט על ידי פירוק המונה ל- $\frac{5a}{3} + \frac{4}{3}$.
השארית המתקבלת מחלוקת המספר 4 ב-3 היא 1, אולם מבלי לדעת מה ערכו של a, איננו יכולים לקבוע מה השארית כתוצאה מחלוקת 5a ב-3. מכאן שאי אפשר לקבוע בוודאות מהי השארית.

תשובה (4).

.15 **השאלה**: מספר שלם נקרא "a מיוחד" אם הוא מורכב ממכפלה של a מספרים ראשוניים השונים זה מזה.

נתון: x הוא "2 מיוחד".

y הוא "4 מיוחד".

הביטוי $\left(x \cdot y\right)$ הוא "m מיוחד".

איזה מאי-השיוויונות נכון בהכרח?

פתרון: הצבת דוגמה מספרית + הבנה אלגברית

נתון כי x הוא "2 מיוחד", ומכאן שהוא מכפלה של 2 גורמים ראשוניים השונים זה מזה. למשל 2 ו-3.
נתון כי y הוא "4 מיוחד", ומכאן שהוא מכפלה של 4 גורמים ראשוניים השונים זה מזה. למשל 2, 3, 5 ו-7.
כאשר נכפול את x ו-y, נקבל תוצאה שהיא מכפלת 2 הגורמים הראשוניים המרכיבים את x, ו-4 הגורמים הראשוניים המרכיבים את y. בדוגמה שלפנינו, מכיוון ש-2 הגורמים הראשוניים המרכיבים את x הם גם גורמים ראשוניים במכפלה המרכיבה את y, הרי שבמכפלה של x ו-y יש בדיוק 4 גורמים ראשוניים השונים זה מזה (2, 3, 5 ו-7). בשלב זה ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(3), אשר לפיהן m בהכרח גדול מ-4.
אם 2 הגורמים הראשוניים המרכיבים את x אינם גורמים ראשוניים המרכיבים את y, למשל, אם הגורמים הראשוניים של x הם 11 ו-13. במקרה כזה מספר הגורמים הראשוניים השונים הנמצאים במכפלה של x ו-y הוא 6 (2, 3, 5, 7, 11 ו-13).

תשובה (4).

.16 **השאלה**: כמה מספרים בין 200 ל-300 מתחלקים ללא שארית ב-3, ב-4 וב-6?

פתרון: מספר המתחלק ללא שארית ב-3, ב-4 וב-6 מתחלק למעשה ב- 24 (שהוא המכנה המשותף הקטן ביותר של המספרים 3, 4 ו-6). מכאן שהשאלה למעשה היא כמה מספרים מתחלקים ב-24 קיימים בין 100 ל-300? נספור ידנית. נתחיל ב-24 ונמצא כי המספר הראשון הגדול מ-100 המתחלק ב-24 הוא 120 (24, 48, 72, 96 ואז 120). לאחריו נמצא את המספרים 144, 168, 216,192, 240, 264 ולבסוף את 288. סך הכול מצאנו כי יש 8 מספרים בין 100 ל-300 אשר מתאימים לדרישות השאלה.

תשובה (4).

הערה: לאחר שמצאנו כי ניתן למצוא כל 24 מקומות מספר המתחלק ב-3, 4 ו-6, ניתן לחשב כמה פעמים נכנס 24 ב-200. התשובה היא 8 פעמים $\left(\frac{200}{24}=\right)$

.17 **השאלה**: נתון: a הוא מספר שלם וחיובי.

$$a = 4b$$
$$b = 4c$$

$a + b + c$ מתחלק בהכרח ב -

פתרון: <u>**דרך א'**</u>: הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתונים מספריים בשאלה, נציב מספר נוח לעבודה, למשל $c = 1$.

נתון כי $b = 4c$, ומכאן שאם c שווה ל-1, הרי ש $b = 4$ $\left(b = 4c = 4 \cdot 1 = 4\right)$.

נתון כי $a = 4b$, ומכאן שאם b שווה ל-4, הרי ש $a = 16$ $\left(a = 4b = 4 \cdot 4 = 16\right)$.

מצאנו כי כאשר ערכו של c הוא 1, ערכו של b הוא 4 וערכו של a שווה ל-16.

מצאנו כי ערכו של הביטוי $a + b + c$ יכול להיות שווה ל-21 $\left(=1+4+16\right)$.

תשובות (2), (3) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (1).

<u>דרך ב'</u>: פישוט אלגברי

נמיר את כל המשתנים למשתנה אחד.

נתון כי $b = 4c$, ולכן במקום b נכתוב 4c.

נתון כי $a = 4b$, ומכאן שאם $b = 4c$, הרי ש- $a = 16c$ $\left(a = 4b = 4 \cdot 4c =\right)$.

מצאנו כי הביטוי $a + b + c$ שווה ל-$21c$ $\left(c + 4c + 16c = 21c\right)$. ומכיוון ש-c מספר שלם וחיובי, הרי שהביטוי $21c$ הוא בהכרח כפולה שלמה של 21, כלומר מתחלק ב-21 ללא שארית.

תשובה (1).

.18 **השאלה**: מה הסכום של המספר הראשוני התלת-ספרתי הקטן ביותר והמספר הראשוני הדו-ספרתי הגדול ביותר?

פתרון: המספר הראשוני התלת-ספרתי הקטן ביותר הוא 101.

המספר הראשוני הדו-ספרתי הגדול ביותר הוא 97.

מכאן שהסכום של המספר הראשוני התלת-ספרתי הקטן ביותר, והמספר הראשוני הדו-ספרתי הגדול ביותר הוא 198 $\left(97 + 101 =\right)$.

תשובה (1).

.19 **השאלה**: x ו-y הם מספרים שלמים וחיוביים.

x הוא מספר המתחלק ב-4 ללא שארית ו-y מתחלק ב-6 ללא שארית.

באיזה מהמספרים הבאים $\frac{y^2x}{8}$ מתחלק **בהכרח** ללא שארית?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

על מנת שנוכל לדעת באיזה מהמספרים הביטוי $\frac{y^2x}{8}$ מתחלק **בהכרח** ללא שארית, נציב את המספרים הקטנים ביותר המקיימים את נתוני השאלה. על פי נתוני השאלה x הוא מספר המתחלק ב-4 ללא שארית, ולכן נציב כי x שווה ל-4. לפי נתוני השאלה y הוא מספר המתחלק ללא שארית ב-6, ולכן נציב כי y שווה ל-6. כעת נציב את המספרים בביטוי, ונקבל כי ערכו הוא 18 $\left(\frac{y^2x}{8} = \frac{6^2 \cdot 4}{8} = \frac{{}^{18}\cancel{36} \cdot \cancel{4}^{1}}{{}_{1}\cancel{8}} =\right)$.

כעת נבדוק במי מהתשובות המוצעות מתחלק המספר 18, ונמצא כי תשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות, ומכאן שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

נתון כי x מתחלק ב-4 ללא שארית, כלומר הוא כפולה שלמה של 4. מכאן שאם a הוא מספר שלם, הרי שניתן לייצג את x באמצעות הביטוי 4a. נתון כי y מתחלק ב-6 ללא שארית, כלומר הוא כפולה שלמה של 6. מכאן שאם b הוא מספר שלם, הרי שניתן לייצג את y באמצעות הביטוי 6b.

כעת נציב בביטוי $\frac{x \cdot y^2}{9}$ במקום x ו-y את הביטויים שיצרנו, ונקבל: $18b^2a$

$\left(\frac{y^2x}{8} = \frac{(6b)^2 \cdot 4a}{8} = \frac{{}^{18}\cancel{36}b^2 \cdot \cancel{4}a^1}{{}_{1}\cancel{8}} =\right)$.

כעת נבדוק במי מהתשובות מתחלק בהכרח הביטוי $18b^2a$:

<u>תשובה (1)</u> : $2x$. מצאנו כי x שווה ל-$4a$, ומכאן שהביטוי $2x$ שווה ל-$8a$ $(2x = 2 \cdot 4a =)$.

ניתן לקבוע כי הביטוי $18b^2a$ בהכרח מתחלק ב-a, אולם מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b, לא ניתן לקבוע בוודאות כי הוא מתחלק ב-8, ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (2)</u> : $4y$. מצאנו כי y שווה ל-$6b$, ומכאן שהביטוי $4y$ שווה ל-$24b$ $(4y = 4 \cdot 6b =)$.

לא ניתן לקבוע כי הביטוי $18b^2a$ מתחלק ב-$24b$, שכן $18b^2a$ בהכרח מתחלק ב-b, אך מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b לא ניתן לקבוע כי הוא מתחלק ב-24.

<u>תשובה (3)</u> : 9. הביטוי $18b^2a$ בהכרח מתחלק ב-9, שכן גם מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b ניתן לקבוע כי 18 מתחלק ב-9. מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות. נבדוק את התשובה הנותרת לשם השלמת ההסבר.

<u>תשובה (4)</u> : 27. לא ניתן לקבוע כי הביטוי $18b^2a$ מתחלק ב-27, שכן מבלי לדעת מה ערכם של a ו-b, איננו יודעים לקבוע בוודאות כי הוא כפולה שלמה של 27.

תשובה (3).

.20 **השאלה** : לכל שני מספרים שלמים וחיוביים x ו-y הוגדרה הפעולה \$ כך : $\$(x,y) = z$, כאשר z היא השארית המתקבלת מחלוקת x ב-y.

$$\$\left[\$\left(8,\$(14,8)\right),\$(6,5)\right] = ?$$

פתרון : על מנת למצוא את שווי הביטוי $\$\left[\$\left(8,\$(14,8)\right),\$(6,5)\right]$ נציב את המספרים הנתונים במקום x ו-y בפעולה \$. גם כאשר מדובר בפעולות מומצאות יש להתחשב בסדר פעולות חשבון, לכן נתחיל בסוגריים הפנימיים ביותר ומשם נתקדם עד שנמצא את שווי הביטוי המבוקש.

$\$(14,8)$: על פי הגדרת הפעולה \$ הביטוי שווה לשארית החלוקה של 14 ב-8, ומכאן שערכו של הביטוי הוא 6 $\left(\frac{14}{8} =\right)$.

כעת נציב ערך זה בביטוי $\$\left(8,\$(14,8)\right)$ ונקבל $\$(8,6)$.

על פי הגדרות הפעולה החדשה $\$(8,6)$ שווה לשארית החלוקה של 8 ב-6 , ומכאן שהביטוי שווה ל-2, $\left(\frac{8}{6} = 1\frac{2}{6}\right)$. נמשיך, ונחשב את שווי הביטוי $\$(6,5)$. על פי הגדרות הפעולה מצאנו $\$(6,5)$ שווה לשארית החלוקה של 6 ב-5, ומכאן ש- $\$(6,5) = 1$ $\left(\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}\right)$.

נציב את המספרים שקיבלנו ,ונקבל: $\$(2,1)$

$\left(\$\left[\$\left(8,\$(14,8)\right),\$(6,5)\right] = \$\left[\$(8,6),\$(6,5)\right] = \$\left[2,\$(6,5)\right] = \$(2,1)\right)$.

על פי הגדרות הפעולה החדשה $\$(2,1)$ שווה לשארית החלוקה של 2 ב-1, ומכאן ש- $\$(2,1) = 0$ $\left(\frac{2}{1} = 2\right)$, ומכאן שערכו של הביטוי הוא 0. תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

21. **השאלה:** A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 0 ל-9.

נתון: המספר התלת-ספרתי ABC מתחלק ב-9 ללא שארית.

$$A+B=12$$

C יכולה לייצג את הספרה -

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נתון כי סכומן של A ו-B הוא 12, אך לא נתון מי הספרות, ולכן נציב לדוגמה כי A הוא 9 ו-B שווה ל-3. כעת נבדוק כל אחת מהתשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: 9. כאשר $C=9$, המספר התלת-ספרתי ABC הוא 939. המספר 900 מתחלק ב-9, אולם המספר 39 אינו מתחלק ב-9, ולכן התשובה לא תיתכן.

<u>תשובה (2)</u>: 8. כאשר $C=8$, המספר התלת-ספרתי ABC הוא 938. המספר 900 מתחלק ב-9, אולם המספר 38 אינו מתחלק ב-9, ולכן התשובה לא תיתכן.

<u>תשובה (3)</u>: 7. כאשר $C=7$, המספר התלת-ספרתי ABC הוא 937. המספר 900 מתחלק ב-9 אולם המספר 37 אינו מתחלק ב-9, ולכן התשובה לא תיתכן.

כיוון שפסלנו את תשובות (1) (2) ו-(3) אין צורך לבדוק את תשובה (4) וניתן לקבוע כי היא התשובה הנכונה. נבדוק את התשובה לשם השלמת ההסבר.

<u>תשובה (4)</u>: 6. כאשר $C=6$, המספר התלת-ספרתי ABC הוא 936. המספר 900 מתחלק ב-9, וכך גם המספר 36, ומכאן שהמספר כולו מתחלק ב-9 ללא שארית, ולכן זו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית – חלוקות

סכום הספרות של מספר המתחלק ב- 9 ללא שארית, הוא מספר המתחלק אף הוא ב-9 ללא שארית.
נתון כי סכומן של שתיים מהספרות A ו-B הוא 12, ומכאן שעלינו לחפש C שבחיבורו עם 12 נקבל מספר המתחלק ב-9 ללא שארית. המספרים המתחלקים ב-9 הם 9, 18, 27 וכך הלאה.
המספר החד-ספרתי היחיד שניתן לחבר ל-12 על מנת לקבל מספר המתחלק ב-9 הוא 6, ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

22. **השאלה** כמה מחלקים ראשוניים שונים זה מזה יש למספר 1,000?

פתרון: על מנת למצוא מיהם המחלקים הראשוניים של המספר 1,000 נפרק את המספר למכפלה עד שנגיע למספרים הראשוניים המרכיבים אותו.
המספר 1,000 שווה למכפלה של 100 ו-10.
את המספר 100 ניתן לפרק למכפלה של 10 ו-10.
מצאנו כי המספר 1,000 שווה למכפלה: $10\cdot10\cdot10$.
המספר 10 ניתן לפירוק למכפלה של המספרים הראשוניים 2 ו-5. מצאנו כי המספר 1,000 שווה למכפלה של 2^3 ו- 5^3 $(1,000=10\cdot10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5=)$, ומכאן שלמספר יש שני מחלקים ראשוניים: 2 ו-5.

תשובה (2).
