

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(4)	(1)	(4)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(3)	(4)	(2)	(3)	(2)	(4)	(2)	(2)	(1)	(3)	תשובה

25	24	23	22	21	שאלה
(3)	(1)	(2)	(2)	(1)	תשובה

הסברים

1. השאלה: $x^2 + y^2 = 34$

$xy = 15$

$(x - y)^2 = ?$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

הביטוי אותו מבקשים שנמצא הוא נוסחת הכפל המקוצר השנייה. מכיוון שהנתונים שקיבלנו הם מרכיבים של נוסחת כפל מקוצר, נרצה להשתמש בנוסחה על מנת למצוא את הביטוי שביקשו. ראשית נפשט את הביטוי המבוקש כך שנוכל לראות את מרכיבי נוסחת הכפל המקוצר, ונוכל להציב לתוכה את הנתונים:

$$x^2 + y^2 - 2xy \Leftrightarrow (x - y)^2$$

$$\Leftrightarrow 34 - 2 \cdot 15 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{34} - \underbrace{2xy}_{15} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy$$

$4 \Leftrightarrow 34 - 30$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שהתשובות המוצעות הן מספרים שלמים, נחפש מספרים שלמים אשר מקיימים את הנתונים. לפי הנתון, המכפלה xy שווה ל-15, ומכאן שזוגות המספרים השלמים המקיימים אותה הם: 3, 5 ו-15, 1. המכפלה 3 ו-5 מקיימת גם את הנתון השני, שכן $5^2 + 3^2 = 34$. מצאנו כי המספרים 3 ו-5 הם המספרים אשר מקיימים את הנתונים. מכיוון שהביטוי המבוקש הוא בחזקה שנייה, הרי שאין כל חשיבות לשאלה מי מהם הוא x ומי מהם הוא y .

נציב את המספרים בביטוי המבוקש, ונקבל כי ערכו של הביטוי הוא $4 = (5 - 3)^2$.

תשובה (4).

$$2. \quad \text{השאלה: } \frac{\frac{2a-1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}} = 1$$

$$a = ?$$

פתרון: בשאלה שלפנינו אנו נדרשים למצוא את ערכו של נעלם ולכן ננסה לבודד אותו מתוך הנתונים. נבחר בפעולות פשוט שיעזרו לנו להתקדם בבידוד a. ראשית נגדיר מה מפריע לנו כרגע לבודד את a: הוא נמצא במונה כחלק מביטוי גדול (לכן נרצה לבטל את השבר של הביטוי הגדול), יש איתו שברים נוספים בביטוי (לכן אחרי שניפטר מהשבר נרצה לבודד את a באחד האגפים על ידי פעולות חשבון על שני צידי המשוואה). כעת, נתחיל לטפל במה שמפריע לנו שלב אחר שלב:

ביטול השבר – נוכל לבצע זאת על ידי הכפלת שני צידי המשוואה במכנה המשותף של הביטויים במשוואה. כיוון שבאגף ימין יש מס' שלם, המכנה המשותף הוא המכנה של אגף שמאל:

$$\frac{2a-1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{\frac{2a-1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}} = 1$$

$$4 \cdot \frac{2a-1}{3} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{2a-1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$4 \cdot 2a - 3 = 5$$

$$. a = 1 \Leftrightarrow 8a = 8 \Leftrightarrow 8a = 5 + 3 \Leftrightarrow 4 \cdot 2a - 3 = 5$$

תשובה (1).

$$3. \quad \text{השאלה: } c = a \cdot 4a \quad (a \neq 0)$$

$$b = 2a \cdot 8a$$

$$\frac{b}{c} = ?$$

פתרון: דרך א': פשוט אלגברי עלינו למצוא את ערכו של ביטוי המכיל את הנעלמים b ו-c. כיוון שערכם של הנעלמים נתון, נציב

$$\text{ונפשט: } \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{4}{16} \Leftrightarrow \frac{1 \cdot 4 \cdot a^1}{2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot a_1} \Leftrightarrow \frac{b}{c}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין נתון מספרי על a מלבד לכך שהוא שונה מ-0, ולא נתבקשנו למצוא את ערכו, אלא את היחס בין b ל-c, נציב דוגמה נוחה, ונמצא מה ערכם של b ו-c כאשר a שווה למשל ל-1.

$$\text{נתון כי } c = a \cdot 4a \quad \text{כאשר } a \text{ שווה ל-1 ערכו של } c \text{ הוא } 4 \quad (c = a \cdot 4a = 1 \cdot 4 = 4)$$

$$\text{נתון: } b = 2a \cdot 8a \quad \text{כאשר } a \text{ שווה ל-1 ערכו של } b \text{ הוא } 16 \quad (b = 2a \cdot 8a = 2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 1 = 16)$$

$$\text{מצאנו כי כאשר } a \text{ שווה ל-1, היחס בין } b \text{ ל-} c \text{ שווה ל-} \frac{1}{4} \quad \left(\frac{b}{c} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \right)$$

תשובה (4).

4. השאלה: $x \cdot y = 1$

$$x^m \cdot y^{m+1} = ?$$

פתרון: דרך א': פישוט אלגברי

בשאלה שלפנינו עלינו למצוא את ערכו של ביטוי המורכב משלושה נעלמים. הנתון נותן לנו קשר בין שני נעלמים, ללא ערך מדויק של כל נעלם. כאשר אנו מביטים בתשובות ניתן לראות כי y לא מופיע בתשובות. אם כך, נרצה להשתמש בנתונים כך שיעזרו לנו "להעלים" את y , נבצע זאת על ידי בידוד של y בנתון והצבת ערכו בשאלה: $x \cdot y = 1$

$$\text{נחלק את שני האגפים ב-} x \text{ על מנת לבדוד את } y, \text{ ונקבל: } y = \frac{1}{x}$$

$$\text{נציב את } y \text{ בביטוי המבוקש, ונקבל: } x^m \cdot y^{m+1} \Leftrightarrow x^m \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{m+1} \Leftrightarrow \frac{x^m}{1} \cdot \frac{1^{m+1}}{x^{m+1}} \Leftrightarrow \frac{x^m}{x^{m+1}}$$

$$\text{נמשיך לפשט בעזרת חוקי חזקות (לפנינו חלוקה של בסיסים זהים): } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ ונקבל: } \frac{x^m}{x^{m+1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^{-1} \Leftrightarrow x^{m-m-1} \Leftrightarrow x^{m-(m+1)}$$

דרך ב': הצבת דוגמה מספרית

מכיוון שאין כל נתון מספרי על x , y ו- m , מלבד לכך שמכפלתם של x ו- y שונה מ-1.

$$\text{נציב כי } x \text{ שווה ל-} 2, y = \frac{1}{2} \text{ ו-} m = 2, \text{ ונחשב מה ערכו של הביטוי: } x^m \cdot y^{m+1} \Leftrightarrow 2^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{8} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

נציב ערכים אלו בתשובות, ונמצא כי ערכן של תשובות (1), (2) ו-(3) שונה מ- $\frac{1}{2}$, ולכן ניתן לקבוע כי

התשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

5. השאלה: $x \cdot y = z \cdot w$ ($x, y, z, w \neq 0$)

$$4y = 3z$$

$$x = ?$$

פתרון: דרך א' : פישוט אלגברי

כפי שלמדנו, כיוון שהשאלה מבקשת את ערכו של x ובנתונים 4 נעלמים, ניעזר בתשובות על מנת לדעת את מי "להעלים". בתשובות מופיע w , לכן נרצה "להעלים" מהשאלה ומהנתונים את y ו- z . הנתון השני נותן לנו קשר בין y ו- z , נבודד בו את אחד הנעלמים (נבחר בבידוד של z כיוון שאז נוכל להציב במקומו במשוואה העליונה ולבודד בצורה פשוטה יותר את x , כיוון שיהיה פחות "בלאגן" באגף שלו):

$$4y = 3z \quad \cdot \quad \frac{4y}{3} = z$$

$$x \cdot y = \frac{4yw}{3} \Leftrightarrow x \cdot y = \frac{4y}{3} \cdot w \Leftrightarrow x \cdot y = z \cdot w$$

$$\cdot \quad y = \frac{4w}{3} \Leftrightarrow y = \frac{4^1 \cdot yw}{3 \cdot y_1} \Leftrightarrow x \cdot y = \frac{4yw}{3}$$

דרך ב' : הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני המשוואה השנייה, למשל $y = 3$; $z = 4$ ונקבל: $x \cdot 3 = 4 \cdot w$.

$$\cdot \quad x = \frac{4 \cdot w}{3}$$

תשובה (4).

6. השאלה: $x \cdot y = \frac{1}{z}$ ($z \neq 0$)

$$x \cdot \sqrt{z} \cdot y \cdot z^2 \cdot \sqrt{z} = ?$$

פתרון : הביטוי עליו נשאלנו מורכב ומסורבל. לפיכך, נרצה לפשט אותו לפני שנתקדם לשימוש בנתונים:

$$\cdot \quad x \cdot y \cdot z^3 \Leftrightarrow x \cdot y \cdot z \cdot z^2 \Leftrightarrow x \cdot y \cdot \sqrt{z} \cdot \sqrt{z} \cdot z^2 \Leftrightarrow x \cdot \sqrt{z} \cdot y \cdot z^2 \cdot \sqrt{z}$$

כעת, לאור העובדה שבתשובות אין x ו- y , נרצה "להעלים" אותם על ידי בידוד והצבה. כיוון שעל פי

$$\cdot \quad x \cdot y = \frac{1}{z} \quad \cdot \quad z^2 \Leftrightarrow \frac{1}{z} \cdot z^3 \Leftrightarrow x \cdot y \cdot z^3$$

תשובה (3).

7. השאלה: $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = \frac{6}{x}$ ($x \neq 0$)

ערכו של x יכול להיות שווה ל-

פתרון: כיוון שנתבקשנו למצוא את ערכו של x , נבודד אותו מתוך המשוואה. ראשית נבצע מכנה משותף

$$\frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{x}{6} = \frac{6}{x} \Leftrightarrow x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = \frac{6}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{x}{6} = \frac{6}{x} \quad \text{נכפול את שני האגפים ב-6x, ונקבל:}$$

$$9x^2 = 36 \Leftrightarrow 6x^2 + 2x^2 + x^2 = 36 \Leftrightarrow 1 \cdot 6x \cdot \frac{6x}{6} + 1 \cdot 6x \cdot \frac{2x}{6} + 1 \cdot 6x \cdot \frac{x}{6} = 6x^1 \cdot \frac{6}{x^1}$$

$$\text{נחלק ב-9 את שני האגפים, ונקבל: } x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

תשובה (2).

8. השאלה: $1 - a^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

מהו ערכו של a ?

פתרון: בשאלה שלפנינו ביקשו ערך של נעלם ולכן ננסה לבודד אותו מהנתונים. נגדיר מה מפריע לנו כדי להשיג את a מבודד באחד האגפים: יש לו חזקה ולכן נצטרך לבצע שורש, יש לידו מספר ממנו צריך להיפטר, יש לו מינוס אותו נרצה לבטל.

ראשית נדאג ש- a יהיה באגף בו סימנו חיובי על מנת שלא נתבלבל בעבודה עם מינוס (נוסיף a^2 לשני

$$\text{האגפים): } 1 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + a^2 \Leftrightarrow 1 - a^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

כעת נבודד את a ונפשט (נבטל את השבר על החסרתו משני האגפים ולאחר מכן נבצע מכנה משותף):

$$\frac{16}{25} = a^2 \Leftrightarrow \frac{25-9}{25} = a^2 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{25} = a^2 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = a^2$$

לסיום, ניפטר מהחזקה של a על ידי הוצאת שורש משני אגפי המשוואה

$$\pm \frac{4}{5} = a \quad (\text{זכרו - עלינו להתייחס לפיתרון החיובי והשלילי במקרה כזה):}$$

תשובה (1).

9. השאלה: $2y = \frac{\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} - 1}{3}$

$x = ?$

פתרון: בשאלה שלפנינו עלינו למצוא את ערכו של x ועל פי התשובות עלינו להציג ערך זה במונחי y . לפיכך, נרצה לבודד מהנתון את x באחד האגפים, ואת כל שאר המספרים והנעלמים (y) נרצה באגף השני. "המכשולים" בדרך לבידוד x בנתונים: x הוא חלק ממונה של שבר גדול ולכן ניפטר מהמכנה, יש יחד עם x מספר באגף ולכן ניפטר ממנו, יש שני שברים עם x ולכן נבצע בסוף מכנה משותף ומשם נמשיך. נתחיל לעבוד בשלבים. ראשית ניפטר מהמכנה של השבר הגדול על ידי הכפלת המשוואה במכנה

$$\text{המשותף: } 2y = \frac{\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} - 1}{3} \Leftrightarrow 6y = \frac{2x}{3} - \frac{x}{6} - 1$$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 6y = 2 \cdot 6 \cdot \frac{2x}{3} - 6 \cdot 1 \cdot \frac{x}{6} - 6 \cdot 1 \Leftrightarrow 6y = \frac{2x}{3} - \frac{x}{6} - 1$$

$$\Leftrightarrow 36y = 4x - x - 6$$

$$\text{על מנת לבודד את } x, \text{ נחבר } 6 \text{ לשני האגפים, ונקבל: } 36y = 3x - 6 \Leftrightarrow 36y + 6 = 3x$$

תשובה (3).

10. השאלה: $a^2 - b^2 = 24$

$$\frac{a+b}{a-b} = 6$$

$a - b = ?$

פתרון: פשוט אלגברי

נפשט את הנתון הראשון ($a^2 - b^2 = 24$) באמצעות נוסחת הכפל המקוצר השלישית, ונקבל:

$$(a+b)(a-b) = 24 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 24$$

$$\text{לפי הנתון השני: } \frac{a+b}{a-b} = 6$$

$$\text{נכפול ב- } (a-b) \text{ את שני האגפים, ונקבל: } \frac{a+b}{a-b} = 6 \Leftrightarrow a+b = 6 \cdot (a-b)$$

$$6(a-b)(a-b) = 24 \Leftrightarrow (a+b)(a-b) = 24$$

$$\text{נחלק ב-6 את שני האגפים, ונקבל: } 6(a-b)(a-b) = 24 \Leftrightarrow (a-b)(a-b) = 4 \Leftrightarrow (a-b)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow a - b = \pm 2$$

תשובה (2).

11. השאלה: $1 < x$; $\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

ערכו של x יכול להיות שווה ל-

פתרון: נמצא את ערכו של x על ידי בידודו בנתון שקיבלנו. x נמצא משני צידי המשוואה ובשני שברים שונים. נבטל את השברים על ידי כפל במכנה משותף ($\sqrt{x} \cdot \sqrt{3}$) ומשם נמשיך לפשט: $\Leftrightarrow \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

$$. x = \pm 3 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x \cdot x = 3 \cdot 3 \Leftrightarrow x\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

הפישוט שביצענו למעשה אינו נותן בידינו פתרון חד משמעי, לכן נחזור לנתונים ונמצא כי x גדול מ-1 ולכן הפתרון הוא: $x = 3$.

תשובה (3).

12. השאלה: $xz - wy = 8$

$$xw - zy = 2$$

$$(x - y)(z + w) = ?$$

פתרון: בשאלה זו לא ברור כיצד עלינו להשתמש בנתונים על מנת לחלץ את הביטויים שבסוגריים, כמו גם לא ברור כיצד לחלץ כל נעלם בנפרד. במקרה כזה, כדאי לנסות ולהציג את השאלה מעט אחרת, כלומר לפשט את הביטוי עליו נשאלים. כיוון שבנתונים הנעלמים מחוץ לסוגריים נפתח סוגריים בביטוי:

$$. xz + xw - yz - yw \Leftrightarrow (x - y)(z + w)$$

מצאנו כי הביטוי בנוי מרכיבים הדומים לנתונים, על מנת שיהיה קל יותר להשתמש בנתונים, נסדר את התוצאה בצורה הקרובה ככל האפשר לנתונים: $xz + xw - yz - yw \Leftrightarrow xz - yw + xw - yz$.

$$. 10 \Leftrightarrow \underbrace{xz - yw}_8 + \underbrace{xw - yz}_2$$

תשובה (1).

13. השאלה: $0 < x$; $x^9 = 5x^7$

$$x = ?$$

פתרון: השאלה מבקשת שנמצא את ערכו של x , ולכן נבודד אותו. x נמצא משני עברי המשוואה, ולכן נרכז אותו באחד האגפים. נחלק את שני האגפים ב- x^7 , ונקבל:

$$x^2 = 5 \Leftrightarrow x^9 = 5x^7$$

כעת, נבצע פעולת שורש על שני האגפים ולקבל - $x = \pm\sqrt{5}$

מכיוון שלפי הנתונים x הוא חיובי, הרי שהתשובה היא $x = \sqrt{5}$.

תשובה (2).

14. השאלה: $2^a = \frac{1}{2^5} \cdot 2^{31}$

$a = ?$

פתרון: נתבקשנו למצוא את ערכו של נעלם הנמצא במעריך החזקה. כיוון שאין בידינו חוק שמאפשר "לבטל את הבסיס" ננסה לפשט את הנתונים ומשם להבין מה המשוואה מלמדת אותנו.

נפשט את אגף ימין (בכפל בין חזקות נשאף לבסיסים זהים ולכן נמיר את השבר בעזרת חזקה שלילית לבסיס 2 ומשם נמשיך עם כפל בסיסים זהים): $2^a = \frac{1}{2^5} \cdot 2^{31} = 2^{-5} \cdot 2^{31} = 2^{-5+31} = 2^{26}$

אין חוק חזקות שיעזור לנו לסיים את השאלה עם פשוט אלגברי, כך שעלינו לעצור ולחשוב מה מלמדת אותנו המשוואה. נצא מתוך השוויון ונלמד שמכיוון ששני האגפים שווים והם בעלי בסיס זהה שהוא מספר שלם וחיובי (וגדול מ-1), המעריכים חייבים להיות שווים, שכן אחרת לא יכול היה להיות שוויון.

אם כך, נוכל להשוות מעריכים: $a = 3a - 5 \Leftrightarrow 5 = 2a \Leftrightarrow \frac{5}{2} = a$

(הערה) – כאשר מבקשים לדעת ערך של גורם שנמצא במעריך חזקות, נשאף להגיע למשוואה בה משני צידי השוויון אותו מעריך ואז, במידה והבסיס גדול מ-1, נוכל להגיד כי המעריכים שווים

תשובה (2).

15. השאלה: $ab - bc = 8$

$a - c = 2$

$b = ?$

פתרון: בשאלה שלפנינו מבקשים את ערכו של b ולכן נשאף לבודד אותו. הנתונים שלפנינו מכילים הרבה נעלמים, לכן נביט בשאלה ובתשובות ונגלה שהנעלם היחיד שמופיע בהן הוא b .

מכאן שעלינו לשאוף "להעלים" את יתר הנעלמים. נבודד את b מהמשוואה הראשונה ונשתמש לאחר מכן בנתון השני: $b(a - c) = 8 \Leftrightarrow ab - bc = 8$

כעת נציב במשוואה שקיבלנו את הנתון השני ($a - c = 2$), ונקבל: $b \cdot 2 = 8 \Leftrightarrow b(a - c) = 8$

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $b \cdot 2 = 8 \Leftrightarrow b = 4$

תשובה (4).

16. השאלה: $x = \frac{y+z}{4}$

$x + y + z = 35$

$x = ?$

פתרון: בשאלה שלפנינו מבקשים כי נמצא את ערכו של x , ולכן נשאף לבודד אותו. הנתונים שלפנינו מכילים נעלמים רבים, לכן עלינו להביט בשאלה ובתשובות ולגלות כי עלינו להיפטר מכל הנעלמים מלבד x . נחלץ מהמשוואה הראשונה את ערכם של y ו- z (מהם כאמור אנו רוצים 'להיפטר'), על ידי כפל

של שני האגפים ב-4, ונקבל: $4x = y + z \Leftrightarrow x = \frac{y+z}{4}$

כעת נציב את הערך שקיבלנו במשוואה השנייה במקום $(y + z)$, ונקבל: $x + y + z = 35 \Leftrightarrow$

$5x = 35 \Leftrightarrow x + 4x = 35$

נחלק את שני האגפים ב-5, ונקבל: $5x = 35 \Leftrightarrow x = 7$

תשובה (2).

17. השאלה: $2^x \cdot 8^x \cdot 16^x = (4^2)^6$

$x = ?$

פתרון: השאלה מבקשת למצוא את ערכו של נעלם אשר נמצא במעריך. נשווה את הבסיסים בשני צדי המשוואה ואז נוכל להשוות מעריכים. לשם השוואת הבסיסים, נפרק את כל הבסיסים לבסיס 2:

$$2^{x+3x+4x} = (2^2)^{12} \Leftrightarrow 2^x \cdot 2^{3x} \cdot 2^{4x} = 4^{12} \Leftrightarrow 2^x \cdot (2^3)^x \cdot (2^4)^x = 4^{2 \cdot 6} \Leftrightarrow 2^x \cdot 8^x \cdot 16^x = (4^2)^6$$

$$2^{8x} = 2^{24} \Leftrightarrow$$

מכיוון שהבסיס הוא מספר חיובי וגדול מ-1, נוכל להשוות את המעריכים: $2^{8x} = 2^{24} \Leftrightarrow 8x = 24$.

נחלק ב-8 את שני האגפים, ונקבל: $8x = 24 \Leftrightarrow x = 3$.

תשובה (3).

18. השאלה: $(a+1)^2 = (b+1)^2$; $(a \neq b)$

$(a+b) = ?$

פתרון: השאלה מבקשת שנמצא את ערכו של ביטוי. כיוון שלא ברור כיצד מחלצים את הביטוי עצמו מהנתון נחלץ את אחד הנעלמים ולבטא אותו בעזרת הנעלם השני (נבחר שרירותית לבדוד את a).

לשם כך עלינו לבטל את החזקה. לשם ביטול החזקה יש שתי אפשרויות:

א. פתיחת הסוגריים כנוסחאות כפל מקוצר.

ב. ביצוע פעולת שורש.

כיוון שפתיחת הסוגריים כנוסחת כפל מקוצר אינה מפשטת את השאלה, נעדיף להוציא שורש משני האגפים. כאשר נתונה משוואה ריבועית יש לה שני פתרונות או שהבסיסים שווים או נגדיים.

לשם ההתייחסות לשני המקרים עלינו להתייחס לפתרון החיובי כמו גם לשלילי:

$$\pm(a+1)^2 = \pm(b+1) \Leftrightarrow (a+1)^2 = (b+1)^2$$

נבדוק לגבי כל אחד מהמקרים:

א) $a+1 = b+1$

ב) $a+1 = -(b+1)$

כעת נפשט כל אחת מהאפשרויות עד שיהיה בידינו ערכו של a או שנוכל למצוא ישר את ערכו של הביטוי.

א) $a = b \Leftrightarrow a+1 = b+1$

מכיוון שנתון כי $a \neq b$, הרי שפתרון זה נפסל.

ב) $a+b = -2 \Leftrightarrow a+1 = -b-1 \Leftrightarrow a+1 = -(b+1)$

תשובה (2).

19. השאלה: $3x + 2y + 2z + w = 26$

$$2x + 2y = 10$$

$$x + w = 8$$

$$z = ?$$

פתרון: השאלה שלפנינו מבקשת את ערכו של z , כאשר בתשובות יש לנו ערכים מספריים, המשמעות היא שנרצה "להיפטר" מ- x , y ו- z . מכיוון שהמשוואה הראשונה היא היחידה המכילה את הנעלם המבוקש, נשתמש במשוואה זו, על מנת להציב אותם במשוואה זו. נבודד את הנעלמים מהם אנו רוצים "להיפטר", ונציב:

$$\text{נבודד את } w: x + w = 8 \Leftrightarrow w = 8 - x$$

$$3x + 2y + 2z + w + 8 = 26 \Leftrightarrow 3x + 2y + 2z + 8 - x = 26 \Leftrightarrow 3x + 2y + 2z + w = 26$$

$$\text{נחסר } 8 \text{ משני האגפים, ונקבל: } 2x + 2y + 2z = 18 \Leftrightarrow 2x + 2y + 2z + w + 8 = 26$$

$$\text{כעת, נציב את הנתון השני לפיו } 2x + 2y = 10 \text{ במשוואה אליה הגענו, ונקבל: } 2x + 2y + 2z = 18 \Leftrightarrow 10 + 2z = 18$$

$$\text{נחסר } 10 \text{ משני האגפים, ונקבל: } 10 + 2z = 18 \Leftrightarrow 2z = 8 \Leftrightarrow z = 4$$

תשובה (4).

20. השאלה: $5^a \cdot 5^b = \frac{5^a}{5^b}$

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

פתרון: מכיוון שנתונה משוואה עם מעריכים (משוואה מעריכית), נגיע לבסיסים זהים משני צדדי המשוואה, על מנת להשוות מעריכים. באגף השמאלי של המשוואה נתון כפל של בסיסים זהים, ולכן נחבר את המעריכים, באגף ימין יש חלוקה של בסיסים זהים, ולכן נחסר את המעריכים, ונקבל:

$$5^{a+b} = 5^{a-b} \Leftrightarrow 5^a \cdot 5^b = \frac{5^a}{5^b}$$

$$\text{כעת, כיוון שהבסיסים זהים וגדולים מ-1, נוכל להשוות את המעריכים: } a + b = a - b$$

$$\text{נחבר } b \text{ ונחסר } a \text{ משני האגפים, ונקבל: } b = 0 \Leftrightarrow 2b = 0$$

תשובה (3).

21. השאלה: $a = 2b = 4c$

$$a - b = c$$

$$c = ?$$

פתרון: נתבקשנו למצוא את ערכו של c , אך בנתונים יש נעלמים נוספים, לכן "ניפטר" מ- b ו- a . נתון כי $a - b = c$, וכי $a = 2b = 4c$, ולכן נציב כי $a = 4c$ וכי $b = 2c$, ונקבל: $a - b = c \Leftrightarrow 4c - 2c = c$

$$\text{נחסר } c \text{ משני האגפים: } 2c = c \Leftrightarrow c = 0$$

(הערה: ניתן לראות כבר במשוואה $2c = c$ כי c שווה לאפס, שכן רק 0 שווה לפעמיים עצמו).

תשובה (1).

22. השאלה: $a\sqrt{b} = b\sqrt{a}$; $(0 \neq a, b)$

$a = ?$

פתרון: השאלה ביקשה מידע על a ולכן נבודד אותו.

נחלק את שני האגפים של המשוואה ב- \sqrt{a} וב- \sqrt{b} , ונקבל: $a\sqrt{b} = b\sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}$.

מכיוון שהשאלה ביקשה שנמצא את a , כל שנותר הוא להיפטר מהשורש. נעלה בחזקה 2 של שני

האגפים: $a = b \Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}$.

תשובה (2).

23. השאלה: $a = \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz}$; $(x, y, z \neq 0)$

$b = \frac{z+x}{y}$

$\frac{a}{b} = ?$

פתרון: מכיוון שכל התשובות נתונות ב- x וב- y , ניפטר מ- a ו- b על ידי הצבת נתוני השאלה בביטוי:

$$\frac{z+x}{y} \cdot \frac{1}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz}} \Leftrightarrow \frac{z+x}{y} \cdot \frac{xyz}{z+x} \Leftrightarrow \frac{xyz}{\frac{z+x}{y}} \Leftrightarrow \frac{a}{b}$$

נחלק את המונה והמכנה ב- $(z+x)$ וב- y , ונקבל: $\frac{1}{xz} \Leftrightarrow \frac{z+x}{xyz} \cdot \frac{y}{z+x}$

תשובה (2).

24. השאלה: נתון: $y-x = x-y$

מה נכון בהכרח?

פתרון: נתון כי $y-x = x-y$.

נחבר לכל אחד מהאגפים x ו- y , ונקבל: $2y = 2x \Leftrightarrow y = x$.

תשובה (1).

25. נתון: $a = b \cdot c = d \cdot e$; $(a \neq 0, b \neq d)$

$a + b = ?$

פתרון: נחלץ מן הנתון את a ו- b : $a = d \cdot e$; $a = b \cdot c = d \cdot e$; ומכאן ש: $b = \frac{d \cdot e}{c}$.

$a + b = d \cdot e + \frac{d \cdot e}{c}$ כעת נוציא $d \cdot e$ כגורם משותף, ונקבל: $d \cdot e \cdot \left(1 + \frac{1}{c}\right)$.

תשובה (3).