

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(4)	(1)	(1)	(1)	(4)	(3)	(3)	(4)	(2)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(4)	(4)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	תשובה

25	24	23	22	21	שאלה
(3)	(3)	(3)	(4)	(1)	תשובה

הסברים

1. **השאלה:** a הוא מספר זוגי ו-b הוא מספר אי-זוגי. איזה מהביטויים הבאים אינו יכול להיות שלם?
פתרון: כאשר מבקשים מאיתנו למצוא מספר שאינו שלם נחפש שבר אשר במונה שלו יש ביטוי אי-זוגי ובמכנה ביטוי זוגי, שכן לפי ההגדרה מספר אי-זוגי אינו מתחלק ללא שארית במספר זוגי. נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $\frac{a}{b}$. a הוא מספר זוגי, ולכן חלוקתו ב-b שהוא מספר אי-זוגי עשויה לתת תוצאה שהיא

מספר שלם. לדוגמה: כאשר מחלקים את המספר הזוגי 12 במספר האי-זוגי 3, נקבל תוצאה שהיא שלמה – $4 = \left(\frac{12}{3}\right)$.

תשובה (2): $\frac{b}{a}$. b הוא מספר אי-זוגי, אשר בהגדרה אינו מתחלק ב-2, ולכן חלוקתו ב-a שהוא מספר

זוגי, תיתן בהכרח תוצאה שאינה שלמה. כאמור, חלוקת מספר אי-זוגי במספר זוגי תיתן תמיד תוצאה שהיא שבר. זו התשובה הנכונה.

תשובה (3): $\frac{a+b}{3}$. הביטוי במונה הוא חיבור של מספר זוגי-a, ומספר אי-זוגי-b.

תוצאת חיבור של שני מספרים שונים היא תמיד תוצאה אי-זוגית. תוצאת חלוקה של מספר אי-זוגי במספר אי-זוגי אחר – 3, יכולה לתת תוצאה שלמה, למשל, תוצאת החלוקה של המספר 15 ב-3, היא מספר שלם (5), ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (4): $\frac{a+b}{5}$. הביטוי במונה הוא חיבור של מספר זוגי-a, ומספר אי-זוגי-b, ומכאן שתוצאת

הביטוי במונה הוא אי-זוגי. חלוקה של מספר אי-זוגי במספר אי-זוגי – 5, יכולה לתת תוצאה שלמה, למשל: 15 לחלק ל-5, היא מספר שלם (3), ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2).

2. **השאלה:** a ו- b הם מספרים שלמים.

$$a^2 + b^2 \text{ הוא מספר זוגי. איזו מהטענות הבאות נכונה לגבי } a \text{ ו-} b?$$

פתרון: חזקות אינן משנות בנושא זוגיות, כלומר אם מספר הוא זוגי, בכל חזקה, שלמה וחיובית, תהיה תוצאתו זוגית. אם מספר הוא אי-זוגי, אז בכל חזקה, שלמה וחיובית, תהא תוצאתו אי-זוגית. בכדי שחיבור שני מספרים יהיה זוגי, שניהם צריכים להיות מאותו סוג, כלומר שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים.

תשובה (1): שניהם מספרים זוגיים.

לא ניתן לקבוע כי בהכרח גם a וגם b הם מספרים זוגיים, שכן יתכן כי שני המספרים אי-זוגיים.

תשובה (2): a הוא מספר זוגי ו- b הוא מספר אי-זוגי.

אם a היה זוגי, ו- b מספר אי-זוגי, תוצאת החיבור של הביטוי הייתה אי-זוגית, ועל כן תשובה זו בהכרח אינה נכונה.

תשובה (3): שניהם מספרים אי-זוגיים.

לא ניתן לקבוע כי a ו- b הם מספרים אי-זוגיים, שכן יתכן שניהם זוגיים.

תשובה (4): סכומם הוא מספר זוגי.

מצאנו כי a ו- b הם שני מספרים זוגיים או שני מספרים אי-זוגיים. בכל אחד מהמקרים סכומם הוא זוגי.

תשובה (4).

3. **השאלה:** a הוא מספר זוגי ו- b הוא מספר אי-זוגי ($0 < a, b$).

$$\text{הביטוי } a^b + b^a \text{ בהכרח -}$$

פתרון: נבדוק לגבי כל אחד מהמחזורים בנפרד:

a^b : מכיוון שנתון כי הבסיס a הוא מספר זוגי. מספר זוגי בכל חזקה שלמה וחיובית הוא מספר זוגי, הרי שהביטוי a^b הוא זוגי.

b^a : b הוא מספר אי-זוגי. מספר אי-זוגי בכל חזקה הוא מספר אי-זוגי.

הביטוי $a^b + b^a$ הוא חיבור של מספר זוגי ומספר אי-זוגי, ולפיכך תוצאת החיבור היא בהכרח אי-זוגית.

תשובה (3).

4. **השאלה:** a הוא מספר אי-זוגי ו- b הוא מספר זוגי.

איזה מהביטויים הבאים בהכרח זוגי?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות ונבדוק ערכו של מי מהביטויים הוא בהכרח זוגי:

תשובה (1): $(a + 2b)^2$. a הוא מספר אי-זוגי על פי הנתון, ו- $2b$ הוא גורם זוגי, שכן תוצאת מכפלה שבה יש גורם זוגי אחד לפחות היא זוגית.

תוצאת החיבור של מספר אי-זוגי ומספר זוגי, כלומר שני מספרים שאינם מאותו מין, היא בהכרח אי-זוגית, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): $a^2 - b^2$. a הוא מספר אי-זוגי, ו- b מספר זוגי.

תוצאת החיבור של מספר אי-זוגי ומספר זוגי, כלומר שני מספרים שאינם מאותו מין, היא בהכרח אי-זוגית, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): $2a^2 + b^3$.

מכיוון שחזקות אינן רלוונטיות לעניין זוגיות, ניתן להתעלם מהחזקות.
 $2a^2$ - כאשר יש במכפלה מספר זוגי, התוצאה היא זוגית. מכאן שהביטוי $2a$ הוא זוגי.
 b הוא מספר זוגי ולכן הביטוי b^3 אף הוא בהכרח זוגי.
 תוצאת החיבור של שני מספרים זוגיים, כלומר שני מספרים מאותו מין, היא בהכרח זוגית.
 מכאן שזו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות, אולם נעשה זאת לשם השלמת ההסבר.

תשובה (4): $(a + 2)^2 + b$.

a הוא מספר אי-זוגי, ולכן כאשר נחבר אליו את המספר הזוגי 2, נקבל ביטוי אי-זוגי.
 מצאנו כי הביטוי $(a + 2)$ הוא מספר אי-זוגי.
 כאשר נעלה מספר אי-זוגי בכל חזקה שלמה וחיובית, נקבל תוצאה אי-זוגית.
 b הוא מספר זוגי, תוצאת חיבור של מספר אי-זוגי ומספר זוגי היא בהכרח תוצאה אי-זוגית.

תשובה (3)

5. השאלה: a ו- b הם מספרים שלמים וחיוביים.

$$c = 2a^2 + 5b$$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פתרון: הביטוי $2a^2$ הוא בהכרח זוגי, מכיוון שתוצאת מכפלה של מספר זוגי במספר שלם היא תמיד תוצאה זוגית.

הביטוי $5b$ הוא מכפלה של מספר אי-זוגי 5 ב- b .

על מנת לקבוע האם c הוא מספר זוגי או אי-זוגי, עלינו לדעת מיהו b .

אם b הוא מספר זוגי: הרי שהביטוי $5b$ הוא בהכרח זוגי, מכיוון שמכפלה אשר יש בה לפחות גורם זוגי אחד היא זוגית. במצב זה הביטוי כולו, כלומר c , מורכב משני מחוברים זוגיים, ולכן c הוא בהכרח מספר זוגי.

אם b הוא מספר זוגי: הרי שהביטוי $5b$ הוא אי-זוגי, מכיוון שתוצאת מכפלה של שני מספרים אי-זוגיים היא אי-זוגית. במצב זה הביטוי כולו, כלומר c , מורכב משני מחוברים שונים, אחד זוגי, והאחר אי-זוגי, ומכאן ש- c הוא אי-זוגי. התשובה הנכונה היא (4).

תשובה (4)

6. השאלה: הפעולה \$ מוגדרת בעבור כל מספר שלם וחיובי כך: $(n)\$ = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

אם הביטוי: $(n)\$ - (n+1)\$$ הוא _____, אז n בהכרח _____.

פתרון: הפעולה \$ מוגדרת כסכום כל המספרים השלמים והחיוביים עד למספר עליו מבוצעת הפעולה.
 לדוגמה: $(4)\$ = 1 + 2 + 3 + 4$.

כאשר נחסר מ- $(n+1)\$$ את $(n)\$$, נחסר למעשה את כל המספרים מלבד המספר $(n+1)$.

לדוגמה. אם $n = 4$, הרי ש: $(4+1)\$ = 1 + 2 + 3 + 4 + (4+1)$, ו- $(4)\$ = 1 + 2 + 3 + 4$.

אם נחסר מ- $(5)\$$ את $(4)\$$, התוצאה שתתקבל תהיה 5, כלומר $(n+1)$.

תשובה (1): אם $(n+1)$ הוא זוגי, אז בהכרח n הוא אכן מספר אי-זוגי.

זו התשובה הנכונה. אין צורך לבדוק את יתר התשובות, נעשה זאת.

תשובה (2): אם $(n+1)$ הוא זוגי, אזי בהכרח, n יהיה אי-זוגי, ולא כפי שהתשובה קובעת, זוגי.

תשובה (3): אם $(n+1)$ הוא מספר אי-זוגי, אז בהכרח n יהיה זוגי, ולא כפי שהתשובה קובעת, אי-זוגי.

תשובה (1)

7. **השאלה:** נתון: $x = \frac{y+1}{3} + 1$.

x הוא מספר זוגי.

y בהכרח -

פתרון: נתון כי x הוא זוגי, מכיוון ש- $x = \frac{y+1}{3} + 1$, ניתן לקבוע כי $\frac{y+1}{3}$ הוא ביטוי אי-זוגי, וכי

y+1 הוא ביטוי המתחלק ב-3 ללא שארית.

על מנת ש-y+1 יתחלק ב-3 ללא שארית, y הוא בהכרח כפולה כלשהי של 2, כלומר מספר זוגי.

תשובה (1).

8. **השאלה:** הפעולה \$ מוגדרת בעבור כל מספר חיובי ושלם כך: סכום ספרותיו של $\$(x) = x$.

כך לדוגמא $\$(17) = 1 + 7 = 8$

$\$(10x + 10y) = ?$

פתרון: כאשר נכפול את x ואת y ב-10 נקבל מספרים דו-ספרתיים אשר ספרת האחדות שלהם היא 0. סכום הספרות של $10x + 10y$ שווה למעשה לסכומם של שני המספרים החד ספרתיים: x ו- y .

תשובה (1).

9. **השאלה:** a ו-b מספרים שלמים.

$x = [a \cdot b] + a + b + 1$

x הוא מספר זוגי.

איזו מהקביעות הבאות **בהכרח** נכונה?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): a זוגי ו-b אי-זוגי

אם a זוגי, הרי שתוצאת המכפלה $a \cdot b$ היא זוגית.

הביטוי $a + b + 1$ מורכב משני מחוברים שהם אי-זוגיים: b ו-1, ומחובר אחד זוגי (a), ולכן

הביטוי $a + b + 1$, אף הוא זוגי.

x הוא ביטוי המורכב משני מחוברים: המכפלה $a \cdot b$ שהוא זוגי, והביטוי $a + b + 1$, שאף

הוא זוגי, ומכאן ש-x זוגי. תשובה (1) נכונה, אולם מכיוון שמופיעה התשובה (4) ולפיה אי

אפשר לדעת מן הנתונים, נבדוק גם את יתר התשובות.

תשובה (2): b זוגי ו-a אי-זוגי.

אם b זוגי, הרי שתוצאת המכפלה $a \cdot b$ היא זוגית.

הביטוי $a + b + 1$ מורכב משני מחוברים אי-זוגיים, ולכן הוא זוגי, וגם x המורכב מחיבור

שלו עם $a \cdot b$ הוא זוגי. מכיוון שגם תשובה (2) נכונה, הרי שניתן לקבוע כי אף אחת

מהתשובות אינה נכונה בהכרח.

תשובה (4).

10. **השאלה:** הביטוי $(x + 2y)$ הוא מספר שלם.

איזה מהמצבים הבאים אינו יתכן?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות, ונמצא מי מהן מתארת מצב שאינו יתכן.

תשובה (1): x ו- y הם מספרים שלמים.

אם x ו- y הם מספרים שלמים, אז בהכרח גם הביטוי $(x + 2y)$ יהיה מספר שלם.

מצאנו שיתכן כי x ו- y יהיו מספרים שלמים, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (2): x הוא מספר שלם ו- y אינו מספר שלם.

אם לדוגמה $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$ ונקבל שהביטוי $(x + 2y)$ שלם.

מצאנו שהמצב המתואר יתכן, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): x אינו מספר שלם ו- y הוא מספר שלם.

אם y הוא מספר שלם, הרי שבהכרח גם הביטוי $2y$ שלם.

כאשר נוסיף לביטוי השלם $2y$, ביטוי שאינו שלם x , נקבל ביטוי שאינו שלם, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

11. **השאלה:** נתון $(2x - y)$ הוא מספר שלם.

איזה מהביטויים הבאים בהכרח שלם?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $2y - x$.

נחפש מספרים שלפיהם הביטוי המקורי שלם, והביטוי $2y - x$ אינו שלם.

כאשר $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$, הביטוי המקורי שווה ל-0 $(2x - y = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0)$, והביטוי

שבתשובה שווה ל- $1\frac{1}{2}$ $(2y - x = 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2})$. מכיוון שמצאנו כי יתכן שהביטוי

שבתשובה אינו שלם, ניתן לפסול את התשובה.

תשובה (2): $y - 2x$. הביטוי הוא $(y - 2x)$ הוא למעשה התוצאה של מכפלת הביטוי הנתון ב-(-1),

ולכן הוא בהכרח שלם.

תשובה (2).

שימו לב: כפי שלמדנו $(a - b) = -1 \cdot (b - a)$, ולכן בהכרח הביטוי $(2x - y)$ שווה ל- $-1 \cdot (y - 2x)$

ומכאן שהביטוי הנתון הוא הביטוי הנגדי לביטוי שבתשובה (2).

12. **השאלה:** a הוא מספר אי-זוגי וחיובי b הוא מספר זוגי וחיובי. איזה מהביטויים הבאים אי-זוגי?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $2a + b$. הביטוי $2a$ הוא מכפלה של 2 במספר שלם, ולכן בהכרח זוגי.

b הוא מספר זוגי. חיבור של שני מספרים זוגיים יתן בהכרח תוצאה זוגית.

תשובה (2): $(a + 1)^b$. חזקות (שלמות וחיוביות) אינן משפיעות על זוגיותו של מספר, ולכן ניתן

להתעלם מהחזקה. a הוא מספר אי-זוגי וכאשר נחבר לו 1 נקבל תוצאה זוגית.

מספר זוגי בכל חזקה שלמה וחיובית יתן תוצאה זוגית, ולכן התשובה נפסלת.

תשובה (3): $b^3 + 3a$. חזקות (שלמות וחיוביות) אינן משפיעות על זוגיותו של מספר, ולכן ניתן

להתעלם מהחזקה. b הוא מספר זוגי, ולכן גם בחזקת 3 הביטוי זוגי.

a הוא מספר אי-זוגי, כאשר נכפול אותו במספר אי-זוגי נוסף (ב-3) נקבל בהכרח

ביטוי אי-זוגי. כאשר מחברים ביטוי זוגי וביטוי אי-זוגי מקבלים תוצאה אי-זוגית.

זו התשובה הנכונה, ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את תשובה (4).

תשובה (3).

13. **השאלה:** x ו- y הם מספרים חיוביים ושלמים.

$$x + y = 9$$

איזו מהטענות הבאות לא תיתכן?

פתרון: מובט בתשובות נראה כי עלינו לבדוק מה אנו יכולים להסיק מן הנתון לגבי הסימן והזוגיות של

x ו- y . סכומם של x ו- y הוא מספר אי-זוגי (9), ומכאן שניתן להסיק כי אחד מהמספרים הוא זוגי

והאחר אי-זוגי, אולם איננו יודעים מי מהם הוא הזוגי ומי האי-זוגי. נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): x זוגי.

אם y הוא אי-זוגי, למשל אם $y = 1$, יתכן כי x הוא זוגי. מכיוון שהטענה תיתכן, ניתן

לפסול את התשובה.

תשובה (2): הביטוי $(x - y)$ הוא שלילי.

מכיוון שאיננו יכולים להסיק מן הנתון דבר לגבי יחס הגדלים בין x ו- y (וכן מי מהם חיובי

ומי שלילי), יתכן כי $x < y$ (למשל $x = 3$ ו- $y = 6$), ומכאן שיתכן כי הביטוי $(x - y)$ יהיה

ביטוי שלילי (כאשר $x = 3$ ו- $y = 6$, הביטוי שווה ל-(-3)).

תשובה (3): $y = 2$.

טענה זו תיתכן, למשל כאשר $x = 7$ ו- $y = 2$, ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): x ו- y הם מספרים אי-זוגיים.

אם גם x וגם y יהיו מספרים אי-זוגיים, כלומר שני מספרים מאותו סוג, יהיה סכומם של

שני המספרים בהכרח מספר זוגי.

נתון כי $x + y = 9$, ומכאן שלא יתכן כי שני המספרים הם אי-זוגיים. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

14. **השאלה:** נתון: x ו- y הם מספרים אי-זוגיים.

$$\text{נתון: } z = \frac{x}{y}$$

אם ידוע כי z הוא מספר שלם, איזו מהטענות הבאות נכונה?

פתרון: דרך א': הצבת דוגמה מספרית

$$\text{נציב למשל כי } x = 9 \text{ ו- } y = 3. \text{ נקבל כי } z = 3. \left(z = \frac{x}{y} = \frac{9}{3} = 3 \right)$$

לפי הצבה זו תשובות (2), (3) ו-(4) אינן נכונות, ולכן ניתן לקבוע בוודאות כי תשובה (1) היא התשובה הנכונה.

דרך ב': הבנה אלגברית

נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): z הוא מספר אי-זוגי.

לפי הנתון הן x והן y הם מספרים אי-זוגיים, כלומר מספרים אשר אינם כפולה שלמה של 2. מנתון זה עולה שבהכרח גם z יהיה מספר אשר אינו כפולה של 2, כלומר מספר אי-זוגי. מכיוון שתשובה זו נכונה אין צורך לבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

15. **השאלה:** x הוא מספר אי-זוגי.

איזה מהביטויים הבאים אינו מספר זוגי?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $x^2 - x$.

מכיוון ש- x הוא מספר אי-זוגי, הרי שבהכרח גם x^2 הוא מספר אי-זוגי (חזקות, שלמות וחייבות, אינן משפיעות על הזוגיות של מספר). הביטוי $x^2 - x$ הוא תוצאת החיסור של שני מספרים אי-זוגיים, כלומר שני מספרים מאותו סוג, ומכאן שתוצאתו היא בהכרח זוגית.

תשובה (2): $(x-1)^2$.

מכיוון ש- x הוא מספר אי-זוגי, הרי שהביטוי $(x-1)$ הוא בהכרח מספר זוגי. כאשר 'מעלים' מספר זוגי בחזקה שלמה וחייבית, התוצאה תהיה בהכרח זוגית, ולכן הביטוי $(x-1)^2$ הוא בהכרח זוגי.

תשובה (3): $x^2 + 2$.

מכיוון ש- x הוא מספר אי-זוגי, הרי שבהכרח גם x^2 הוא מספר אי-זוגי. תוצאת החיבור של מספר אי-זוגי (x^2) ומספר זוגי (2), כלומר שני מספרים מסוגים שונים, היא בהכרח אי-זוגית. מצאנו טענה נכונה, ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה הנוותרת, אולם אך ורק לשם השלמת ההסבר נעשה זאת.

תשובה (4): $(x+1)(x-2)$.

מכיוון ש- x הוא מספר אי-זוגי, הרי שהביטוי $(x+1)$ הוא מספר זוגי. תוצאת המכפלה של מספר זוגי בכל מספר שלם אחר היא זוגית, ולכן הביטוי בתשובה זו הוא מספר זוגי.

תשובה (3).

16. השאלה: x הוא מספר ראשוני הקטן מ-5. y הוא מספר זוגי. הביטוי _____ הוא **בהכרח** _____.

פתרון: ישנם שני מספרים ראשוניים הקטנים מ-5: 2 ו-3, ולכן איננו יודעים האם x זוגי או אי-זוגי. עם זאת אנו יודעים בוודאות כי y זוגי. נבדוק את התשובות המוצעות:

תשובה (1): $x + y$; אי-זוגי.

נתון כי y זוגי. אם x הוא מספר אי-זוגי, אז הטענה שבתשובה זו נכונה. כאמור מכיוון שאיננו יודעים בוודאות כי x אכן אי-זוגי, אי אפשר לקבוע בוודאות כי הביטוי הוא אי-זוגי.

תשובה (1): $(x - 1) \cdot y$; זוגי.

תוצאת מכפלה כאשר לפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי, תוצאת המכפלה בהכרח זוגית. מכיוון שנתון כי y זוגי, תשובה זו נכונה בהכרח.

תשובה (2):

17. השאלה: a ו- b מספרים שלמים. $a = -4b$

a הוא בוודאות –

פתרון: a שווה למכפלת מספר שלם (b) ב- (-4) . תוצאת מכפלה אשר לפחות אחד מהגורמים בה הוא מספר זוגי, תהיה בהכרח זוגית. מכאן ניתן לקבוע בוודאות כי a הוא מספר זוגי.

תשובה (1):

18. השאלה: x ו- y הם מספרים שלמים.

נתון: $(x - 1)(y - 1)$ הוא מספר זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח** בנוגע ל- x ול- y ?

פתרון: מכיוון שנתונה מכפלה שתוצאתה זוגית הרי שבוודאות לפחות אחד מגורמי המכפלה: $(x - 1)$ או $(y - 1)$ הוא זוגי.

על מנת ש- $(x - 1)$ יהיה ביטוי זוגי, על x להיות מספר אי-זוגי.

על מנת ש- $(y - 1)$ יהיה ביטוי זוגי, על y להיות מספר אי-זוגי.

מסקנה: על מנת שהמכפלה תהיה זוגית, הרי שלפחות אחד מהמספרים x ו- y , צריך להיות אי-זוגי.

תשובה (3):

19. **השאלה:** a ו-b הם מספרים שלמים וחיוביים.

באיזה מהמקרים הבאים הביטוי $(a + 2b)(a + 1)$ הוא אי-זוגי?

פתרון: b מוכפל במספר זוגי (2), ומכאן שהביטוי $2b$ יהיה זוגי בכל מקרה. נשאלנו באיזה מקרים הביטוי הוא אי-זוגי, ואיננו יודעים האם a זוגי או אי-זוגי. נפרק את הביטוי הנתון בשאלה ל- $(a + 1)$ ו- $(a + 2b)$, ונבחן מהי תוצאת מכפלה זו כאשר a זוגי ומה תוצאתה כאשר a אי-זוגי.

כאשר a זוגי: הביטוי $(a + 1)$ המהווה סכום של מספר זוגי ומספר אי-זוגי, הוא מספר אי-זוגי, ואילו הביטוי $(a + 2b)$, שהוא סכום של שני מספרים זוגיים, יהיה זוגי. מכיוון שהביטוי $(a + 2b)(a + 1)$ הוא מכפלה של שני גורמים אשר אחד מהם זוגי, תוצאת המכפלה תהיה זוגית.

כאשר a הוא מספר אי-זוגי: הביטוי $(a + 1)$ אשר מהווה סכום של שני מספרים אי-זוגיים יהיה זוגי. ניתן לעצור כבר בשלב זה ולקבוע כי מכיוון שאחד מגורמי המכפלה $(a + 2b)(a + 1)$ הוא זוגי, תוצאת המכפלה תהיה זוגית.

לסיכום: קיבלנו שגם כאשר a זוגי וגם כאשר a אי-זוגי, תוצאת המכפלה $(a + 2b)(a + 1)$ היא זוגית.

תשובה (4).

20. **השאלה:** נתון: x הוא מספר ראשוני הגדול מ-5.

$$y = 2x + 3$$

איזו מהטענות הבאות נכונה?

פתרון: כל המספרים הראשוניים מלבד 2 הם אי-זוגיים, ומכאן ש-x, מספר ראשוני הגדול מ-5 הוא בהכרח מספר אי-זוגי. $y = 2x + 3$. כלומר y שווה לסכום של מספר זוגי (2x) ומספר אי-זוגי (3), ומכאן שבהכרח y הוא מספר אי-זוגי.

תשובה (4).

21. **השאלה:** נתון: a ו-b הם מספרים חיוביים. a הוא מספר זוגי ו-b הוא מספר אי-זוגי.

פתרון: איזה מהביטויים הבאים אינו יכול להיות שלם?

נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): $\frac{a-1}{b+1}$.

נתון כי הוא מספר זוגי, ומכאן שהמונה $(a - 1)$ הוא מספר אי-זוגי.

b הוא מספר אי-זוגי, ומכאן שהמכנה $(b + 1)$ הוא מספר זוגי.

מספרים אי-זוגיים על פי הגדרתם אינם מתחלקים ב-2 ללא שארית, ומכאן שהם אינם מתחלקים באף מספר זוגי, שהרי כל המספרים הזוגיים הם כפולות שלמות של 2. מכיוון שמצאנו את התשובה הנכונה, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

הערה: כאשר מופיעה שאלה העוסקת בזוגיים ואי-זוגיים והמבקשת למצוא מספר שאינו יכול להיות שלם, מומלץ לחפש שבר אשר המונה שלו אי-זוגי והמכנה זוגי.

תשובה (1).

22. השאלה: a הוא המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר, שסכום ספרותיו שווה ל-10.

b הוא המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שכל ספרותיו שונות זו מזו.

$$b - a = ?$$

פתרון: על מנת למצוא את המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר שסכום ספרותיו שווה ל-10, נחלק את סכום הספרות כך שספרת המאות תהיה קטנה ככל האפשר (כלומר, 1), ספרת העשרות תהיה קטנה ככל האפשר (כלומר, 0) וספרת האחדות תשלים את סכום הספרות ל-10 (כלומר, 9). זאת מכיוון שספרת המאות משפיעה על גודל המספר יותר מספרת העשרות (שינוי של מאה אחת משנה את המספר ב-100, לעומת שינוי של עשרת אחת). וספרת העשרות משפיעה על גודל המספר יותר מספרת האחדות. a הוא 109.

על מנת למצוא את המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר שספרותיו שונות זו מזו נבחר את שלוש הספרות הגדולות ביותר: 9, 8 ו-7. מכיוון שהספרה המשפיעה ביותר על גודל המספר היא ספרת המאות, היא תהיה 9. ספרת העשרות תהיה 8 וספרת האחדות תהיה 7. b שווה ל-987.

$$(b - a = 987 - 109 =) 878 \text{ כי הוא שווה ל-} 878$$

תשובה (4).

23. השאלה: כמה מספרים דו-ספרתיים חיוביים, שבהם הספרה 5 מופיעה פעם אחת בדיוק והספרה 3 אינה מופיעה כלל, קיימים?

פתרון: הספרה 5 מופיעה כספרת אחדות במספרים הבאים: 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85 ו-95. ישנם 9 מספרים כאלו, אולם מכיוון שאין לכלול מספרים בהם מופיעה הספרה 3, ומספרים בהם מופיעה הספרה 5 יותר מפעם אחת, עלינו להשמיט שניים מהמספרים (55 ו-35): ומכאן שהמדובר ב-7 מספרים. כעת נבדוק בכמה מספרים מופיעה 5 כספרת עשרות: 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57 ו-59. בסך הכול ספרנו 10 מספרים אולם עלינו להוריד את 53 (בשל הספרה 3 המופיעה בו) ואת המספר 55, ובסך הכול נותרו עם 8 מספרים נוספים העונים על תנאי השאלה. בסך הכול ישנם 15 מספרים $(7 + 8 =)$ בהם הספרה 5 מופיעה פעם אחת בדיוק והספרה 3 אינה מופיעה כלל.

תשובה (3).

24. השאלה: A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות שונות בין 0 ל-9.

ABC הוא מספר תלת-ספרתי.

$$\frac{ABC}{100} = ?$$

פתרון: חלוקה של מספר ב-100 היא למעשה הזזה של הנקודה העשרונית שני מקומות שמאלה, ולפיכך תוצאת החילוק של המספר התלת-ספרתי ABC ב-100 תהיה שווה בהכרח ל- $A.BC$.

הערה: ניתן להשתמש בדוגמה מספרית על מנת להמחיש את השאלה. למשל, נחלק את המספר התלת-ספרתי 782 ב-100, ונקבל 7.82.

תשובה (3).

25. השאלה : x ו- y הם מספרים שלמים.

נתון : הביטוי $x^2 + y^2$ הוא זוגי.

איזו מהטענות הבאות נכונה בוודאות לגבי x ו- y ?

פתרון : על פי הנתון הביטוי $x^2 + y^2$ הוא זוגי.

בכדי שסכום של שני איברים יהיה זוגי, שני האיברים הללו צריכים להיות מאותו הסוג (שני זוגיים או שני אי-זוגיים). מכיוון שחזקה (שלמה וחיובית) אינה משנה את הסימן מבחינת זוגיות, הרי שהדבר נכון גם לגבי x ו- y עצמם – שניהם זוגיים או שניהם אי-זוגיים. כעת נתבונן בתשובות : תשובות (1) ו-(2) נפסלות מיד, שכן מצאנו ששניהם זוגיים או ששניהם אי-זוגיים. נותרנו עם תשובות (3) ו-(4). מכפלה של שני מספרים זוגיים היא זוגית, אך מכפלה של שני אי-זוגיים היא אי-זוגית. לפיכך, תשובה (4) אינה נכונה בוודאות. סכומם של שני מספרים זוגיים הוא זוגי, וגם סכומם של שני מספרים אי-זוגיים הוא זוגי. תשובה (3) נכונה בוודאות.

תשובה (3).