מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(4)	(4)	(4)	(2)	(2)	(3)	(3)	(2)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(3)	(4)	(4)	(1)	(4)	(3)	(1)	(4)	(3)

הסברים

שאלות ובעיות (שאלות 1-9)

1. **השאלה**: $\frac{4}{\frac{1}{4}} + x = 15$

$x = ?$

פתרון: $\frac{4}{\frac{1}{4}} + x = 15$ ⇦ $4 \cdot \frac{4}{1} + x = 15$ ⇦ $16 + x = 15$ נחסר 16 משני האגפים, ונקבל כי $x = -1$.

תשובה (1).

---

2. **השאלה**: משקלו של זבוב הוא 5 גרם.

כמה זבובים שוקלים יחד 0.2 ק״ג?

פתרון: כדי לענות על השאלה יש להמיר את היחידות כך שיהיו זהות. המרה לק״ג מצריכה חילוק ואילו המרה לגרם מצריכה כפל ולכן לשם הנוחות נמיר את הקילוגרמים לגרמים.
קילוגרם אחד שווה ל-1,000 גרם ומכאן ש-0.2 ק״ג שווים ל-200 גרם $(= 0.2 \cdot 1{,}000)$.
כדי לדעת כמה זבובים שוקלים יחד 200 גרם, יש לחלק את המשקל הכולל של הזבובים במשקלו של זבוב אחד, ולמצוא שהמדובר ב-40 זבובים $\left(= \frac{200}{5}\right)$.

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים.

נתון: a מתחלק ב-8.

b מתחלק ב-3.

הביטוי $\frac{a \cdot b}{6}$ מתחלק בהכרח ב -

פתרון: <u>**דרך א׳**</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים נוחים, למשל $a = 8$ ו- $b = 3$.

נחשב את ערכו של הביטוי, ונקבל כי הוא שווה ל-4 $\left(= \frac{a \cdot b}{6} = \frac{8 \cdot \cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}} = \frac{8}{2} = \right)$

נפסול את תשובות (1), (2) ו-(3), ולכן התשובה הנכונה היא תשובה (4).

<u>דרך ב'</u> : הבנה אלגברית

אם a מתחלק ב-8 הוא יכול להיות שווה ל-8, 16, 24 וכדומה. כלומר a הוא למעשה כפולה של 8, ומכאן שניתן לומר כי $a = 8x$ כאשר x הוא מספר שלם כלשהו.
על פי אותו עיקרון, מכיוון שנתון כי b מתחלק ב-3, ניתן לומר כי $b = 3y$.

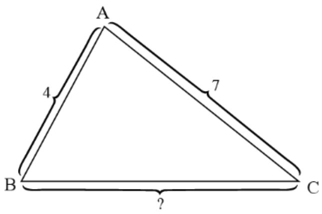
כעת נציב ביטויים אלו בתוך הביטוי: $\frac{a \cdot b}{6}$, ונקבל: $\frac{8x \cdot 3y}{6} \Leftarrow \frac{8x \cdot y}{2} \Leftarrow 4xy$.

קיבלנו ביטוי שהוא מכפלה של המספרים השלמים: 4, x ו-y, ומכאן שהוא בהכרח מתחלק בכל אחד מהם.
איננו יודעים את ערכם של x ו-y, ולכן נוכל לקבוע בוודאות כי הביטוי מתחלק בהכרח ללא שארית ב-4.

תשובה (4).

---

4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ABC.



לפי הנתונים שבסרטוט,
מה **לא** יכול להיות אורכה של הצלע BC (בס"מ)?

פתרון: כל צלע במשולש גדולה מההפרש בין שתי הצלעות האחרות, וקטנה מסכומן. מכאן שהצלע BC גדולה מההפרש בין הצלעות AB ו-AC השווה ל-3 , וקטנה מסכומן, כלומר מ-11.
מכיוון שאורכה של הצלע BC יכול להיות כל מספר בין 3 ס"מ ל-11 ס"מ, היא אינה יכולה להיות שווה ל-12 ס"מ.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: הסכום של שלושה מספרים גדול ב-8 מהממוצע שלהם.

מה **הסכום** של שלושת המספרים?

פתרון: **<u>דרך א'</u>** : בדיקת תשובות

מכיוון שבשאלה מתייחסים לממוצע של שלושה מספרים, נחפש תשובה אשר מתחלקת ללא שארית ב-3, למשל תשובה (2) – 12.

תשובה (2): 12. אם סכום שלושה מספרים הוא 12, הרי שממוצעם הוא 4 $\left(=\frac{12}{3}\right)$.

מכיוון שסכומם של המספרים: 12, גדול ב-8 ממוצע המספרים, הרי שזו התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: ממוצע – בניית משוואה

נגדיר את שלושת המספרים כ-a, b ו-c.
לפי נוסחת הממוצע, הממוצע שווה לסכום האיברים חלקי מספר האיברים.
מכאן שהממוצע של a, b ו-c שווה ל: $\frac{a+b+c}{3}$.

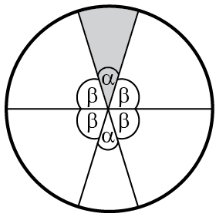
נתון כי סכומם של a, b ו-c גדול ב-8 מהממוצע שלהם, ומכאן ש: $a + b + c = 8 + \frac{a+b+c}{3}$.

נכפול את שני האגפים ב-3, ונקבל: $3a + 3b + 3c = 24 + a + b + c$.
נחסר a, b ו-c משני האגפים, ונקבל: $2a + 2b + 2c = 24$
נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $a + b + c = 12$

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שרדיוסו $\sqrt{6}$ ס"מ.



הנקודה המודגשת היא מרכז המעגל.

נתון: $\beta = 2\alpha$

מה גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?

פתרון: כדי לחשב שטח גזרה יש למצוא את הזווית המרכזית שלה, במקרה הזה α, ואת אורך הרדיוס. אורך הרדיוס נתון ולכן נמצא את גודלה של α.

סכום הזוויות המרכזיות במעגל שווה ל- $360°$, ומכאן: $2\alpha + 4\beta = 360°$.

ידוע כי $\beta = 2\alpha$ ולכן: $2\alpha + 4 \cdot 2\alpha = 360°$ ⇦ $10\alpha = 360°$.

נחלק את שני האגפים ב-10, ונקבל: $\alpha = 36°$.

שטח גזרה שווה לחלק שמהווה הזווית המרכזית מ-$360°$, כפול שטח המעגל.

שטח המעגל הוא 6π $\left(r^2\pi = \left(\sqrt{6}\right)^2 \pi = \right)$.

הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה שווה ל-$36°$, ומכאן ששטח הגזרה מהווה $\frac{1}{10}$ משטח המעגל $\left(\frac{36°}{360°} = \right)$.

כעת ניתן למצוא כי שטח הגזרה הוא $\frac{3}{5}\pi$ $\left(\frac{1}{10} \cdot 6\pi = \right)$.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: אלכסנדרה מטילה קובייה הוגנת פעמיים.

מה הסיכוי שבשתי ההטלות תקבל אלכסנדרה את אותו מספר?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: חישוב הסתברות כל מאורע בנפרד

נחשב את ההסתברות עבור כל הטלה בנפרד ולבסוף נכפול ביניהן. מכיוון שלא מבקשים מספר ספציפי כלשהו, הרי שכל האפשרויות רצויות בהטלה הראשונה, ובהטלה השנייה המספר שיתקבל (הרצוי) צריך להיות זהה למספר שיתקבל בהטלה הראשונה.

הסתברות שווה למספר התוצאות הרצויות לחלק ככל התוצאות האפשריות, ומכאן שההסתברות שבהטלה הראשונה נקבל מספר כלשהו שווה ל-1 $\left(\frac{6}{6} = \right)$. בהטלה השנייה נרצה לקבל מספר אחד בדיוק מתוך 6 האפשרויות שיש בקובייה, וזאת על מנת שנקבל את אותו מספר שקיבלנו בהטלה הראשונה. מכיוון שקובייה כל מספר מופיע פעם אחת, ומכאן שההסתברות לקבל מספר מסוים שווה ל- $\frac{1}{6}$. הסתברות שווה להסתברות לקבלת התוצאה הרצויה כפול לקבלת התוצאות הרצויות בשתי ההטלות: $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot 1$.

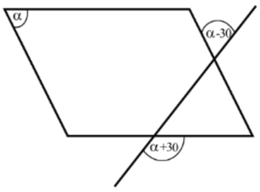
<u>דרך ב'</u>: חישוב בעזרת צירופים

סך כל התוצאות האפשריות בהטלת שתי קוביות שווה למכפלת מספר התוצאות האפשריות בכל הטלה. בקובייה יש 6 תוצאות אפשריות שונות ומכאן שבהטלת שתי קוביות יש סך כל 36 תוצאות אפשריות $(6 \cdot 6 =)$. מתוך אפשרויות אלה קיימות 6 אפשרויות בהן יתקבל אותו מספר בשתי ההטלות: 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 ו-6-6. ההסתברות שווה למספר התוצאות הרצויות חלקי סך כל התוצאות האפשריות, ומכאן שההסתברות לקבלת אותה תוצאה בשתי ההטלות שווה ל- $\frac{6}{36}$ ⇦ $\frac{1}{6}$.

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מקבילית וישר החותך אותה.



לפי נתון זה והנתונים שבסרטוט,
$\alpha = ?$

פתרון: הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו, ומכאן שהזווית הימנית התחתונה שווה גם היא ל-α. במשולש שנוצר בצדו הימני התחתון של הסרטוט הזווית העליונה היא זווית קודקודית לזווית השווה ל- $(\alpha - 30°)$.

הזווית המסומנת $(\alpha + 30°)$, היא זווית חיצונית למשולש. זווית חיצונית שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה, ומכאן ש: $\alpha + 30° = \alpha + \alpha - 30°$ ⇦ $\alpha + 30° = 2\alpha - 30°$.

נחסר α, ונחבר $30°$ לשני האגפים, ונקבל: $\alpha = 60°$.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: יואב ותומר יצאו לריצה בשעה 8:00. כל אחד מהם רץ במהירות קבועה משלו.
יואב רץ 15 ק״מ וסיים את ריצתו בשעה 8:50.
תומר רץ 20 ק״מ, וסיים את ריצתו בשעה 9:40.

פי כמה גדולה מהירות ריצתו של יואב (בקמ״ש) ממהירות ריצתו של תומר (בקמ״ש)?

פתרון: **__דרך א'__**: נוסחת התנועה
לפי נוסחת התנועה דרך = זמן · מהירות.
נמצא מה מהירותם של יואב ושל תומר, ונבדוק פי כמה גדולה מהירותו של יואב ממהירותו של תומר.

לפי נתוני השאלה, יואב עובר דרך של 15 ק״מ ב-50 דקות שהם $\frac{5}{6}$ שעה $\left(= \frac{50}{60}\right)$.

נסמן ב-x את מהירותו של יואב, נציב את הנתונים בנוסחת התנועה, ונקבל: $15 = x \cdot \frac{5}{6}$.

נכפול ב-6 את שני האגפים, ונקבל: $5x = 15 \cdot 6$.

נחלק ב-5 את שני האגפים, ונקבל כי מהירותו של יואב היא 18 קמ״ש $\left(= \frac{{}^{3}\cancel{15} \cdot 6}{\cancel{5}_1} = x\right)$.

לפי נתוני השאלה, תומר עובר דרך של 20 ק״מ בשעה ו-40 דקות, כלומר ב- $\frac{5}{3}$ שעה $\left(= 1\frac{2}{3} = 1\frac{40}{60}\right)$.

נסמן ב-y את מהירותו של תומר, נציב את הנתונים בנוסחת התנועה, ונקבל: $20 = y \cdot \frac{5}{3}$.

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $5y = 20 \cdot 3$.

נחלק ב-5 את שני האגפים, ונקבל כי מהירותו של תומר היא 12 קמ״ש $\left(= \frac{{}^{4}\cancel{20} \cdot 3}{\cancel{5}_1} = y\right)$.

מצאנו כי מהירות ריצתו של יואב היא 18 קמ״ש וכי מהירות ריצתו של תומר היא 12 קמ״ש, ומכאן שמהירות ריצתו של יואב גדולה פי 1.5 ממהירות ריצתו של תומר $\left(= \frac{18}{12}\right)$.

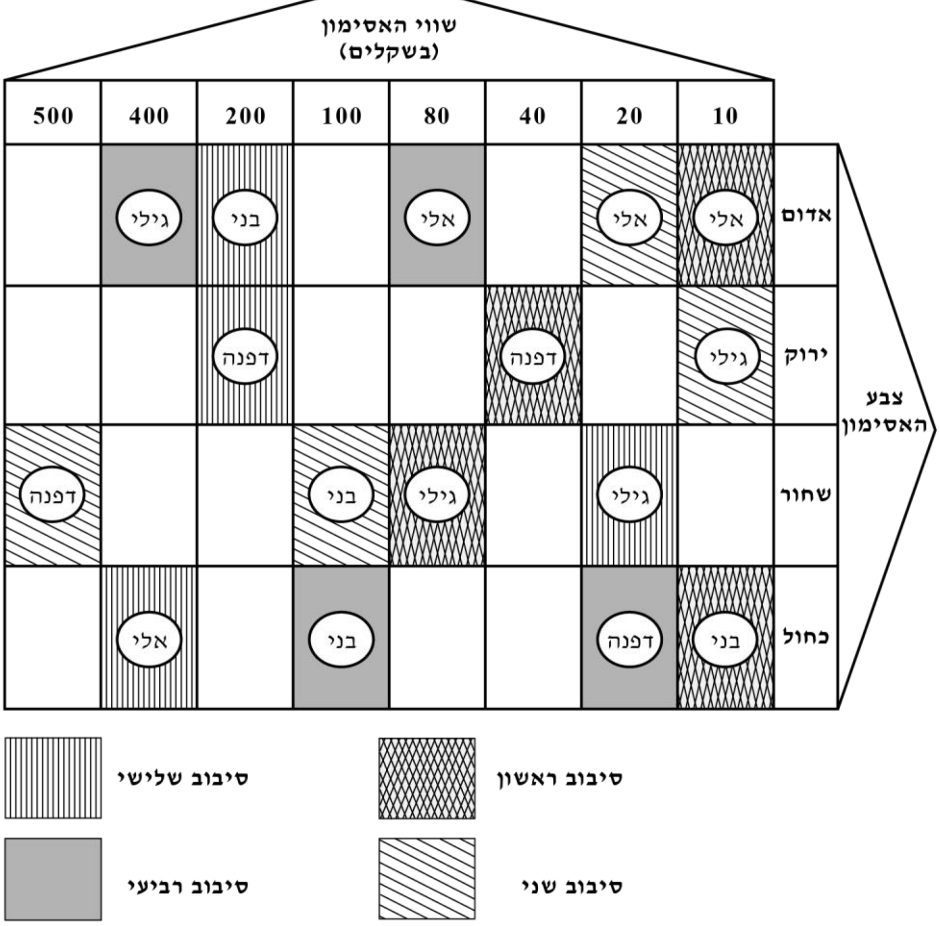
__דרך ב'__: יחסים
יש יחס ישר בין דרך למהירות, כאשר הזמן זהה, ולכן על מנת למצוא את יחס מהירותם של שני הרצים, עלינו למצוא מה יחס המרחקים ששניהם עוברים באותו זמן.
לפי נתוני השאלה, יואב עובר דרך של 15 ק״מ ב-50 דקות, ותומר עובר דרך של 20 ק״מ בשעה ו-40 דקות, שהם 100 דקות. אם תומר עובר דרך של 20 ק״מ ב-100 דקות, הרי שב-50 דקות, זמן הקטן פי 2, הוא יעבור במהירות שבה הוא רץ, מרחק הקטן פי 2, כלומר 10 ק״מ.
מצאנו כי בזמן של 50 שדקות, יואב עובר דרך של 15 ק״מ ותומר דרך של 10 ק״מ, מכיוון שהמרחק שיואב עובר גדול פי 1.5 מהמרחק שעובר תומר, הרי שיחס המהירויות אף הוא שווה ל-1.5.

תשובה (2).

הסקה מטבלה (שאלות 13-10)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על ארבע השאלות שלאחריה.

הטבלה שלפניכם מתארת את מהלכו של משחק הימורים בו שיחקו ארבעה משתתפים – אלי, בני, גילי ודפנה. משחק זה מבוסס על הגרלה אקראית של אסימונים בארבעה צבעים: אדום, ירוק, שחור וכחול. על כל אסימון מוטבע שוויו (בשקלים), אשר מצוין בחלקו העליון של התרשים. בכל סיבוב, כל אחד מהמשתתפים מגריל אסימון אחד מתוך כלל האסימונים.
הרקע של כל משבצת מציין את הסיבוב שבו הוגרל האסימון (ראו מקרא).
הזוכה בכל סיבוב הוא המשתתף אשר שלף את האסימון בעל הערך הגבוה ביותר, ללא קשר לצבעו של האסימון.
הזוכה בכל סיבוב מקבל את ערכם הכולל של כל ארבעת האסימונים שהוגרלו בסיבוב זה, ויתר השחקנים **אינם** זוכים בניקוד באותו סיבוב.
לדוגמה, גילי הגרילה בסיבוב הראשון אסימון שחור אשר שוויו 80 שקלים.



10. **השאלה**: בכמה מהסיבובים, האסימון שהגרילה דפנה היה בעל הערך הגבוה ביותר (בשקלים) מהאסימונים שהוגרלו באותו סיבוב?

פתרון: נבדוק מעמודה השמאלית ביותר, אשר מציינת את ערך האסימון הגבוה ביותר, מי ניצח בכל סיבוב: דפנה הגרילה בסיבוב השני אסימון (שחור) שערכו 500. מכיוון שזה הערך הגבוה ביותר שניתן לקבל, הרי שניתן לקבוע כי דפנה הגרילה בהכרח את האסימון בעל הערך הגדול ביותר בסיבוב זה.

לפי העמודה הבאה: גילי הגרילה בסיבוב הרביעי אסימון שערכו 400 ואלי הגריל בסיבוב השלישי אסימון בערך של 400. מכיוון שאף אחד לא הגריל בסיבובים הרביעי והשלישי אסימונים בערך כזה או גבוה ממנו, הרי ששניהם ניצחו בסיבובים השלישי והרביעי.
כעת נותר לנו למצוא את זהות המנצח בסיבוב הראשון: על פי הטבלה, גילי היא שהוציאה אסימון שערכו הגדול ביותר, אסימון שערכו 80, דפנה הוציאה בסיבוב זה אסימון שערכו 40, ואלי ובני אסימונים שערכם 10. מצאנו כי דפנה ניצחה בסיבוב אחד בלבד.

תשובה (1).

---

11. **השאלה**: מהו הערך (בשקלים) בו זכתה גילי במהלך **כל** משחק ההימורים?

פתרון: על מנת לזכות בערך כלשהו (להבדיל מלהגריל אסימון בעל ערך כלשהו), יש לזכות בסיבוב, שכן הזוכה בכל סיבוב מקבל את ערכם הכולל של כל ארבעת האסימונים שהוגרלו בסיבוב זה.
מכיוון שמצאנו בתשובה לשאלה הקודמת כי גילי הגרילה בסיבוב הראשון והרביעי את האסימונים בעלי הערך הגדול ביותר. הרי עלינו לבדוק מה סכום האסימונים אשר הוגרלו בסיבובים אלו.
בסיבוב הרביעי גילי הגרילה אסימון שערכו 400 שקלים, דפנה הגרילה אסימון שערכו 20 שקלים, אלי אסימון שערכו 80 שקלים ובני אסימון שערכו 100 שקלים.
סך הכל ערך האסימונים שבהם זכתה גילי בסיבוב הרביעי הוא 600 שקלים $\left(400+20+80+100=\right)$.
בסיבוב הראשון גילי הגרילה אסימון שערכו 80 שקלים, דפנה אסימון שערכו 40 שקלים, ואלי ובני אסימונים שערכם 10 שקלים.
סך הכל ערך האסימונים שבהם זכתה גילי בסיבוב הראשון הוא 140 שקלים $\left(80+40+10+10=\right)$.
ערך האסימונים שבהם זכתה גילי בשני הסיבובים גם יחד הוא 740 שקלים $\left(600+140=\right)$ $\left(400+20+80+100=\right)$.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: באיזה סיבוב ערך האסימונים הכולל עבור הזוכה באותו סיבוב (בשקלים), היה הגדול ביותר?

פתרון: בהסבר לשאלה הקודמת מצאנו כי סכום הזכייה של גילי ב<u>סיבוב הראשון 140 שקלים</u>, וכי סכום הזכייה של גילי ב<u>סיבוב הרביעי 600 שקלים</u>.
דפנה זכתה בסיבוב השני. מכיוון שהיא זכתה באסימון שערכו הגדול ביותר 500 שקלים.
בסיבוב זה בני זכה באסימון שערכו 100 שקלים, אלי 20 שקלים וגילי 10 שקלים.
סכום הזכייה הכולל של דפנה <u>בסיבוב השני הוא 630 שקלים</u> $\left(500+100+20+10=\right)$.
אלי אשר זכה באסימון שערכו הוא הגדול ביותר, אסימון שערכו 300 שקלים, זכה בסיבוב השלישי.
בסיבוב זה בני ודפנה זכו באסימונים שערכם 200 שקלים, וגילי באסימון שערכו 20 שקלים.
סכום הזכייה הכולל של אלי <u>בסיבוב השלישי הוא 720 שקלים</u> $\left(300+200+200+20=\right)$.
מצאנו כי הסיבוב שבו ערך הזכיה הכולל הוא הגדול ביותר, הוא הסיבוב השלישי.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: אילו הכפילו את ערכם (בשקלים) של האסימונים הכחולים, באילו מהסיבובים הבאים היה מנצח משתתף אחר מזה שניצח על פי התרשים?

פתרון: נבדוק מה צבעו של האסימון שזכה בכל סיבוב, והאם הכפלת ערכם של האסימונים הכחולים, משנה את זהות המנצח בכל סיבוב.
בסיבוב הראשון זכתה גילי עם אסימון שחור שערכו 80 שקלים. ערכו של האסימון הכחול שהוצא בסיבוב זה הוא 10 שקלים, ולכן הכפלת ערכו לא תשנה את זהות המנצח.
בסיבוב השני זכתה דפנה עם אסימון שחור שערכו 500 שקלים. מכיוון שבסיבוב זה לא הוצא כלל אסימון בצבע כחול, הרי שזהות המנצח לא יכולה להשתנות.
בסיבוב השלישי זכה אלי עם אסימון כחול שערכו 400 שקלים, ומכאן שהכפלת ערכו של האסימון הכחול לא יכולה לשנות את זהות המנצח.
בסיבוב הרביעי זכתה גילי עם אסימון אדום שערכו 400 שקלים. ערכו של האסימון הכחול שהוצא בסיבוב

זה הוא 100 שקלים, ולכן הכפלת ערכו לא תשנה את זהות המנצח.
מצאנו כי בעקבות הכפלת ערכם של האסימונים הכחולים, לא משתנה זהות המנצח באף אחד מהסיבובים.

תשובה (4).

שאלות ובעיות (שאלות 14-20)

14. **השאלה**: נמלה בוגרת שוקלת 2 מ"ג והיא מסוגלת לשאת על גבה משא שמשקלו עד פי 30 ממשקלה.
5 נמלים בוגרות נושאות משא על גבן.

מה המשקל הכולל המקסימלי (במ"ג) של 5 נמלים בוגרות, יחד עם משאן?

פתרון: משקלה של נמלה בוגרת שוקלת 2 מ"ג. אם היא מסוגלת לשאת על גבה משא שמשקלו עד פי 30 ממשקלה, הרי שכל נמלה מסוגלת לשאת משא שמשקלו עד 60 מ"ג $(= 2 \cdot 30)$.
משקלן של 5 נמלים בוגרות הוא 10 מ"ג $(= 2 \cdot 5)$, ומשקלו המקסימלי של המשא על גבן הוא 300 מ"ג $(= 60 \cdot 5)$, וסכום משקל 5 הנמלים עם המשא על גבן 310 גרם $(= 10 + 300)$.

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = ?$

פתרון: <u>דרך א'</u>: פתרון באמצעות שימוש בחוקי חזקות

מדובר בשאלת חזקות, ולכן המטרה תמיד היא להביא את הבסיס למספרים הקטנים ביותר, כלומר לגורמים הראשונים המרכיבים אותם. לפיכך, נהפוך 8 נהפוך ל- 2^3 ואת 27 ל- 3^3, ונקבל: $\left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{\frac{2}{3}}$.

לפי חוקי חזקות: $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$, נפשט באמצעות חוק זה את הביטוי, ונקבל: $\left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{\frac{2}{3}} \Leftarrow \frac{2^{3\cdot\frac{2}{3}}}{3^{3\cdot\frac{2}{3}}} \Leftarrow$

$\frac{2^2}{3^2} \Leftarrow \frac{4}{9}$.

<u>דרך ב'</u>: פתרון לפי שימוש בחוקי שורשים

לפי חוק השורשים $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, ומכאן שאפשר באמצעות חוק זה לרשום את הביטוי הנתון $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^2}$. את הביטוי שקיבלנו ניתן לרשום גם בדרך הבאה: $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^2} = \left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right)^2$

$\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right)^2 \Leftarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftarrow \frac{4}{9}$.

תשובה (1).

---

16. **השאלה**: A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות שונות בין 1 ל-9.
המספר הדו-ספרתי AB הוא אי-זוגי.

איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: מכיוון שנשאלנו איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה, הרי שלגבי כל אחת מהתשובות המוצעות, עלינו לבדוק האם קיימת דוגמה מספרית המקיימת אותה. אם קיימת דוגמה כזו, הרי שלא ניתן לטעון שהתשובה בהכרח אינה נכונה, ולכן ניתן לפסול אותה.

<u>תשובה (1)</u>: $A + B = 12$. נציב כדוגמה למספר דו ספרתי המקיים את נתוני השאלה את המספר 93. מכיוון שבמקרה כזה הסכום A ו- B שווה ל-12, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (2)</u>: $B < A$. נציב כדוגמה למספר הדו-ספרתי AB את המספר 93. מכיוון שמצאנו דוגמה שבה $B < A$, הרי שניתן לפסול את התשובה.

<u>תשובה (3)</u>: $A = 2B$. נציב כדוגמה למספר הדו-ספרתי AB את המספר 21. מכיוון ש- $A = 2B$, הרי שניתן לפסול את התשובה.

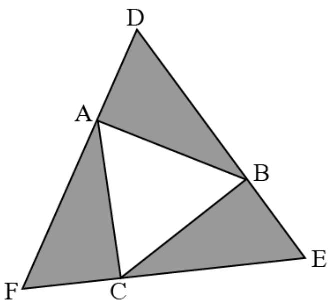
מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לסמן את תשובה (4). לשם השלמת ההסבר נבדוק את התשובה.

<u>תשובה (4)</u>: $B = 2A$. אם $B = 2A$, הרי שספרת האחדות שווה למכפלת ספרת העשרות ב-2. כאשר כופלים מספר כלשהו ב-2, מתקבלת בהכרח תוצאה זוגית. לא יתכן ש-AB יהיה מספר אי-זוגי, אם ספרת האחדות של המספר היא זוגית, ומכאן שטענה זו בהכרח אינה נכונה.

תשובה (4).

---

17. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני משולשים שווי צלעות.



נתון: השטח הכהה גדול פי 2 מהשטח הבהיר.

מה היחס בין אורך הצלע של משולש ABC לבין אורך הצלע של משולש DEF?

פתרון: נתון כי שני המשולשים שבסרטוט הם שווי צלעות, ומכאן שהם בהכרח משולשים דומים. מכיוון שלפי נתוני השאלה ניתן למצוא את יחס השטחים בין שני המשולשים, נשתמש במשפט שלמדנו, לפיו:
בכל שתי צורות דומות מתקיים: יחס שטחים = (יחס קווי)^2 .

שטח המשולש הגדול מורכב מהשטח הכהה + השטח הבהיר שבסרטוט.
נתון כי השטח הכהה גדול פי 2 מהשטח הבהיר, הרי שאם השטח הבהיר שווה ל-1, הרי שהשטח הכהה שווה ל-2, ושטח המשולש הגדול, אשר מורכב, כאמור, משני השטחים, שווה ל-3 $(=2+1)$.

יחס שטחי המשולשים הוא 1:3, ומכאן שאם יחס שטחים = (יחס קווי)^2, הרי שבמקרה שלפנינו:

$\sqrt{1:3}$ = יחס קווי ⇦ $\sqrt{1}:\sqrt{3}$ = יחס קווי ⇦ $1:\sqrt{3}$ = יחס קווי

מצאנו כי היחס בין אורך צלע המשולש ABC לצלע המשולש DEF הוא $1:\sqrt{3}$, כלומר צלע המשולש ABC גדולה פי $\sqrt{3}$ מצלע המשולש DEF.

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: על היקף מעגל אשר רדיוסו 7 ס״מ, הציבו 6 מסמרים במרחקים שווים זה מזה.

מה המרחק הקטן ביותר האפשרי (בס״מ, לא בהכרח **על** גבי היקף המעגל) בין שני מסמרים?

פתרון: נסדר את 6 המסמרים על גבי היקפו של המעגל במרחקים שווים.
המרחק הקצר ביותר בין כל שתי נקודות, ולכן גם בין כל שני מסמרים, הוא הקו הישר המחבר אותן.
אם נחבר בקו כל שני מסמרים הסמוכים זה לזה נקבל משושה משוכלל.
אורך צלעו של משושה משוכלל שווה לאורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשושה המשוכלל, ומכאן שאורך הקו הישר המחבר בין כל שני מסמרים סמוכים הוא 7 מטר.

תשובה (1).

---

19. **השאלה**: ברז **א'** ממלא בריכה ב- 12 דקות.
ברז **א'** וברז **ב'**, ממלאים את אותה בריכה, ביחד, ב-9 דקות.
קצב זרימת המים בכל אחד מהברזים קבוע.

כמה דקות יידרשו לברז **ב'**, על מנת למלא את הבריכה לבדו?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית
אין נתונים לגבי גודל הבריכה או לגבי קצב מילוי המים של הברזים, ולכן ניתן להציב דוגמה מספרית הנוחה לעבודה. נתון כי כאשר מזרימים לבריכה מים מברז **א**, היא מתמלאת ב-12 דקות. נניח כי ברז **א** ממלא בכל דקה 1 ליטר מים, ומכאן שלאחר 12 דקות הוא מילא 12 ליטר.
כלומר, מצאנו כי נפח הבריכה הוא 12 ליטר.
אם כאשר מזרימים לבריכה זו מים מברזים **א** ו-**ב** יחד, היא מתמלאת ב-9 דקות, הרי שמכיוון שהנחנו כי קצב המילוי של ברז א הוא 1 ליטר לדקה, אנו יודעים כי ברז **א** מילא 9 ליטר. מכיוון שמצאנו כי נפח הבריכה הוא 12 ליטר, הרי שעל מנת שהבריכה תהיה מלאה, על ברז **ב** למלא 3 ליטר.
כעת אנו יודעים כי ברז **ב** ממלא 3 ליטר מים ב-9 דקות, ועלינו למצוא בכמה זמן הוא ימלא בריכה שנפחה שווה ל-12 ליטר. ניעזר לצורך החישוב בריבוע יחסים:

דקות	ליטר
9	3
x	12

מכיוון שהיחס בשורה הראשונה שווה ליחס בשורה השנייה, הרי ש: $\frac{x}{9}=\frac{12}{3} \Leftarrow \frac{x}{9}=4$.

נכפול את שני האגפים ב-9, ונקבל: $x = 36$.
מצאנו כי הזמן הדרוש לברז ב למלא את הבריכה הוא 36 דקות.

<u>דרך ב'</u>: הספק של פועלים שונים
בשאלות פועלים שונים יש להביא את כל הפועלים לעבודה באותו זמן.
ברז **א** ממלא את הבריכה ב-12 דקות.
ברזים **א** ו-**ב** יחדיו ממלאים את הבריכה ב-9 דקות.
נביא את שני הנתונים לעבודה בזמן משותף, למכנה המשותף הקטן ביותר של 12 ו-9, כלומר ל-36 דקות.
אם ברז **א** ממלא את הבריכה ב-12 דקות, הרי שב-36 דקות, זמן הגדול פי 3, הוא ממלא 3 בריכות.
ברזים **א** ו-**ב** יחדיו ממלאים את הבריכה ב-9 דקות, ולכן ב-36 דקות, זמן הגדול פי 4, הם ימלאו 4 בריכות.
משילוב שני הנתונים עולה כי ברז ב' ממלא ב-36 דקות, בריכה אחת $(4-3=)$.

תשובה (4).

.20 **השאלה**: נתון: $2x \le -1$

איזה מהמספרים הבאים **אינו** יכול להיות ערכו של x^2?

פתרון: מכיוון שנשאלנו לגבי ערכו של x^2, נבודד את x על ידי פישוט אי-השיוויון הנתון.
נחסר 1 משני האגפים, ונקבל: $2x \le -1$.
נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $x \le -\frac{1}{2}$

כעת נבדוק לגבי התשובות המוצעות מי מהן אינה יכולה להיות ערכו של x^2.
הערה: מומלץ להתחיל דווקא בתשובות שנראה כי נוח יותר 'לטפל' בהן.

<u>תשובה (1)</u>: 1.
על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל-1 על x להיות שווה ל- (-1). מכיוון שעל פי אי-השיוויון הנתון x שווה או קטן מ- $-\frac{1}{2}$ הרי שיתכן כי x שווה ל- (-1), ולכן התשובה נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{1}{4}$.

על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל- $\frac{1}{4}$ על x להיות שווה ל- $-\frac{1}{2}$. מכיוון שעל פי אי-השיוויון הנתון x שווה או קטן מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$ הרי שיתכן כי x שווה ל- $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

<u>תשובה (2)</u>: 2.
על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל-2 על x להיות שווה ל- $-\sqrt{2}$. מכיוון שעל פי אי-השיוויון הנתון x שווה או קטן מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$ הרי שיתכן כי x שווה ל- $\left(-\sqrt{2}\right)$, שהוא מספר הקטן מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

<u>תשובה (3)</u>: $\frac{1}{8}$.

על מנת ש- x^2 יהיה שווה ל- $\frac{1}{8}$, על x להיות שווה ל- $\left(-\sqrt{\frac{1}{8}}\right)$ השווה ל- $\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

נשווה בין שני השברים האלו כאשר הם חיוביים, ונזכור שבשליליים המצב תמיד הפוך:
המכנה של $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ גדול מהמכנה של $\frac{1}{2}$, ולכן אם שני השברים היו חיוביים הרי ש- $\frac{1}{2}$ היה גדול מ- $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

מכיוון ששני השברים הם שליליים, הרי $\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ הוא מספר הגדול מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

מכיוון שעל פי אי-השיוויון הנתון x שווה או קטן מ- $\left(-\frac{1}{2}\right)$, הרי שלא יתכן ש- x^2 יהיה שווה ל- $\frac{1}{8}$.

תשובה (3).
