

**מפתח תשובות נכונות**

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	תשובה

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	שאלה
(4)	(4)	(2)	(4)	(1)	(1)	(1)	(4)	(3)	(1)	תשובה

**הסברים**

**שאלות ובעיות (שאלות 1-8)**

1. **השאלה:** A ו-B הם מספרים שלמים.  
A · B הוא מספר זוגי.

איזו מהאפשרויות הבאות בהכרח לא תיתכן?

**פתרון:** דרך א': הבנה אלגברית

אם תוצאת המכפלה A · B היא זוגית, הרי שלפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי. כלומר, יתכן ש-A זוגי ו-B אי-זוגי, יתכן ש-A הוא אי-זוגי ו-B זוגי, ויתכן ש-A ו-B שניהם זוגיים.

**תשובה (1):** A ו-B הם מספרים זוגיים. מכיוון שמצאנו כי מצב זה יתכן, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (2):** A + B הוא מספר אי-זוגי. אם אחד מהמספרים זוגי והאחר אי-זוגי, הרי שסכומם של המספרים יהיה אי-זוגי. מכיוון שמצאנו כי המצב המתואר אפשרי, הרי שהתשובה נפסלת.

**תשובה (3):** A ו-B הם מספרים אי-זוגיים. זו התשובה הנכונה.

מכיוון שתוצאת המכפלה A · B היא זוגית, הרי שלפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי, ומכאן שלא יתכן שגם A וגם B יהיו מספרים אי-זוגיים.

**תשובה (4):** A הוא מספר אי-זוגי ו-B הוא מספר זוגי. מצאנו כי לפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי, ומכאן שיתכן ש-A יהיה מספר אי-זוגי, ו-B יהיה מספר זוגי.

**דרך ב':** הצבת דוגמה מספרית

נתון כי תוצאת המכפלה A · B היא זוגית, ומכאן שלפחות אחד מגורמי המכפלה הוא זוגי, נציב לדוגמה כי A = 1 ו-B = 2. הצבה זו פוסלת את תשובות (2) ו-(4).

כעת נציב כי שני המספרים הם זוגיים A = 2 ו-B = 2. הצבה זו פוסלת את תשובה (1). מכיוון שפסלנו 3 תשובות, הרי שניתן לקבוע כי תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

**תשובה (3).**

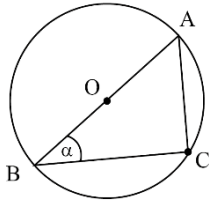
## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

2. **השאלה:** לנדב יש 10 סוכריות: 6 מהן חמוצות, ו-6 מהן אדומות.

מה המספר הקטן ביותר האפשרי של סוכריות אדומות וחמוצות שיש לנדב?

**פתרון:** זוהי שאלת חפיפה ובה נתבקשנו למצוא את החפיפה המינימלית. ידוע כי לנדב יש 6 סוכריות חמוצות ו-6 סוכריות אדומות, כלומר בסך הכול יש לו 12 סוכריות אדומות וחמוצות ( $6 + 6 =$ ). מכיוון שנתון שלנדב יש בסך הכול 10 סוכריות ולא 12 הרי שלפחות 2 סוכריות נספרו פעמיים, כלומר הן גם אדומות וגם חמוצות. לסיכום: לנדב יש לפחות 2 סוכריות שהן גם אדומות וגם חמוצות ומכאן שזה המספר הקטן ביותר האפשרי של סוכריות אדומות וחמוצות שיש לנדב.

**תשובה (2).**



3. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O.

A, B ו-C הן נקודות על היקף המעגל.

AB הוא קוטר במעגל.

נתון: AC שווה באורכו לרדיוס המעגל.

$\alpha = ?$

**פתרון:** מכיוון שלא נתונים בסרטוט גדלים של זוויות כלשהן ניתן להניח כי הדרך למציאת גודלה של

זווית  $\alpha$  תהיה באמצעות משולשים מיוחדים.

זווית  $\angle ACB$  היא זווית היקפית במעגל אשר נשענת על הקוטר, ומכאן שהיא שווה ל- $90^\circ$ , כלומר

משולש ABC הוא משולש ישר-זווית.

יתר המשולש AB, הוא קוטר המעגל, ומכאן ש- $AB = 2R$ . כמו כן, נתון כי אורכה של הצלע AC שווה

לרדיוס המעגל. משולש ישר-זווית שבו אורך היתר גדול פי 2 מאורך אחד הניצבים הוא משולש זהב,

שבו מול הניצב הקטן, הניצב השווה למחצית היתר, נמצאת זווית בת  $30^\circ$ , ומכאן ש:  $\alpha = 30^\circ$ .

**תשובה (3).**

4. **השאלה:** אמנון מטיל קובייה הוגנת שעל פאותיה המספרים 1 עד 6.

לאחר כל הטלה, אמנון רושם על דף את התוצאה שהתקבלה.

לאחר 10 הטלות של הקובייה, אמנון חישב את סכום התוצאות.

מה הסיכוי שסכום תוצאות ההטלות יהיה 10?

**פתרון:** עלינו למצוא מה הסיכוי שסכום תוצאות 10 ההטלות יהיה 10 ולכן לשם כך נחשוב אילו

תוצאות הטלה מתאימות לסכום זה. מכיוון שיש 10 הטלות והסכום הנדרש שווה גם הוא ל-10, צריך

לקבל את התוצאה 1 בכל אחת מן ההטלות ( $1 \cdot 10 =$ ), שכן אם בהטלה כלשהי נקבל תוצאה הגדולה

מ-1, הסכום הכולל יהיה בהכרח גדול מ-10.

לפי נוסחת ההסתברות, הסיכוי שווה למספר האפשרויות הרצויות לחלק במספר התוצאות האפשריות

הכולל. בקובייה יש 6 תוצאות אפשריות, אשר הספרה 1 היא תוצאה אפשרית אחת מביניהן, ומכאן

שהסיכוי לקבל תוצאה 1 בכל אחת הטלת קובייה הוגנת שווה ל- $\frac{1}{6}$ .

ההסתברות להתרחשותם של מספר אירועים שווה למכפלת ההסתברות סיכויים של כל האירועים.

כאמור, הסיכוי לקבל 1 בכל אחת מן ההטלות שווה ל- $\frac{1}{6}$  ללא תלות במספר ההטלה ויש בסך הכול 10

הטלות. מכאן שהסיכוי לקבל 1 בכל אחת מ-10 ההטלות שווה לסיכוי לקבל 1 כפול הסיכוי לקבל 1

בסך הכול 10 פעמים, ולכן הסיכוי לקבל 1 בהטלת 10 קוביות שווה ל- $\left(\frac{1}{6}\right)^{10}$ .

**תשובה (4).**

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

5. **השאלה:** בגנון "יפית" יש בניס ובנות. היחס בין מספר הבנים למספר הבנות הוא 18:20.

סך כל הילדים בגנון הוא **לכל הפחות** -

**פתרון:** לפנינו שאלת יחסים. על מנת למצוא את מספר הפריטים המינימלי יש לבדוק מה המספר המינימלי שאליו ניתן לצמצם את היחס. נתון כי היחס בין מספר הבנים למספר הבנות הוא 18:20, ומכיוון שיחס זה אינו היחס המצומצם ביותר, נצמצם את היחס. נחלק את שני אגפי היחס ב-2, ונקבל שהיחס בין מספר הבנים למספר הבנות הוא 9:10. מכיוון שלא ניתן לצמצם יחס זה, הרי שניתן לקבוע כי יש לכל הפחות 9 בנים ו-10 בנות, כלומר בגנון יש לכל הפחות 19 ילדים ( $10 + 9 =$ ).

**תשובה (3).**

6. **השאלה:** נתון:  $x - |x| = 2x$

$$(x + 4)^2 = 25$$

$x = ?$

**פתרון:** כאשר יש נתון אשר ניתן לפשט אותו, עלינו להתחיל את פתרון התרגיל מפישוט הנתון. במשוואה  $x - |x| = 2x$  ניתן להחסיר  $x$  משני הצדדים. כאשר נעשה זאת נקבל:  $-|x| = x$ . ערכו של ביטוי אשר נמצא בערך מוחלט שווה ל-0 או חיובי, ולכן ניתן להסיק מהנתון כי  $x$  שווה ל-0 או שהוא שלילי. מכאן שניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2). כעת ניתן לפתור את השאלה בעזרת פישוט אלגברי או בעזרת בדיקת תשובות.

**דרך א':** בדיקת תשובות

**תשובה (3):** 1. נציב  $x = -1$  במשוואה השנייה, ונקבל:  $(-1 + 4)^2 = 25 \Leftrightarrow 3^2 = 25 \Leftrightarrow 9 = 25$ .

מכיוון שקיבלנו משוואה שאינה נכונה, הרי שזו אינה התשובה הנכונה. מכיוון שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את תשובה (4) כתשובה נכונה, אולם לשם השלמת ההסבר נבדוק גם את תשובה (4).

**תשובה (4):** 9. נציב כי  $x = -9$  במשוואה השנייה, ונקבל:  $(-9 + 4)^2 = 25 \Leftrightarrow (-5)^2 = 25 \Leftrightarrow 25 = 25$ . קיבלנו משוואה נכונה, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

**הערה:** ניתן לפתור את השאלה גם ללא פישוט של המשוואה הראשונה, אולם בצורה זו לא ניתן לפסול את תשובות (1) ו-(2) ללא בדיקתן.

**דרך ב':** פישוט אלגברי

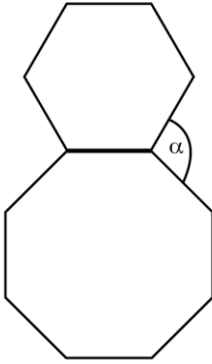
נתון כי  $(x + 4)^2 = 25$ , מכאן ייתכנו שתי תוצאות: ייתכן ש- $x + 4 = 5$ , וייתכן ש- $x + 4 = -5$ . נפתור את כל אחת מן המשוואות בנפרד.

נתחיל עם המשוואה  $x + 4 = 5$ . נחסיר 4 משני צדי המשוואה, ונקבל:  $x = 1$ . מכיוון שנתון זה אינו מקיים את המשוואה הראשונה, הרי שזו אינה התשובה הנכונה.

כעת נפתור את המשוואה  $x + 4 = -5$ . נחסיר 4 משני צדי המשוואה, ונקבל  $x = -9$ . מכיוון שהתוצאה שהתקבלה מתאימה למשוואה הראשונה, הרי שזו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

## סימולציה 6 - הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית



7. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם משושה משוכלל ומתומן משוכלל שיש להם צלע משותפת.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,  
 $\alpha = ?$

**פתרון:** עלינו למצוא את הזווית  $\alpha$ . הזווית  $\alpha$ , אחת מהזוויות הפנימיות של המשושה, ואחת מהזוויות הפנימיות של המתומן משלימות לזווית עגולה, כלומר משלימות ל- $360^\circ$ . זווית פנימית במשושה משוכלל שווה ל- $120^\circ$  זווית פנימית במתומן משוכלל שווה ל- $135^\circ$ , ומכאן ש:  $120^\circ + 135^\circ + \alpha = 360^\circ$   
 $\alpha + 255^\circ = 360^\circ$   
 נחסר  $255^\circ$  משני צדי המשוואה, ונקבל:  $\alpha = 105^\circ$ .

**תשובה (1).**

8. **השאלה:** בכרם יש 6 שורות של גפנים. אורך כל שורה הוא 250 מטרים. גילה ודנית עובדות בבציר הענבים.

קצב התקדמותה של גילה הוא 20 מטרים בשעה, קצב התקדמותה של דנית הוא 30 מטרים בשעה.

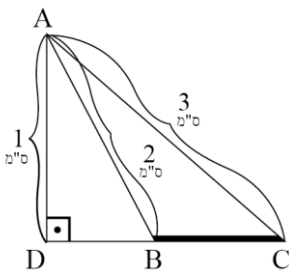
בכמה שעות יסיימו גילה ודנית יחדיו לבצור את הכרם כולו?

**פתרון:** זוהי שאלת הספק ובה שני פועלים העובדים יחד. כדי למצוא כמה זמן ייקח לגילה ודנית לבצור יחדיו את הכרם כולו עלינו למצוא את ההספק המשותף שלהן. מכיוון שידוע קצב ההתקדמות של גילה ודנית בשעה, הרי שההספק המשותף שלהן יחדיו שווה לסכום ההספקים של השתיים. ההספק של גילה הוא 20 מטרים בשעה, וההספק של דנית הוא 30 מטרים בשעה, ומכאן שההספק של שתיהן יחד הוא 50 מטרים בשעה ( $20 + 30 =$ ).

מצאנו כי הספקן של גילה ודנית יחד הוא 50 מטרים בשעה אחת.

בכל שורת גפנים יש 250 מטרים, כמות הגדולה פי 5 מ-50, ומכאן שהזמן שיידרש לגילה ודנית לבצור כל שורת גפנים הוא 5 שעות. בכרם יש 6 שורות גפנים. אם הזמן הדרוש לבצור כל שורה הוא 5 שעות, הרי שהזמן שיידרש לגילה ודנית לבצור את כל הכרם הוא 30 שעות ( $5 \cdot 6 =$ ).

**תשובה (3).**



9. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש קהה-זווית. D היא נקודה על המשך הצלע BC.

לפי נתונים אלה והנתונים שבסרטוט,  
 מה אורכה של הצלע BC (בס"מ)?

**פתרון:** בסרטוט שני משולשים ישרי זווית, משולש ADB ומשולש ADC. בכל אחד משני המשולשים נתון אורכן של שתי צלעות, ומכאן שניתן למצוא את אורכה של הצלע השלישית בעזרת משפט פיתגורס. אורכה של BC שווה לאורך הצלע DC פחות הצלע DB.

- נתבונן במשולש ADB: במשולש זה אורך היתר AB שווה ל-2 ואורך הניצב AD שווה ל-1. ניתן

$$\Leftrightarrow 1 + BD^2 = 4 \Leftrightarrow 1^2 + BD^2 = 2^2 : BD \text{ אורכה של } BD = \sqrt{3} \Leftrightarrow BD^2 = 3 \Leftrightarrow BD^2 = 4 - 1$$

הערה: במשולש ישר זווית בו אורך אחד הניצבים שווה למחצית היתר הזווית שמול אותו ניצב שווה ל- $30^\circ$ , והזווית שמול הניצב השני שווה ל- $60^\circ$ . במשולש זה הניצב הגדול, כלומר זה שמול

$$\text{הזווית ששווה ל-} 60^\circ, \text{ שווה לפי } \sqrt{3} \text{ מהניצב הקטן. מכאן שאורך הניצב } DB \text{ שווה ל-} \sqrt{3} \text{ (} 1 \cdot \sqrt{3} = \text{)}$$

- נתבונן על משולש ADC: במשולש זה אורך היתר AC שווה ל-3 ואורך הניצב AD שווה ל-1. מכאן

$$\text{שלפי משפט פיתגורס: } 1 + DC^2 = 9 \Leftrightarrow 1^2 + DC^2 = 3^2$$

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

נחסר 1 משני צדי המשוואה, ונקבל:  $DC^2 = 8$ .  
 נוציא שורש ריבועי משני צדי המשוואה, ונקבל:  $DC = \sqrt{8}$ .

נסכם: קיבלנו ש-  $DB = \sqrt{3}$  וש-  $DC = \sqrt{8}$ . אורך הצלע BC שווה להפרש בין אורך הצלע DC לבין אורך הצלע DB, ומכאן ש:  $AB = \sqrt{8} - \sqrt{3}$ .

תשובה (2).

### הסקה מטבלה (שאלות 10-14)

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על חמש השאלות שלאחריה.  
 לפניכם טבלה ובה פירוט על מכירות ורווחים במפעל לייצור תכשיטים.  
 במפעל זה מיוצרים ארבעה סוגי תכשיטים – טבעת, צמיד, ענק ושעון. בטבלה מוצגים בעבור כל תכשיט, מספר היחידות המיוצרות בכל אחד מהחודשים ינואר עד אפריל, המחיר בו הוא נמכר לחנויות, ואחוז הרווח החודשי ממכירת כל יחידה.

הערה: מדי חודש מוכר המפעל את כל היחידות המיוצרות מכל אחד מסוגי התכשיטים.

לדוגמה: במהלך החודשים ינואר עד אפריל מיוצרים ונמכרים במפעל מדי חודש 12 שעונים במחיר של 12,000 שקלים ליחידה. מכירת שעון בחודש ינואר הניבה למפעל רווח של 10% ממחירו, שהם 1,200 שקלים.

שעון	ענק	צמיד	טבעת	סוג התכשיט	
12	25	60	40	מספר יחידות שיוצרו	
12,000	9,000	6,000	2,000	מחיר ליחידה (בשקלים)	
10%	15%	25%	20%	ינואר	אחוז הרווח החודשי (ממכירת יחידה)
70%	50%	20%	60%	פברואר	
75%	20%	35%	25%	מרץ	
80%	75%	50%	40%	אפריל	

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

**השאלות**

**10. השאלה:** מה היה ההפרש (בשקלים) בין הרווח ממכירת צמיד לרווח ממכירת שעון בחודש ינואר?

**פתרון:** על מנת לענות על השאלה, עלינו למצוא את הרווח ממכירת צמיד ואת הרווח ממכירת שעון בחודש ינואר.

מחירו של צמיד הוא 6,000 שקלים והרווח ממכירתו בחודש ינואר הוא 25%, שהם  $\frac{1}{4}$  ממחיר הצמיד

$$\left( \frac{25}{100} = \right) \cdot \left( 6,000 \cdot \frac{1}{4} = \right) \text{ שקלים } 1,500 \text{ הוא הרווח ממכירת צמיד בחודש ינואר}$$

מחירו של שעון הוא 12,000 שקלים והרווח ממכירתו בחודש ינואר הוא 10%. 10% ממחיר השעון שווים למחיר השעון לחלק ב-10, ומכאן שהרווח ממכירתו בחודש ינואר הוא 1,200 שקלים

$$\left( \frac{1,200}{10} = \right) \text{ למי ששם לב, זו גם הדוגמה שניתנה בהקדמה לטבלה.}$$

ההפרש בשקלים בין הרווח ממכירת צמיד לרווח ממכירת שעון בחודש ינואר היה 300 שקלים  $(1,500 - 1,200 =)$ .

**תשובה (3).**

**11. השאלה:** בכמה מהחודשים המתוארים בטבלה, ככל שמחיר התכשיט היה גבוה יותר, כך אחוז הרווח ממכירתו היה גבוה יותר?

**פתרון:** עלינו למצוא את החודשים בהם אחוז הרווח ממכירת תכשיט גדל ככל שמחיר התכשיט עולה. נסדר את מחירי התכשיטים מהקטן לגדול: שעון < ענק < צמיד < טבעת. כעת נבדוק לגבי כל אחד מהחודשים שבטבלה, באיזה מהחודשים: אחוז הרווח ממכירת טבעת הוא הנמוך ביותר, אחוז הרווח ממכירת צמיד גבוה ממנו, אחוז הרווח ממכירת ענק גבוה מאחוז הרווח ממכירת צמיד ונמוך מאחוז הרווח ממכירת שעון שהוא הגבוה ביותר, או מבחינה ויזואלית אחוז הרווח עולה מימין לשמאל.

**חודש ינואר:** בחודש זה אחוז הרווח ממכירת טבעת (20%) אינו הנמוך ביותר, ולכן התשובה נפסלת.

**חודש פברואר:** אחוז הרווח ממכירת טבעת (60%) אינו הנמוך ביותר, ולכן התשובה נפסלת.

**חודש מרץ:** גם בחודש זה אחוז הרווח ממכירת טבעת אינו הנמוך ביותר, ולכן התשובה נפסלת.

**חודש אפריל:** בחודש זה אחוז הרווח ממכירת טבעת הוא הנמוך ביותר (40%), הרווח ממכירת צמיד (50%) גבוה ממנו, אחוז הרווח ממכירת ענק (75%) גבוה מאחוז הרווח ממכירת צמיד, ואחוז הרווח ממכירת שעון (80%) הוא הגבוה ביותר. מכאן שאחוז הרווח בחודש זה עולה ככל שמחירו של המוצר עולה.

מצאנו כי חודש אפריל הוא היחיד המתאים.

**תשובה (1).**

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

12. **השאלה:** מכירת תכשיט מסוים מניבה רווח של 1,200 שקלים.

איזה מהבאים לא יכול להיות תכשיט זה?

**פתרון:** נעבור על התשובות המוצעות:

**תשובה (1):** טבעת. מחירה של טבעת הוא 2,000 שקלים. 10% מ-2,000 הם 200  $\left(\frac{2,000}{10} = \right)$  ומכאן

$$\text{ש-1,200, שהם פי 6 מ-200, מהווים 60% מ-2,000.} \left(\frac{1,200}{200} = \right)$$

מכיוון שהרווח בחודש פברואר ממכירת טבעת הוא 60% ממחיר הטבעת, הרי שבחודש זה היה הרווח ממכירת טבעת שווה ל-1,200 שקלים, ולכן התשובה נפסלת.

**תשובה (2):** צמיד. מחירו של צמיד הוא 6,000 שקלים. 10% מ-6,000 הם 600  $\left(\frac{6,000}{10} = \right)$ , ומכאן

ש-1,200 שקלים, שהם פי 2 מ-600, מהווים 20% מ-6,000. הרווח בחודש פברואר ממכירת צמיד שווה ל-20% ממחירו, ולכן הרווח ממכירת צמיד בחודש זה שווה ל-1,200 שקלים. התשובה נפסלת.

**תשובה (3):** ענק. מחירו של ענק הוא 9,000 שקלים. 10% מ-9,000 הם 900  $\left(\frac{6,000}{10} = \right)$  ומכאן ש-

1,200, שהם פי  $\frac{4}{3}$  מ-900, מהווים  $\frac{40}{3}\%$  מ-9,000. באף חודש מהחודשים המתוארים

הרווח ממכירת ענק אינו שווה ל- $\frac{40}{3}\%$ , ומכאן שהמכירה של ענק לא הניבה 1,200

שקלים. זו התשובה הנכונה.

**תשובה (3).**

13. **השאלה:** מה מחיר המכירה הממוצע שבו מוכר המפעל טבעות וצמידים בכל חודש?

**פתרון:** נתבקשנו למצוא את מחיר המכירה הממוצע של טבעות וצמידים בכל חודש. לשם כך, נשתמש בנוסחת הממוצע, לפיה המחיר הממוצע שווה לסך הכול ההכנסות מצמידים וטבעות חלקי מספר הפריטים הכולל שנמכר:

מחיר הטבעת הוא 2,000 שקלים, ובסך הכול נמכרים בכל חודש 40 טבעות, מכאן שסך ההכנסות החודשי ממכירת טבעות הוא  $(40 \cdot 2,000)$ . מחירו של צמיד הוא 6,000 שקלים, ובסך הכול נמכרים מדי חודש 60 צמידים, ומכאן שסך ההכנסות החודשי ממכירת צמידים שווה ל- $(60 \cdot 6,000)$ .

מספר הצמידים והטבעות אשר נמכרו מדי חודש שווה ל- $(40 + 60)$ .

מכאן שמחיר המכירה הממוצע שבו מוכר המפעל טבעות וצמידים בכל חודש שווה ל:

$$\Leftrightarrow \frac{40 \cdot 2,000 + 60 \cdot 6,000}{40 + 60} \Leftrightarrow \frac{100 \cdot (40 \cdot 20 + 60 \cdot 60)}{100} \Leftrightarrow 800 + 3,600$$

4,400.

**תשובה (4).**

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

14. **השאלה:** בכמה מהחודשים המתוארים היחס בין אחוז הרווח ממכירת ענק לאחוז הרווח ממכירת צמיד היה שווה ליחס בין מחיר ענק למחיר צמיד?

**פתרון:** עלינו למצוא בכמה מהחודשים המתוארים בתרשים היה היחס בין אחוז הרווח ממכירת ענק לאחוז הרווח ממכירת צמיד שווה ליחס בין מחיר ענק למחיר צמיד. על פי הטבלה, מחיר ענק הוא 9,000 שקלים ומחיר צמיד הוא 6,000 שקלים, ומכאן שהיחס בין מחיר ענק למחיר צמיד שווה ל:  $\frac{9,000}{6,000} \Leftrightarrow \frac{9}{6} \Leftrightarrow \frac{3}{2}$ .

כעת נבדוק בטבלה את אחוז הרווח ממכירת ענק ואחוז הרווח ממכירת צמיד בכל אחד מהחודשים המתוארים בתרשים, נמצא את היחס ביניהם ונראה אם הוא שווה ליחס בין מחיריהם כפי שמצאנו לעיל:

בחודש ינואר אחוז הרווח ממכירת ענק היה 15% ואחוז הרווח ממכירת צמיד היה 25% ומכאן שהיחס בין אחוז הרווח ממכירת שני התכשיטים הוא:  $\frac{15}{25} \Leftrightarrow \frac{3}{5}$ . היחס שהתקבל אינו שווה ליחס בין מחירי התכשיטים.

בחודש פברואר היה אחוז הרווח ממכירת ענק היה 50% ואחוז הרווח ממכירת צמיד 20%, ומכאן שהיחס בין אחוזי הרווח ממכירת שני התכשיטים הוא:  $\frac{50}{20} \Leftrightarrow \frac{5}{2}$ . היחס שהתקבל אינו שווה ליחס בין מחירי התכשיטים.

בחודש מרץ אחוז הרווח ממכירת ענק היה 20% ואחוז הרווח ממכירת צמיד היה 35% ומכאן שהיחס בין אחוזי הרווח ממכירת התכשיטים הוא:  $\frac{20}{35} \Leftrightarrow \frac{4}{7}$ . היחס שהתקבל אינו שווה ליחס בין מחירי התכשיטים.

בחודש אפריל אחוז הרווח ממכירת ענק היה 75% ואחוז הרווח ממכירת צמיד היה 50% ומכאן שהיחס בין אחוזי הרווח ממכירת התכשיטים הוא:  $\frac{75}{50} \Leftrightarrow \frac{3}{2}$ . היחס שהתקבל שווה ליחס בין מחירי התכשיטים.

מצאנו כי מבין החודשים המתוארים בטבלה, רק בחודש אפריל היחס בין אחוז הרווח ממכירת ענק לאחוז הרווח ממכירת צמיד שווה ליחס בין מחיר ענק למחיר צמיד.

**תשובה (1).**

## שאלות ובעיות (שאלות 15-20)

15. **השאלה:** A, B, C ו-D הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

נתונים המספרים הדו-ספרתיים: AB ו-CD.

ידוע כי הספרה B גדולה ב-3 מהספרה D.

וכי הספרה A גדולה ב-1 מהספרה C.

כמה ערכים יכול לקבל ההפרש  $(AB - CD)$ ?

**פתרון:** זרז א': הצבת דוגמה מספרית

נציב ש:  $C = 1$  ו-  $D = 0$  ומכאן שהמספר CD שווה ל-10.

נתון כי הספרה A גדולה ב-1 מהספרה C ומכאן ש:  $A = 2$ . כמו כן נתון כי הספרה B גדולה ב-3 מהספרה D

ומכאן ש:  $B = 3$ . מכאן שהמספר AB שווה ל-23 ושההפרש בין AB ל-CD שווה ל-13  $(= 23 - 10)$ .

נציב שנית: נציב ש:  $C = 2$  ו-  $D = 1$  ומכאן שהמספר CD שווה ל-21.

נתון כי הספרה A גדולה ב-1 מהספרה C ומכאן ש:  $A = 3$ . כמו כן נתון כי הספרה B גדולה ב-3 מהספרה D

ומכאן ש:  $B = 4$ . מכאן שהמספר AB שווה ל-34 וההפרש בין AB ל-CD שווה ל-13  $(= 34 - 21)$ .

נציב שוב: נציב ש:  $C = 3$  ו-  $D = 2$  ומכאן שהמספר CD שווה ל-32.

נתון כי הספרה A גדולה ב-1 מהספרה C ומכאן ש:  $A = 4$ . כמו כן נתון כי הספרה B גדולה ב-3 מהספרה D



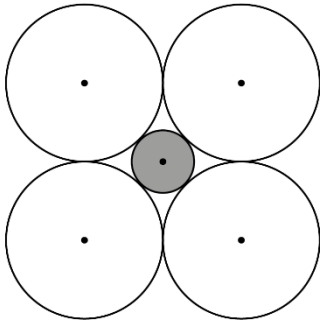
## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

ומכאן ש:  $B = 5$ . מכאן שהמספר AB שווה ל-45 וההפרש בין AB ל-CD שווה ל-13 ( $= 45 - 32$ ). ניתן לראות שבכל הצבה מתקבל הפרש השווה ל-13 ומכאן ניתן להסיק כי מדובר בהפרש קבוע, כלומר ההפרש יכול לקבל רק ערך אחד. ניתן להבין כי ההפרש קבוע מנתוני השאלה שכן ההפרש בין שני כל שני מספרים תלוי בהפרש בין ספרותיהם. מכיוון שיש הפרש קבוע בין הספרות של המספרים AB ו-CD גם ההפרש בין המספרים עצמם קבוע.

**דרך ב':** פישוט אלגברי

לפי נתוני השאלה, הספרה B גדולה ב-3 מהספרה D, ומכאן ש:  $B = D + 3$ .  
כמו כן, נתון כי הספרה A גדולה ב-1 מהספרה C, ומכאן ש:  $A = C + 1$ .  
המספר AB הוא מספר דו-ספרתי ועל כן ניתן לבצע לו פירוק עשרוני. לפי פירוק עשרוני המספר AB שווה ל:  $10A + B$ .  
נציב במקום הספרה A ובמקום הספרה B את הערכים שקיבלנו לעיל, ונקבל:  $10(C + 1) + (D + 3) \Leftrightarrow 10C + D + 13$ .  
על בסיס אותו עיקרון נבצע פירוק עשרוני למספר CD, ונקבל:  $10C + D$ .  
כעת נציב את הערכים שהתקבלו לעיל בהפרש  $(AB - CD)$  עליו נשאלנו, ונקבל:  
 $10C + D + 13 - (10C + D) \Leftrightarrow 10C + D + 13 - 10C - D \Leftrightarrow 13$ .  
קיבלנו שההפרש  $(AB - CD)$  שווה ל-13 ומכאן שההפרש  $(AB - CD)$  קבוע ולכן יכול לקבל רק ערך אחד.

**תשובה (1).**



16.

**השאלה:** בסרטוט שלפניכם חמישה מעגלים.

כל שני מעגלים סמוכים משיקים זה לזה.

נתון: רדיוס המעגלים הבהירים הוא 1 ס"מ.

מה רדיוס המעגל הכהה (בס"מ)?

**פתרון:** נתבקשנו למצוא את רדיוס המעגל הקטן. כאשר מבקשים מאיתנו למצוא את אורכו של קו כלשהו (במקרה שלפנינו - רדיוס המעגל הקטן), נוכל למצוא אורך זה בעזרת אחת משלוש דרכים: משפט פיתגורס, חילוף מנוסחה או דמיון. כדי להשתמש בחילוף מנוסחה צריכה להיות נתונה תוצאתה של נוסחה ידועה כמו שטח המעגל או היקפו, וכדי להשתמש בדמיון צריכות להיות בסרטוט צורות דומות. מכיוון שלא נתונה תוצאתה של נוסחה כלשהי נוכל לדעת שזו אינה הדרך למצוא את רדיוס המעגל. כמו כן, אמנם המעגל הקטן דומה למעגלים הגדולים, שכן הם צורות משוכללות, אך אין לנו שום נתון לגבי היחס בין שטחיהם או צלעותיהם ולכן לא ניתן לפתור את השאלה בעזרת דמיון.

על מנת למצוא את אורכו של רדיוס המעגל הקטן עלינו להשתמש במשפט פיתגורס. מכיוון שאין בסרטוט משולש ישר זווית ניצור אחד כזה, כאשר אחת מצלעותיו, או חלק ממנה, יהיה רדיוס המעגל הקטן.

אם נחבר את מרכזי 4 המעגלים הגדולים, נקבל ריבוע שאורך כל אחת מצלעותיו שווה ל-2 רדיוסים. נעביר את אחד מאלכסוני הריבוע וכך נקבל משולש ישר זווית, אשר אורכו שני ניצביו שווים ל-2 רדיוסים של המעגל הגדול, ואורך היתר שווה ל-2 רדיוסים של המעגל הקטן. נתון כי רדיוס המעגל הגדול שווה ל-1 ס"מ, ומכאן שאורכו הניצבים במשולש שהתקבל שווים ל-2 ס"מ  $(1+1)$ . אם נסמן את רדיוס המעגל הקטן ב- $r$ , הרי שאורך היתר של המשולש שהתקבל שווה ל- $(2+2r)$ .

המשולש ישר-זווית שקיבלנו הוא שווה שוקיים, ובמשולש כזה אורך היתר גדול פי  $\sqrt{2}$  מאורכו של הניצב. כאמור הניצב במשולש שווה ל-2 ס"מ ומכאן שאורך היתר במשולש שווה ל- $2\sqrt{2}$  ס"מ.

$$2 + 2r = 2\sqrt{2} \quad \text{ומכאן ש:}$$

$$2r = 2\sqrt{2} - 2 \quad \text{ונקבל:}$$

$$r = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} \quad \text{ונקבל:}$$

$$r = \sqrt{2} - 1 \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{\cancel{x}(\sqrt{2} - 1)}{\cancel{x}} \quad \text{נוציא גורם משותף 2 במונה של צידה הימני של המשוואה, ונקבל:}$$

**תשובה (1).**

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

17. **השאלה:** הספרות 2, 3, 4 ו-5 יוצרות את כל המספרים הארבע-ספרתיים שמתקיימים בהם שני התנאים הבאים:

- אף ספרה אינה מופיעה פעמיים.

- סכום כל שתי ספרות סמוכות הוא אי-זוגי.

כמה מהמספרים המקיימים תנאים אלו, קטנים מ-4,000?

**פתרון:** השאלה שלפנינו היא שאלת צירופים. מכיוון שהמספרים שבתשובות המוצעות הם קטנים נשתמש בספירה ידנית על מנת למצוא כמה מספרים מקיימים את תנאי השאלה:  
ראשית, על מנת שהמספר הארבע-ספרתי יהיה קטן מ-4,000 ספרת האלפים יכולה להיות 2 או 3. נתון כי סכומן של כל שתי ספרות סמוכות הוא אי-זוגי. סכומם של שני מספרים הוא אי-זוגי כאשר אחד מהם הוא מספר זוגי והשני הוא מספר אי-זוגי. מכאן שעל מנת שתנאי זה יתקיים במספרים הארבע-ספרתיים, הרי שמבין כל שתי ספרות סמוכות אחת צריכה להיות זוגית והשנייה צריכה להיות אי-זוגית. מכאן שהספרות צריכות להיות זוגיות ואי-זוגיות לסירוגין. נמצא את כל המספרים המקיימים תנאים אלו:

- כאשר ספרת האלפים היא 2, על מנת שסכום ספרת האלפים והמאות יהיה מספר אי-זוגי, ספרת המאות צריכה להיות 3 או 5. כאשר ספרת המאות שווה ל-3, ספרת העשרות אשר חייבת להיות זוגית, חייבת להיות 4, וספרת האחדות היא 5, כלומר המספר הוא 2,345.  
כאשר ספרת המאות היא 5, ספרת העשרות חייבת להיות 4, וספרת האחדות היא 3, כלומר המספר הוא 2,543.

הערה: בשלב זה ניתן לעצור ולקבוע כי אם מצאנו שיש 2 אפשרויות למספר ארבע ספרתי כאשר ספרת האלפים היא 2, הרי שיש גם 2 אפשרויות כאשר ספרת האלפים היא 3. אולם לשם השלמת ההסבר, נפרט מיהם המספרים המקיימים את תנאי השאלה וספרת האלפים שלהם שווה ל-3.  
- כאשר ספרת האלפים היא 3 ספרת המאות יכולה להיות שווה ל-2 או ל-4.  
כאשר ספרת המאות היא 2 המספר הוא 3,254, וכאשר ספרת המאות היא 4 המספר הוא 3,452. מצאנו כי יש 4 מספרים בני ארבע ספרות המקיימים את נתוני השאלה: 2,345, 2,543, 3,254 ו-3,452. ומכאן שיש 4 מספרים כאלו.

**תשובה (4).**

18. **השאלה:**  $x^2a + 2xa + a - 1 = x$  ;  $1 < x$

$a = ?$

**פתרון:** דרך א': הצבת דוגמה מספרית

נתבקשנו למצוא את ערכו של  $a$ , ולכן נציב  $x$  המקיים את נתוני השאלה, למשל  $x = 2$ , ונקבל:

$$9a - 1 = 2 \Leftrightarrow 4a + 4a + a - 1 = 2$$

נוסיף 1 לשני האגפים, ונקבל:  $9a = 3$

נחלק ב-9 את שני האגפים, ונקבל:  $a = \frac{1}{3}$

כעת נציב את ערכו של  $x$  בכל אחת מהתשובות, ונמצא שתשובות (1), (3) ו-(4) נפסלות, ולכן תשובה (2) נפסלת.

## סימולציה 6 - הסברים לפירוק הראשון בחשיבה כמותית

**דרך ב':** פישוט אלגברי

עלינו למצוא את  $a$  ועל כן נבודד בצד אחד של המשוואה את כל הביטויים המכילים את  $a$ . לשם כך נוסיף 1 לשני צדי המשוואה, ונקבל:  $x^2a + 2xa + a = x + 1$ .

נוציא  $a$  גורם משותף בצידה השמאלי של המשוואה, ונקבל:  $a(x^2 + 2x + 1) = x + 1$   
 $a(x + 1)^2 = x + 1$

נחלק את שני צדי המשוואה ב-  $(x + 1)^2$ , ונקבל:  $a = \frac{1}{x + 1} \Leftrightarrow a = \frac{(x + 1)}{(x + 1)^2}$

**תשובה (2).**

**19. השאלה:** בחנות ספרים יש מבצע בקנייה של כל שני ספרים, הספר הזול מבין השניים ניתן במתנה.

עבור איזה מזוגות הספרים **היחס** בין מחיר הזוג ללא המבצע למחיר הזוג במסגרת המבצע, הוא הגדול ביותר?

**פתרון:** נעבור על התשובות המוצעות ובכל תשובה נמצא את היחס בין מחיר הזוג ללא המבצע למחיר הזוג במסגרת המבצע:

**תשובה (1):** 30, 60. מחיר זוג הספרים ללא המבצע שווה ל-90 ( $60 + 30$ ). במסגרת המבצע הספר הזול מבין השניים ניתן במתנה, ומכאן שמחיר זוג הספרים במסגרת המבצע שווה ל-60. מכאן שהיחס בין מחיר הזוג ללא המבצע לבין מחיר הזוג במסגרת המבצע שווה ל- $\frac{90}{60}$ , השווה לאחר צמצום ל-

$$1\frac{1}{2}$$

**תשובה (2):** 30, 50. מחיר זוג הספרים ללא המבצע שווה ל-80 ( $50 + 30$ ). במסגרת המבצע הספר הזול מבין השניים ניתן במתנה ומכאן שמחיר זוג הספרים במסגרת המבצע שווה ל-50. מכאן שהיחס בין מחיר הזוג ללא המבצע לבין מחיר הזוג במסגרת המבצע שווה ל- $\frac{80}{50}$ , השווה לאחר צמצום ל-

$$1\frac{3}{5}$$

**תשובה (3):** 40, 60. מחיר זוג הספרים ללא המבצע שווה ל-100 ( $60 + 40$ ). במסגרת המבצע הספר הזול מבין השניים ניתן במתנה ומכאן שמחיר זוג הספרים במסגרת המבצע שווה ל-60. מכאן שהיחס בין מחיר הזוג ללא המבצע לבין מחיר הזוג במסגרת המבצע שווה ל- $\frac{100}{60}$ , אשר שווה לאחר

$$1\frac{2}{3}$$

**תשובה (4):** 40, 50. מחיר זוג הספרים ללא המבצע שווה ל-90 ( $50 + 40$ ). במסגרת המבצע הספר הזול מבין השניים ניתן במתנה ומכאן שמחיר זוג הספרים במסגרת המבצע שווה ל-50. מכאן שהיחס בין מחיר הזוג ללא המבצע לבין מחיר הזוג במסגרת המבצע שווה ל- $\frac{90}{50}$ , אשר שווה לאחר

$$1\frac{4}{5}$$

מצאנו כי הביטוי שבתשובה (4) הוא הגדול ביותר, ולכן זו התשובה הנכונה.

**תשובה (4).**

## סימולציה 6 - הסברים לפרק הראשון בחשיבה כמותית

20.

**השאלה:** במשולש A אורכי הצלעות הם 13.5 ס"מ, 9 ס"מ ו-6 ס"מ. במשולש B שלוש הזוויות שוות בהתאמה לזוויותיו של משולש A, ושתיים מהצלעות הן באורך 9 ס"מ ו-6 ס"מ.

אם ידוע כי שני המשולשים אינם חופפים זה לזה, מה אורכה של הצלע השלישית של משולש B (בס"מ)?

**פתרון:** זו שאלת גיאומטריה שבה נתבקשנו למצוא צלע. לפי נתוני השאלה, כל זוויות המשולשים שוות בהתאמה, ומכאן שהמשולשים הם משולשים דומים שלפי הנתון אינם חופפים זה לזה. מכאן שכדי למצוא את הצלע השלישית של משולש B יש להשתמש בדמיון. כאשר שני משולשים דומים זה לזה קיים יחס זהה בין כל שתי צלעות מתאימות. כמו כן כאשר שני משולשים דומים היחס שבין צלעות המשולש האחד שווה בהכרח ליחס שבין הצלעות שבמשולש השני.

אורכי הצלעות במשולש A הם 13.5 ס"מ, 9 ס"מ ו-6 ס"מ. הצלע אשר אורכה 9 ס"מ גדולה פי 1.5

מהצלע אשר אורכה 6 ס"מ  $\left(\frac{9}{6} = \right)$ , והצלע שאורכה 13.5 גדולה פי 1.5 מהצלע אשר אורכה 9 ס"מ

$\left(\frac{13.5}{9} = \right)$ . מכיוון שהמשולשים דומים, הרי שגם בין כל אחת מהצלעות של משולש B צריך להתקיים

יחס זהה. נתון כי אורכן של שתיים מצלעות משולש B הוא 6 ו-9, אשר הצלע הארוכה מביניהן גדולה פי 1.5 מאורך הצלע השנייה. המשולשים אינם חופפים ולכן עלינו למצוא מבין התשובות המוצעות מה אורכה של הצלע שכאשר נכפול אותה פי 1.5 תהיה שווה ל-6 ס"מ או לפתור את המשוואה שמתארת

$$1.5x = 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 6$$

נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל:  $3x = 12$ , מכאן ש:  $x = 4$ .

**תשובה (4).**