מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(2)	(2)	(1)	(3)	(2)	(2)	(2)	(2)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	(3)	(2)	(3)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
תשובה	(1)	(4)	(2)	(2)	(1)	(4)	(1)	(2)	(2)	(4)

שאלה	31	32	33	34	35
תשובה	(3)	(1)	(4)	(1)	(3)

הסברים

1. **השאלה**: בתחנת המוצא עולים על רכבת 200 נוסעים. בכל אחת מהתחנות הבאות עולים על הרכבת 100 נוסעים **לכל היותר** ויורדים ממנה 150 נוסעים **לכל היותר**. ביום מסוים עצרה הרכבת ב-4 תחנות, מלבד תחנת המוצא.

כמה נוסעים היו על הרכבת בתום הנסיעה?

פתרון: התשובות מציעות טווחים אפשריים עבור מספר הנוסעים שהיו על הרכבת בתום הנסיעה. בכדי למצוא את הטווח הנכון, עלינו למצוא את מספר הנוסעים המקסימלי ואת מספר הנוסעים המינימלי שהיו על הרכבת.

<u>מקסימלי</u>: מספר הנוסעים המקסימלי יתקבל אם בכל תחנה יעלו מקסימום נוסעים וירדו מינימום. כמה נוסעים לכל היותר, עולים בכל תחנה? 100 נוסעים. כמה נוסעים לכל הפחות, יורדים בכל תחנה? 0 נוסעים (לכל היותר 150, אך אנו מחפשים לכל הפחות). לפיכך, ב-4 תחנות עולים לכל היותר 400 $(=4\cdot 100)$ ויורדים, לכל הפחות 0 נוסעים $(=4\cdot 0)$. מכיוון שבתחנת המוצא עלו 200 נוסעים, המספר המקסימלי של נוסעים בתום הנסיעה הוא 600 נוסעים ($= 200+400-0$).
<u>מינימלי</u>: מספר הנוסעים המינימלי יתקבל אם בכל תחנה יעלו מינימום נוסעים וירדו מקסימום. כמה נוסעים לכל הפחות, עולים בכל תחנה? 0 נוסעים (לכל היותר 100, אך אנו מחפשים את המינימום). כמה נוסעים לכל היותר, יורדים בכל תחנה? 150 נוסעים. לפיכך, ב-4 תחנות עולים לכל הפחות 0 $(=4\cdot 0)$ ויורדים, לכל היותר 600 נוסעים $(=4\cdot 150)$. אך כיצד זה אפשרי? אם בתחנת המוצא עלו 200 נוסעים, ובתחנות הבאות לא עלו נוסעים חדשים. לא ייתכן שירדו 600 נוסעים, כי לא היו כל כך הרבה נוסעים על הרכבת. אם כן, יתכן מצב שבו כל הנוסעים שהיו על הרכבת ירדו, ובתום הנסיעה לא נותרו כלל נוסעים על הרכבת.

הטווח שמצאנו הוא 0-600 המופיע בתשובה מספר (2).

תשובה (2).

2. **השאלה** : בארון הבגדים של יוני יש 70 חולצות, מתוכן 40 חולצות מבד כותנה, 50 חולצות בצבע שחור, ו-30 חולצות עם צווארון.

כמה מהחולצות בארון של יוני, **לכל היותר**, הן חולצות כותנה שחורות עם צווארון?

פתרון : בשאלה זו עלינו למצוא את מספר החולצות המקסימלי (לכל היותר) שהן גם שחורות, גם עם צווארון וגם עשויות מכותנה. למעשה עלינו למצוא את החפיפה המקסימלית :

חפיפה מקסימלית שווה לגודל הקבוצה הקטנה ביותר מבין הקבוצות שעלינו לחפוף, שכן במצב המקסימלי כל הפרטים השייכים לקבוצה הקטנה, שייכים גם לקבוצות האחרות. במקרה שלנו הקבוצות שביניהן צריך לחפוף הן החולצות השחורות (50), החולצות בעלות הצווארון (30) והחולצות העשויות מכותנה (40). הקבוצה הקטנה ביותר היא – 30. זו החפיפה המקסימלית.

תשובה (2).

---

3. **השאלה** : על מדף ניצבים 100 ספרים בעלי כריכות בצבעים שונים.
בדיוק 10 מהספרים שעל המדף הם ספרי מתח בעלי כריכה שחורה.
בדיוק 20 מהספרים שעל המדף **אינם** ספרי מתח **ואינם** בעלי כריכה שחורה.

כמה ספרים בעלי כריכה שחורה ניצבים על המדף?

פתרון : התשובות מציעות טווחים אפשריים עבור מספר הספרים בעלי הכריכה השחורה. בכדי למצוא את הטווח הנכון, עלינו למצוא את מספר הספרים המקסימלי ואת מספר הספרים המינימלי שיש להם כריכה שחורה.

ניתן לחלק את הספרים על המדף לשלוש קבוצות, על פי הנתונים :
ספרי מתח בעלי כריכה שחורה – 10 ספרים.
ספרים שאינם ספרי מתח ואינם בעלי כריכה שחורה – 20 ספרים.
ויתר הספרים – 70 ספרים ($= 100 - 10 - 20$).

מספר הספרים השחורים המקסימלי יתקבל אם לכל יתר הספרים (אלו שלגביהם אין מידע בשאלה) תהיה כריכה שחורה. במצב זה יהיו 10 ספרי מתח בעלי כריכה שחורה ועוד 70 ספרים בעלי כריכה שחורה (יתר הספרים). בסך הכול 80 ספרים בעלי כריכה שחורה $\left(= 10 + 70\right)$.

מספר הספרים השחורים המינימלי יתקבל אם לכל יתר הספרים (לגביהם אין מידע בשאלה) תהיה כריכה שאינה שחורה. במצב זה יהיו 10 ספרי מתח בעלי כריכה שחורה, וזהו (שכן לכל יתר הספרים תהיה כריכה שאינה שחורה).

הטווח שמצאנו הוא 10- 80.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: על השולחן מונחים 30 עפרונות, 12 מהם מחודדים, ו-7 מהם אדומים.
כמה מהעפרונות, לכל הפחות, **אינם** מחודדים **ואינם** אדומים?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את מספר העפרונות המינימלי (לכל הפחות) שהם גם לא מחודדים, וגם לא אדומים. למעשה עלינו למצוא את החפיפה המינימלית:

חפיפה מינימלית שווה לסכום הקבוצות פחות השלם. במקרה שלנו הקבוצות שבניהן צריך לחפוף הן מספר העפרונות שאינם אדומים (מתוך 30 העפרונות שעל השולחן 7 הם אדומים, ולכן שאר 23 העפרונות אינם אדומים) ומספר העפרונות שאינם מחודדים (מתוך 30 העפרונות שעל השולחן 12 הם מחודדים, ולכן שאר 18 העפרונות אינם מחודדים).
נחבר את שתי הקבוצות ונקבל 41 $(=23+18)$. נחסר את השלם ונקבל 11 $(=41-30)$.
זו החפיפה המינימלית.

תשובה (1).

---

5. **השאלה**: בחדר מעופפים 30 זבובים. $\frac{3}{5}$ מהם נקבות והשאר זכרים.

$\frac{2}{3}$ מהזבובים שבחדר יושבים על המראה.

מה מהבאים **יכול להיות** מספר הזבובים ממין זכר היושבים על המראה?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע איזה מהמספרים שבתשובות יכול להיות מספר הזבובים ממין זכר היושבים על המראה. כלומר, מה יכולה להיות החפיפה בין מספר הזבובים ממין זכר למספר הזבובים היושבים על המראה. ישנן אפשרויות רבות לגודל החפיפה בין הקבוצות. בכדי למצוא את כל האפשרויות בקלות, נחשב את החפיפה המקסימלית ואת החפיפה המינימלית.
כל אפשרות הנמצאת בין המינימום למקסימום (כולל) יכולה להתקיים.

חפיפה מקסימלית שווה לגודל הקבוצה הקטנה ביותר מבין הקבוצות שעלינו לחפוף, שכן במצב המקסימלי כל הפרטים השייכים לקבוצה הקטנה, שייכים גם לקבוצה הגדולה. במקרה שלנו הקבוצות שביניהן צריך לחפוף הן מספר הזבובים ממין זכר.
מתוך 30 זבובים $\frac{3}{5}$ הן נקבות, והשאר, כלומר $\frac{2}{5}$ הם זכרים. $\frac{2}{5}$ מתוך 30 הם 12 זכרים.
מספר הזבובים העומדים על המראה: מתוך 30 זבובים $\frac{2}{3}$ עומדים על המראה. $\frac{2}{3}$ מתוך 30 הם 20 זבובים.
מצאנו כי 12 מהזבובים זכרים, וכי 20 מהם עומדים על המראה.
הקבוצה הקטנה יותר היא – 12. זו החפיפה המקסימלית.
חפיפה מינימלית שווה לסכום הקבוצות פחות השלם. במקרה שלנו הקבוצות שביניהן צריך לחפוף הן מספר הזבובים ממין זכר (12). ומספר הזבובים העומדים על המראה (20). נחבר את שתי הקבוצות ונקבל 32 $(=12+20)$. נחסר את השלם ונקבל 2 $(=32-30)$. זו החפיפה המינימלית.
הטווח שמצאנו הוא 2-12. התשובה היחידה הנמצאת בתוך הטווח היא 3.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: בבריכה שוחים 50 ילדים.
35 מהילדים חובשים כובע שחייה ו-22 מהילדים נעזרים במצופים.

כמה ילדים, **לכל היותר**, חובשים כובע שחייה ונעזרים במצופים?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את מספר הילדים המקסימלי (לכל היותר) שגם חובשים כובע שחייה וגם נעזרים במצופים. למעשה עלינו למצוא את החפיפה המקסימלית:
חפיפה מקסימלית שווה לגודל הקבוצה הקטנה ביותר מבין הקבוצות שעלינו לחפוף, שכן במצב המקסימלי כל הפרטים השייכים לקבוצה הקטנה, שייכים גם לקבוצה השנייה. במקרה שלנו הקבוצות שביניהן צריך לחפוף הן הילדים החובשים כובע שחייה (35), והילדים הנעזרים במצופים (22).
הקבוצה הקטנה ביותר היא – 22. זו החפיפה המקסימלית.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: נתון: $-2 < a < -1$

$$1 < b < 2$$

$$c = (a + b)^2$$

מה טווח הערכים המדויק של c?

פתרון: בשאלה זו נתונים טווחי הערכים של a ו-b ועלינו למצוא את טווח הערכים של c.
על מנת למצוא את הטווח עלינו למצוא את הערך המקסימלי ואת הערך המינימלי של c. מבט בתשובות מלמד אותנו שהערך המינימלי של c זהה בכל התשובות (0). לפיכך, בכדי למצוא את התשובה הנכונה, עלינו למצוא את הערך המקסימלי של c בלבד.
נבדוק באיזה מצב ערכו של c, השווה ל- $(a + b)^2$ יהיה מקסימלי. קיימים שני מצבים כאלה:
כאשר a ו- b יהיו גדולים ככל האפשר (במקרה שלנו ה- a הגדול ביותר הוא 1-, וה-b הגדול ביותר הוא 2), ערכו של c יהיה: $c = (a + b)^2 = (-1 + 2)^2 = (1)^2 = 1$.
מכיוון שחזקה שנייה (בריבוע) של מספר שלילי נותנת ערך חיובי, ישנו מצב נוסף שעשוי להוביל ל-c המקסימלי, המצב שבו $(a + b)$ יהיה מספר שלילי, וכשנעלה אותו בריבוע, יהפוך לחיובי (ולכן יוכל להיות מקסימלי). הערך 'הכי שלילי' של $(a + b)$ יתקבל כאשר a יהיה שווה ל-2- ו-b יהיה שווה ל-1. במצב זה ערכו של c יהיה שווה שוב ל-1 $\left[c = (a + b)^2 = (-2 + 1)^2 = (-1)^2 = 1\right]$.
כלומר, בכל מקרה הערך המקסימלי של c הוא 1.

תשובה (2).

8. **השאלה**: $\frac{1}{2}$ מהספרים בספרייה הם בעלי כריכה קשה, $\frac{3}{5}$ מהספרים הם ספרי עיון, $\frac{2}{3}$ מהספרים כתובים באנגלית, ו- $\frac{1}{4}$ מהספרים אינם ניתנים להשאלה.

מה מהבאים נכון בהכרח?

פתרון: בשאלה זו הספרים בספריה מחולקים למספר קבוצות. בכל אחת מהתשובות נאמר שקיימים ספרים השייכים לשתיים מהקבוצות המתוארות בנתונים. במילים אחרות, כל תשובה טוענת שיש חפיפה בין שתיים מהקבוצות. לפיכך, נבדוק בעבור כל תשובה האם קיימת בהכרח חפיפה בין שתי הקבוצות המתוארות בה:

<u>תשובה (1)</u>: $\frac{1}{2}$ מהספרים בספרייה הם בעלי כריכה קשה ו- $\frac{1}{4}$ מהספרים אינם ניתנים להשאלה. מכיוון ששתי הקבוצות יחד, קטנות משלם, לא בהכרח קיימת חפיפה ביניהן.

<u>תשובה (2)</u>: $\frac{3}{5}$ מהספרים הם ספרי עיון, $\frac{1}{2}$ מהספרים בספרייה הם בעלי כריכה קשה.

מכיוון שחיבור שתי הקבוצות יחדיו גדול מן השלם, בהכרח קיימת חפיפה ביניהן.

מצאנו תשובה נכונה. אין צורך לבדוק את התשובות הנותרות.

תשובה (2).

---

9. **השאלה**: ברכבת יש 170 מקומות ישיבה, מהם 80 מקומות ישיבה מסומנים.
ידוע כי 100 ממקומות הישיבה ברכבת ממוקמים בסמוך לחלון.

כמה מקומות ישיבה מסומנים הממוקמים בסמוך לחלון יש ברכבת?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את הטווח של מספר מקומות הישיבה המסומנים הממוקמים ליד החלון. כלומר, את החפיפה המינימלית והמקסימלית בין המקומות המסומנים למקומות שבסמוך לחלון: חפיפה מקסימלית שווה לגודל הקבוצה הקטנה. במקרה שלנו הקבוצות הן המקומות המסומנים (80) והמקומות שבסמוך לחלון (100). הקבוצה הקטנה היא 80. זו החפיפה המקסימלית.

חפיפה מינימלית שווה לסכום הקבוצות פחות השלם. נחבר את הקבוצות ונקבל 180 $(= 80 + 100)$. נחסר את השלם ונקבל 10 $(= 180 - 170)$. זו החפיפה המינימלית.

מצאנו כי הטווח הוא 80-10.

תשובה (2).

---

10. **השאלה**: סניף בנק פתוח בימים א׳-ה׳. בסניף יש 8 עובדים, אשר כל אחד מהם עובד ארבעה ימים בשבוע. ביום א׳ מגיעים לעבודה 8 עובדים, ביום ב׳ מגיעים לעבודה 4 עובדים וביום ג׳ מגיעים 6 עובדים.

כמה עובדים, **לכל הפחות**, מגיעים לעבודה ביום ד׳?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את מספר העובדים המינימלי (לכל הפחות) המגיעים לעבודה ביום ד׳.

ראשית נבדוק כמה ׳ימי עבודה׳ צריכים להיות בסך-הכל במהלך השבוע, אחר-כך נבדוק כמה ׳ימי עבודה׳ היו במהלך ימים א׳, ב׳ ו- ג׳. ואז נבדוק מה נותר ליום ד׳.

במפעל עובדים 8 עובדים. כל אחד מהם עובד ארבעה ימים בשבוע. בסך-הכל יש 32 ($8 \cdot 4$) ׳ימי עבודה׳ במהלך השבוע.

ביום א׳ הגיעו 8 עובדים לעבודה. כלומר, ביום א׳ התבזבזו 8 ׳ימי עבודה׳.
ביום ב׳ הגיעו 4 עובדים לעבודה. כלומר, ביום ב׳ התבזבזו 4 ׳ימי עבודה׳.
ביום ג׳ הגיעו 6 עובדים לעבודה. כלומר, ביום ג׳ התבזבזו 6 ׳ימי עבודה׳.
בסך-הכל 18 ($= 6 + 4 + 8$) ׳ימי עבודה׳ במהלך ימים א׳-ג׳.

כלומר, מתוך 32 ימי עבודה, התבזבזו 18 ונותרו עוד 14 $(= 18 - 32)$ לימים ד׳ ו- ה׳. כיצד נחלק את ה-14 הללו בין ימים ד׳ ו- ה׳? מכיוון שאנו רוצים מינימום ליום ד׳, ניתן הרבה ככל האפשר ליום ה׳. אם כל העובדים יגיעו לעבודה ביום ה׳, יתבזבזו 8 ׳ימי עבודה׳, ויוותרו עוד 6 ליום ד׳.
מכאן, שביום ד׳ הגיעו לעבודה לפחות 6 עובדים

תשובה (1).

---

11. **השאלה**: בבוקר יום א׳ היו לסנאי 100 אגוזים. במהלך כל יום אכל הסנאי בין 60 ל-120 אגוזים ואסף בדיוק 50 אגוזים חדשים.

כמה אגוזים היו לסנאי בסוף יום ג׳?

פתרון: נתוני השאלה והתשובות מנחים אותנו למצוא את הטווח עבור מספר האגוזים שיהיו לסנאי בסוף יום ג׳. לצורך כך נבדוק מה יוביל למספר האגוזים המינימלי ומה יוביל למספר האגוזים המקסימלי:
מספר האגוזים ה**מקסימלי** יתקבל כאשר הסנאי יאכל כמה שפחות אגוזים ויאסוף כמה שיותר אגוזים חדשים. בכל יום אוסף הסנאי בדיוק 50 אגוזים. בין בוקר יום א׳ לסוף יום ג׳ יעברו 3 ימים (ימים א׳, ב׳ ו- ג׳). במהלך 3 הימים הללו יאסוף הסנאי בדיוק 150 אגוזים $(= 3 \cdot 50)$. בכל יום אוכל הסנאי לפחות 60 אגוזים. ולכן בשלושה ימים הסנאי יאכל, לכל הפחות, 180 אגוזים $(= 3 \cdot 60)$.

בסוף יום ג׳ יהיו לסנאי 70 אגוזים $(= 180 - 150 + 100)$ **לכל היותר**.

מספר האגוזים ה**מינימלי** יתקבל כאשר הסנאי יאכל כמה שיותר אגוזים ויאסוף כמה שפחות אגוזים חדשים. בכל יום אוסף הסנאי בדיוק 50 אגוזים, לכן במהלך 3 ימים יאסוף בדיוק 150 אגוזים $(= 3 \cdot 50)$ בכל יום אוכל הסנאי לכל היותר 120 אגוזים. לכן בשלושה ימים הסנאי יאכל, לכל היותר, 360 אגוזים $(= 3 \cdot 120)$. 100 האגוזים שהיו לו בבוקר יום א׳, ועוד 150 האגוזים החדשים שאסף, הם ביחד רק 250 אגוזים ולא 360. משמעות הדבר היא שהסנאי יאכל את כל האגוזים שברשותו ולא יישארו לו אגוזים כלל.

בסוף יום ג׳ יהיו לסנאי 0 אגוזים **לכל הפחות**.

הטווח שקיבלנו הוא 0-70.

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: בכל שלב של משחק מסוים ניתן לזכות ב-6 נקודות, להפסיד 5 נקודות או להפסיד 4 נקודות.
בתחילת המשחק מקבל כל משתתף 100 נקודות.

מהו טווח הנקודות האפשרי שיש למשתתף לאחר 5 שלבים?

פתרון: בכדי למצוא את הטווח עבור מספר הנקודות שיש למשתתף לאחר 5 שלבים. נבדוק מה יוביל למספר נקודות מקסימלי ומה יוביל למספר נקודות מינימלי:
המצב המקסימלי יתקבל כאשר בכל שלב המשתתף יזכה ב-6 נקודות. כלומר, ב-5 שלבים הוא יזכה ב-30 נקודות $(= 5 \cdot 6)$. ולכן בתום 5 השלבים יהיו לו: 130 נקודות $(= 30 + 100)$.

המצב המינימלי יתקבל כאשר בכל שלב המשתתף יפסיד 5 נקודות. כלומר, ב-5 שלבים הוא יפסיד 25 נקודות $(= 5 \cdot 5)$ ולכן בתום 5 השלבים יהיו לו: 75 נקודות $(= 25 - 100)$.

הטווח שקיבלנו הוא 130-75.

תשובה (3).

---

13. **השאלה**: במהלך כל לילה ישנה סימה בין 4 ל-5 שעות.
במהלך כל יום היא ישנה בין 3 ל-4 שעות.

כמה שעות בסך הכול מבלה סימה בשינה במהלך שבוע שלם?

פתרון: הנתונים והתשובות מכוונים אותנו למצוא טווח עבור מספר שעות השינה השבועי של סימה. לצורך כך נמצא את מספר שעות השינה המקסימלי ואת מספר שעות השינה המינימלי שישנה סימה במהלך שבוע (7 ימים ו-7 לילות):

<u>מקסימום</u>: מספר שעות השינה המקסימלי יתקבל כאשר סימה תישן מקסימום שעות בכל יום ומקסימום שעות בכל לילה. על פי הנתון, סימה ישנה 4 שעות לכל היותר במהלך כל יום, ולכן במהלך 7 ימים תישן, לכל היותר, 28 שעות $(= 4 \cdot 7)$. במהלך כל לילה ישנה סימה לכל היותר, 5 שעות. לכן במהלך 7 לילות תישן, לכל היותר 35 שעות $(= 5 \cdot 7)$.

במצב המקסימלי סימה תישן 63 שעות במהלך שבוע שלם $(= 35 + 28)$.

<u>מינימום</u>: מספר שעות השינה המינימלי יתקבל כאשר סימה תישן מינימום שעות בכל יום ומינימום שעות בכל לילה. על פי הנתון, סימה ישנה 3 שעות לפחות במהלך כל יום, ולכן במהלך 7 ימים תישן, לפחות 21 שעות $(= 3 \cdot 7)$. במהלך כל לילה ישנה סימה 4 שעות לפחות. לכן במהלך 7 לילות תישן, לפחות 28 שעות $(= 4 \cdot 7)$.

במצב המינימלי סימה תישן 49 שעות במהלך שבוע שלם $(= 28 + 21)$.

הטווח שקיבלנו הוא 63-49.

תשובה (4).

14. **השאלה**: מחירו של פרח מסוג 'נורית' הוא 2 שקלים. מחירו של פרח מסוג 'כלנית' הוא 6 או 8 שקלים. מה מחירו המקסימלי של זר פרחים המורכב מ-10 נוריות ו-10 כלניות (בשקלים)?

פתרון: בכדי למצוא את מחירו המקסימלי של הזר, נבדוק מה המחיר המקסימלי של כל פרח בזר:
מחירה של נורית הוא בדיוק 2 שקלים. לכן מחירן של 10 נוריות הוא 20 שקלים $(= 10 \cdot 2)$.

מחירה של כלנית הוא 6 או 8 שקלים. כלומר, מחירה המקסימלי של כלנית הוא 8 שקלים. לכן מחירן המקסימלי של 10 כלניות הוא 80 שקלים $(= 10 \cdot 8)$.

לפיכך, מחירו המקסימלי של זר המורכב מ-10 נוריות ו-10 כלניות הוא 100 שקלים $(= 20 + 80)$.

תשובה (3).

---

15. **השאלה**: בכל בניין יש בין a ל-3a דירות ובכל דירה מתגוררים בין b ל-2b דיירים.

אם ידוע כי בכל בניין מתגוררים לכל הפחות 42 דיירים. כמה דיירים, לכל היותר, מתגוררים בכל בניין?

פתרון: בכדי למצוא כמה דיירים מתגוררים בבניין, לכל היותר, נבדוק את המצב שבו מספר הדירות גדול ככל האפשר (במקרה שלנו 3a דירות), ובכל דירה מתגוררים דיירים רבים ככל האפשר (במקרה שלנו 2b דיירים). במצב זה מתגוררים בבניין 6ab דיירים $(= 3a \cdot 2b)$.

אך התשובות הן מספריות וללא נעלמים. כיצד נמצא את ערכו המספרי של 6ab? ישנו נתון נוסף, המתייחס למספר הדיירים המינימלי, דרכו נוכל לגלות את ערכם של הנעלמים החסרים. במצב המינימלי, בבניין יש רק a דירות ובכל דירה מתגוררים רק b דיירים. במצב זה מתגוררים בבניין ab דיירים. על פי הנתון: $ab = 42$.
כעת ניתן לחשב את ערכו המספרי של 6ab:
$6ab \rightarrow 6 \cdot 42 \rightarrow 252$.

תשובה (2).

---

16. **השאלה**: בכל חודש רוכש עוזי ספרים בסכום כולל של 350 שקלים.
מחיר ספר הוא בין 30 ל-100 שקלים.

מכאן שמספר הספרים שרוכש עוזי בכל חודש גדול או שווה ל-____ וקטן או שווה ל- _____.

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את מספר הספרים המינימלי ומספר הספרים המקסימלי שרוכש עוזי בכל חודש. נבדוק מה יוביל אותנו למקסימום ספרים ומה יוביל למינימום:
מכיוון שסכום הכסף שמוציא עוזי על ספרים מדי חודש קבוע, מספר הספרים המקסימלי יתקבל כאשר מחיר כל ספר יהיה נמוך ככל האפשר (כך שב-350 שקלים "יכנסו" הכי הרבה ספרים). המחיר הנמוך ביותר עבור ספר הוא 30 שקלים. 30 נכנס ב-350 שקלים 11 פעמים ונותר עודף של 20 שקלים. בעודף לא ניתן לרכוש ספר נוסף (שכן מחירו המינימלי של ספר הוא 30 שקלים), כך ש-20 השקלים הללו יתפזרו בין 11 הספרים שנרכשו (למשל: 10 ספרים במחיר 30 שקלים וספר אחד במחיר 50 שקלים. או 9 ספרים במחיר 30 שקלים ו-2 ספרים במחיר 40 שקלים..). כלומר, עוזי ירכוש לכל היותר 11 ספרים ב-350 שקלים.
מספר הספרים המינימלי יתקבל כאשר מחיר כל ספר יהיה גבוה ככל האפשר. המחיר הגבוה ביותר עבור ספר הוא 100 שקלים. 100 'נכנס' ב-350 שקלים 3 פעמים ונותר עודף של 50 שקלים. בעודף ניתן לרכוש ספר נוסף (שכן מחירו של ספר נע בין 30 ל-100 שקלים, כך שקיים ספר שמחירו 50 שקלים). כלומר, עוזי רוכש ב-350 שקלים, לכל הפחות 4 ספרים.
מצאנו כי הטווח הוא 4-11.

תשובה (3).

---

17. **השאלה**: נתון: $1 < x < 6$

$-5 < y < -3$

מהו טווח הערכים עבור הסכום $x + y$?

פתרון: בכדי למצוא את טווח הערכים עבור הביטוי $x + y$, נבדוק מה יוביל לערך המקסימלי ומה יוביל לערך המינימלי:

הערך המקסימלי יתקבל כאשר גם x וגם y יהיו גדולים ככל האפשר. ה- x המקסימלי הוא 6 וה- y המקסימלי הוא (3-). כלומר, ערכו המקסימלי של הביטוי הוא: $x + y = 6 + (-3) = 6 - 3 = 3$.

הערך המינימלי יתקבל כאשר גם x וגם y יהיו קטנים ככל האפשר. ה-x המינימלי הוא 1 וה-y המינימלי הוא (5-). כלומר, ערכו המינימלי של הביטוי הוא: $x + y = 1 + (-5) = 1 - 5 = -4$.

הטווח שקיבלנו הוא: $-4 < x + y < 3$.

שימו לב: x אינו יכול להיות 6 או 1. הוא צריך להיות קטן מ-6 וגדול מ-1 (כנ"ל לגבי y). אם כן, מדוע השתמשנו ב-6 כערך המקסימלי וב-1 כערך המינימלי? מכיוון שהצבת קצות התחום, אפילו אם אינם חלק מהתחום, עוזרים לנו ללמוד על המינימום והמקסימום. כשבדקנו את המצב המקסימלי שבו x הוא 6 ו- y הוא (3-), קיבלנו שערך הביטוי הוא 3. אך מכיוון ש- x קטן מ-6 ו-y קטן מ-(3-), הרי שערכו של הביטוי קטן מ-3.

תשובה (3).

---

18. **השאלה**: 7 שודדים חילקו ביניהם מטמון של מטבעות זהב.
כל שודד קיבל לפחות מטבע אחד ולכל היותר 5 מטבעות. לא היו יותר משני שודדים שקיבלו אותו מספר מטבעות.

כמה מטבעות **לכל היותר** חילקו השודדים ביניהם?

פתרון: בכדי למצוא את מספר המטבעות המקסימלי, ניתן לכל שודד מספר גדול ככל האפשר של מטבעות:
נתון כי כל שודד קיבל לכל היותר 5 מטבעות. ניתן לראשון 5 מטבעות וגם לשני 5 מטבעות. לא ניתן להמשיך ולחלק 5 מטבעות גם לשודדים הבאים, שכן לא היו יותר משני שודדים שקיבלו מספר זהה של מטבעות.
לפיכך ניתן לשודדים הבאים את מספר המטבעות המקסימלי הקטן מ-5. כלומר, 4 מטבעות לשודד השלישי ו-4 לשודד הרביעי (מותר שלשניים יהיה אותו מספר מטבעות). באותו אופן השודד החמישי והשודד השישי יקבלו 3 מטבעות כל אחד. והשודד השביעי יקבל 2 מטבעות.

מספר המטבעות המקסימלי שהתקבל הוא: 26 מטבעות ($5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 =$).

תשובה (2).

19. **השאלה**: במאפיה יש 3 מדפים. על כל מדף בין 2 ל-4 סלסלות קש. בכל סלסלה בין 2 ל-4 לחמניות.

כמה לחמניות יש על מדפי החנות?

פתרון: הנתונים והתשובות מכוונים אותנו למצוא טווח עבוד מספר הלחמניות בחנות. נבדוק מה יוביל למספר לחמניות מקסימלי ומה יוביל למספר לחמניות מינימלי:

מספר הלחמניות המקסימלי יתקבל כאשר יהיו על כל מדף מספר גדול ככל האפשר של סלסלות (במקרה שלנו 4 סלסלות) ובכל סלסלה, מספר גדול ככל האפשר של לחמניות (במקרה שלנו 4 לחמניות). במצב זה יהיו על כל מדף 16 לחמניות ($= 4 \cdot 4$), ולכן על שלושה מדפים יהיו 48 לחמניות ($= 3 \cdot 16$). גילינו שבחנות יש לכל היותר 48 לחמניות.
מספר הלחמניות המינימלי יתקבל כאשר יהיו על כל מדף מספר קטן ככל האפשר של סלסלות (במקרה שלנו 2 סלסלות) ובכל סלסלה, מספר קטן ככל האפשר של לחמניות (במקרה שלנו 2 לחמניות). במצב זה יהיו על כל מדף 4 לחמניות ($= 2 \cdot 2$), ולכן על שלושה מדפים יהיו 12 לחמניות ($= 3 \cdot 4$). גילינו שבחנות יש לפחות 12 לחמניות.

הטווח שמצאנו הוא: 48-12.

תשובה (3).

---

20. **השאלה**: במלון מסוים 30 חדרים. $\frac{4}{5}$ מהחדרים תפוסים, וב- $\frac{1}{2}$ מהחדרים התפוסים יש מקרר.

כמה מחדרי המלון, **לכל היותר**, אינם מצוידים במקרר?

פתרון: בשאלה מחלקים את חדרי המלון לקבוצות. לשם הנוחות, נחשב קודם כל את גדלי הקבוצות:

$\frac{4}{5}$ מהחדרים במלון תפוסים. $\frac{4}{5}$ מ-30 הם 24. כלומר, יש 24 חדרים תפוסים.

ב- $\frac{1}{2}$ מהחדרים התפוסים יש מקרר. $\frac{1}{2}$ מ-24 הם 12. כלומר, יש 12 חדרים תפוסים עם מקרר.

עלינו למצוא את מספר החדרים המקסימלי (לכל היותר) שאינם מצוידים במקרר. אנו יודעים שישנם 12 חדרים תפוסים שאינם מצוידים במקרר ($= 24 - 12$)`. המצב המקסימלי של חדרים ללא מקרר יתקבל כאשר כל החדרים שאינם תפוסים לא יצוידו במקרר. מספר החדרים שאינם תפוסים הוא 6 ($= 30 - 24$).
כלומר מספר החדרים המקסימלי ש**אינם** מצוידים במקרר הוא 18 ($= 12 + 6$).

תשובה (4).

---

21. **השאלה**: ארבעת בניו של גרשון נולדו ב-1 בינואר בשנים שונות.

מה היה סכום הגילאים **המינימלי** של ארבעת הילדים ביום בו מלאו לבן הצעיר 5 שנים?

פתרון: בכדי למצוא את סכום הגילאים המינימלי, נבדוק מה גילו המינימלי של כל אחד מהילדים ונחבר את המספרים שנקבל (שימו לב: מכיוון שכל הילדים נולדו באותו תאריך בשנים שונות, ביום בו חוגג הצעיר יומולדת, חוגגים כולם יומולדת. כלומר, גיליהם הם מספרים שלמים):
הבן הצעיר ביותר בן 5.
הבן המבוגר ממנו, צריך להיות לפחות בן 6 (המספר השלם הקטן ביותר הגדול מ-5).
הבן הבא, צריך להיות לפחות בן 7 (המספר השלם הקטן ביותר הגדול מ-6).
הבן הבכור, צריך להיות לפחות בן 8 (המספר השלם הקטן ביותר הגדול מ-7).
מכאן שסכום הגילאים המינימלי הוא 26 ($= 8 + 7 + 6 + 5$).

תשובה (1).

---

22. **השאלה**: בכיתה 3 בנים ו-7 בנות.
במבחן בחשבון קיבלו 3 מתלמידי הכיתה ציון הגבוה מ-70 ושאר התלמידים קיבלו ציון הנמוך מ-70.

כמה מבנות הכיתה קיבלו ציון **הנמוך** מ-70?

פתרון: מבט בתשובות מלמד שעלינו למצוא טווח עבור מספר הבנות שקיבלו ציון נמוך מ-70.
נתון כי בכיתה יש 10 ילדים. נחשב את החפיפה המינימלית ואת החפיפה המקסימלית בין שתי הקבוצות המבוקשות: קבוצת הבנות (7) וקבוצת הילדים שקיבלו ציון נמוך מ-70 (7):
חפיפה מקסימלית שווה לגודל הקבוצה הקטנה. במקרה זה שתי הקבוצות שוות ולכן החפיפה המקסימלית שווה לכל אחת מהן: 7.
חפיפה מינימלית שווה לסכום הקבוצות פחות השלם, כלומר ל-4 $\left(= 7+7-10 = 14-10\right)$.
כלומר בכיתה יש לפחות 4 בנות שציונן נמוך מ-70 (ולכל היותר 7 בנות כאלו).

תשובה (4).

---

23. **השאלה**: ארבעת בניה של תקווה אוכלים יחדיו בכל יום בין 10 ל-15 עוגיות.
כל ילד אוכל בין 1 ל-4 עוגיות ביום.

כמה מהילדים, <u>לכל הפחות</u>, אוכלים **יותר** מעוגייה אחת ביום?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את מספר הילדים המינימלי (לכל הפחות) שאוכלים יותר מעוגייה אחת ביום.
על פי הנתונים, כל ילד אוכל בין 1 ל- 4 עוגיות ביום. כלומר, בכדי שכמה שפחות ילדים יאכלו **יותר** מעוגייה אחת ביום, כמה שיותר ילדים צריכים לאכול עוגייה אחת ביום בדיוק. נבדוק את המצבים האפשריים:

אם כל הילדים אוכלים עוגייה אחת ביום, יחד הם אוכלים 4 עוגיות ולא 10-15 עוגיות. מצב זה לא אפשרי.

אם שלושה מהילדים אוכלים עוגייה אחת ביום, יחד הם אוכלים 3 עוגיות. לילד האחרון נותרות 7 עוגיות או יותר. מצב זה לא אפשרי.

אם שניים מהילדים אוכלים עוגייה אחת ביום, יחד הם אוכלים 2 עוגיות. לשני הילדים הנותרים נותרות 8 עוגיות או יותר. ייתכן שכל אחד מהילדים האחרים אכל 4 עוגיות וביחד 8 עוגיות. לפיכך, מצאנו כי לכל הפחות 2 ילדים אוכלים יותר מעוגייה אחת ביום, כאשר כל אחד מהם אוכל 4 עוגיות.

תשובה (2).

.24 **השאלה** : בטיסה לצרפת היו 600 נוסעים. מספר הגברים בטיסה גדול ב-100 ממספר הנשים.

במהלך הטיסה נרדמו 20% מהנוסעים.

כמה מהנשים, **לכל הפחות**, נשארו ערות לאורך הטיסה כולה?

פתרון : בשאלה זו עלינו למצוא את מספר הנשים המינימלי שנשארו ערות לאורך הטיסה כולה. כלומר, את החפיפה המינימלית בין קבוצת הנשים לקבוצת האנשים שנשארו ערים לאורך הטיסה כולה. ראשית נחשב את גודלה של כל קבוצה.
נתון כי בטיסה היו 600 נוסעים וכי מספר הגברים בטיסה היה גדול ב-100 ממספר הנשים.
נסמן את מספר הנשים ב-x ואת מספר הגברים ב-$(x+100)$. נרכיב משוואה ונחלץ את גודלו של x :
$x+(x+100)=600$ ⇦ $2x+100=600$ נחסר 100 משני האגפים ונקבל : $2x=500$, נחלק ב-2 :
$x=250$. מצאנו כי על הטיסה היו 250 נשים.
כמו כן נתון כי 20% מהנוסעים נרדמו במהלך הטיסה, מכאן ש-80% מהנוסעים נותרו ערים.
80% מ-600 הם 480 $\left(\frac{80}{100}\cdot 600=8\cdot 60=\right)$.

כעת נמצא כי החפיפה המינימלית בין קבוצת הנשים לקבוצת האנשים שנותרו ערים במהלך הטיסה היא 130 (סכום הקבוצות פחות השלם) $\left(\underbrace{250+480}_{730}-600=\right)$.

תשובה (2).

.25 **השאלה** : מחירו של עפרון הוא 2.5 שקלים.
מחירו של עט הוא 5 שקלים.
מחירו של טוש הוא 10 שקלים.

עדי קנתה 7 כלי כתיבה, לפחות 2 מהם עטים.
מהו הטווח המדויק עבור סכום הכסף שהוציאה עדי (בשקלים)?

פתרון : בכדי למצוא את טווח הסכום אותו הוציאה עדי על כלי כתיבה, נמצא מהו הסכום המקסימלי ומהו הסכום המינימלי.
<u>מקסימום</u> : מכיוון שטוש הוא כלי הכתיבה היקר ביותר, על מנת להוציא את הסכום המקסימלי תקנה עדי מספר טושים גדול ככל האפשר. נתון כי היא קנתה 2 עטים, יתר 5 כלי הכתיבה יכולים להיות טושים. מכאן שהסכום המקסימלי אותו הוציאה עדי הוא 60 שקלים $(2\cdot 5+5\cdot 10=)$.
<u>מינימום</u> : מכיוון שעפרון הוא כלי הכתיבה הזול ביותר, על מנת להוציא את הסכום המינימלי תקנה עדי מספר עפרונות גדול ככל האפשר. נתון כי עדי קנתה 2 עטים, יתכן כי יתר 5 כלי הכתיבה הם עפרונות. מכאן שהסכום המינימלי אותו הוציאה עדי הוא 22.5 שקלים $(2\cdot 5+5\cdot 2.5=)$.
הטווח שקיבלנו הוא : 22.5 - 60.

תשובה (1).

.26 **השאלה** : 6 ספסלים עומדים בשורה זה אחר זה. אורך כל ספסל הוא 1.5 מטרים, והמרחק בין כל שני ספסלים סמוכים הוא לכל הפחות מטר אחד ולכל היותר 2.5 מטרים.

מה **לא** יכול להיות המרחק (במטרים) מקדמת הספסל הראשון ועד אחורי הספסל האחרון?

פתרון : מכיוון שעל פי נתוני השאלה, הרווח בין כל ספסל הוא מרחק הנע בין 1 מטר ל-2.5 מטרים, הרי שעל מנת למצוא את המרחק הכולל של שורת הספסלים עלינו למצוא את האורך המינימלי והמקסימלי של אורך שורת הספסלים. התשובה הנכונה תהיה ערך הנמוך האורך המינימלי של שורת הספסלים או הגדול מהאורך המקסימלי של אורך השורה.

<u>**מינימום**</u> : אם אורך כל ספסל הוא 1.5 מטרים, אזי אורך כל 6 הספסלים הוא 9 מטרים $\left(6\cdot 1\frac{1}{2}={}^{3}\cancel{6}\cdot\frac{3}{\cancel{2}_{1}}=\right)$.

הרווח המינימלי בין כל שני ספסלים הוא 1 מטר. מכיוון שבין 6 הספסלים יש 5 רווחים, הרי שסכום הרווחים המינימלי הוא 5 מטרים.
מצאנו כי אורך שורת הספסלים שווה לכל הפחות ל-14 מטרים $\left(9+5=\right)$. מכיוון שכל התשובות המוצעות שוות או גדולות מ-14 מטרים, הרי שעלינו לבדוק מה האורך המקסימלי של שורת הספסלים.
<u>**מינימום**</u> :
אורך כל 6 הספסלים כאמור שווה ל-9 מטרים.
הרווח המקסימלי בין כל שני ספסלים הוא 2.5 מטר. מכיוון שבין 6 הספסלים יש 5 רווחים, הרי שסכום הרווחים המקסימלי הוא 12.5 מטרים $\left(5\cdot 2\frac{1}{2}=5\cdot\frac{5}{2}=\right)$.
מכאן שהאורך המקסימלי של שורת הספסלים הוא 21.5 מטרים $\left(9+12.5=\right)$, ומכאן שלא יכול להיות שאורך השורה יהיה שווה ל-22 מטרים.

תשובה (4).

.27 **השאלה** : ירון הניח קוביות זו על גבי זו על מנת לבנות מגדל. ידוע כי גובה קובייה כחולה הוא 5 ס״מ, גובה קובייה צהובה הוא 6 ס״מ וגובה קובייה אדומה הוא 3 ס״מ.

ירון השתמש לשם בניית המגדל לפחות בקובייה אחת מכל צבע, אך לא ביותר מ- 4 קוביות מאותו צבע, מה **לא** יכול להיות גובה המגדל שבנה (בס״מ)?

פתרון : בדיקת תשובות : נתון כי ירון השתמש לפחות בקובייה אחת מכל צבע, ולפיכך ירון השתמש בהכרח בקובייה אחת כחולה, קובייה אחת צהובה וקובייה אחת אדומה. סכום גובהן של 3 הקוביות הללו שווה ל-14 ס״מ $\left(5+6+3=\right)$.

<u>תשובה (1)</u> : 12. מכיוון שגובה המגדל הנתון קטן מסכום הגבהים של 3 הקוביות בהן ירון השתמש בוודאות, גובה זה בוודאות אינו יכול להיות גובה המגדל שבנה ירון. זו התשובה הנכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק תשובות נוספות, אולם לשם השלמת ההסבר נעשה זאת.

<u>תשובה (2)</u> : 17. סכום הגבהים של 3 הקוביות בצבעים שונים שבהן ירון השתמש בוודאות הוא 14 ס״מ. אם נוסיף ל-3 קוביות אלו קובייה אדומה, אשר גובהה 3 ס״מ, נקבל מגדל שגובהו 17 ס״מ $\left(14+3=\right)$.

<u>תשובה (3)</u> : 25. סכום הגבהים של 3 הקוביות בצבעים שונים, שבהן השתמש ירון בוודאות לבניית המגדל, הוא 14 ס״מ. אם נוסיף ל-3 הקוביות אלו קובייה כחולה, אשר גובהה 5 ס״מ וקובייה צהובה אשר גובהה 6 ס״מ, נקבל מגדל אשר גובהו הוא 25 ס״מ $\left(14+5+6=\right)$.

תשובה (4) : 56. סכום הגבהים של 3 הקוביות בצבעים שונים, שבהן השתמש ירון, הוא 14 ס"מ. על מנת להגיע למגדל שגובהו 56 ס"מ עלינו להוסיף קוביות שסכום גובהן 42 ס"מ. אם נוסיף ל-3 הקוביות הנתונות, 7 קוביות צהובות, אשר גובה כל אחת מהן הוא 6 ס"מ, נקבל מגדל אשר גובהו 56 ס"מ $(= 14 + 7 \cdot 6)$.

תשובה (1).

---

28. **השאלה** : מספר הבנות בגן הוא 6, והן מהוות בין $\frac{1}{5}$ ל- $\frac{1}{3}$ מכלל ילדי הגן.

כמה **בנים**, לכל היותר, יש בגן?

פתרון : ראשית, מכיוון שנתון כי יש 6 בנות בגן המהוות בין $\frac{1}{5}$ ל- $\frac{1}{3}$ מכלל ילדי הגן, עלינו לבדוק מה צריך להיות חלקן של הבנות בגן, על מנת שמספר הבנים בגן יהיה מקסימלי.

על מנת שמספר הבנים (ומספר הילדים בגן בכלל) יהיה מקסימלי עלינו להניח כי 6 הבנות מהוות רק $\frac{1}{5}$ מכלל ילדי הגן, שכן במצב שבו 6 הבנות מהוות את החלק הקטן ביותר האפשרי, מספר הילדים הכולל בגן הוא המספר המקסימלי.

אם 6 הבנות מהוות $\frac{1}{5}$ מכלל ילדי הגן, הרי שמספר הילדים הכולל בגן גדול פי 5 ממספר הבנות בגן, כלומר שווה ל-30 $(= 5 \cdot 6)$.

מכיוון שנתון כי יש בגן 6 בנות, הרי שמספר הבנים במקרה כזה שווה ל-24 $(= 30 - 6)$.

תשובה (2).

---

29. **השאלה** : בגן חיות יש בכל זמן נתון בין x ל- 3x חיות בעלות קרניים. ידוע כי מספר החיות בעלות הקרניים מהווה $\frac{1}{4}$ מכלל החיות בגן החיות.

מה יכול להיות מספרן של החיות **שאין** להן קרניים?

פתרון : נשאלנו לגבי מספרן של החיות **שאין** להן קרניים.
על פי נתוני השאלה, מספר החיות בעלות הקרניים בגן הוא בין x ל-3x. כלומר, נתון טווח של ערכים לגבי מספר החיות בעלות הקרניים בגן.
על מנת למצוא מה יכול להיות מספרן של החיות **שאין** להן קרניים, נמצא מה טווח הערכים לגבי מספר החיות הכולל בגן.

מכיוון שמספר החיות בעלות הקרניים מהווה $\frac{1}{4}$ מכלל החיות בגן, הרי שמספר החיות הכולל בגן גדול פי 4 ממספר החיות בעלות הקרניים.

מינימום : במקרה בו יש x חיות בעלות קרניים, מספר החיות הכולל בגן הוא 4x $(= 4 \cdot x)$, מכיוון שמספר החיות בעלות הקרניים הוא x, הרי שמספר החיות חסרות הקרניים במקרה זה הוא 3x $(= 4x - x)$.

מאחר שמצאנו כי מספר החיות חסרות הקרניים הוא **לכל הפחות 3x**, ניתן לפסול בשלב זה את תשובה (1).

מקסימום : במצב שבו מספר החיות בעלות הקרניים שווה ל-3x, מספר החיות הכולל בגן הוא 12x $(= 4 \cdot 3x)$.

מכיוון שמספר החיות בעלות הקרניים הוא 3x, הרי שמספר החיות חסרות הקרניים במקרה זה שווה ל-9x $(= 12x - 3x)$. מאחר שמצאנו כי מספר החיות חסרות הקרניים הוא **לכל היותר 9x**, ניתן לפסול בשלב זה את תשובות (3) ו-(4).

תשובה (2).

.30 **השאלה**: במשפחת כהן 7 אחים, ולכל אחד מהאחים יש שניים, או שלושה, או ארבעה ילדים.
ידוע כי בסך הכול ישנם 25 ילדים במשפחה.

לכמה מהאחים, **לכל הפחות**, יש ארבעה ילדים?

פתרון: ראשית מנתוני השאלה ניתן להסיק כי בהכרח ישנם אחים אשר יש להם 4 ילדים, שכן אם לכל אחד מ-7 האחים היו רק 3 ילדים, מספר הילדים הכולל היה שווה ל-21 $(= 7 \cdot 3)$.

מכיוון שנשאלנו מה מספר האחים המינימלי שיש להם 4 ילדים, נתחיל מבדיקת התשובה הקטנה ביותר: תשובה (4).

<u>תשובה (4)</u>: ידוע כי בסך הכול ישנם 25 ילדים במשפחה. אם ישנם 4 אחים שלהם 4 ילדים, הרי שמספר הילדים הכולל שיש לאותם אחים הוא 16 $(= 4 \cdot 4)$. במצב זה ישנם 3 אחים נוספים שיש להם 9 ילדים $(= 25 - 16)$.

אם לכל אחד מ-3 האחים יש 3 ילדים, הרי שיש להם 9 ילדים $(= 3 \cdot 3)$, ומכאן שמצאנו כי לכל הפחות ישנם 4 אחים שיש להם 4 ילדים.

תשובה (4).

.31 **השאלה**: דנית מטלפנת לכל אחת מארבעת אחיותיה בין 2 ל- 6 פעמים ביום, ואורכה של כל שיחת טלפון הוא בין 10 ל- 18 דקות.

מה מספר הדקות **המקסימלי** ביום שדנית משוחחת מדי יום בטלפון עם אחיותיה, אם ידוע כי היא מדברת עם כל אחות מספר שונה של פעמים?

פתרון: ידוע כי עם כל אחות דנית מדברת מספר שונה של פעמים ושעם כל אחות היא מדברת בין 3 ל-6 פעמים. על מנת למצוא את המספר המקסימלי של דקות שמשוחחת דנית בטלפון מדי יום, עלינו להניח שעם אחת האחיות היא מדברת 6 פעמים, עם האחות השנייה 5 פעמים, האחות השלישית 4 פעמים והאחות הרביעית 3 פעמים, ובסך הכול דנית משוחחת מדי יום עם אחיותיה, לכל היותר, 18 שיחות טלפון $(= 6 + 5 + 4 + 3)$.

עם אורכה של כל שיחת טלפון הוא בין 10 ל-18 דקות, הרי שעל מנת למצוא את מספר הדקות **המקסימלי** שדנית משוחחת מדי יום עם אחיותיה עלינו להניח שכל שיחה אורכת 18 דקות, ובסך הכול דנית משוחחת מדי יום, לכל היותר, 324 דקות עם אחיותיה $(= 18 \cdot 18)$.

תשובה (3).

.32 **השאלה**: מתוך 200 תושבי כפר דגנים, 72 אוהבים בורגול ו-103 אוהבים אורז בר.

איזה חלק, **לכל הפחות**, מהווים תושבי הכפר **שאינם** אוהבים בורגול **ואינם** אוהבים אורז בר מתוך כלל התושבים?

פתרון: מכיוון שנשאלנו איזה חלק, **לכל הפחות**, מהווים תושבי הכפר **שאינם** אוהבים בורגול **ואינם** אוהבים אורז בר, נבדוק מה מספר התושבים שאינם אוהבים בורגול ואינם אוהבים אורז בר.
אם מתוך 200 תושבי כפר דגנים, 72 אוהבים בורגול, הרי ש-128 **אינם** אוהבים בורגול $(= 200 - 72)$.

אם מתוך 200 תושבי כפר דגנים, 103 אוהבים אורז בר, הרי ש-97 **אינם** אוהבים אורז בר $(= 200 - 103)$.

כדי לחשב חפיפה מינימלית, נחבר את הקבוצות (אלו ש**אינם** אוהבים בורגול ואלו ש**אינם** אוהבים אורז בר) ונחסר את השלם (סך כל תושבי כפר דגנים).

סכום הקבוצות הוא 225 $(=128+97)$. מסכום זה נחסר את מספר תושבי כפר דגנים ונקבל כי החפיפה המינימלית היא 25 $(=200-225)$.

מכיוון שהתשובות מציגות חלק יחסי מתוך השלם, עלינו להמיר את המספר שמצאנו לחלק יחסי. נעשה זאת ע"י חלוקה של המספר שמצאנו בשלם: $\frac{1}{8}=\frac{5}{40}=\frac{25}{200}$.

מצאנו כי **לכל הפחות**, החלק שמהווים תושבים הכפר **שאינם** אוהבים בורגול **ואינם** אוהבים אורז בר מהווה שמינית מתוך כלל התושבים.

תשובה (1).

---

33. **השאלה:** לרווית יש בארון לכל היותר 10 שמלות ולפחות 6 חצאיות. לאחותה של רווית יש בארון לפחות 8 שמלות ולכל היותר 9 חצאיות.

איזה מהמשפטים הבאים נכון בהכרח?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: מספר השמלות שיש לרווית ולאחותה יחד הוא לכל היותר 18.

ידוע כי לרווית יש לכל היותר 10 שמלות, ולאחותה לכל הפחות 8 שמלות. מכיוון שלאחותה יש <u>לכל הפחות</u> 8 שמלות, ייתכן מצב בו לרווית יש 10 שמלות לאחותה יש 9 שמלות, ומכאן שמספר השמלות שיש להן יחד הוא 19. לכן, תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: מספר החצאיות שיש לרווית ולאחותה יחד הוא לפחות 15.

ידוע כי לרווית יש לכל הפחות 6 חצאיות, ולאחותה לכל היותר 9 חצאיות. ייתכן מצב בו לרווית יש 6 חצאיות ולאחותה יש חצאית אחת, ובמקרה כזה מספר החצאיות שיש להן יחד יהיה 7, ולכן תשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: מספר השמלות של רווית גדול ממספר החצאיות של אחותה.

נתון כי לרווית יש לכל היותר 10 שמלות, ושלאחותה יש לכל היותר 9 חצאיות. ייתכן מצב בו לרווית יש שמלה אחת, ולאחותה יש 3 חצאיות. במקרה כזה, מספר השמלות של רווית **אינו** גדול ממספר החצאיות של אחותה. לכן, תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו את כל 3 התשובות, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (4).

תשובה (4).

---

34. **השאלה:** בסל הקניות של תמר יש תפוחים ותותים בלבד. מספר התפוחים בסל הוא 7, וישנם **לכל הפחות** 10 פירות אדומים.

אם ידוע כי בסל ישנם בדיוק 5 תותים שבצבעם אדום, מה יכול להיות מספר התפוחים הירוקים בסל?

פתרון: ידוע כי בסל ישנם בדיוק 5 תותים שבצבעם אדום, ושישנם לכל הפחות 10 פירות אדומים. מכיוון שבסל הקניות יש תפוחים ותותים בלבד, נסיק כי הפירות האדומים שאינם תותים הם בהכרח תפוחים אדומים. לכן, יש בהכרח לפחות 5 תפוחים אדומים. מכיוון שבסל יש 7 תפוחים, מספר התפוחים שאינם אדומים הוא לכל היותר 2 $(=5-7)$.

התשובה היחידה האפשרית מבין התשובות היא תשובה (1), לפיה יש בסל תפוח ירוק אחד.

תשובה (1).

---

35. **השאלה:** במסעדה מסוימת מקפידים על יחס של לפחות מלצר אחד לכל 6 סועדים.
בשעות הבוקר היו במסעדה 50 סועדים ו-12 מלצרים.

כמה מלצרים, **לכל הפחות**, יש להוסיף במהלך היום על מנת שבערב יוכלו לסעוד במסעדה 126 סועדים?

פתרון: במסעדה הנתונה קיים יחס של לפחות מלצר אחד לכל 6 סועדים (הדוגמה הניתנת לשעות הבוקר ממחישה כי לפעמים יש מלצר אחד לפחות מ-6 סועדים). עלינו למצוא את מספר המלצרים המינימלי שיש להוסיף למסעדה כדי שיוכלו לשרת 126 סועדים.
על מנת שמספר המלצרים יהיה מינימלי, על כל מלצר לשרת את המספר המקסימלי של סועדים.
כלומר, על כל מלצר לשרת 6 סועדים (זה המספר המקסימלי של סועדים למלצר).

מספר המלצרים המינימלי שצריכים להיות במסעדה בערב הוא 21 $\left(\frac{126}{6}=\frac{120}{6}+\frac{6}{6}=20+1=\right)$.

מכיוון שנמצאים במסעדה כעת 12 מלצרים, המספר שישלימם למספר הדרוש של 21 מלצרים הוא 9.

תשובה (3).