מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(4)	(2)	(2)	(2)	(2)	(3)	(2)	(4)	(2)

הסברים

1. **השאלה**: נתון: $8a < 20$

$11 < 5a$

מה מהבאים יכול להיות ערכו של a?

פתרון: נפשט את אי-השוויונים הנתונים.

$8a < 20$, נחלק ב-8 את שני האגפים, ונקבל: $a < \frac{\cancel{20}^5}{\cancel{8}_2}$. קיבלנו כי על פי אי-השוויון הראשון $a < 2.5$,

כלומר תשובות (3) ו-(4) נפסלות.

$11 < 5a$, נחלק ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $\frac{11}{5} < a$. קיבלנו כי $2.2 < a$, כלומר תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2).

---

2. **השאלה**: נתון: $0 < a < b < c < d$

איזה מאי-השוויונים הבאים בהכרח **אינו** נכון?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות:

<u>תשובה (1)</u>: $a \cdot c < b \cdot d$. מכיוון ש-b גדול מ-a ו-d גדול מ-c, הרי שבהכרח תוצאת מכפלתם של b ו-d תהיה גדולה מתוצאת מכפלתם של a ו-c.

<u>תשובה (2)</u>: $c - b < d - a$. ההפרש בין c ל-b (שני האיברים ה"אמצעיים") בהכרח קטן מההפרש d ו-a שהם שני האיברים הקיצוניים.

<u>תשובה (3)</u>: $a + b < c + d$. סכומם של a ו-b, שני האיברים הקטנים, בהכרח קטן מסכומם של c ו-d, שני האיברים הגדולים.

<u>תשובה (4)</u>: $\frac{c}{b} < \frac{d}{a}$. היחס בין d שהוא האיבר הגדול ביותר ו-a שהוא האיבר הקטן ביותר, כלומר השבר השמאלי, בהכרח גדול מהיחס בין c ל-b, השבר הימני. תשובה זו **בהכרח אינה** נכונה.

תשובה (4).

.3 **השאלה**: נתון: $100 < 100a < 1000$.

A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9.

a יכול להיות שווה ל-

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: 0.ABC

אם a שווה ל-0.ABC הרי שאם נכפול את a ב-100, נקבל: AB.C. מכיוון ש-A, B ו-C הן אותיות המייצגות ספרות בין 1 ל-9, הרי שקיבלנו מספר דו-ספרתי.

מכיוון שעל פי הנתונים 100a גדול מ-100, הרי שתשובה זו אינה נכונה.

ניתן לפסול את תשובה (1), וכמובן גם את תשובה (4) אשר לפיה כל התשובות אפשריות.

<u>תשובה (2)</u>: A.BC

אם a שווה ל-A.BC הרי שאם נכפול את a ב-100, נקבל: ABC. קיבלנו מספר תלת-ספרתי.

מכיוון שאף אחת מהספרות אינה שווה ל-0, הרי שהמספר התלת-ספרתי שקיבלנו בהכרח גדול מ-100 וקטן מ-1,000, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

.4 **השאלה:** נתון: $(a+b)^2 = (a-b)^2$

$a < 3 < b$

איזה מהטענות הבאות נובעת בהכרח מהנתונים?

פתרון: נפשט את המשוואה באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר, ונקבל:

$$a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 - 2ab \Leftarrow (a+b)^2 = (a-b)^2$$

נחסר a^2 ו-b^2 משני האגפים, ונקבל: $2ab = -2ab$, נוסיף 2ab לכל אחד משני האגפים, ונקבל:

$$ab = 0 \Leftarrow 4ab = 0 \Leftarrow 2ab = -2ab$$

אם תוצאת מכפלה היא 0, הרי שבהכרח אחד מהגורמים שלה שווה ל-0.

מכיוון שנתון כי b גדול מ-3 ו-a קטן מ-3, הרי שבהכרח a שווה ל-0.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: לכל מספר x הוגדרה הפעולה $ כך: $\$(x)=\frac{x}{2}+1$

$\$(\$(a))=?$

פתרון: ראשית נפשט את הביטוי הנתון על ידי ביצוע פעולת ה-$ על הסוגריים הפנימיים.

$$\$(\$(a))=\$\left(\frac{a}{2}+1\right)$$

כעת נבצע את פעולת ה-$ על הסוגריים החיצוניים, כאשר כעת המשתנה שלנו (x) הוא $\left(\frac{a}{2}+1\right)$:

$$\$\left(\frac{a}{2}+1\right)=\frac{\frac{a}{2}+1}{2}+1=\frac{\frac{a}{2}}{2}+\frac{1}{2}+1=\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=\frac{a}{4}+1\frac{1}{2}$$

נבדוק את התשובות המוצעות על מנת לראות מי מהן שווה לביטוי.

<u>תשובה (1)</u>: $\$\left(\frac{a}{2}\right)+1$. נפתח את הביטוי באמצעות הגדרת פעולת ה-$.

$\$\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{\frac{a}{2}}{2}+1=\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{2}+1=\frac{a}{4}+1$. מכיוון שכאשר מוסיפים לביטוי זה 1, מקבלים ביטוי השונה מהביטוי המקורי זו אינה התשובה הנכונה.

<u>תשובה (2)</u>: $\$\left(\frac{a}{2}\right)+\frac{1}{2}$. כאמור $\$\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{a}{4}+1$ וכאשר מוסיפים לביטוי זה $\frac{1}{2}$ מקבלים $\left(\frac{a}{4}+1\frac{1}{2}\right)$, זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

6. **השאלה**: $-\left(\frac{16-a^2}{2a}\right)=?$

פתרון: מינוס לפני קו שבר מתייחס לכל אחד מהגורמים במונה, ולכן:

$-\left(\frac{16-a^2}{2a}\right)=\frac{-16+a^2}{2a}$. ניתן לפרק את המונה כך שנחלק כל אחד מהאיברים שלו במכנה:

$$\frac{-16+a^2}{2a}\leftarrow\frac{-16}{2a}+\frac{a^2}{2a}\leftarrow\frac{-8}{a}+\frac{a}{2}\leftarrow\frac{a}{2}-\frac{8}{a}$$

תשובה (2).

.7 **השאלה**: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{5}}}\right)^2 = ?$.

פתרון: מכיוון שכמעט כל התשובות הנתונות מתייחסות ל-5 ב<u>חזקה</u> כלשהי, נתרגם את השורשים לחזקות באמצעות החוק: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{5}}}\right)^2 \Leftarrow \left(\sqrt[3]{\frac{1}{5^{\frac{1}{2}}}}\right)^2$ על פי חוק החזקה השלילית $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$, ולפיכך: $\left(\sqrt[3]{5^{-\frac{1}{2}}}\right)^2 \Leftarrow \left(5^{-\frac{\frac{1}{2}}{3}}\right)^2$

$\left(5^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}\right)^2 \Leftarrow \left(5^{-\frac{1}{6}}\right)^2$ נפשט את הביטוי באמצעות חוק החזקות: $\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$:

$\left(5^{-\frac{1}{6}}\right)^2 \leftarrow 5^{-\frac{1}{6}\cdot 2} \leftarrow 5^{-\frac{1}{3}}$.

תשובה (3).

.8 **השאלה**: $5\cdot x^{13} = x^{15}$

פתרון: על מנת לבודד את x נחלק את שני אגפי המשוואה ב- x^{13}, ונקבל: $5 = x^2 \Leftarrow \pm\sqrt{5} = x$

מכיוון שנתון כי x חיובי, הרי ש- $x = \sqrt{5}$.

תשובה (2).

.9 **השאלה**: נתון: $x + y + z + w = 32$

$$2x + y = 15$$
$$z - x = 13$$
$$w = ?$$

פתרון: מכיוון שברצוננו למצוא לכמה שווה w עלינו 'להיפטר' מהמשתנים x, y ו-z.

נחבר את המשוואה השנייה והשלישית, נקבל: $2x + y + z - x = 28$ נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $x + y + z = 28$.

נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל:

$(x + y + z) + w = 32 \Leftarrow 28 + w = 32 \Leftarrow w = 4$.

תשובה (4).

---

10. **השאלה**: נתון: $\frac{x}{z} = 4$ $(z \neq 0)$

$\frac{y}{z} = 3$

$\frac{x}{y} = ?$

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: הצבת דוגמה מספרית

נציב מספרים המקיימים את נתוני השאלה, למשל: $x = 4$; $z = 1$; $y = 3$.

מצאנו כי הביטוי $\frac{x}{y}$ שווה ל- $\frac{4}{3}$.

<u>דרך ב'</u>: פישוט אלגברי

נחלץ את x ו-y מהמשוואות הנתונות.

$\frac{x}{z} = 4 \Rightarrow x = 4z$.

$\frac{y}{z} = 3 \Rightarrow y = 3z$.

נציב את הנתונים בביטוי, ונקבל: $\frac{x}{y} = \frac{4z}{3z} = \frac{4}{3}$

תשובה (2).