

מפתח תשובות נכונות

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(4)	(4)	(3)	תשובה

הטברים

1. **השאלה:** נתון: $x < -x < x^2$

x יכול להיות שווה ל-

פתרון: בדיקת תשובות.

תשובה (1): נציב 2 באי-השוויון הנתון, ונקבל: $2 < -2 < 2^2$. מכיוון ש-2 אינו קטן מ-(-2), זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (2): $\frac{1}{4}$. נציב $\frac{1}{4}$ באי-השוויון הנתון, ונקבל: $\frac{1}{4} < -\frac{1}{4} < \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

מכיוון ש- $\frac{1}{4}$ אינו קטן מ- $\left(-\frac{1}{4}\right)$, זו אינה התשובה הנכונה.

תשובה (3): -3. נציב -3 באי-השוויון הנתון, ונקבל: $-3 < -(-3) < (-3)^2 \Leftrightarrow -3 < 3 < 9$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון הרי שזו התשובה הנכונה ואין צורך לבדוק את התשובה הרביעית.

תשובה (3).

2. **השאלה:** x ו-y מספרים שלמים.

נתון: $0 < |x| < |y|$

איזה מהערכים הבאים לא יכול להיות ערכו של הביטוי $x + y$?

פתרון: על פי הנתון ניתן לדעת כי x ו-y שונים מאפס. לכן, האפשרות היחידה שהביטוי $x + y$ יהיה שווה לאפס היא אם x ו-y שווים בגודלם אך בעלי סימן שונה, למשל $3 + (-3) = 0$. מצב זה איננו אפשרי מפני שאז בהכרח $|x| = |y|$ וזה סותר את הנתון. מכאן הגענו למסקנה שהביטוי $x + y$ לעולם לא יהיה שווה לאפס.

תשובה (4).

3.

השאלה: נתון x ו- y הם מספרים ראשוניים שונים.

איזו מהאפשרויות הבאות לא תיתכן?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

תשובה (1): $x + y$ הוא מספר זוגי. מכיוון שכל המספרים הראשוניים (למעט 2) הם מספרים אי-זוגיים, הרי שיתכן כי x ו- y הם שני מספרים אי-זוגיים ומכאן שסכומם יכול להיות זוגי.

תשובה (2): $x \cdot y$ הוא מספר אי-זוגי. כאמור יתכן כי x ו- y הם שני מספרים אי-זוגיים ומכאן שתוצאת מכפלתם יכולה להיות אי-זוגית.

תשובה (3): $x - y = 8$. אם x ו- y הם שני מספרים אי-זוגיים, למשל $x = 11$ ו- $y = 3$, תוצאת תרגיל החיסור $x - y$ תהיה שווה ל-8.

תשובה (4): $x = 5y$. לא יתכן כי x יהיה שווה למכפלה של 5 ב- y , שכן מספר ראשוני הוא מספר בלתי פריק, כלומר מספר אשר לא ניתן לפרקו למכפלה של מספרים שלמים, מלבד מכפלת 1 במספר עצמו. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

4.

השאלה: נתון: $x + y = 1$; $x \cdot y < 0$

פתרון: נתון כי $x + y = 1$ וכי המכפלה של x ו- y קטן מ-0, כלומר אחד מהמשתנים x ו- y חיובי ואחד מהם בהכרח שלילי. נבדוק דוגמה מספרית המקיימת את נתוני השאלה, למשל: $x = 3$ ו- $y = -2$.
תשובה (1): $x^2 + y^2 = 1$. אם $x = 3$ ו- $y = -2$, הרי שהביטוי $x^2 + y^2$ שווה ל-13 ($3^2 + (-2)^2 = 13$) ולפיכך ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): $2 < x^2 + y^2$. אם $x = 3$ ו- $y = -2$, הרי שהביטוי $x^2 + y^2$ אכן גדול מ-2.

תשובה (3): $y^2 < x^2$. כאשר $x = 3$ ו- $y = -2$ אכן אי שוויון זה מתקיים, אולם אם נציב למשל $x = -2$ ו- $y = 3$ הרי שאי השוויון לא יהיה נכון ומכאן שניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (4): $1 < |x| + |y|$. המספרים $x = 3$ ו- $y = -2$ אינם פוסלים תשובה זו.

מכיוון שנתרנו עם שתי תשובות עלינו להציב שני מספרים נוספים. נציב למשל $x = \frac{1}{4}$ ו- $y = -\frac{1}{4}$.

$$\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} + \frac{1}{16} = \right]$$

במצב כזה תשובה (2) נפסלת

תשובה (4).

שימו לב: מן הנתונים ניתן להגיע למסקנה כי אחד מהמשתנים חיובי והאחר שלילי. מכיוון שסכומם של המשתנים הוא 1, הרי שבהכרח המשתנה החיובי גדול מ-1 ומכאן שערכו המוחלט של אותו משתנה לבדו גדול מ-1.

5. השאלה: נתון: $x = 3^3 \cdot 5^2$

x אינו מתחלק ללא שארית ב-

פתרון: כל מספר מתחלק בעצמו ב-1, בגורמים הראשוניים המרכיבים אותו ובכל הקומבינציות האפשריות שלהם.

תשובה (1): 75. הגורמים הראשוניים המרכיבים את 75 הם: $3 \cdot 5 \cdot 5$. מכיוון שגורמים אלו מופיעים ב-x הרי ש-x בהכרח מתחלק ב-75.

תשובה (2): 45. הגורמים הראשוניים המרכיבים את 45 הם: $3 \cdot 3 \cdot 5$. מכיוון שגורמים אלו מופיעים ב-x הרי ש-x בהכרח מתחלק ב-45.

תשובה (2): 30. הגורמים הראשוניים המרכיבים את 30 הם: $3 \cdot 2 \cdot 5$. מכיוון שהגורם 2 אינו מופיע ב-x, הרי ש-x אינו מתחלק ב-30.

תשובה (3).

6. השאלה: נתון: $|x| \cdot y < x \cdot |y|$

איזה מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון: דרך א':

על מנת שהמכפלה באגף שמאל תהיה קטנה מאגף ימין אגף שמאל צריך להיות שלילי ואגף ימין חיובי. על מנת להביא למצב זה, y צריך להיות שלילי ו-x חיובי.

דרך ב': הצבת תשובות

תשובה (1): $0 < y$; $x < 0$. נציב למשל $x = -1$ ו- $y = 1$, ונקבל: $|-1| \cdot 1 < -1 \cdot |1| \Leftrightarrow -1 < -1$. ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): $0 < x$; $0 < y$. נציב למשל $x = 1$ ו- $y = 1$, ונקבל: $|1| \cdot 1 < 1 \cdot |1| \Leftrightarrow 1 < 1$. ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): $0 < x$; $y < 0$. נציב למשל $x = 1$ ו- $y = -1$, ונקבל: $|1| \cdot (-1) < 1 \cdot |-1| \Leftrightarrow -1 < 1$. התשובה הנכונה.

תשובה (3).

7.

השאלה: x הוא מספר שלם וחיובי שאינו ראשוני.

a הוא המחלק הקטן ביותר של x (לא כולל 1).

b הוא המחלק הגדול ביותר של x (לא כולל x).

איזו מהקביעות הבאות נכונה בוודאות?

פתרון: נציב דוגמה מספרית. נניח כי x הוא 9.

a - המחלק הקטן ביותר של 9, לא כולל 1, הוא 3.

b - המחלק הגדול ביותר של 9, לא כולל 9, הוא 3.

תשובה (1): $a < b$. מכיוון ש-3 אינו קטן מ-3 ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (2): $x = a \cdot b$. מכיוון ש- $9 = 3 \cdot 3$, לא ניתן לפסול תשובה זו.

תשובה (3): $a + b = x$. מכיוון ש- $3 + 3 \neq 9$ תשובה זו נפסלת.

תשובה (4): $a \neq b$. מכיוון ש-3 שווה ל-3, תשובה זו נפסלת.

מכיוון שפסלנו 3 תשובות, תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

8.

השאלה: כמה מספרים שווים לערך המוחלט של מחציתם?

פתרון: בניית משוואה.

נסמן את המספר המבוקש ב- x . על פי השאלה עלינו למצוא כמה מספרים שווים לערך המוחלט של

מחציתם, כלומר מתי מתקיימת המשוואה: $x = \left| \frac{x}{2} \right|$.

למשוואה בערך מוחלט ישנם שני פתרונות, חיובי ושלילי: $x = \frac{x}{2}$ או $x = -\frac{x}{2}$.

$x = \frac{x}{2}$, נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $2x = x$, נחסר x משני האגפים, ונקבל: $x = 0$.

$x = -\frac{x}{2}$, נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $2x = -x$, נחבר x לשני האגפים, ונקבל:

$$. x = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$$

יש מספר אחד בלבד המקיים את המשוואה הנתונה: 0.

תשובה (1).

9. השאלה: נתון: $|x - y| = |2x|$

ערכו של הביטוי $\frac{x}{y}$ יכול להיות שווה ל-

פתרון: לכל משוואה עם ערך מוחלט ישנם שני פתרונות: פתרון חיובי ופתרון שלילי, כלומר:
 $x - y = 2x$ או $x - y = -2x$.

(א) $x - y = 2x$, נחבר y לשני האגפים ונחסר $2x$, ונקבל: $-x = y$. במקרה כזה ערכו של הביטוי $\frac{x}{y}$

$$\text{שווה ל-} (-1) \cdot \left(\frac{x}{y} = \frac{x}{-x} \right)$$

(ב) אם $x - y = -2x$, נחבר y לשני האגפים ו- $2x$, ונקבל: $3x = y$. במקרה כזה ערכו של הביטוי $\frac{x}{y}$

$$\text{שווה ל-} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{y} = \frac{x}{3x} \right)$$

תשובה (4).

10. השאלה: נתון: a הוא מספר שלם המתחלק ב-10 ללא שארית.

$$a = 14b + 8$$

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות ערכו של b ?

פתרון: מכיוון שנתון כי a מתחלק ב-10 ללא שארית, ספרת האחדות של a היא בהכרח 0. כלומר לאחר שהוספנו למכפלה $14b$ את המספר 8 קיבלנו ספרת אחדות 0, ומכאן שתוצאת ספרת האחדות של המכפלה $14b$ היא 2. נבדוק לגבי כל אחת מן התשובות המוצעות מהי ספרת האחדות של המכפלה $14b$. התשובה הנכונה היא זו אשר ספרת האחדות שלה היא 2.

תשובה (1): 105. תוצאת ספרת האחדות של המכפלה $14 \cdot 105$ היא 0 ($4 \cdot 5 = 20$) ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (2): 214. תוצאת ספרת האחדות של המכפלה $14 \cdot 214$ היא 6 ($4 \cdot 4 = 16$) ולכן תשובה זו נפסלת.

תשובה (3): 353. תוצאת ספרת האחדות של המכפלה $14 \cdot 353$ היא 2 ($4 \cdot 3 = 12$) ולכן זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).