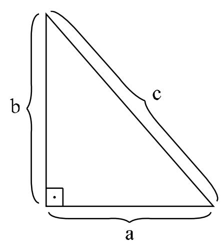
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(3)	(2)	(1)	(3)	(1)	(4)	(2)	(3)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25
תשובה	(2)	(2)	(2)	(2)	(4)

הסברים



1. **השאלה**: a, b ו-c הן צלעות במשולש ישר הזווית שבסרטוט.

איזו מהטענות הבאות **<u>אינה</u>** נכונה?

פתרון: בשאלה נתון משולש ישר-זווית שאורכי ניצביו הם a ו-b ואורך היתר שלו הוא c. עלינו לקבוע איזו מהתשובות אינה נכונה. נבדוק את התשובות:

<u>תשובה (1)</u>: $(a-b)\cdot(a+b)=c^2$. בכל משולש ישר-זווית $a^2+b^2=c^2$ (משפט פיתגורס). בכדי לבדוק אם המשוואה שבתשובה מקיימת את משפט פיתגורס, נפתח את הסוגריים, ונקבל: $a^2-b^2=c^2$. המשפט בתשובה אינו מקיים את משפט פיתגורס, ולכן אינה נכונה.

מצאנו את התשובה שחיפשנו ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות. נעשה זאת לטובת מי תהליך הלימוד:

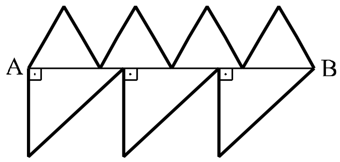
<u>תשובה (2)</u>: $(a+b)^2-2ab=c^2$. גם הפעם נפתח את הסוגריים בכדי שנוכל לבדוק אם המשוואה מקיימת את משפט פיתגורס: $a^2+2ab+b^2-2ab=c^2$. נכנס איברים דומים, ונקבל: $a^2+b^2=c^2$. המשוואה מקיימת את משפט פיתגורס, ולכן היא נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: $(c+b)\cdot(c-b)=a^2$. גם הפעם נפתח את הסוגריים בכדי שנוכל לבדוק אם המשוואה מקיימת את משפט פיתגורס: $c^2-b^2=a^2$. נחבר b^2 לשני האגפים, ונקבל: $c^2=a^2+b^2$. המשוואה מקיימת את משפט פיתגורס, ולכן היא נכונה.

<u>תשובה (4)</u>: בתשובה זו אין משוואה, אלא אי-שוויון שעל פיו סכום הניצבים $(a+b)$ גדול מהיתר (c). בכל משולש, סכום אורכיהן של שתיים מהצלעות גדול תמיד מאורך הצלע השלישית, ולכן אי-השוויון נכון.

תשובה (1).

.2 **השאלה**: על ישר AB שאורכו 12 ס״מ הניחו מן הצד האחד 4 משולשים חופפים ושווי צלעות ומן הצד השני 3 משולשים חופפים, ישרי זווית ושווי שוקיים (ראו סרטוט).



היקף הצורה שהתקבלה (הקו המודגש) הוא ______ ס״מ.

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את היקף הצורה שהתקבלה. היקף הצורה מורכב מצלעות של משולשים שווי-צלעות ומשולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים. לפיכך נמצא את אורך צלעות המשולשים.

על הישר AB שאורכו 12 ס״מ הונחו 4 משולשים שווי-צלעות חופפים. לפיכך אורך הצלע בכל משולש שווה-צלעות הוא 3 ס״מ $\left(=\frac{12}{4}\right)$.

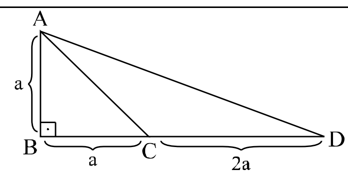
על הישר AB שאורכו 12 ס״מ הונחו 3 משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים חופפים, כך שהניצב שלהם מונח על הישר AB. לפיכך, אורך הניצב בכל אחד מהמשולשים הוא 4 ס״מ $\left(=\frac{12}{3}\right)$.

אורך היתר במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מהניצב. לפיכך, אורך היתר במשולשים אלו הוא $4\sqrt{2}$ כעת נחשב את היקף הצורה שהתקבלה.

ההיקף מורכב מ-8 צלעות של משולש שווה-צלעות, ועוד 3 ניצבים של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ו-3 יתרים של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים: $8\cdot 3+3\cdot 4+3\cdot 4\sqrt{2}=24+12+12\sqrt{2}=36+12\sqrt{2}$

תשובה (3).

.3 **השאלה**: משולשים ABC ו-ABD ישרי זווית $(\angle ABC=90^\circ)$.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

$$\frac{AD^2}{AC^2}=?$$

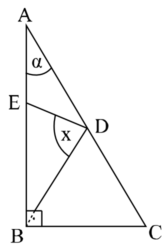
פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את ערכו של הביטוי $\frac{AD^2}{AC^2}$, כאשר AD ו-AC הם יתרים של משולשים ישרי זווית, בהם אורכי הניצבים נתונים. נחשב את AD^2 ו-AC^2 לפי משפט פיתגורס:

$$AD^2=a^2+(a+2a)^2=a^2+(3a)^2=a^2+9a^2=10a^2$$

$$AC^2=a^2+a^2=2a^2$$

כעת נציב את הערכים שמצאנו בביטוי המבוקש ונמצא את ערכו: $\frac{AD^2}{AC^2}\leftarrow\frac{10a^2}{2a^2}\leftarrow\frac{10}{2}\leftarrow 5$.

תשובה (1).



4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם:

$AE = DE$

$BD = BC$

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה גודלה של

זווית x?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את גודלה של זווית x. הזווית x נמצאת על קו ישר יחד עם שתי זוויות נוספות (זווית ADE וזווית BDC) השייכות למשולשים לגביהם יש נתונים. נמצא את גודלן של שתי הזוויות האחרות:

זווית ADE היא זווית במשולש AED. נתון כי $AE = DE$. כלומר, המשולש הוא שווה-שוקיים ולכן זוויות הבסיס שלו שוות: $\angle ADE = \alpha$.

זווית BDC היא זווית במשולש BDC. נתון כי $BD = BC$. כלומר, המשולש הוא שווה-שוקיים ולכן זוויות הבסיס שלו שוות: $\angle BDC = \angle DCB$. זווית DCB היא גם זווית במשולש הגדול ABC ולכן ניתן למצוא את ערכה במונחי α: $\angle BCD + 90° + \alpha = 180°$. נחסר 90° משני האגפים, ונקבל: $\angle BCD + \alpha = 90°$.

נחסר α משני האגפים, ונקבל: $\angle BCD = 90° - \alpha$. זהו גם גודלה של זווית BDC.

סכום הזוויות על קו ישר הוא 180°, ולכן: $\angle ADE + x + \angle BDC = 180°$.

כלומר: $\alpha + x + 90° - \alpha = 180°$ ⇦ $x + 90° = 180°$.

נחסר 90° משני האגפים, ונקבל: $x = 90°$.

תשובה (2).

---

5. **השאלה**: נתון משולש שזוויותיו הפנימיות הן: α, 2α ו-3α.

אורכי צלעות המשולש יכולים להיות –

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה יכולים להיות אורכי צלעותיו של משולש שזוויות הן α, 2α ו-3α.

נתבונן בתשובות: תשובה (1) מתארת צלעות המתאימות למשולש ישר-זווית (שלשה פיתגורית). תשובה (2) מתארת צלעות המתאימות למשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ותשובה (3) מתארת צלעות המתאימות למשולש זהב.

בכדי לדעת מה התשובה הנכונה, עלינו למצוא את זוויותיו של המשולש:

סכום הזוויות בכל משולש הוא 180°, ולכן: $\alpha + 2\alpha + 3\alpha = 180°$ ⇦ $6\alpha = 180°$.

נחלק ב-6 את שני האגפים, ונקבל: $\alpha = 30°$.

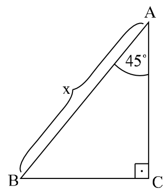
מכאן שזוויות המשולש הן: 30° (α), 60° (α2) ו-90° (α3). זוויות אלו מתאימות למשולש זהב. הצלעות היחידות, מבין אלו המופיעות בתשובות, שמתאימות למשולש זהב הן 8, $4\sqrt{3}$, 4.

תשובה (3).

---

6. **השאלה** : ABC משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
מה **היקפו** של משולש ABC (בס״מ)?



פתרון : בשאלה זו עלינו למצוא את היקפו של משולש ABC, משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך היתר שלו הוא x. היקף המשולש שווה לאורך היתר + אורכי הניצבים.
ראשית, נמצא את אורכי הניצבים.
במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים אורך הניצבים קטן פי $\sqrt{2}$ מאורך היתר. לפיכך, אם אורך היתר שווה ל-x, אורך הניצב הוא $\frac{x}{\sqrt{2}}$. מכאן שהיקף המשולש הוא : $x+\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{x}{\sqrt{2}} \leftarrow x+\frac{2x}{\sqrt{2}}$. מאחר ובכל התשובות יש סוגריים, נוציא גורם משותף x מחוץ לסוגריים, ונקבל : $x+\frac{2x}{\sqrt{2}} \Leftarrow x\left(1+\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$.

על פי חוקי שורשים : $\sqrt{2}=\frac{2}{\sqrt{2}}$, ולכן היקף המשולש שווה ל-$x\left(1+\sqrt{2}\right)$.

תשובה (1).

---

7. **השאלה** : דוד נמצא במרחק 3 ק״מ צפונית לביתו. אישתו שולה נמצאת x ק״מ מזרחית לביתם.

אם דוד ילך בקו ישר לכיוון שולה במהירות 4 קמ״ש, הוא יגיע אליה כעבור 75 דקות.

מה ערכו של x?

פתרון : מכיוון שדוד נמצא 3 ק״מ צפונית מביתו ושולה x ק״מ מזרחית מביתם, הרי שהקו הישר שבו דוד הולך לכיוון שולה מהווה יתר במשולש ישר זווית שאורך ניצביו הוא 3 ו-x ק״מ.
מכיוון שנתונה מהירות הליכתו של דוד (4 קמ״ש) וזמן הליכתו (75 דקות שהן שעה ורבע), ניתן לחשב באמצעות נוסחת התנועה את אורך הקו.

זמן · מהירות = דרך ומכאן שאורך הקו הוא 5 ק״מ $\left(4\cdot 1\frac{1}{4}=\right)$.

סיכום : במשולש ישר זווית אשר נתון כי אורך אחד מניצביו הוא 3 ק״מ ואורך היתר שלו הוא 5 ק״מ, אורך הניצב האחר הוא 4 ק״מ (לפי השלשה 3:4:5).

תשובה (4).

---

8. **השאלה**: נתון משולש שאורכי צלעותיו x, y ו-z.

איזו מהטענות הבאות בהכרח **אינה** נכונה?

פתרון: נעבור על התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: $z < x + y$.

סכום שתי צלעות במשולש בהכרח גדול מהצלע השלישית ומכאן שטענה זו נכונה בהכרח.

<u>תשובה (2)</u>: $x^2 + y^2 = z^2$.

סכום ריבועי שתיים מהצלעות שווה לצלע השלישית במשולש ישר זווית. לא ניתן לקבוע כי טענה זו בהכרח **אינה** נכונה, שכן אם המשולש הוא ישר-זווית, הרי שטענה זו נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: $x = y + z$.

לא יתכן כי סכום אורכי שתיים מצלעות המשולש שווה לאורכה של הצלע השלישית, ולפיכך ניתן לקבוע כי טענה זו בהכרח **אינה** נכונה. אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: באיזו מהצורות הבאות **לא** ניתן לדעת את ההיקף?

פתרון: נבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך היתר שלו 1 ס״מ.

מכיוון שקיים יחס קבוע בין צלעותיו של משולש ישר זווית ושווה שוקיים, הרי שכאשר נתונה אורכה של אחת מהצלעות (לא חשוב איזו), ניתן בעזרתה למצוא את אורכן של כל שאר הצלעות במשולש. מכאן שניתן למצוא את אורך צלעות המשולש ולחשב את היקפו.

<u>תשובה (2)</u>: משולש ישר-זווית בעל זווית של $30°$ שאורך הצלע שמולה 1 ס״מ.

משולש ישר-זווית בעל זווית של $30°$ הוא משולש זהב אשר קיים יחס קבוע בין צלעותיו. מכאן שכאשר נתונה אורכה של אחת הצלעות, ניתן באמצעותה לחשב את אורכן של יתר צלעות המשולש ולחשב את היקפו.

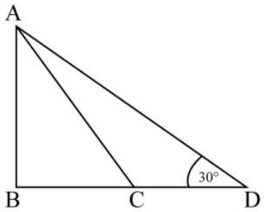
<u>תשובה (3)</u>: משולש שווה-שוקיים שאורך שוקיו 1 ס״מ.

אורך הבסיס במשולש שווה שוקיים אשר אורך שוקיו הוא 1 ס״מ בהכרח קטן מ-2 ס״מ (אורך השוקיים), אולם לא ניתן לחשב את אורכו המדויק של הבסיס, ומכאן שלא ניתן לחשב את היקף המשולש.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC $(\angle ABC = 90°)$.
הישר AC חוצה את זווית BAD, ואורכו $\sqrt{3}$ ס״מ.



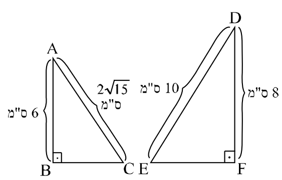
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה אורכו של AD (בס״מ)?

פתרון: זווית BDC שווה ל-30° וזווית ABC שווה ל-90°,
ומכאן שזווית BAD שווה ל-60° $(180° - 90° - 30° =)$.
ישר AC חוצה את זווית BAD, כלומר $\angle BAC = \angle CAD = 30°$.
משולש ABC הוא משולש ישר זווית אשר אחת מזוויותיו, זווית BAC, שווה ל-30°, כלומר משולש זהב, אשר אורך היתר שלו, אורך הצלע AC, שווה לפי הנתון ל- $\sqrt{3}$ ס״מ.
אורך הניצב הקטן במשולש זהב, הניצב שמול הזווית בת ה-30°, הוא מחצית מאורך היתר.
מכיוון שאורך היתר הוא $\sqrt{3}$ ס״מ, הרי שאורך הניצב BC הוא $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
אורך הניצב הגדול, הניצב שמול הזווית בת ה-60° גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן.
מכיוון שאורך הניצב הקטן הוא $\frac{\sqrt{3}}{2}$, הרי שאורך הניצב הגדול, הניצב AB, הוא $\frac{3}{2}$ ס״מ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} =\right)$.

<u>נתבונן במשולש ABD</u>:
משולש ABD הוא משולש זהב, אשר אורך הניצב הקטן שלו, הניצב AB הוא $\frac{3}{2}$. מכיוון שאורך היתר במשולש זהב גדול פי 2 מאורך הניצב הקטן, הרי שאורכה של הצלע AD הוא 3 ס״מ $\left(\frac{3}{2} \cdot 2 =\right)$.

תשובה (3).

11. **השאלה**: משולשים ABC ו-DEF ישרי זווית.
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



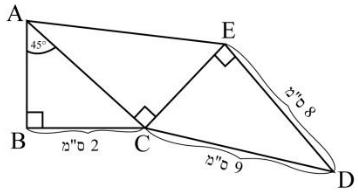
$$\frac{EF}{BC} = ?$$

פתרון: בשאלה זו נתונים שני משולשים ישרי-זווית, בכל אחד מהם נתונים אורכי שתיים מהצלעות. עלינו למצוא את היחס בין הצלע השלישית במשולש הראשון לצלע השלישית במשולש השני. כאשר נתונים אורכי שתיים מצלעותיו של משולש ישר-זווית, ניתן לחשב את אורך הצלע השלישית על-פי משפט פיתגורס:
משולש שמאלי: $\left(2\sqrt{15}\right)^2 = 6^2 + BC^2$ ⇦ $4 \cdot 15 = 36 + BC^2$ ⇦ $60 = 36 + BC^2$ ⇦ $24 = BC^2$ ⇦
$\sqrt{24} = BC$.
משולש ימני: $10^2 = 8^2 + EF^2$ ⇦ $100 = 64 + EF^2$ ⇦ $36 = EF^2$ ⇦ $6 = EF$ (שימו לב: מי שזכר את השלשה הפיתגורית 6:8:10, יכול היה לחסוך לעצמו את החישוב).
כעת נחשב את הביטוי המבוקש: $\frac{EF}{BC} = \frac{6}{\sqrt{24}}$.
מכיוון שהשורש היחידי בתשובות הוא $\sqrt{6}$, נפרק את השורש במכנה למכפלה הכוללת את $\sqrt{6}$:
$\frac{6}{\sqrt{24}} \leftarrow \frac{6}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{4}} \leftarrow \frac{6}{2\sqrt{6}}$. על פי חוקי שורשים: $\sqrt{6} = \frac{6}{\sqrt{6}}$, לכן: $\frac{6}{2\sqrt{6}} \leftarrow \frac{\sqrt{6}}{2}$.

תשובה (3).

.12 **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,

$AE = ?$



פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את אורך היתר, הצלע AE, במשולש ישר-הזווית ACE.

ניתן לחשב את אורך היתר על-פי משפט פיתגורס אם נתונים אורכי הניצבים. מכיוון שניצבי המשולש הם צלעות במשולשים ישרי זווית בהם נתונים אורכי הצלעות האחרות, נחשב קודם כל את אורכי הניצבים AC ו-CE.

נתבונן במשולש DEC: $CE^2 + 8^2 = 9^2$ ⇦ $CE^2 + 64 = 81$ ⇦ $CE^2 = 17$ ⇦ $CE = \sqrt{17}$.

נתבונן במשולש ABC: משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה שוקיים שאורך הניצב שלו הוא 2 ס״מ.

במשולש מסוג זה היתר ארוך פי $\sqrt{2}$ מהניצב ולכן אורכה של הצלע AC הוא $2\sqrt{2}$.

כעת נחזור למשולש ACE: לאחר שמצאנו את אורך הניצבים AC ו-CE נוכל לחשב את אורכו של היתר AE

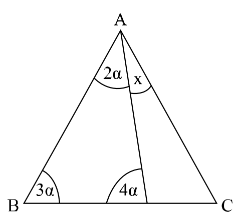
על פי משפט פיתגורס: $AE^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{17}\right)^2$ ⇦ $AE^2 = 4 \cdot 2 + 17$ ⇦ $AE^2 = 25$ ⇦ $AE = 5$.

תשובה (3).

.13 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ABC שווה שוקיים (AB=AC).

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$x = ?$



פתרון: משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים שאחת מזוויות הבסיס שלו שווה 3α וזווית הראש שלו שווה ל- $2\alpha + x$. עלינו למצוא את ערכו של x.

במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות, כך שגם זווית הבסיס השנייה שווה ל-3α.

נתבונן במשולש השמאלי. במשולש זה כל הזוויות נתונות ב-α-ות. סכום הזוויות הפנימיות במשולש הוא $180°$.

כלומר: $2\alpha + 3\alpha + 4\alpha = 180°$.

ממשוואה זו ניתן לחלץ את גודלה של α.

נכנס איברים דומים, ונקבל: $9\alpha = 180°$. נחלק ב-9 את שני האגפים, ונקבל: $\alpha = 20°$.

מצאנו שזווית ABC המסומנת כ-3α שווה ל- $60°$ $\left(= 3 \cdot 20°\right)$.

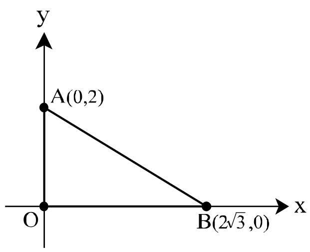
משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים שאחת מזוויותיו שווה ל- $60°$, כלומר הוא משולש שווה צלעות.

מכאן שגם זווית BAC שווה ל- $60°$. מכיוון שזווית זו מורכבת מזווית השווה ל-2α, כלומר $40°$ $\left(= 2 \cdot 20°\right)$,

והזווית המסומנת ב-x, הרי ש- $x = 20°$ $\left(= 60° - 40°\right)$.

תשובה (2).

14. **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,
$\angle ABO = ?$



פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה גודלה של זווית ABO.
כלומר, מה גודל הזווית שיוצר הישר AB עם ציר ה-x.

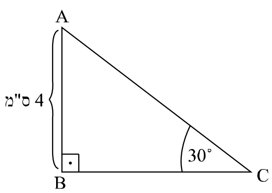
הישר AB יוצר עם הצירים משולש ישר זווית (שכן הצירים מאונכים זה לזה), נבדוק מה אורך צלעות המשולש, שכן מאורך צלעות ניתן במקרים מסוימים להסיק מידע לגבי הזוויות. שיעור ה-x של נקודה B הוא $2\sqrt{3}$, לכן אורך הצלע OB הוא $2\sqrt{3}$. שיעור ה-y של נקודה A הוא 2, לכן אורך הצלע AO הוא 2. קיבלנו משולש ישר זווית שבו אורך אחד הניצבים ($2\sqrt{3}$) גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב השני (2). יחס שכזה מתקיים רק במשולש זהב, בו אורכו של הניצב הגדול גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקטן, ולפיכך הזווית ABO הנמצאת מול הניצב הקטן במשולש זהב, היא בת $30°$.

תשובה (1).

---

15. **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,

מה היקף המשולש ABC (בס״מ)?



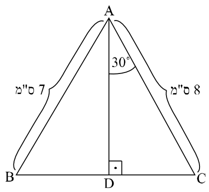
פתרון: בסרטוט מתואר משולש ישר-זווית בעל זווית של $30°$. זהו משולש זהב.
אורך הניצב הקטן במשולש (הניצב שמול הזווית בת ה-$30°$) שווה ל-4 ס״מ. על מנת למצוא את היקף המשולש, עלינו למצוא את אורך שתי הצלעות האחרות במשולש.
במשולש זהב שבו נתון אורכה של צלע אחת בלבד, ניתן לחשב את אורכי הצלעות האחרות על-פי היחס בין הצלעות:

הניצב הגדול (BC) ארוך פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקטן, ולכן אורכו הוא: $4\sqrt{3}$ ס״מ.

היתר (AC) ארוך פי 2 מהניצב הקטן, ולכן אורכו הוא: 8 ס״מ.

היקף המשולש שווה לסכום הצלעות שלו: $4 + 4\sqrt{3} + 8 = 12 + 4\sqrt{3}$

תשובה (3).



.16 **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,
מה אורכו של BD (בס״מ)?

פתרון: בשאלה זו משולש שחולק לשני משולשים ישרי-זווית. עלינו למצוא את אורך ניצב BD, הניצב של משולש ABD. בכדי למצוא אורך צלע במשולש ישר-זווית צריך לדעת את אורכן של שתי הצלעות האחרות: מכיוון שבמשולש ABD נתון אורך היתר AB בלבד, ולשם חישוב אורך הניצב BD עלינו לחשב את אורך הניצב AD.

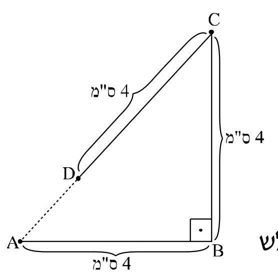
ניצב AD מהווה ניצב במשולש ADC, שהוא משולש זהב (ישר זווית בעל זווית של 30°) שאורך היתר שלו 8 ס״מ. אורך הניצב הקטן במשולש זהב שווה למחצית היתר., מכאן שאורכו של DC הוא 4 ס״מ $\left(\frac{8}{2}=\right)$.

אורך הניצב הגדול במשולש זהב גדול פי $\sqrt{3}$ מאורך הניצב הקטן. לפיכך אורכו של AD הוא $4\sqrt{3}$ ס״מ.

כעת נחזור למשולש השמאלי: $7^2 = BD^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2$ ⇦ $49 = BD^2 + 16\cdot 3$ ⇦ $49 = BD^2 + 48$ ⇦

$1 = BD^2$, ומכאן: $1 = BD$.

תשובה (1).



.17 **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט שלפניכם,

$AD = ?$

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את אורכו של AD, המהווה קטע מתוך יתר המשולש.
נמצא את אורך היתר AC ונחסר ממנו 4, על מנת לקבל את אורכו של AD:

המשולש שבסרטוט הוא משולש ישר-זווית ושווה שוקיים שאורך ניצביו 4 ס״מ. במשולש מסוג זה אורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך הניצב ולכן אורך היתר AC הוא $4\sqrt{2}$ ס״מ.

כעת ניתן לחשב את אורכו של AD: $AD = 4\sqrt{2} - 4$.
נוציא גורם משותף מחוץ לסוגריים, ונקבל: $AD = 4\left(\sqrt{2} - 1\right)$

תשובה (4).

.18 **השאלה**: איזו משלשות המספרים הבאות **אינה** יכולה להיות יחס הצלעות במשולש ישר זווית?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע איזו משלשות המספרים שבתשובות <u>לא</u> יכולה להיות יחס הצלעות במשולש ישר-זווית. צלעותיו של משולש ישר-זווית צריכות לקיים את משפט פיתגורס. נציב כל תשובה במשפט פיתגורס, ונחפש תשובה שיוצרת משוואה <u>לא</u> נכונה. שימו לב: חשוב להציב את התשובות כך שהמספר הגדול ביותר בכל תשובה יהיה היתר):

<u>תשובה (1)</u>: $6^2 + 8^2 = 10^2$ ⇦ $36 + 64 = 100$ ⇦ $100 = 100$.
התקבלה משוואה נכונה, ולכן היחס 6:8:10 יכול להיות יחס הצלעות במשולש ישר-זווית (מי שמכיר את השלשה הפיתגורית בעל-פה, יכול היה לחסוך את החישוב).

<u>תשובה (2)</u>: $2^2 + 3^2 = 4^2$ ⇦ $4 + 9 = 16$ ⇦ $13 = 16$.
התקבלה משוואה לא נכונה (שכן $16 \neq 13$) ולכן היחס 2:3:4 <u>לא</u> יכול להיות יחס הצלעות במשולש ישר-זווית. זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

19. **השאלה**: במערכת צירים נתון ישר העובר
דרך נקודות (0,4) ו-(4,0),
וישר העובר דרך נקודות (0,4) ו-(-4 ,0).
שני ישרים אלו יוצרים, יחד עם ציר ה-x, משולש.

מהו היקף המשולש?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את היקפו של משולש הנמצא על גבי מערכת צירים. לשם הנוחות, נסרטט את המשולש. ונסמן את קודקודי המשולש ב- A, B ו-C (הקודקוד העליון ב-A, השמאלי התחתון ב-B והימני התחתון ב-C.

בכדי לחשב את היקף המשולש, עלינו למצוא את אורך צלעותיו:
צלע BC היא קטע מציר ה-x, שבין 4- ל-4. לפיכך אורכה הוא 8 $(4-(-4)=)$.

צלע AB היא למעשה היתר במשולש שניצביו שווים ל-4 (ההפרש בין ה-xים ובין ה-yים של נקודות A ו-B). במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים אורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מהניצב. לכן אורכה של הצלע AB הוא $4\sqrt{2}$.

צלע AC היא גם היתר במשולש שניצביו שווים ל-4 (ההפרש בין ה-xים ובין ה-yים של נקודות A ו-C). ולכן גם אורכה של הצלע AC הוא $4\sqrt{2}$.

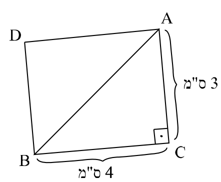
היקף המשולש שווה לסכום צלעותיו: $8+4\sqrt{2}+4\sqrt{2}=8+8\sqrt{2}$.
לאור מבנה התשובות, נוציא גורם משותף מחוץ לסוגריים, ונקבל: $8\left(1+\sqrt{2}\right)$.

תשובה (3).

---

20. **השאלה**: משולש ABC ישר זווית $\left(\angle ACB=90°\right)$.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה מהבאים נכון בהכרח?



פתרון: בשאלה זו מתואר משולש ישר-זווית ABC שאורכי ניצביו 3 ס״מ ו-4 ס״מ. על יתר המשולש נבנה משולש נוסף ADB ועלינו לקבוע איזו מהטענות שבתשובות נכונה בהכרח בנוגע לצלעותיו של משולש ADB. מכיוון שהקשר בין המשולשים הוא הצלע AB, נמצא את אורכה ואז נפנה לתשובות ונבדוק איזו מהן נכונה בהכרח.

על פי משפט פיתגורס: $3^2+4^2=AB^2 \Leftarrow 9+16=AB^2 \Leftarrow 25=AB^2 \Leftarrow 5=AB$.
(מי שמכיר את השלשה הפיתגורית 3:4:5 בעל-פה יכול היה לחסוך את החישוב).

כעת נתבונן בתשובות:

<u>תשובה (1)</u>: $AD^2+DB^2=AB^2$. על פי תשובה זו צלעותיו של משולש ADB מקיימות את משפט פיתגורס, כאשר AB היא היתר. לפיכך התשובה אמנם נכונה בהנחה שהמדובר במשולש ישר-זווית, שהזווית הישרה שלו היא הזווית BDA, אולם מאחר ואיננו יודעים האם משולש ADB הוא ישר זווית, תשובה זו **אינה** נכונה בהכרח.

<u>תשובה (2)</u>: $5<AD$. מצאנו כי אורכה של $AB=5$. אם צלע AD גדולה מהצלע AB, הרי שהיא גם גדולה מ-5, אך איננו יודעים שאכן צלע AD גדולה מצלע AB. גם תשובה זו **אינה** נכונה בהכרח.

<u>תשובה (3)</u>: $DB + AD > 5$. על פי תשובה זו סכום אורכיהן של שתי צלעות המשולש AD ו-DB גדול מ-5. מכיוון שאורך הצלע השלישית במשולש ADB, הצלע AB הוא 5, ומכיוון שבכל משולש סכום אורכיהן של שתיים מהצלעות גדול בהכרח מאורכה של הצלע השלישית, תשובה זו נכונה בהכרח.

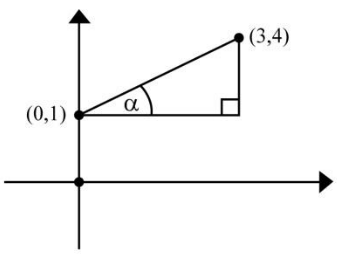
מצאנו תשובה נכונה ולכן אין צורך להמשיך ולבדוק את התשובה האחרונה, אך נעשה זאת בכל זאת לטובת כל מי שזקוק להסבר:

<u>תשובה (4)</u>: $DB^2 < AC^2$. מכיוון שאורכה של צלע AC הוא 3, אם צלע DB קטנה מ-3, הרי שכאשר נעלה אותה בריבוע היא תהיה קטנה מ-9. מכיוון שלא ידוע מה אורכה של DB, איננו יכולים לקבוע אם היא קטנה, גדולה או שווה ל-3 ולכן תשובה זו **אינה** בהכרח נכונה.

תשובה (3).

---

21. **השאלה**: במערכת צירים סורטט משולש ישר-זווית שכל אחד מניצביו מקביל לאחד הצירים.



על פי נתוני הסרטוט,
$\alpha = ?$

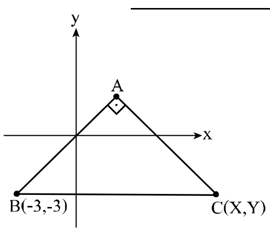
פתרון: בסרטוט נתון משולש ישר זווית, שניצביו מקבילים לצירים. מכאן ניתן לדעת את ערכי הנקודה של הקודקוד השלישי של המשולש: ערך ה-x שלו הוא 3, וערך ה- y הוא 1. בהינתן מידע זה, ניתן לחשב את אורכי הניצבים במשולש. אורך קו המקביל לציר ה-x שווה להפרש בין ערכי ה-y של הנקודות, ואורך קו המקביל לציר ה-y שווה להפרש בין ערכי ה-x של הנקודות.

נקבל כי אורך הניצב המקביל לציר ה-x הוא $3 = (3-0)$, ואורך הניצב המקביל לציר ה-y, גם הוא $3 = (4-1)$. לפנינו משולש ישר זווית ושווה שוקיים, ולכן זוויות הבסיס שלו שוות ל-45°.

תשובה (2).

---

22. **השאלה**: משולש ABC ישר זווית ושווה שוקיים.
נקודת מפגש הצירים היא אמצע הצלע AB.



על פי נתוני הסרטוט,
$X - Y = ?$

פתרון: בכדי לענות על שאלה זו עלינו למצוא את שיעוריה של נקודה C. נתון כי שיעוריה של נקודה B הם (-3,-3). מכיוון שאמצע הצלע AB מונח על ראשית הצירים, הרי ששיעוריה של נקודה A נגדיים לשיעוריה של נקודה B. כלומר, שיעוריה של נקודה A הם (3,3).

הצלע BC מקבילה לציר ה-x לפיכך שיעור ה-y של נקודה C זהה לשיעור ה-y של נקודה B. כלומר, $y = -3$.

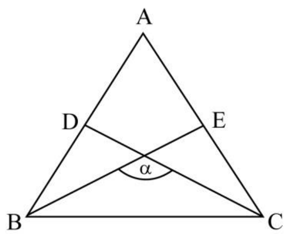
המרחק בין שיעור ה-x של נקודה C לשיעור ה-x של נקודה A שווה למרחק של שיעור ה-x של נקודה B משיעור ה-x של נקודה A. שיעור ה-x של נקודה B הוא 3- ושל נקודה A הוא 3. כלומר המרחק ביניהן הוא 6 $(3-(-3)=)$. נלך 6 צעדים ימינה מנקודה A ונגיע ל- 9 $X = 9$.

מכאן: $X - Y = 9 - (-3) = 9 + 3 = 12$

תשובה (2).

.23 **השאלה** : משולש ABC הוא שווה צלעות.
הנקודות D ו-E נמצאות על מרכזי
הצלעות AB ו-AC בהתאמה.

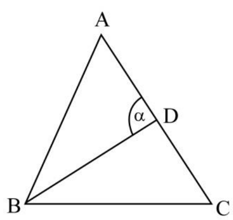
$\alpha = ?$



פתרון : בשאלה מתואר משולש שווה צלעות בו העבירו שני תיכונים (ישרים היוצאים מקודקוד המשולש ומגיעים לאמצע הצלע שממול). תיכון במשולש שווה-צלעות הוא גם גובה וגם חוצה זווית. נתבונן במשולש BCD. זווית BDC שווה $90°$, שכן התיכון CD הוא גם גובה. הזווית BCD שווה $30°$, שכן התיכון CD הוא גם חוצה זווית. והזווית CBD שווה $60°$, שכן היא זווית במשולש שווה צלעות. באותו אופן נתבונן במשולש BCE ונגלה כי זווית BEC שווה $90°$. הזווית EBC שווה $30°$. והזווית BCE שווה $60°$. כעת נתבונן במשולש ש-α היא אחת מזוויותיו. מצאנו כי שתי הזוויות האחרות שוות $30°$, נמצא את גודלה של α על פי סכום הזוויות במשולש. נקבל: $30° + 30° + \alpha = 180°$ ⇐ $\alpha = 120°$.

תשובה (2).

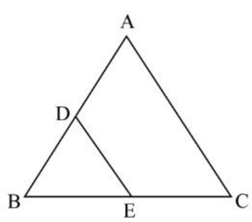
.24 **השאלה** : משולש ABC הוא שווה צלעות.
הנקודה D מונחת על אמצע הצלע AC.
לפיכך זווית α בהכרח -



פתרון : בשאלה מתואר משולש שווה-צלעות. נתון כי הנקודה D מונחת על אמצע הצלע AC. כלומר, BD הוא תיכון במשולש. במשולש שווה-צלעות, תיכון הוא גם גובה, ולכן גודלה של זווית α הוא $90°$.

תשובה (2).

.25 בסרטוט שלפניכם משולש שווה צלעות ABC .
הנקודות D ו-E נמצאות על מרכזי
הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
מה היחס בין היקף המשולש BDE להיקף המרובע ADEC?



פתרון :

בסרטוט מתואר משולש שווה צלעות. הישר DE המחבר את אמצעי שתיים מצלעות המשולש, יוצר משולש נוסף. עלינו לקבוע מה היחס בין היקף המשולש החדש שנוצר להיקף המרובע שצמוד לו. לצורך ההסבר נסמן את אורך הצלע BD ב-x. מכיוון שנתון כי D היא אמצע הצלע AB, הרי שגם AD שווה ל-x. מכיוון שהמשולש שווה צלעות ו-E היא אמצע הצלע BC, הרי שגם BE ו-EC שווים ל-x. צלעות המשולש הגדול AB ו-BC שווים ל-2x, ולכן גם הצלע השלישית במשולש הגדול, הצלע AC שווה ל-2x. המשולש הקטן הוא משולש שווה שוקיים בעל זווית ראש של $60°$ (זווית במשולש שווה צלעות), לפיכך גם הוא שווה-צלעות, ולכן גם אורכה של DE הוא x. כעת נחשב את היקפי הצורות המבוקשות:

היקף המרובע הוא 5x $(2x + x + x + x =)$.

היקף המשולש הקטן הוא 3x $(x + x + x =)$.

לכן, היחס בין היקפי הצורות המבוקשות הוא 3:5.

תשובה (4).
