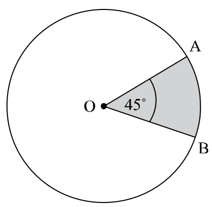
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(4)	(2)	(4)	(1)	(1)	(2)	(1)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(2)	(3)	(1)	(4)	(3)	(2)	(4)	(1)	(3)	(4)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27
תשובה	(4)	(1)	(3)	(4)	(4)	(2)	(1)

הסברים



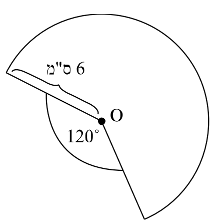
.1 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם, מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו 4 ס״מ.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה שטח הגזרה AOB (בסמ״ר)?

פתרון: נתבקשנו למצוא את שטח גזרה AOB, גזרה בת 45^o במעגל שאורך רדיוסו הוא 4 ס״מ.
שטח המעגל הוא 16π סמ״ר $\left(\text{שטח מעגל} = (\text{רדיוס})^2 \cdot \pi = 4^2 \cdot \pi =\right)$

הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה AOB היא בת 45^o, ומכאן שהגזרה AOB מהווה $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{45°}{360°} =\right)$ משטח המעגל. שטח הגזרה AOB הוא 2π $\left(\frac{1}{8} \cdot 16\pi =\right)$.

תשובה (2).



.2 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם גזרת מעגל שמרכזו בנקודה O.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה היקף הצורה (בס״מ)?

פתרון: נתבקשנו למצוא את היקף הצורה בס״מ.
הצורה שקיבלנו מורכבת מקשת המעגל ומשני הרדיוסים אשר אורך כל אחד מהם הוא 6 ס״מ.

אורך קשת שווה ל- $\text{היקף המעגל} \cdot \frac{\alpha}{360°}$, כאשר α היא הזווית המרכזית המרכיבה את הצורה.

אורך היקף המעגל הוא 12π, הזווית המרכזית הנשענת על הקשת משלימה את הזווית המרכזית בת ה-$120°$, כלומר שווה ל-$240°$ $(360° - 120° =)$.

מצאנו כי אורך הקשת הוא 8π $\left(\frac{240}{360} \cdot 12\pi =\right)$.

נוסיף את שני הרדיוסים, ונקבל כי היקף הצורה שווה ל- $8\pi + 12$ $(8\pi + 2 \cdot 6 =)$.

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: נתונים שני מעגלים שונים כך שקוטר המעגל הגדול שווה ל-6 פעמים רדיוס המעגל הקטן. אם שטח המעגל הקטן הוא 2π סמ״ר,

מה שטח המעגל הגדול (בסמ״ר)?

פתרון: **קוטר** המעגל הגדול שווה ל-6 פעמים **רדיוס** המעגל הקטן. כלומר **רדיוס** המעגל הגדול גדול פי 3 מ**רדיוס** המעגל הקטן.

שטח המעגל הקטן הוא 2π , כלומר $r^2\pi = 2\pi$. נחלק את שני האגפים ב-π, ונקבל: $r^2 = 2$ ⇦ $r = \sqrt{2}$.

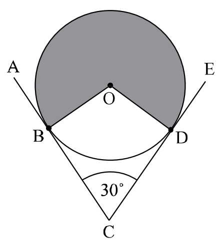
רדיוס המעגל הגדול גדול פי 3 מרדיוס המעגל הקטן, כלומר שווה ל- $3\sqrt{2}$ $\left(R = 3r = 3 \cdot \sqrt{2} =\right)$.

שטח המעגל הגדול שווה ל-18π $\left(\text{שטח המעגל} = r^2\pi = \left(3\sqrt{2}\right)^2 \pi = 9 \cdot 2\pi =\right)$.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ישרים AC ו-EC משיקים למעגל שמרכזו בנקודה O.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, איזה חלק מהמעגל מושחר?

פתרון: על מנת למצוא את חלק המעגל המושחר עלינו למצוא את גודל הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה המושחרת. על מנת למצוא את גודל הזווית המבוקשת נתבונן במרובע ה׳לבן׳ (שבו נמצאת זווית מרכזית המשלימה את הזווית המבוקשת ל-$360°$).

ראשית נוריד רדיוסים לנקודות ההשקה ונסמן זוויות בנות $90°$.

במרובע הלבן נתונות 3 זוויות: זווית בת $30°$, ושתי זוויות בנות $90°$ שסכומן $210°$ $\left(90° + 90° + 30° =\right)$.

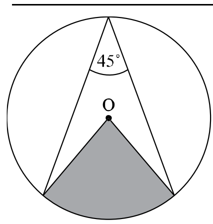
סכום הזוויות הפנימיות בכל מרובע הוא $360°$, ולכן הזווית הנותרת, שהיא זווית מרכזית במעגל, שווה ל-$150°$ $\left(360° - 210° =\right)$. מצאנו כי הזווית המרכזית על החלק ׳הלבן׳ במעגל שווה ל-$150°$, ומכאן שהזווית היוצרת את החלק המושחר היא בת $210°$ $\left(360° - 150° =\right)$.

החלק המושחר במעגל מהווה $\frac{7}{12}$ משטח המעגל $\left(\frac{210}{360} =\right)$.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם O הוא מרכז מעגל שאורך רדיוסו 2 ס״מ.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט, מה שטח הגזרה הכהה (בסמ״ר)?

פתרון: נתבקשנו למצוא את שטח הגזרה הכהה במעגל.

אורכו של רדיוס המעגל הוא 2 ס״מ, ומכאן ששטח המעגל הוא 4π.

הזווית ההיקפית הנתונה בסרטוט היא בת $45°$ ומכאן שהזווית המרכזית היוצרת את הגזרה היא בת $90°$, ושטח הגזרה הוא π $\left(\frac{1}{4} \cdot 4\pi =\right)$.

תשובה (1).

---

6. **השאלה**: שטחו של מעגל שווה ל-$4x$. לאיזה מהביטויים הבאים שווה רדיוס המעגל?

פתרון: שטחו של המעגל הוא $4x$.
נתבקשנו למצוא את אורכו של רדיוס המעגל.

$$r^2\pi = 4x$$

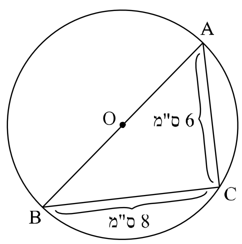
$$r^2 = \frac{4x}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{4x}{\pi}} = \frac{\sqrt{4}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}} = 2\sqrt{\frac{x}{\pi}}$$

תשובה (1).

---

7. **השאלה**: משולש ABC חסום במעגל שמרכזו בנקודה O.
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,



מה שטח המעגל (בסמ"ר)?

פתרון: על מנת לחשב את שטח המעגל עלינו למצוא את אורכו של רדיוס המעגל.
הצלע AB במשולש ABC היא קוטר במעגל. זווית היקפית על קוטר המעגל שווה ל-90°, ומכאן שמשולש ABC הוא משולש ישר זווית שאורך ניצביו 6 ו-8.
אורך היתר במשולש ישר זווית שאורך ניצביו הם 6 ו-8 הוא 10 (השלשה 6:8:10).
מי שאינו זוכר את השלשה, יכול לחשב את אורך היתר AB באמצעות משפט פיתגורס

$$(BC)^2 + (AC)^2 = (AB)^2$$

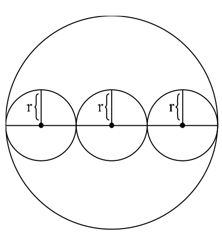
$$8^2 + 6^2 = (AB)^2 \Rightarrow 64 + 36 = (AB)^2 \Rightarrow 100 = (AB)^2 \Rightarrow AB = 10$$

אורכה של הצלע AB, המהווה **קוטר** במעגל, הוא 10 ס"מ, ולפיכך אורך **רדיוס** המעגל הוא 5 ס"מ.
שטח המעגל הוא 25π סמ"ר ($r^2\pi = 5^2\pi =$).

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם 3 מעגלים קטנים המשיקים זה לזה ולמעגל הגדול (ראו סרטוט).



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה היחס בין **היקף** המעגל הגדול ל**סכום היקפי** 3 המעגלים הקטנים?

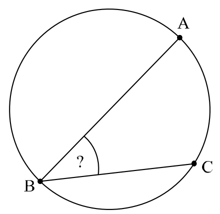
פתרון: בסרטוט שלפנינו 3 מעגלים קטנים המשיקים זה לזה.
נתבקשנו למצוא את היחס בין היקפי המעגלים הקטנים להיקף המעגל הגדול.
רדיוס כל אחד מהמעגלים הקטנים הוא r והיקפו $2r\pi$. סכום היקפי 3 המעגלים הקטנים הוא $6r\pi$ ($3\cdot 2r\pi =$).

קוטר המעגל הגדול שווה לסכום הקטרים של שלושת המעגלים הקטנים.
רדיוס כל אחד מהמעגלים הקטנים הוא r וקוטר כל אחד מהם הוא $2r$, ומכאן שקוטר המעגל הגדול שווה ל- $6r$ ($3\cdot 2r =$).
היקף המעגל הגדול שווה ל-$6r\pi$ ($\text{היקף מעגל} = \text{קוטר}\cdot\pi = 6r\cdot\pi$).
היחס בין היקף המעגל הגדול לסכום היקפי המעגלים הקטנים הוא: $6r\pi:6r\pi$, נצמצם ונקבל: $1:1$.

תשובה (1).
הערה: היקף המעגל תלוי באורך קוטר המעגל. מכיוון שסכום אורכי הקטרים של המעגלים הקטנים שווה לאורך הקוטר של המעגל הגדול, הרי שסכום היקפי המעגלים הקטנים שווה להיקף המעגל הגדול.

---

9. **השאלה**: אורכה של הקשת הקצרה AC בסרטוט שלפניכם מהווה $\frac{1}{4}$ מהיקף המעגל.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה גודל הזווית המסומנת?

פתרון: הזווית המסומנת היא זווית <u>היקפית</u> על הקשת AC.

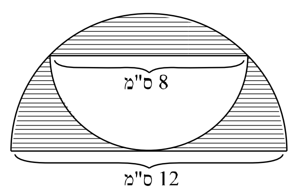
נתון כי הקשת AC מהווה $\frac{1}{4}$ מהיקף המעגל, ומכאן שזווית <u>מרכזית</u> אשר הייתה נשענת על קשת זו הייתה שווה ל-$90°$ $\left(\frac{1}{4}\cdot 360° =\right)$.

זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת, ומכאן שהזווית המסומנת שווה ל-$45°$ $\left(\frac{1}{2}\cdot 90° =\right)$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: בתוך חצי מעגל חסום חצי מעגל קטן יותר, כמתואר בסרטוט.



מה גודל השטח המושחר (בסמ"ר)?

פתרון: השטח המושחר בסרטוט, שאותו אנו מבקשים לחשב, שווה לשטח מחצית המעגל הגדול <u>פחות</u> שטח מחצית המעגל הקטן הנמצא בתוכו.
על פי הנתון קוטר המעגל הגדול הוא 12 ס"מ ומכאן שאורך הרדיוס שווה ל-6 ס"מ $\left(\frac{12}{2} =\right)$.

שטחו של המעגל הגדול הוא 36π $\left(r^2\pi = 6^2\pi =\right)$ ומכאן ששטח מחצית המעגל הגדול הוא 18π סמ"ר $\left(\frac{1}{2}\cdot 36\pi =\right)$.

על פי הנתון קוטר המעגל הקטן הוא 8 ס"מ ומכאן שאורך הרדיוס של מעגל זה הוא 4 ס"מ $\left(\frac{8}{2} =\right)$.

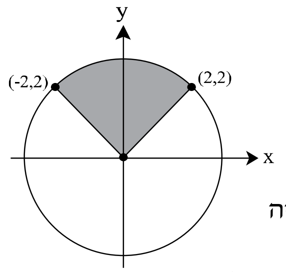
שטחו של המעגל הקטן הוא 16π $\left(r^2\pi = 4^2\pi =\right)$ ומחצית משטחו הם 8π סמ"ר $\left(\frac{1}{2}\cdot 16\pi =\right)$.

השטח המושחר שווה לשטח מחצית המעגל הגדול פחות שטח מחצית המעגל הקטן, כלומר: 10π $(18\pi - 8\pi =)$.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בראשית הצירים.



על פי נתוני הסרטוט,
מה שטח הגזרה הכהה?

פתרון: על מנת לחשב את שטח הגזרה הכהה שבסרטוט עלינו למצוא את אורכו של רדיוס המעגל והזווית המרכזית היוצרת גזרה זו.
על פי הנתון, מרכז המעגל הוא בראשית הצירים, כלומר בנקודה (0,0). נחשב את מרחקה של אחת מהנקודות הנתונות ממרכז המעגל על מנת למצוא את אורכו של הרדיוס.
להזכירכם. מכיוון שהקו המבוקש הוא קו אשר אינו מקביל לצירים, הרי שעל מנת לחשב את אורכו עלינו למצוא את ההפרשים בין ערכי ה-x וה-y של הנקודות שבקצות הקו. הערכים שנקבל מהווים את ניצבי המשולש ישר הזווית שהקו המבוקש הוא היתר שלו.
נחשב את מרחקה של הנקודה (2,2) ממרכז המעגל, הנקודה (0,0).
הן ההפרשים בין ערכי ה-x של שתי הנקודות והן ההפרשים בין ערכי ה-y של הנקודות שווים ל-2. כלומר קיבלנו משולש ישר זווית שאורך כל אחד מניצביו הוא 2. משולש ישר זווית ושווה שוקיים הוא משולש כסף אשר זוויותיו הן 45:45:90 ואורך היתר שלו גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים, כלומר במקרה שלנו $2\sqrt{2}$ $\left(2 \cdot \sqrt{2} =\right)$.

מצאנו, אם כן, כי הזווית שבין הקו לציר ה-x שווה ל-45° וכי אורך רדיוס המעגל הוא $2\sqrt{2}$.
הזווית שבין הקו לציר ה-x שווה ל-45°, ומכאן שציר ה-x וציר ה-y מאונכים זה לזה, כלומר יוצרים זווית בת 90°, הרי שגם הזווית שבין הקו לציר ה-y שווה ל-45°.
אם נוריד אנך מנקודה (-2,2) נקבל משולש כסף נוסף שאורך ניצביו 2, כלומר גם הזווית שבין הרדיוס 'השמאלי' של הגזרה לציר ה-y שווה ל-45°, והזווית המרכזית אשר יוצרת את הגזרה הכהה שווה בסך הכל ל-90°.

אורך רדיוס המעגל הוא $2\sqrt{2}$, כלומר שטח המעגל הוא 8π $\left(r^2\pi = \left(2\sqrt{2}\right)^2 \pi =\right)$.

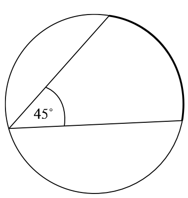
הזווית המרכזית היוצרת את הגזרה הכהה היא בת 90°, כלומר הגזרה מהווה $\frac{1}{4}$ משטח המעגל $\left(\frac{90^\circ}{360^\circ} =\right)$.

שטח הגזרה הכהה הוא 2π $\left(\frac{1}{4} \cdot 8\pi =\right)$.

תשובה (2).

---

12. **השאלה**: אורך הקשת המודגשת במעגל שלפניכם הוא 9 ס"מ.



מה היקף המעגל (בס"מ)?

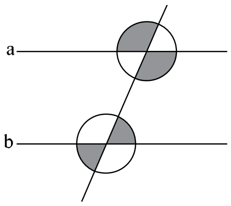
פתרון: נתון כי אורך הקשת המודגשת הוא 9 ס"מ וכי הזווית ההיקפית הנשענת עליה היא בת 45°.
על מנת למצוא את היקף המעגל עלינו למצוא איזה חלק מהווה הקשת הנתונה מתוך ההיקף.
על מנת למצוא זאת עלינו לדעת מה גודל הזווית המרכזית הנשענת על הקשת.
כאשר זווית היקפית וזווית מרכזית נשענות על קשתות שוות (או על אותה קשת) גודלה של הזווית המרכזית כפול מגודל הזווית ההיקפית. הזווית ההיקפית הנשענת על הקשת היא בת 45°, ומכאן שהזווית המרכזית על אותה קשת תהיה בת 90°.

אורך הקשת המודגשת אשר אורכה הוא 9 ס"מ מהווה $\frac{1}{4}$ מהיקף המעגל $\left(\frac{90^\circ}{360^\circ} =\right)$, ולכן ניתן להסיק כי

היקף המעגל הוא 36 ס"מ.

תשובה (3).

13. **השאלה** : בסרטוט שלפניכם ישרים a ו-b הנחתכים על ידי ישר שלישי c ‏(a ll b)



מרכזי שני מעגלים החופפים שרדיוסם 3 ס״מ
נמצאים על גבי נקודות החיתוך של a ו-b עם ישר c (ראו סרטוט).

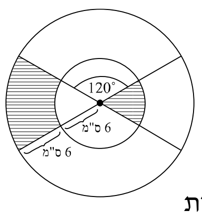
מה סכום השטחים המושחרים (בסמ״ר)?

פתרון : נתון כי הישרים a ו-b מקבילים וכי שני המעגלים שבסרטוט חופפים.
השטחים המושחרים שבסרטוט הם גזרות המורכבות מזוויות מרכזיות שנוצרו על ידי הישר אשר חותך את הישרים המקבילים - c.
ישר החותך ישרים מקבילים יוצר זוויות מתאימות שוות, ומכאן ששטח שתי הגזרות המושחרות במעגל הנמצא על גבי הישר b שווה לשטח הגזרות הלבנות במעגל שעל גבי הישר a. סכום השטחים המושחרים בשני המעגלים גם יחד שווה בדיוק לשטח מעגל אחד.
אורכו של רדיוס המעגל הוא 3 ס״מ ולפיכך שטח המעגל הוא 9π $\left(r^2\pi = 3^2\pi =\right)$.

תשובה (1).

---

14. **השאלה** : הנקודה המודגשת היא מרכזם של שני המעגלים שבסרטוט.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה סכום השטחים המקווקווים (בסמ״ר)?

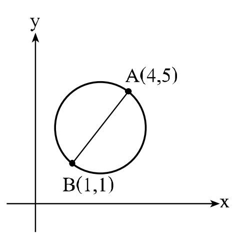
פתרון : נתבונן בשטחים אשר נתבקשנו לחשב את סכום השטחים שלהם :
כאשר שני ישרים חותכים זה את זה, כפי שקורה בסרטוט שלפנינו, נוצרים זוגות של זוויות קודקודיות השוות זו לזו. ׳נעביר׳ את הגזרה המושחרת במעגל הקטן לתוך השטח הלבן של הזווית הקודקודית לה. נקבל קיבלנו שטח מושחר רצוף המהווה גזרה במעגל הגדול אשר רדיוסו, על פי נתוני הסרטוט, הוא 12 ס״מ.
הזווית המרכזית היוצרת את השטח המושחר היא זווית צמודה לזווית הנתונה 120°, כלומר שווה ל-60° $(180° - 120° =)$. שטח גזרה בת 60° במעגל שאורך רדיוסו הוא 12 ס״מ הוא 24π

$$\left(\frac{\alpha}{360°} \cdot r^2\pi = \frac{60°}{360°} \cdot 12^2 \cdot \pi =\right)$$

תשובה (4).

---

15. **השאלה** : AB הוא קוטר המעגל שבסרטוט.



מה **היקף** המעגל?

פתרון : על מנת לחשב את היקף המעגל עלינו למצוא את אורך הקוטר.
על פי נתוני השאלה המיתר AB הוא קוטר המעגל.
מכיוון שהמיתר AB הוא קו אשר **אינו** מקביל לצירים, הרי שעל מנת לחשב את אורכו עלינו למצוא את ההפרשים בין ערכי ה-x וה-y של הנקודות שבקצות הקו. הערכים שנקבל מהווים את ניצבי המשולש ישר הזווית שהקו המבוקש הוא היתר שלו.
נחשב את מרחקה של הנקודה A ששיעוריה הם (4,5) מן הנקודה B ששיעוריה הם (1,1).
ההפרש בין ערכי ה-x של שתי הנקודות הוא 3 $(4-1=)$ וההפרש בין ערכי ה-y של הנקודות שווה ל-4 $(5-1=)$. כלומר קיבלנו משולש ישר זווית שאורך ניצביו 3 ו-4. אורך היתר במשולש ישר זווית שאורך ניצביו הם 3 ו-4 הוא 5 (השלשה 3:4:5). מי שלא זוכר יחשב את אורך היתר AB באמצעות משפט פיתגורס.
היקף המעגל שווה ל-5π (היקף מעגל = קוטר · π = 5 · π =).

תשובה (3).

.16 **השאלה**: אורכו של מחוג הדקות בשעון הוא 8 ס״מ.

מה המרחק שעובר קצה המחוג ב-20 דקות (בס״מ)?

פתרון: במהלך 20 דקות עובר מחוג הדקות $\frac{1}{3}$ שעה $\left(=\frac{20}{60}\right)$, ובמילים אחרות $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל.

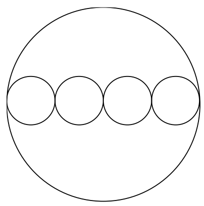
אורך מחוג הדקות הוא 8 ס״מ, כלומר אורכו של 'רדיוס' המעגל הוא 8 ס״מ, ומכאן שאורך הקוטר הוא 16 ס״מ. היקף המעגל/השעון הוא 16π $(\pi \cdot 16 = \pi \cdot \text{קוטר} = \text{היקף מעגל})$.

כאמור, במהלך 20 דקות עובר מחוג הדקות $\frac{1}{3}$ מההיקף או דרך שאורכה $\frac{16\pi}{3}$ ס״מ.

תשובה (2).

.17 **השאלה:** בסרטוט שלפניכם חסמו בתוך מעגל גדול ארבעה מעגלים קטנים החופפים ומשיקים זה לזה, ומשיקים למעגל הגדול.

מרכזי ארבעת המעגלים נמצאים על קוטר המעגל הגדול.



$$? = \frac{\text{סכום שטחי המעגלים הקטנים}}{\text{שטח המעגל הגדול}}$$

<u>פיתרון</u>: <u>סכום שטחי המעגלים הקטנים</u>.

מכיוון שנתון כי 4 המעגלים חופפים זה לזה נניח כי רדיוס כל מעגל קטן הוא r.

שטח כל אחד מ-4 המעגלים הקטנים הוא $r^2\pi$ וסכום שטחי 4 המעגלים הקטנים הוא $4r^2\pi$.

<u>שטח המעגל הגדול</u>.

מכיוון שעל קוטר המעגל הגדול מונחים 4 מעגלים קטנים שקוטר כל אחד מהם 2r, הרי ש**קוטר** המעגל הגדול הוא 8r $(= 4 \cdot 2r)$ **ורדיוס** המעגל הגדול הוא 4r.

שטח המעגל הגדול הוא $16r^2\pi$ $\left(=(4r)^2\pi\right)$.

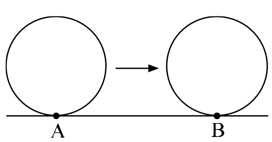
$$\frac{1}{4} = \frac{4r^2\pi}{16r^2\pi} = \frac{\text{סכום שטחי המעגלים הקטנים}}{\text{שטח המעגל הגדול}}$$

תשובה (4).

.18 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם גלגל שרדיוסו 5 ס״מ המתגלגל לאורך קו ישר.

A ו- B הן נקודות על הישר.

מניחים את המעגל כך שהנקודה המודגשת שעל היקפו מונחת על נקודה A. לאחר שהגלגל התגלגל סיבוב שלם, הנקודה המודגשת מונחת על נקודה B (ראו סרטוט).



מה אורך הקטע AB (בס״מ)?

פתרון: סובבו את המעגל שבסרטוט סיבוב שלם ומבקשים לחשב את המרחק בין שתי הנקודות A ו-B.

'סיבוב' שלם של מעגל הוא למעשה מונח נרדף ל'היקף מעגל'.

לפי נתוני השאלה המעגל הסתובב סיבוב שלם, ומכאן שהמרחק שבין הנקודות A ו-B שווה להיקף המעגל.

נתון כי אורך רדיוס המעגל הוא 5 ס״מ, כלומר אורך הקוטר הוא 10 ס״מ $(= 2 \cdot 5)$.

היקף המעגל שווה ל-10π $(\pi \cdot 10 = \pi \cdot \text{קוטר} = \text{היקף מעגל})$.

תשובה (1).

19. **השאלה**: שלמה גזר דף נייר בצורת עיגול, ל-12 חלקים ששטח כל אחד מהם 3π סמ״ר.

מה אורך רדיוס המעגל שגזר שלמה (בס״מ)?

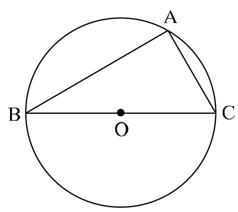
פתרון: נתון כי שטח כל אחת מ-12 הגזרות אשר גזר שלמה היא 3π, כלומר שטח המעגל כולו גדול פי 12 משטח גזרה בודדת, ושווה ל-36π סמ״ר $(12 \cdot 3\pi =)$.

שטח מעגל שווה ל- $r^2\pi$, כלומר: $r^2\pi = 36\pi$ נחלק את שני האגפים ב-π ונקבל: $r^2 = 36$ ⇦ $r = 6$.

תשובה (3).

---

20. בסרטוט שלפניכם מעגל שרדיוסו 2 ס״מ ומרכזו בנקודה O.
אורך המיתר AC הוא 2 ס״מ.



על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה אורכה של הקשת הקצרה AB (בס״מ)?

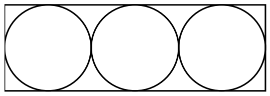
פיתרון: על מנת למצוא מה אורך קשת עלינו לחשב מה היקף המעגל,
ואיזה חלק מהווה הקשת המבוקשת מתוך ההיקף או במילים אחרות
מה גודלה של הזווית המרכזית הנשענת על הקשת.
<u>נתבונן במשולש BAC</u>:
זווית BAC היא זווית היקפית הנשענת על קוטר המעגל, כלומר שווה ל-90^o,
ומכאן שמשולש BAC הוא משולש ישר זווית.
נתון כי אורכו של רדיוס המעגל הוא 2 ס״מ ומכאן שאורך קוטר המעגל, הצלע BC, הוא 4 ס״מ.
יתר המשולש, הצלע BC גדולה פי 2 מאורך הישר AC אשר אורכו, על פי נתוני השאלה, הוא 2 ס״מ.
מכאן שמשולש BAC הוא משולש זהב. הניצב AC הוא הניצב הקטן כלומר מול זווית בת 30^o,
וזווית BCA שווה ל-60^o.
אורך הקשת הקצרה AB:
אורכו של רדיוס המעגל הוא 2 ס״מ, ומכאן שאורך הקוטר הוא 4 ס״מ,
והיקף המעגל כולו הוא 4π ס״מ $(2r \cdot \pi = 4 \cdot \pi =)$.

זווית BCA, הזווית ההיקפית הנשענת על הקשת הקצרה AB שווה ל-"60^o,
ומכאן שהזווית המרכזית הנשענת על הקשת תהיה בת 120^o $(2 \cdot 60^\circ =)$.

אורך הקשת הקצרה AB הוא $\frac{4\pi}{3}$ $\left(\frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 4\pi =\right)$.

תשובה (4).

.21 **השאלה**: שלושה מעגלים חופפים חסומים במלבן, כמתואר בסרטוט.



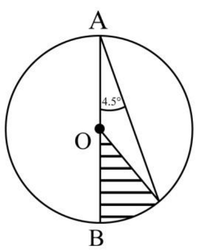
$$\frac{\text{סכום שטחי המעגלים}}{\text{שטח המלבן}} = ?$$

פתרון: נחלק את המלבן ל-3 ריבועים כך שכל מעגל יהיה חסום בריבוע.
נתבונן באחד המעגלים החסום בריבוע:
קוטר המעגל אשר אורכו שווה ל-2r שווה לצלע הריבוע החוסם.
אורך צלעו הארוכה של המלבן השווה לאורך 3 מצלעות הריבוע שווה ל-6r ואורך צלעו הקצרה שווה ל-2r.
שטח המלבן שווה ל- $12r^2$ $(2r \cdot 6r =)$.
סכום שטחי המעגלים שווה ל- $3r^2\pi$.

$$\frac{\text{סכום שטחי המעגלים}}{\text{שטח המלבן}} = \frac{3r^2\pi}{12r^2} = \frac{\pi}{4}$$

תשובה (4).

.22 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו 1 ס״מ.
על פי נתוני הסרטוט,
מה גודל השטח המקווקו (בסמ״ר)?

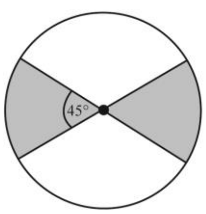


פתרון: השטח המושחר בסרטוט הוא גזרה במעגל. בכדי לחשב את שטחו יש לדעת את אורך רדיוס המעגל (נתון – 1 ס״מ) ואת גודל הזווית המרכזית של הגזרה. בסרטוט נתונה זווית היקפית הנשענת על הקשת BC. גודלה של הזווית המרכזית על אותה הקשת יהיה כפול מגודל הזווית ההיקפית. כלומר, גודל הזווית המרכזית הוא 9°.

כעת נחשב את גודל הגזרה המושחרת, באמצעות הנוסחה לחישוב שטח גזרה: $\frac{9°}{360°} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{1}{40} \cdot \pi = \frac{\pi}{40}$

תשובה (1).

.23 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה O ואורך רדיוסו הוא 2 ס״מ.
A, B ו-C נקודות על היקף המעגל.
מה גודל השטח המושחר (בסמ״ר)?



פתרון: השטח המושחר הוא שטחן של שתי גזרות בעלות זוויות מרכזיות קודקודיות השוות ל-45°. נתון רדיוס המעגל ונתונות הזוויות המרכזיות של הגזרות. נחשב את שטחן על פי הנוסחה לחישוב שטח גזרה: שטח כל גזרה: $\frac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot 2^2 = \frac{1}{8} \cdot 4\pi = \frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$,

מצאנו כי שטחה של כל אחת מהגזרות הוא $\frac{\pi}{2}$, ולכן סכום שטחן: $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$.

תשובה (3).

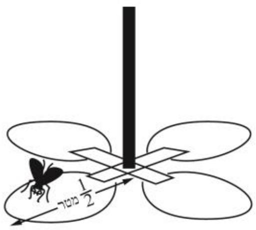
.24 **השאלה**: קוטרו של מעגל מסוים קטן פי 2 מהיקפו.

איזו מהטענות הבאות נכונה בוודאות לגבי המעגל?

פתרון: בשאלה נתון מעגל שקוטרו קטן פי שניים מהיקפו, ועלינו לקבוע אילו מהטענות שבתשובות נכונה בוודאות לגבי אותו מעגל. ראשית נבין את הנתון. קוטרו של כל מעגל שווה לפעמיים הרדיוס שלו. על פי הנתון הקוטר קטן פי 2 מההיקף. כלומר, אם נכפול את הקוטר פי 2 הוא יהיה שווה להיקף: $2\pi r = 2 \cdot 2r$. אם נצמצם $2r$ משני האגפים, נקבל: $\pi = 2$. מכיוון שלא ייתכן ש-π שווה ל-2 (שכן הוא שווה ל-3.14), הרי שאין מעגל העומד בנתוני השאלה.

תשובה (4).

.25 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שבשבת שאורך כל אחת מכנפיה $\frac{1}{2}$ מטר.



השבשבת נעה במהירות של 100 סיבובים לדקה.
בקצה אחת מכנפי השבשבת יושב פרפר.

איזה מרחק (במטרים) עובר הפרפר בכל שעה?

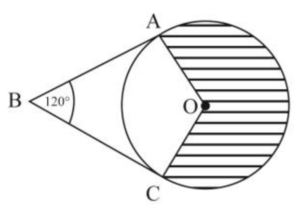
פתרון: בשאלה מתוארת שבשבת בעלת כנפיים. כאשר השבשבת מסתובבת, הכנפיים נעות במעגלים. הפרפר יושב על קצה הכנף ומסתובב יחד איתה. כלומר, הפרפר נע במעגלים. בכדי לדעת מה המרחק שעבר בזמן מסוים, עלינו לדעת כמה סיבובים עשה בזמן הזה ומה אורכו של כל סיבוב. אורך כל סיבוב הוא למעשה היקף המעגל, כאשר הרדיוס הוא מרחקו של הפרפר ממרכז השבשבת – נתון: $\frac{1}{2}$ מטר. היקף מעגל שרדיוסו $\frac{1}{2}$ מטר הוא: π $\left(2\pi \cdot \frac{1}{2} =\right)$.

בכל דקה השבשבת עוברת 100 סיבובים, ולכן בשעה (60 דקות) היא תעבור 6,000 סיבובים $\left(60 \cdot 100 =\right)$.

מכאן שהמרחק שעובר הפרפר בשעה הוא: $6{,}000\,\pi$ $\left(6{,}000 \cdot \pi =\right)$

תשובה (4).

.26 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R ס"מ.

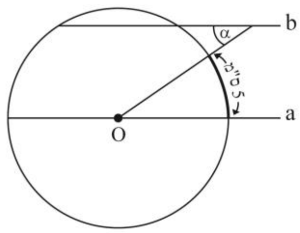


הישרים BA ו-BC משיקים למעגל בנקודות A ו-C בהתאמה.
על פי נתוני הסרטוט,
מה גודל השטח המקווקו (בסמ"ר)?

פתרון: השטח המושחר בסרטוט הוא גזרה במעגל. בכדי לחשב את שטח הגזרה עלינו לדעת את רדיוס המעגל (R) ואת הזווית המרכזית של הגזרה. נתבונן בנתונים. BA ו-BC משיקים למעגל. AO ו-OC הם רדיוסים במעגל. כל משיק יוצר זווית של 90° עם הרדיוס בנקודת ההשקה. כעת אנו יודעים 3 מתוך 4 הזוויות במרובע ABCO. נחשב את גודל הזווית החסרה על פי סכום הזוויות במרובע: $\angle AOC = 360° - 120° - 90° - 90° = 60°$. הזווית המרכזית של הגזרה המושחרת משלימה את זווית AOC ל-360°, ולכן היא שווה ל-300°. כעת נחשב את גודל השטח המושחר על פי הנוסחה לחישוב שטח גזרה: $\frac{300°}{360°} \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{5}{6} \cdot \pi \cdot R^2$

תשובה (2).

27. **השאלה**: הנקודה O היא מרכז המעגל שבסרטוט.



נתון: $a \parallel b$.

אורך הקשת המודגשת 5 ס"מ.

על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,

מה היקף המעגל (בס"מ)?

פתרון: בשאלה נתון אורכה של קשת במעגל, ועלינו לחשב את היקף המעגל. לפיכך נשתמש בנוסחה לחישוב אורך קשת. בכדי לעשות זאת עלינו למצוא את גודל הזווית המרכזית המתאימה לקשת המודגשת. מכיוון שנתון כי $a \parallel b$, הרי שעל פי מבנה ה-Z בין מקבילים, הזווית המרכזית המתאימה לקשת המודגשת שווה גם כן α. נציב זאת בנוסחה, ונקבל: $\text{היקף המעגל} \cdot \frac{\alpha}{360} = 5$.

נכפול את שני האגפים ב-360 ונקבל: $\text{היקף המעגל} \cdot \alpha = 1{,}800$.

נחלק את שני האגפים ב-α, ונקבל: $\text{היקף המעגל} = \frac{1{,}800}{\alpha}$.

תשובה (1).