מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(4)	(3)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(3)	(4)	(2)	(2)	(2)	(3)	(4)	(1)

שאלה	21	22	23	24
תשובה	(1)	(1)	(1)	(2)

1. **השאלה**: נתונה קוביה ששטח כל אחת מפאותיה הוא 16 סמ"ר.

מה נפח הקוביה (בסמ"ק)?

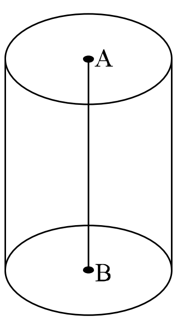
פתרון: נתונה קוביה ששטח כל אחת מפאותיה הוא 16 סמ"ר. מכיוון שפאות הקוביה הם ריבועים ניתן להסיק כי אורכה של צלע הקוביה שווה ל-4 ס"מ.

קוביה היא מנסרה ישרה. בכל מנסרה ישרה: נפח = שטח בסיס · גובה

בסיס הקוביה הוא פאה אשר שטחה שווה ל-16 סמ"ר.
גובה הקוביה שווה ל-4 ס"מ, ומכאן שנפח הקוביה הוא 64 סמ"ק ($16 \cdot 4 =$).

הערה: נפח קוביה שווה תמיד ל- $(\text{צלע הקוביה})^3$.

תשובה (4).



2. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם גליל שמרכזי בסיסיו A ו-B.
ידוע כי היקף כל אחד מבסיסי הגליל הוא 4π ס"מ ונפחו 20π סמ"ק.

אורכו בס"מ של AB (גובה הגליל) הוא -

פתרון: נתבקשנו למצוא את אורכו של AB - גובה הגליל.
נתון כי היקף כל אחד מבסיסי הגליל בסרטוט הוא 4π. בסיס הגליל הוא מעגל. נחלץ מנתון זה את אורכו של רדיוס המעגל:

$2\pi r = 4\pi$ ⇦ נחלק את שני האגפים ב-2π, ונקבל: $r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$.

מצאנו כי אורכו של רדיוס בסיס הגליל הוא 2 ס"מ.
על פי נתוני השאלה נפח הגליל שווה ל-20π.

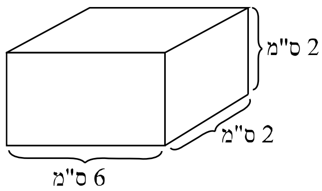
הגליל הוא מנסרה ישרה, ובכל מנסרה ישרה: נפח = שטח בסיס · גובה

שטח בסיס הגליל הוא מעגל ששטחו 4π ($\text{שטח מעגל} = r^2\pi = 2^2\pi =$).

גובה הגליל הוא AB, ומכיוון שנפח הגליל שווה ל- 20π סמ"ק: ($4\pi \cdot AB = 20\pi$).

נחלק את שני האגפים ב-4π, ונקבל: $AB = \frac{20\pi}{4\pi} = 5$.

תשובה (4).



.3 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם תיבה.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
מה שטח הפנים של התיבה (בסמ״ר)?

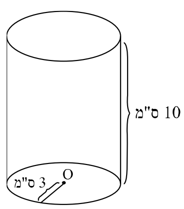
פתרון: שטח פנים של כל גוף תלת מימדי שווה לשטח המעטפת שלו ועוד שטח בסיסיו.

שטח מעטפת = היקף הבסיס × הגובה

שטח מעטפת התיבה שווה ל-32 סמ״ר (= $16 \cdot 2$ = היקף הבסיס × הגובה = שטח מעטפת).
שטח כל אחד מבסיסי התיבה הוא 12 סמ״ר, ושטח שני הבסיסים: 24 סמ״ר.
סך הכול שטח הפנים של התיבה הוא 56 סמ״ר ($= 32 + 24$).

הערה: ניתן לחשב שטח פנים של תיבה גם על פי סכום פאותיה (2 מכל סוג).

תשובה (3).



.4 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם גליל שאורך רדיוס בסיסו הוא 3 ס״מ וגובהו הוא 10 ס״מ.

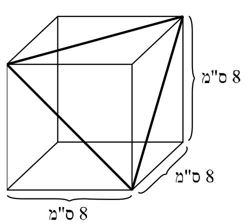
על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה שטח הפנים של הגליל (בסמ״ר)?

פתרון: שטח פנים של כל גוף תלת מימדי שווה לשטח המעטפת שלו ועוד שטח בסיסיו.

שטח מעטפת = היקף הבסיס × הגובה

שטח מעטפת הגליל שווה ל-60π סמ״ר ($= 2 \cdot 3 \cdot \pi \cdot 10 = 2r\pi \cdot h$ = היקף הבסיס × הגובה = שטח מעטפת).
שטח כל אחד מבסיסי הגליל הוא 9π סמ״ר ($= 3^2\pi = r^2\pi$ = שטח מעגל) ושטח שני הבסיסים: 18π סמ״ר.
סך הכול שטח הפנים של הגליל הוא 78π סמ״ר ($= 60\pi + 18\pi$).

תשובה (1).



.5 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם תיבה.

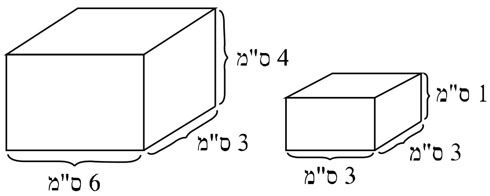
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
מה סכום הקווים המודגשים (בס״מ)?

פתרון: אורכי כל מקצועות התיבה שבסרטוט שווים ל-8 ס״מ.
תיבה שכל מקצועותיה שווים היא קוביה.

הקווים המודגשים בסרטוט הם 3 אלכסוני הפאות.
מכיוון שמדובר ב-3 פאות ריבועיות ושוות, נמצא את אורך אחד האלכסונים, ונכפול ב-3 על מנת למצוא את אורך הקווים המודגשים.
אורכו של אלכסון בריבוע שווה לצלע הריבוע כפול $\sqrt{2}$ (כזכור, אלכסון בריבוע יוצר שני משולשי כסף).
אורכה של צלע הריבוע הוא 8 ס״מ, ומכאן שאורך כל אחד מהאלכסונים הוא $8\sqrt{2}$ ס״מ.
סכום אורכי הקווים המודגשים שווה ל- $24\sqrt{2}$ ס״מ ($= 3 \cdot 8\sqrt{2}$).

תשובה (2).

6. **השאלה**: נתונות שתי תיבות ריקות שמימדיהן כמתואר בסרטוט.



משה ממלא את התיבה הקטנה במים ושופך את כל תכולתה לתיבה הגדולה וכך חוזר חלילה עד למילוי התיבה הגדולה.

כמה פעמים על משה לשפוך את תכולת התיבה הקטנה לתיבה הגדולה על מנת למלאה עד תומה?

פתרון: נתבקשנו למצוא כמה פעמים יש לשפוך את תכולת התיבה הקטנה אל התיבה הגדולה על מנת למלא אותה. ראשית נחשב את נפחי שתי התיבות ואז נמצא כמה פעמים 'נכנסת' התיבה הקטנה בתוך התיבה הגדולה.

תיבה היא מנסרה ישרה. בכל מנסרה ישרה: $\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח}$

<u>נפח התיבה הגדולה:</u>

שטח בסיס התיבה הוא 18 סמ"ר $(6 \cdot 3 =)$, וגובה התיבה הוא 4 ס"מ.

נפח התיבה הגדולה הוא 72 סמ"ק $(18 \cdot 4 = \text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח})$.

<u>נפח התיבה הקטנה:</u>

שטח בסיס התיבה הוא 9 סמ"ר $(3 \cdot 3 =)$, וגובה התיבה הוא 1 ס"מ.

נפח התיבה הקטנה הוא 9 סמ"ק $(9 \cdot 1 = \text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח})$.

נפחה של התיבה הגדולה גדול פי 8 מנפח התיבה הקטנה $\left(\frac{72}{9} =\right)$,

ולפיכך יש לשפוך את תכולתה של התיבה הקטנה 8 פעמים על מנת למלא את התיבה הגדולה.

תשובה (3).

---

7. **השאלה**: נתונות שתי קוביות שיחס אורכי מקצועותיהן 1:2.

מה יחס נפחי הקוביות?

פתרון: נתבקשנו למצוא את יחס נפחי שתי הקוביות אשר נתון כי יחס אורכי מקצועותיהן הוא 1:2.
נסמן את צלע הקוביה הקטנה ב-x ואת צלע הקוביה הגדולה ב-2x.

קוביה היא מנסרה ישרה ובכל מנסרה ישרה $\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח}$.

<u>נפח הקוביה הקטנה:</u>

שטח בסיס הקוביה הוא x^2 $(x \cdot x =)$, וגובה הקוביה הוא x.

נפח הקוביה הקטנה הוא x^3 סמ"ק $(x^2 \cdot x = \text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח})$.

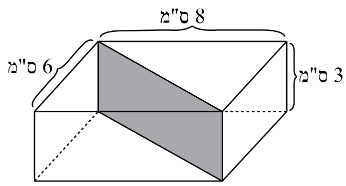
<u>נפח הקוביה הגדולה:</u>

שטח בסיס הקוביה הוא $4x^2$ $(2x \cdot 2x =)$, וגובה הקוביה הוא 2x.

נפח הקוביה הגדולה הוא $8x^3$ סמ"ק $(4x^2 \cdot 2x = \text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח})$.

יחס נפחי הקוביות הוא $x^3 : 8x^3$, נצמצם את שני האגפים ב-x^3 ונקבל: 1:8.

תשובה (4).



8. השאלה : נתונה תיבה.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט, מה שטח המלבן הכהה (בסמ״ר)?

פתרון : על מנת למצוא את שטח המלבן הכהה עלינו למצוא את אורך צלעות המלבן.
צלעו האחת של המלבן היא אלכסון הפאה אשר אורכי צלעותיה הוא 6 ו-8 ס״מ, ולכן שווה ל-10 ס״מ (השלשה הנפוצה 6:8:10 או חישוב באמצעות משפט פיתגורס), וצלעו השנייה של המלבן הכהה היא גובה התיבה השווה ל-3 ס״מ.
שטח המלבן הכהה הוא 30 סמ״ר $(10 \cdot 3 =)$.

תשובה (3).

---

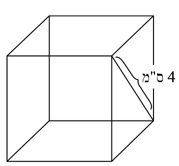
9. השאלה : ידוע כי נפחו של חרוט הוא 27π סמ״ק. על פי נתון זה אפשר לחשב

את <u>ערכו המספרי</u> של -

פתרון : נפחו של החרוט הוא 27π סמ״ק. חרוט הוא פירמידה, נוסחת הנפח של כל פירמידה היא :
$\text{נפח} = \frac{\text{שטח בסיס} \cdot \text{גובה}}{3}$.

הפרמטרים הקובעים את נפח החרוט הם שניים : רדיוס בסיס החרוט וגובה החרוט.
מנתוני השאלה נוכל לבנות משוואה שבה שני נעלמים, לא ניתן למצוא באמצעות משוואה זו מה גודלו של כל אחד ממשתנים אלו, ולכן לא נוכל למצוא את אורכו של רדיוס בסיס החרוט (תשובה (2)), ולא את גובה החרוט (תשובה (3)) . על מנת למצוא את שטח הבסיס (תשובה (1)) עלינו לדעת מה אורכו של הרדיוס, ולפיכך גם תשובה זו לא ניתנת לחישוב באמצעות נתוני השאלה.

תשובה (4).



10. השאלה : אורך אלכסון הפאה של הקוביה שבסרטוט שלפניכם הוא 4 ס״מ.

מה נפחה של הקוביה (בסמ״ק)?

פתרון : על מנת לחשב נפח קוביה עלינו לדעת מה אורך מקצוע הקוביה.
על פי נתוני השאלה, אורכו של אלכסון פאת הקוביה הוא 4 ס״מ.
אלכסון פאת הקוביה הוא אלכסון של ריבוע. אורך אלכסון הריבוע גדול פי $\sqrt{2}$ מצלע הריבוע, ומכאן שאורכה של צלע הריבוע קטן פי $\sqrt{2}$ מאלכסון הריבוע.

אורכה של צלע הריבוע (מקצוע הקוביה) שווה ל- $2\sqrt{2}$ ס״מ $\left(\frac{4}{\sqrt{2}} =\right)$.

קוביה היא מנסרה ישרה ובכל מנסרה ישרה $\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח}$.
שטח בסיס הקוביה הוא 8 סמ״ר $\left(2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} =\right)$, וגובה הקוביה הוא $2\sqrt{2}$ ס״מ.
נפח הקוביה הוא $16\sqrt{2}$ סמ״ק $\left(x^2 \cdot x = \text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס} = \text{נפח}\right)$.

תשובה (3).

.11 **השאלה**: אם אורכי מקצועות התיבה מקיימים את היחס 2:3:6, מהו היחס בין שטח פניה של התיבה לבין $\frac{1}{2}$ משטח הפאה הקטנה ביותר?

פתרון: עלינו למצוא את היחס בין שטח הפנים ל- $\frac{1}{2}$ משטח הפאה הקטנה של תיבה אשר יחס אורכי מקצועותיה הוא 2:3:6.

מכיוון שנתון יחס ואין כל נתון מספרי, נניח כי אורכי מקצועות התיבה הם 2x, 3x ו-6x.

<u>שטח הפנים של התיבה</u>:

מכיוון שמבקשים לחשב את שטח הפנים של התיבה, שטח כל פאות התיבה, אין כל משמעות כיצד 'עומדת' התיבה. נניח כי התיבה עומדת על הפאה שאורכי מקצועותיה הם 2x ו-3x.

שטח פנים של כל גוף תלת מימדי שווה לשטח המעטפת שלו ועוד שטח בסיסיו.

שטח מעטפת = היקף הבסיס × הגובה

שטח מעטפת התיבה שווה ל- $60x^2$ (שטח מעטפת = היקף הבסיס × הגובה $= 10x \cdot 6x =$).

שטח כל אחד מבסיסי התיבה הוא $6x^2$ ושטח שני הבסיסים הוא $12x^2$.

סך הכל שטח הפנים של התיבה הוא $72x^2$ סמ"ר ($60x^2 + 12x^2 =$).

<u>מחצית משטח הפאה הקטנה ביותר</u>:

הפאה הקטנה ביותר היא הפאה שאורכי מקצועותיה הם הקטנים ביותר. הפאה הקטנה ביותר בתיבה היא הפאה שאורכי מקצועותיה הם 2x ו-3x. שטח פאה זו הוא $6x^2$ ומחצית משטח הפאה הוא $3x^2$ $\left(= \frac{6x^2}{2}\right)$.

היחס בין שטח הפנים של התיבה ל- $\frac{1}{2}$ משטח הפאה הקטנה ביותר הוא: $72x^2 : 3x^2$, נצמצם את שני האגפים ב- $3x^2$, ונקבל: 24:1.

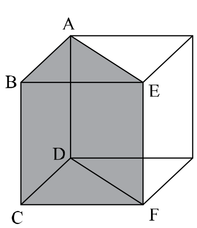
תשובה (3).

.12 **השאלה**: נפח הקוביה שבסרטוט 65 סמ"ק.

AE, DF אלכסונים על פאות הקוביה.

בתוך הקוביה נבנה קיר העובר דרך AE ו-DF כמתואר בסרטוט.

מה נפח הגוף הכהה בסרטוט BCFEAD (בסמ"ק)?



פתרון: נפח הקוביה שבסרטוט הוא 65 סמ"ר. ה'קיר' שנבנה עובר דרך אלכסון הפאה העליונה ואלכסון הפאה התחתונה ולפיכך מחלק את הקוביה לשני חלקים שווים.

הנפח הכהה שווה למחצית מנפח הקוביה כולה, כלומר ל-32.5 סמ"ק.

תשובה (2).

---

13. **השאלה**: נפחו של גליל 27π סמ"ק. ידוע כי גובהו של הגליל שווה לרדיוסו.

מה רדיוס הגליל (בס"מ)?

פתרון: נתון כי נפחו של גליל אשר רדיוסו וגובהו שווים הוא 27π ואנו מתבקשים למצוא את רדיוס הגליל.
נסמן את רדיוס הגליל ב-x. מכיוון שעל פי הנתונים גובה הגליל שווה לרדיוס הגליל נסמן גם את גובה הגליל ב-x.
הגליל הוא מנסרה ישרה, ובכל מנסרה ישרה: גובה · שטח בסיס = נפח.

שטח בסיס הגליל הוא $x^2\pi$ (שטח מעגל $= r^2\pi = x^2\pi =$).

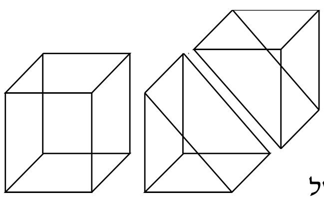
גובה הגליל הוא x, ולפיכך נפח הגליל הוא $x^3\pi$.

כאמור נפח הגליל שווה ל-27π סמ"ק, כלומר: $x^3\pi = 27\pi \Leftarrow x = 3$.
אורכו של רדיוס הגליל שווה ל-3 ס"מ.

תשובה (3).

---

14. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם קוביה שאורך מקצועה 4 ס"מ אשר נחצתה כך שנתקבלו שתי מנסרות כמתואר בסרטוט.



מה ההפרש (בסמ"ר) בין שטח הפנים של שתי המנסרות שנוצרו לשטח הפנים של הקוביה המקורית?

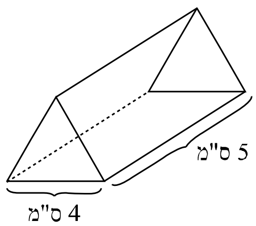
פתרון: נתונה קוביה שאורך מקצועה 4 ס"מ אשר נחצתה באופן המתואר בסרטוט ועלינו לחשב בכמה גדול סכום שטחי הפנים של המנסרות שנוצרו לעומת שטח הפנים של הקובייה המקורית.
כאשר מחלקים גוף תלת מימדי, שטח הפנים שלו גדל בגודל פאת החיתוך כפול 2.
נחשב את שטחה של פאת החיתוך ונכפול ב-2 על מנת למצוא בכמה גדול סכום שטחי הפנים של המנסרות משטח הפנים של הקובייה.
פאת החיתוך היא מלבן אשר אחת מצלעותיו היא צלע הקוביה ולפיכך אורכה הוא 4 ס"מ והצלע השניה היא אלכסון הפאה אשר אורכו גדול מצלע הריבוע פי $\sqrt{2}$, כלומר שווה ל- $4\sqrt{2}$ ס"מ.
שטח פאת החיתוך, אם כן, שווה ל- $16\sqrt{2}$ סמ"ר $(4 \cdot 4\sqrt{2} =)$.
שטח הפנים של המנסרות גדול משטח הקובייה ב- $32\sqrt{2}$ סמ"ר $(2 \cdot 16\sqrt{2} =)$.

תשובה (4).

---

15. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה צלעות.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
מה נפח המנסרה (בסמ״ק)?



פתרון: בשאלה שלפנינו מנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה צלעות אשר נתבקשנו לחשב את נפחה.
נפחה של כל מנסרה ישרה שווה לשטח בסיסה כפול הגובה.
בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו היא 4 ס״מ.

שטחו של משולש שווה צלעות שווה ל- $\frac{(\text{צלע})^2\cdot\sqrt{3}}{4}$. מכיוון שאורכה של צלע המשולש שווה ל-4 ס״מ שטח המשולש שווה ל- $4\sqrt{3}$ סמ״ר $\left(=\frac{4^2\sqrt{3}}{4}\right)$. אורכו של גובה המנסרה הוא 5 ס״מ, ומכאן שנפח המנסרה הוא $20\sqrt{3}$ סמ״ק $\left(\text{נפח} = \text{שטח בסיס}\cdot\text{גובה} = 4\sqrt{3}\cdot 5 =\right)$.

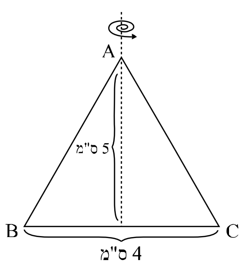
תשובה (2).

---

16. **השאלה**: משולש ABC שווה שוקיים $(AB = AC)$.
סובבו את משולש ABC סביב צירו (ראה סרטוט).

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

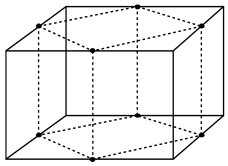
מה נפח החרוט שהתקבל כתוצאה מהסיבוב (בסמ״ק)?



פתרון: אנו מתבקשים לחשב את נפחו של החרוט אשר נוצר כתוצאה מסיבוב המשולש שבסרטוט.
רדיוס בסיס החרוט שנוצר שווה למחצית מבסיס המשולש, כלומר 2 ס״מ וגובה החרוט שווה לגובה המשולש, כלומר ל-5 ס״מ.
נוסחת הנפח של כל פירמידה: $\text{נפח} = \frac{\text{שטח בסיס}\cdot\text{גובה}}{3}$.
שטח בסיס החרוט הוא 4π סמ״ר $\left(r^2\pi = 2^2\pi =\right)$, גובה החרוט הוא 5 ס״מ,
ולפיכך נפח החרוט הוא $6\frac{2}{3}\pi$ $\left(\frac{4\pi\cdot 5}{3} =\right)$.

תשובה (2).

.17 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם תיבה.
יעל ניסרה את התיבה לאורך הקווים המקווקווים המחברים את אמצעי הצלעות של התיבה.



איזה חלק מהווה נפח התיבה שהתקבל מנפח התיבה המקורי?

פתרון: יעל יצרה על ידי ניסור התיבה באופן המתואר בשאלה תיבה קטנה אשר גובהה שווה לגובה התיבה המקורית. נפח תיבה שווה למכפלת שטח הבסיס בגובה התיבה.
מכיוון שגובה התיבה הקטנה שווה לגובה התיבה המקורית, הרי שעל מנת למצוא איזה חלק מהווה נפח התיבה שנוצרה מנפח התיבה המקורית עלינו למצוא פי כמה קטן בסיס התיבה הקטנה מבסיס התיבה המקורית. על מנת לענות על שאלה זו נצייר מלבן כלשהו (בסיס התיבה) על דף נייר ונסמן את נקודות אמצעי צלעותיו. כעת נחבר כל נקודה עם הנקודה הנמצאת על הצלע הנגדית לה. בשלב זה חילקנו למעשה את המלבן ל-4 מלבנים חופפים.
כעת חברו את נקודות אמצעי הצלעות באופן שבו יעל ניסרה את התיבה ותיווכחו לגלות כי באופן זה אנו מחלקים כל מלבן לשני חלקים שווים אשר מהם לקחה יעל את אחד החצאים.
שטח בסיס התיבה שיצרה יעל שווה למחצית משטח בסיסה של התיבה המקורית, ומכאן שנפח התיבה שנוצרה שווה למחצית מנפח התיבה המקורית.

תשובה (2).

.18 **השאלה**: נתונה פירמידה שבסיסה ריבוע.
מגדילים את גובה הפירמידה פי 3 מבלי לשנות את הבסיס,

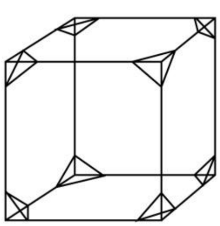
פי כמה גדל נפח הפירמידה?

פתרון: עלינו למצוא פי כמה גדל נפח פירמידה שבסיסה ריבוע ואשר הגדילו את גובהה פי 3 מבלי לשנות את בסיסה. נסמן את צלע בסיס הפירמידה ב-x ואת גובה הפירמידה המקורי ב-h.
נוסחת הנפח של כל פירמידה: $\text{נפח} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס}}{3}$.
אורכה של צלע הבסיס הריבועי היא x ומכאן ששטח בסיס הפירמידה הוא x^2. גובה הפירמידה הוא h
ומכאן שנפח הפירמידה המקורי הוא $\frac{x^2h}{3}$.

לאחר שמגדילים את גובה הפירמידה פי 3 מבלי לשנות את הבסיס נפח הפירמידה יהיה x^2h $\left(=\frac{x^2 \cdot 3h}{3}\right)$.

נפח הפירמידה החדש גדול פי 3 מנפחה המקורי של הפירמידה.
תשובה (3).

.19 **השאלה**: מכל אחד מקודקודיה של התיבה שבסרטוט חתכו חתיכה בצורת פירמידה משולשת.



כמה פאות יש לגוף שנוצר?

פתרון: לכל תיבה יש 6 פאות. ו-8 קודקודים (ראה סרטוט)
מכיוון שחותכים פירמידה משולשת מכל אחד מ-8 הקודקודים, נוצרות 8 פאות הנוספות ל-6 הפאות המקוריות של התיבה.
בסך הכול לגוף שנוצר יש 14 פאות $(6 + 8 =)$.

תשובה (4).

20. **השאלה**: דני הכניס לתוך תיבת עץ שני גלילים שרדיוס בסיסו של כל אחד מהם 1 ס"מ וגובהו של כל אחד מהם 5 ס"מ.

מה נפחה המינימלי של התיבה (בסמ"ק)?

פתרון: על מנת למצוא את הנפח המינימלי, עלינו להניח כי הגלילים משיקים זה לזה ולצלעות התיבה.
ראשית נמצא מה שטחה המינימלי של פאת הבסיס של התיבה, הפאה עליה מונחים בסיסי הגלילים.
נצמיד את שני הגלילים זה לזה לאורך פאת הבסיס.
רדיוס בסיסו של כל אחד מהגלילים הוא 1 ס"מ, ומכאן שקוטרו של כל גליל הוא 2 ס"מ ורוחבה המינימלי של הפאה הוא 2 ס"מ.
אורכה המינימלי של הפאה שווה לסכום אורכי הקטרים של שני הגלילים, כלומר ל-4 ס"מ $(=2\cdot 2)$.
שטחה המינימלי של פאת הבסיס הוא לכל הפחות 8 סמ"ר $(=2\cdot 4)$.
נתוו כי גובהו של כל אחד מהגלילים הוא 5 ס"מ, ומכאן שגם גובהה של התיבה הוא לכל הפחות 5 ס"מ.
נפח תיבה שווה למכפלת שטח בסיסה בגובהה. נפחה המינימלי של התיבה הוא 40 סמ"ר $(=8\cdot 5)$.

תשובה (1).

---

21. **השאלה**: בגליל חסמו שני חרוטים כמתואר בסרטוט.

מה היחס בין נפח הגליל לסכום נפחי החרוטים?

פתרון: נסמן ב-r את רדיוס בסיסם של כל אחד מהחרוטים. אם כך, רדיוס בסיסו של הגליל שווה ל-2r. נחשב את נפח הגליל (שטח הבסיס כפול הגובה): $\pi\cdot(2r)^2\cdot h=\pi\cdot 4r^2\cdot h=4\pi r^2h$.

וכעת נחשב את נפחו של חרוט (שטח בסיס כפול הגובה חלקי 3): $\frac{\pi r^2\cdot h}{3}$. מכאן שסכום נפחי החרוטים

הוא: $\frac{2\pi r^2\cdot h}{3}=\frac{\pi r^2\cdot h}{3}+\frac{\pi r^2\cdot h}{3}$.

נבדוק מהו היחס בין נפח הגליל לסכום נפחי החרוטים: $4\pi r^2h:\frac{2\pi r^2\cdot h}{3}$

נצמצם את שני האגפים ב- πr^2h, ונקבל: $4:\frac{2}{3}$.

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: 12:2. נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל: 6:1.
<u>שימו לב</u>: לא נאמר בשאלה שהחרוטים חופפים, אך מכיוון שהתשובה צריכה להתאים גם כשהם חופפים, נוח לחשב את המצב הזה במקום המצב הכללי.

תשובה (1).

---

22. **השאלה**: נתון גליל אשר גובהו שווה לקוטר בסיסו.

מה היחס בין **שטח הבסיס** של הגליל ל**שטח הפנים** שלו?

פתרון: נסמן את רדיוס הבסיס ב-r. ומכאן שקוטר הבסיס שווה ל-2r. על פי הנתון גם גובה הגליל שווה ל-2r.
נחשב את שטח הבסיס ואת שטח הפנים ונמצא את היחס ביניהם.

שטח בסיס הגליל הוא שטח מעגל שרדיוסו r, כלומר: $\pi\cdot r^2$.

שטח הפנים של הגליל שווה להיקף בסיסו כפול גובהו ועוד פעמיים שטח בסיסו, כלומר:
$2\pi r\cdot 2r+2\cdot\pi r^2=4\pi r^2+2\pi r^2=6\pi r^2$.

היחס המבוקש הוא $\pi r^2:6\pi r^2$, נצמצם ונקבל: 1:6.

תשובה (1).

---

23. **השאלה**: נתונות שתי תיבות. אורכה, רוחבה וגובהה של התיבה הגדולה כפולים מאלו של התיבה הקטנה.

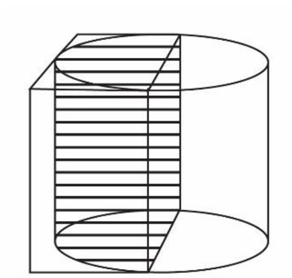
פי כמה גדול נפח התיבה הגדולה מנפח התיבה הקטנה?

פתרון: נסמן את אורכה רוחבה וגובהה של התיבה הקטנה ב-a, b ו-c ואת אורכה, רוחבה וגובהה של התיבה הגדולה ב-$2a$, $2b$ ו-$2c$ (נתון כי אורכה, רוחבה וגובהה של התיבה כפולים אלו של התיבה הקטנה). כעת נחשב את נפחי התיבות על פי מכפלת האורך ברוחב ובגובה.
נפח התיבה הקטנה הוא: $a \cdot b \cdot c$.
נפח התיבה הגדולה הוא: $2a \cdot 2b \cdot 2c = 8 \cdot ab \cdot c$.
מכאן שנפח התיבה הגדולה גדול פי 8 מנפח התיבה הקטנה.

תשובה (1).

---

24. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם תיבה ששניים ממקצועותיה הם קטרי בסיסו של גליל.
גובה הגליל שווה לגובה התיבה.
רדיוס בסיסו של הגליל הוא r וגובהו $2r$.
מה נפחו של חלק התיבה שאינו חלק מהגליל?



פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את נפח חלק התיבה שאינו חלק מהגליל.
מהנתונים עולה שמכיוון שצלע התיבה היא קוטר בסיס הגליל, הרי שבדיוק מחצית מהגליל נמצא בתוך התיבה. לפיכך, נחשב את נפח התיבה, נחסר מחצית מנפח הגליל, ונקבל את הנפח המבוקש.
נפח גליל שרדיוס בסיסו r וגובהו $2r$ הוא: $\pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$. ולכן נפח מחצית מהגליל: πr^3.
גובה התיבה שווה לגובה הגליל – $2r$. אחת מצלעות התיבה שווה לקוטר בסיס הגליל – $2r$. הצלע השלישית של התיבה צריכה להיות שווה לרדיוס הגליל, בכדי שמחצית מהגליל יהיה חסום בתיבה (כלומר יגיע עד 'סופה'). לפיכך נפח התיבה הוא: $r \cdot 2r \cdot 2r = 4r^3$.
נחסר ונקבל את הנפח המבוקש: $4r^3 - \pi r^3 = r^3(4 - \pi)$.

תשובה (2).
