מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(2)	(1)	(1)	(4)	(4)	(1)	(4)	(2)	(1)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(1)	(1)	(2)	(1)	(2)	(3)	(2)	(1)	(4)	(4)

שאלה	21	22	23	24
תשובה	(2)	(2)	(2)	(2)

הסברים

.1 **השאלה**: בחפיסת קלפים בת 12 קלפים יש 4 נסיכים. עופר מוציא קלפים מהחפיסה בזה אחר זה, בלי להחזירם לחפיסה.

מה הסיכוי ש-3 הקלפים הראשונים שעופר יוציא יהיו כולם נסיכים?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי ששלושת הקלפים שיוציא עופר יהיו כולם נסיכים. נחשב את הסיכוי שכל קלף בנפרד יהיה נסיך, ואז נכפול בין הסיכויים שקיבלנו:

<u>הראשון</u>: לפני שעופר שולף את הקלף הראשון יש בערימה 12 קלפים, מתוכם 4 נסיכים. הסיכוי שהקלף שישלוף עופר יהיה נסיך הוא: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.

<u>השני</u>: לפני שעופר שולף את הקלף השני יש בערימה 11 קלפים (12 פחות הקלף הראשון), מתוכם 3 נסיכים (4 פחות הקלף הראשון). הסיכוי שהקלף שישלוף עופר יהיה נסיך הוא: $\frac{3}{11}$.

<u>השלישי</u>: לפני שעופר שולף את הקלף השלישי יש בערימה 10 קלפים (12 פחות הקלפים הראשון והשני), מתוכם 2 נסיכים (4 פחות השניים שכבר נשלפו). הסיכוי שהקלף שישלוף עופר יהיה נסיך הוא: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.

נכפול את הסיכויים שקיבלנו בכדי לקבל את הסיכוי שכל הקלפים יהיו נסיכים: $\frac{1}{55} = \frac{1}{5} \cdot \frac{\cancel{3}}{11} \cdot \frac{1}{\cancel{3}}$.

תשובה (1).

.2 **השאלה**: בקופסה 4 כדורים לבנים, 4 כדורים שחורים ו-4 כדורים אדומים.

ציון הוציא מהקופסה 2 כדורים מאותו צבע בזה אחר זה, בלי להחזירם לקופסה.

כעת ציון מוציא מהקופסה באקראי כדור שלישי, מה ההסתברות שצבעו כצבעם של שני הכדורים הראשונים?

פתרון: אם ציון הוציא שני כדורים שצבעם זהה מהקופסה, הרי שנותרו מצבע זה 2 כדורים בלבד מתוך בסך הכול 10 כדורים שנותרו בקופסה $(12 - 2 =)$.

ההסתברות שצבעו של הכדור השלישי שציון יוציא מהקופסה יהיה זהה לצבעם של שני הכדורים הראשונים שהוצאו היא $\frac{1}{5}$ $\left(= \frac{2}{10} = \frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}} \right)$.

תשובה (2).

.3 **השאלה**: בקופסה 8 כדורים אדומים ו- 8 כדורים שחורים.

תומר הוציא כדור שחור מהקופסה והשאירו בחוץ. אחר כך הוציא תומר מהקופסה כדור נוסף.

מה ההסתברות שהכדור השני שהוציא תומר הוא אדום?

פתרון: אם תומר הוציא כדור שחור מהקופסה, הרי שנותרו בקופסה בסך הכול 15 כדורים, שבהם 8 כדורים אדומים.

ההסתברות שצבעו של הכדור השני שתומר יוציא מהקופסה יהיה אדום היא $\frac{8}{15}$ $\left(=\frac{8}{15}=\frac{\text{רצוי}}{\text{מצוי}}\right)$.

תשובה (1).

.4 **השאלה**: בקופסה 13 כדורים בצבעים שונים. הסיכוי להוציא מהקופסה כדור שחור שווה לסיכוי להוציא מהקופסה כדור לבן.

איזה מן המספרים הבאים יכול להיות מספר הכדורים הלבנים בקופסה?

פתרון: אם הסיכוי להוציא מהקופסה כדור שחור שווה לסיכוי להוציא מהקופסה כדור לבן, הרי שניתן להסיק כי מספר הכדורים השחורים שווה למספר הכדורים הלבנים.
מכיוון שנשאלנו מה יכול להיות מספר הכדורים הלבנים, נבדוק את התשובות המוצעות.

<u>תשובה (1)</u>: 6. אם ישנם בקופסה 6 כדורים לבנים, הרי שישנם בה גם 6 כדורים שחורים. יתכן כי ישנם בקופסה 6 כדורים לבנים, 6 כדורים שחורים וכדור נוסף בצבע אחר.

בכל מספר הגדול מ-6, מספר הכדורים לבנים+מספר הכדורים השחורים יתן מספר הגדול מ-13 כדורים.

תשובה (1).

.5 **השאלה**: נתון שק ובו כדורים לבנים ושחורים בלבד.

מספר הכדורים הכולל בשק הוא $4x-8$, ומספר הכדורים הלבנים בשק הוא $3x-6$ $(3<x)$.

מה ההסתברות להוציא מהשק כדור שחור?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי להוציא מהשק כדור שחור. לצורך כך נחלק את מספר הכדורים השחורים במספר הכדורים הכולל בשק. מספר הכדורים הכולל נתון: $(4x-8)$.

מספר הכדורים השחורים שווה למספר הכדורים הכולל פחות מספר הכדורים הלבנים:
$(4x-8)-(3x-6)=4x-8-3x+6=x-2$.

הסיכוי להוציא מהשק כדור שחור הוא: $\frac{x-2}{4x-8}=\frac{x-2}{4(x-2)}=\frac{1}{4}$.

תשובה (4).

---

6. **השאלה**: נועה זרקה 3 פעמים קובייה הוגנת שעל פאותיה רשומים המספרים 1-6.
לפני כל זריקה ניחשה נועה שהקובייה תיפול על הספרה 6.

מה ההסתברות שנועה צדקה בכל שלושת הניחושים?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שנועה צדקה בשלושת הניחושים. כלומר, מה הסיכוי שהתוצאה בכל אחת משלוש ההטלות הייתה 6. נבדוק את הסיכוי לקבל 6 בכל הטלה בנפרד, ואז נכפול את הסיכויים שקיבלנו.
לקובייה הוגנת יש 6 פאות שרק על אחת מהן רשומה הספרה 6. לפיכך, הסיכוי לקבל 6 בהטלת קובייה שכזו הוא: $\frac{1}{6}$. הסיכוי לקבל 6 בשלוש ההטלות הוא: $\frac{1}{216} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: נעמה זורקת קובייה הוגנת על פי הכלל הבא:

אם הקובייה נופלת על מספר זוגי היא זורקת את הקובייה פעם נוספת,
אך אם הקובייה נופלת על מספר אי-זוגי, היא <u>אינה</u> זורקת אותה שוב.

מה הסיכוי שנעמה תזרוק את הקובייה 4 פעמים בדיוק?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שנעמה תזרוק את הקובייה 4 פעמים בדיוק. בכדי שמצב זה יתקיים, נעמה צריכה לקבל תוצאה זוגית ב-3 ההטלות הראשונות (בכדי לא להפסיק לשחק לפני ההטלה הרביעית) ולקבל מספר אי-זוגי בהטלה הרביעית (בכדי להפסיק לאחר הטלה זו). הסיכוי לקבל מספר זוגי בהטלת קובייה הוא $\frac{1}{2}$. גם הסיכוי לקבל מספר אי-זוגי בהטלת קובייה הוא $\frac{1}{2}$. לפיכך הסיכוי לקבל מספרים זוגיים ב-3 ההטלות הראשונות ומספר אי-זוגי בהטלה הרביעית הוא: $\frac{1}{16} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$.

תשובה (1).

---

8. **השאלה**: אבי ובני מתחרים בקליעה למטרה. כל אחד מהם זורק חץ אחד לכיוון המטרה.

הסיכוי שאבי יקלע למטרה הוא $\frac{1}{2}$. הסיכוי ששניהם יקלעו למטרה הוא $\frac{1}{3}$.

מה הסיכוי שבני יקלע למטרה?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שבני יקלע למטרה, כאשר נתון הסיכוי שאבי יקלע והסיכוי ששניהם יקלעו. הסיכוי ששני דברים יקרו שווה למכפלת הסיכוי של כל אחד מהם לקרות. כלומר, הסיכוי שגם אבי וגם בני יקלעו שווה לסיכוי שאבי יקלע כפול הסיכוי שבני יקלע. נרשום זאת כמשוואה (נסמן את הסיכוי שבני יקלע ב-x): $\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot x$. נכפול את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x = \frac{2}{3}$.

תשובה (4).

---

9. **השאלה**: הסיכוי שנבחרת הכדורסל תנצח במשחק גדול פי 5 מהסיכוי שתפסיד.

בהנחה שמשחק יכול להסתיים אך ורק בניצחון או בהפסד, מה הסיכוי שהנבחרת תנצח במשחק?

פתרון: בשאלה זו נתון כי הסיכוי שהנבחרת תנצח במשחק גדול פי 5 מהסיכוי שתפסיד. נסמן את הסיכוי שתפסיד ב-x ואת הסיכוי שתנצח ב-$5x$. מכיוון שניצחון והפסד הן שתי האפשרויות היחידות, הרי שסכום הסיכויים שלהן שווה ל-1: $x + 5x = 1$ ⇦ $6x = 1$. נחלק ב-6 את שני האגפים, ונקבל: $x = \frac{1}{6}$.

הסיכוי שהנבחרת תפסיד הוא $\frac{1}{6}$ (x), והסיכוי שהיא תנצח הוא $\frac{5}{6}$ ($5x$).

תשובה (2).

---

10. **השאלה**: בשק יש x כדורים.
14 מהכדורים לבנים, והשאר שחורים.

הסיכוי להוציא באקראי מהשק כדור לבן הוא $\frac{2}{}$.

מהו x?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע כמה כדורים יש בשק (x), כאשר ידוע מספר הכדורים הלבנים, והסיכוי להוציא מהשק כדור לבן. הסיכוי להוציא כדור לבן שווה למספר הכדורים הלבנים חלקי מספר הכדורים הכולל: $\frac{2}{3} = \frac{14}{x}$.

נכפול את שני האגפים ב-$3x$ (כפל בהצלבה), ונקבל: $2x = 42$. נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x = 21$.

תשובה (1).

---

11. **השאלה**: על השולחן מונחים 5 קלפים. על 3 מהקלפים מצויר יהלום ועל 2 מהקלפים מצויר תלתן.

שלומי מרים קלף ושם אותו בכיסו. מנחם הופך קלף ומגלה כי הוא קלף מסוג יהלום.

מה הסיכוי שעל הקלף הנמצא בכיסו של שלומי מצויר תלתן?

פתרון: בשאלה נתונים 5 קלפים. על 3 מהם מצויר יהלום ועל 2 מצויר תלתן. עלינו לקבוע מה הסיכוי שעל הקלף של שלומי מצויר תלתן אם ידוע כי על הקלף של מנחם מצויר יהלום. הקלף של שלומי הוא אחד מ-4 קלפים שעל 2 מהם מצויר יהלום ועל ה-2 האחרים מצויר תלתן. אלו כל הקלפים מלבד הקלף של מנחם. לפיכך הסיכוי שעל הקלף של שלומי מצויר תלתן הוא: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

<u>שימו לב</u>: שלומי בחר את הקלף שלו לפני שמנחם בחר קלף. כך שכאשר שלומי בחר את הקלף שלו היו בערימה 5 קלפים ולא 4 (2 עם תלתן ו-3 עם יהלום), אך אנו צריכים לקבוע מה הסיכוי שעל הקלף של שלומי יהיה תלתן לאור המידע שעל הקלף של מנחם יש יהלום, **ולא** מה היה הסיכוי כששלומי בחר את הקלף ומנחם טרם בחר את הקלף שלו.

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: לענת 5 כובעים שונים. מדי יום ענת בוחרת באקראי כובע אחד.

מה ההסתברות שבמשך 5 ימים תבחר ענת באותו הכובע?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שבמשך 5 ימים תבחר ענת באותו כובע מתוך 5 הכובעים שברשותה. נחשב כל יום בנפרד ואז נכפול את הסיכויים שיתקבלו:
ביום הראשון בוחרת ענת כובע כלשהו מבין 5 כובעים. היא יכולה לבחור בכל אחד מהכובעים, שכן זהו היום הראשון (בימים הבאים תצטרך לבחור שוב באותו הכובע). לפיכך, הסיכוי שתבחר כובע כלשהו ביום הראשון הוא: $\frac{5}{5}=1$.

בכל אחד מהימים הבאים צריכה ענת לבחור את אותו הכובע בו בחרה ביום הראשון. כלומר, מתוך 5 הכובעים שלה היא צריכה לבחור כובע אחד מסוים, ולכן הסיכוי שתבחר בכובע בו בחרה ביום הראשון בכל אחד מהימים הבאים הוא: $\frac{1}{5}$.

נכפול את הסיכוי של כל אחד מחמשת הימים, ונקבל: $1\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}=\left(\frac{1}{5}\right)^4$.

תשובה (1).

---

13. **השאלה**: בקופסה 12 כדורים: 4 שחורים, 4 לבנים ו-4 ירוקים.
דני שולף 3 כדורים מן הקופסה בזה אחר זה, מבלי להחזירם לקופסה.

מה ההסתברות שדני שלף מן הקופסה 3 כדורים בצבעים שונים?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי להוציא 3 כדורים בצבעים שונים מתוך קופסה שבה 4 כדורים שחורים, 4 כדורים לבנים ו-4 כדורים ירוקים. נחשב את הסיכוי לכל כדור בנפרד, ואז נכפול את הסיכויים שקיבלנו:
<u>הראשון</u>: לפני שמוציאים את הכדור הראשון יש בקופסה 12 כדורים. מכיוון שאנו רוצים כדורים בצבעים שונים, כל אחד מהצבעים יכול לצאת בכדור הראשון. כלומר, מבין 12 הכדורים, כל ה-12 מתאימים, ולכן הסיכוי הוא: $\frac{12}{12}=1$.

<u>השני</u>: לפני שמוציאים את הכדור השני יש בקופסה 11 כדורים (12 פחות הכדור הראשון שיצא). מכיוון שאנו רוצים כדורים בצבעים שונים, הכדור השני צריך להיות בצבע שונה מצבע הכדור הראשון. מכל צבע היו בתחילה 4 כדורים, מהצבע של הכדור הראשון, נותרו רק 3 כדורים (כי אחד כבר יצא), לפיכך, עלינו לבחור מתוך 11 הכדורים שנותרו את אחד מ-8 הכדורים שצבעם שונה משל הכדור הראשון. ולכן הסיכוי הוא: $\frac{8}{11}$.

<u>השלישי</u>: לפני שמוציאים את הכדור השלישי יש בקופסה 10 כדורים (12 פחות הכדור הראשון והשני). מכיוון שאנו רוצים כדורים בצבעים שונים, הכדור השלישי צריך להיות בצבע שונה מצבע הכדור הראשון וגם מצבע הכדור השני. מכל צבע היו בתחילה 4 כדורים, מהצבע של הכדור הראשון, נותרו רק 3 כדורים (כי אחד כבר יצא), כך גם מצבע הכדור השני, לפיכך, עלינו לבחור מתוך 10 הכדורים שנותרו את אחד מ-4 הכדורים שצבעם שונה משל הכדור הראשון והשני. ולכן הסיכוי הוא: $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

נכפול את הסיכויים של כל כדור בנפרד, ונקבל את הסיכוי להוציא שלושה כדורים בצבעים שונים: $1\cdot\frac{8}{11}\cdot\frac{2}{5}=\frac{16}{55}$.

תשובה (2).

14. **השאלה**: לניב 10 קלפים מהם 4 מלכים. ליואב 30 קלפים מהם 8 מלכים.
ניב ויואב מערבבים את הקלפים שברשותם,
וניב שולף מהחבילה המאוחדת קלף אחד באקראי.

מה הסיכוי שהקלף שישלוף ניב יהיה מלך?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי לשלוף מלך מחבילת קלפים המורכבת מחבילתו של ניב וחבילתו של יואב גם יחד. נבדוק כמה קלפים יש בסך-הכל בחבילה המאוחדת וכמה מתוכם הם מלכים:
בחבילה של ניב היו 10 קלפים ובחבילה של יואב היו 30 קלפים. לפיכך בחבילה המאוחדת יהיו 40 קלפים $(10+30=)$.
בחבילה של ניב היו 4 מלכים ובחבילה של יואב היו 8 מלכים. לפיכך בחבילה המאוחדת יהיו 12 קלפים $(4+8=)$.
הסיכוי להוציא מלך מהחבילה המאוחדת שווה למספר המלכים חלקי מספר הקלפים הכולל: $\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$.

תשובה (1).

---

15. **השאלה**: בשק יש כדורים שחורים ולבנים בלבד.
ההסתברות להוציא באקראי כדור לבן גדולה פי 4 מההסתברות להוציא באקראי כדור שחור.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות מספר הכדורים הכולל בשק?

פתרון: על פי הנתון, אם הסיכוי להוצאה אקראית של כדור לבן גדולה פי 4 מהסיכוי להוצאה אקראית של כדור שחור, הרי שמספר הכדורים הלבנים גדול פי 4 ממספר הכדורים השחורים, ומכאן שאם נסמן את מספר הכדורים השחורים ב-x, הרי שמספר הכדורים הלבנים יהיה $4x$, וסך כול הכדורים (הלבנים והשחורים גם יחד) שווה ל-$5x$.
אם מספר הכדורים הכולל הוא $5x$, הרי שמספר הכדורים הוא בהכרח מספר המתחלק ב-5 ללא שארית.

תשובה (2).

---

16. **השאלה**: רונן: "בחרתי מספר תלת ספרתי, שספרת העשרות שלו היא 5".
חגי ניחש מהו המספר שבחר רונן. מה הסיכוי שחגי צדק?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי לנחש נכונה מספר תלת ספרתי, אם ידוע שספרת העשרות היא 5. בכדי לנחש נכונה יש לבחור את ספרת המאות ואת ספרת האחדות (את ספרת העשרות לא צריך לנחש, כי היא ידועה). נבדוק את הסיכוי לנחש נכונה כל אחת מהן, ואז נכפול את הסיכויים שקיבלנו:
ספרת האחדות יכולה להיות כל אחת מ-10 הספרות בין 0 ל-9. לפיכך הסיכוי לנחש נכונה את הספרה הספציפית שבחר רונן הוא: $\frac{1}{10}$.

ספרת המאות יכולה להיות כל אחת מ-9 הספרות בין 1 ל-9 (0 לא יכולה להיות ספרת מאות של מספר תלת-ספרתי, שכן במקרה שכזה הוא לא יהיה תלת-ספרתי). לפיכך הסיכוי לנחש נכונה את הספרה הספציפית שבחר רונן הוא: $\frac{1}{9}$.

הסיכוי לנחש נכונה גם את ספרת האחדות וגם את ספרת המאות שווה למכפלת הסיכויים לנחש כל ספרה בנפרד: ספרת האחדות יכולה להיות כל אחת מ-10 הספרות (בין 0 ל-9). לפיכך הסיכוי לנחש נכונה את המספר הספציפי שבחר רונן הוא: $\frac{1}{90} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{10}$.

תשובה (3).

---

17. **השאלה**: משה בוחר באקראי מספר בין 1 ל-26.
מה הסיכוי שמשה יבחר במספר המתחלק ב-4 ללא שארית?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שמשה יבחר באקראי מספר המתחלק ב-4 מבין המספרים 1-26.
בין 1 ל-26 יש בסך-הכול 26 מספרים. נבדוק כמה מהם מתחלקים ב-4: 4, 8, 12, 16, 20, 24 – 6 מספרים.
הסיכוי לבחור מספר המתחלק ב-4 מתוך כל המספרים האפשריים, שווה למספר המספרים המתחלקים ב-4 חלקי סך-כול המספרים: $\frac{3}{13} = \frac{6}{26}$.

תשובה (2).

---

18. **השאלה**: ארנב נמצא במשבצת מספר 5 כמתואר בסרטוט.
הארנב קופץ באופן אקראי לאחת מהמשבצות המתוארות בסרטוט.

מה ההפרש בין ההסתברות שהארנב יקפוץ למקום שמספרו זוגי לבין ההסתברות שהארנב יקפוץ למקום שמספרו אי-זוגי?

פתרון: הארנב נמצא במשבצת מספר 5. יש לו 8 משבצות אליהן הוא יכול לקפוץ. 4 שמספרן זוגי ו-4 שמספרו אי-זוגי. ההסתברות שהארנב יקפוץ למשבצת שמספרה זוגי שווה להסתברות שהוא יקפוץ למשבצת שמספרה אי-זוגי, ומכאן שההפרש בהסתברות שהארנב יקפוץ למקום שמספרו זוגי לבין ההסתברות שהארנב יקפוץ למקום שמספרו אי-זוגי היא 0.

תשובה (1).

19. השאלה: 5 כסאות מסודרים במעגל. יעל בוחרת כיסא באופן אקראי,
ואחר כך איתי בוחר כיסא באופן אקראי מתוך 4 הכיסאות הנותרים.

מה הסיכוי שיעל ואיתי ישבו זו לצד זה?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שיעל ואיתי ישבו זה לצד זה, כאשר יעל בוחרת באקראי כיסא מבין חמישה כיסאות המסודרים במעגל, ואחריה איתי בוחר באקראי כיסא מבין ארבעת הכיסאות הפנויים.
נחשב את הסיכוי של כל אחד בנפרד, ואז נכפול את הסיכויים שהתקבלו.
<u>יעל</u>: לפני שיעל בוחרת כיסא, כל 5 הכיסאות פנויים. מכיוון שהיא בוחרת ראשונה, אין הבדל בין כיסא זה לאחר. כלומר, הסיכוי שיעל תבחר כיסא שאיתי יוכל אחר כך לשבת לידו הוא: $1 = \frac{5}{5}$.

<u>איתי</u>: לפני שאיתי בוחר כיסא ישנם 4 כיסאות פנויים. שניים מהם ליד יעל (משני צדדיה) ושניים מהם אינם ליד יעל. הסיכוי שאיתי ישב ליד יעל הוא: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

נכפול את הסיכויים שקיבלנו בכדי לקבל את הסיכוי שיעל ואיתי ישבו זה לצד זה: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 1$.

תשובה (4).

---

20. השאלה: טלי זרקה שתי קוביות הוגנות – ירוקה וצהובה.

מה הסיכוי שהתוצאה שהתקבלה בקובייה הירוקה גדולה
מהתוצאה שהתקבלה בקובייה הצהובה?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה הסיכוי שהתוצאה שהתקבלה בקובייה הירוקה תהיה גדולה מהתוצאה שהתקבלה בקובייה הצהובה. מכיוון שאיננו יודעים איזו תוצאה בדיוק אנו צריכים בכל אחת מהקוביות, קשה יהיה לחשב את הסיכוי לכל קובייה בנפרד. לכן נבדוק אילו צמדי תוצאות יתאימו:
אם נקבל '1' בקובייה הצהובה, נוכל לקבל 2, 3, 4, 5 או 6 בקובייה הירוקה. בסך-הכל 5 צמדים.
אם נקבל '2' בקובייה הצהובה, נוכל לקבל 3, 4, 5 או 6 בקובייה הירוקה. בסך-הכל 4 צמדים.
אם נקבל '3' בקובייה הצהובה, נוכל לקבל 4, 5 או 6 בקובייה הירוקה. בסך-הכל 3 צמדים.
אם נקבל '4' בקובייה הצהובה, נוכל לקבל 5 או 6 בקובייה הירוקה. בסך-הכל 2 צמדים.
אם נקבל '5' בקובייה הצהובה, נוכל לקבל רק 6 בקובייה הירוקה. בסך-הכל צמד אחד.
אם נקבל '6' בקובייה הצהובה, לא נוכל לקבל תוצאה גדולה יותר בקובייה הירוקה.
כלומר, ישנם 15 צמדים $(5+4+3+2+1=)$ בהם התוצאה של הקובייה הירוקה תהיה גדולה מהתוצאה של הצהובה, מתוך 36 צמדים אפשריים בזריקת שתי קוביות. לכן הסיכוי הוא: $\frac{15}{36}$.

תשובה (4).

---

21. **השאלה**: בכד יש 3 קוביות. אחת הקוביות בכד אדומה ו-2 קוביות כחולות.
מוציאים באקראי קוביה מהכד מחזירים אותה ומוציאים קוביה נוספת.

מה הסיכוי שלפחות באחת ההוצאות נקבל קובייה אדומה?

פתרון: נשאלנו מה הסיכוי שנקבל בלפחות אחת מההוצאות קובייה אדומה.
יש כמה אפשרויות שנקבל את ה'תוצאה המבוקשת'.
מקרה א': יתכן שנקבל בהוצאה הראשונה קובייה אדומה ובהוצאה השנייה לקבל קובייה כחולה;
מקרה ב': יתכן שנקבל בהוצאה הראשונה קובייה כחולה ובהוצאה השנייה נקבל קובייה אדומה.
מקרה ג': יתכן שנקבל בשתי ההוצאות קוביות אדומות.
ההסתברות לקבל קובייה אדומה בלפחות אחת מההוצאות שווה להסתברות שיקרה מקרה א' **או** שיקרה מקרה ב' **או** שיקרה מקרה ג'. כלומר סכום ההסתברויות לקבל כל אחד מהמקרים.

ההסתברות לקבל בהוצאה הראשונה קובייה אדומה ובהוצאה השנייה לקבל קובייה כחולה שווה ל- $\frac{2}{9}$ $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\right)$.

ההסתברות לקבל בהוצאה הראשונה קובייה כחולה ובהוצאה השנייה לקבל קובייה אדומה שווה ל- $\frac{2}{9}$ $\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\right)$.

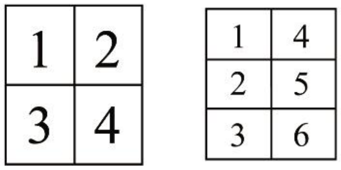
ההסתברות לקבל בשתי ההוצאות קובייה אדומה שווה ל- $\frac{1}{9}$ $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\right)$.

ההסתברות לקבל באחת ההוצאות קובייה אדומה שווה לסכום ההסתברויות של כל המקרים שחישבנו, כלומר ל- $\frac{5}{9}$ $\left(\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\right)$.

תשובה (2).

שימו לב: דרך אחרת למצוא את התשובה היא למצוא את ה'מאורע המשלים'.
ההסתברות שנקבל לפחות באחת מההוצאות קובייה האדומה שווה ל-1 פחות ההסתברות שלא נקבל באף אחת מההוצאות קובייה אדומה.
ההסתברות שלא נקבל באף אחת מההוצאות קובייה אדומה שווה להסתברות לקבל שתי קוביות כחולות, כלומר ל- $\frac{4}{9}$ $\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\right)$, בכל מצב אחר מקבלים לפחות קובייה אדומה אחת, ולכן
ההסתברות לקבל קובייה אדומה אחת לפחות שווה ל- $\frac{5}{9}$ $\left(1-\frac{4}{9}=\right)$.

.22 **השאלה**: לנוי יש שני קלפים המחולקים לריבועים.
הקלף האחד מחולק ל-4 ריבועים הממוספרים 1-4 והקלף
השני מחולק ל-6 ריבועים הממוספרים 1-6 (ראו סרטוט).



אם נוי בוחרת **באקראי** קלף ועל גבו בוחרים ריבוע, מה ההסתברות
שתבחר בריבוע שמספרו 4?

פתרון: נשאלנו מה הסיכוי שנוי תבחר באקראי בריבוע שמספרו 4.
יש כמה אפשרויות לקבלת ה'תוצאה המבוקשת'.
<u>אפשרות א'</u>: נוי בוחרת בקלף הימני ומתוכו בוחרת את הספרה 4. ההסתברות שנוי תבחר באקראי את
הקלף הימני היא $\frac{1}{2}$ וההסתברות שתבחר באקראי בריבוע שמספרו 4 היא $\frac{1}{6}$. מכיוון שנוי צריכה גם לבחור
בקלף הימני <u>**וגם**</u> בספרה 4 על גבו, ההסתברות לאפשרות זו היא $\frac{1}{12}$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\right)$.
<u>אפשרות ב'</u>: נוי בוחרת בקלף השמאלי ומתוכו בוחרת את הספרה 4. ההסתברות שנוי תבחר באקראי את
הקלף השמאלי היא $\frac{1}{2}$ וההסתברות שתבחר באקראי בריבוע שמספרו 4 היא $\frac{1}{4}$. מכיוון שנוי צריכה גם
לבחור בקלף השמאלי <u>**וגם**</u> בספרה 4 על גבו, ההסתברות לאפשרות זו היא $\frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\right)$.

ההסתברות שנוי תבחר בספרה 4 שווה להסתברות שתקרה אפשרות א' או אפשרות ב', כלומר לסכום
ההסתברויות לקבלת כל אחד מהמקרים המתוארים, כלומר שווה ל- $\frac{5}{24}$ $\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{8}=\right)$

תשובה (2).

.23 **השאלה**: דפנה וגילה בוחרות באקראי מספר בין 1 ל-10 (כולל 1 ו-10).
מה ההסתברות שהמספר שתבחר גילה יהיה גדול לפחות ב-7 מהמספר
שבחרה דפנה?

פתרון: על מנת למצוא מה ההסתברות שהמספר שתבחר דפנה יהיה גדול לפחות ב-7 מהמספר שבחרה גילה,
עלינו ראשית למצוא מה מספר האפשרויות הכולל שיש לדפנה וגילה לבחירת צמד מספרים.
מכיוון שלכל אחת מהן 10 אפשרויות שונות לבחירת מספר, הרי שמספר האפשרויות הכולל לבחירת צמד
מספרים הוא 100 $(10\cdot 10=)$.
כעת נמצא מה מספר האפשרויות ה'רצויות'. כלומר מה מספר המקרים שבהן גילה תקבל מספר הגדול
לפחות ב- 7 מהממספר שקיבלה דפנה.
אם דפנה בוחרת את הספרה "1", הרי שעל גילה לבחור את המספרים 8, 9 או 10. 3 אפשרויות רצויות.
אם דפנה בוחרת את הספרה "2", הרי שעל גילה לבחור את המספרים 9 או 10. 2 אפשרויות רצויות.
אם דפנה בוחרת את הספרה "3", הרי שרק אם גילה תבחר את המספר 10 נקבל את המצב המבוקש.
אפשרות 1 נוספת.
סך הכול קיבלנו כי קיימות 6 אפשרויות רצויות מתוך סך הכול 100 אפשרויות, כלומר ההסתברות שהמספר
שתבחר גילה יהיה גדול לפחות ב-7 מהמספר שבחרה דפנה שווה ל- $\frac{3}{50}$ $\left(\frac{6}{100}=\right)$.

תשובה (2).

---

24. **השאלה**: דניאל מטילה מטבע **לא** הוגן.

ההסתברות שהמטבע של דניאל יפול על "עץ" היא $\frac{2}{5}$ מההסתברות שהמטבע יפול על "פלי".

מה ההסתברות שהמטבע יפול על "עץ"?

פתרון: בהטלת מטבע יש שתי אפשרויות: לקבל "עץ" או לקבל "פלי". כלומר ההסתברות לקבל "עץ" ועוד ההסתברות לקבל "פלי" שוות יחדיו ל-1.

נתון כי ההסתברות שהמטבע של דניאל יפול על "עץ" היא $\frac{2}{5}$ מההסתברות שהמטבע יפול על "פלי". כלומר

אם נסמן את ההסתברות לקבל "פלי" ב-x, הרי שההסתברות לקבל "עץ" שווה ל- $\frac{2}{5}x$.

כעת ניתן לבנות משוואה לפיה $x + \frac{2}{5}x = 1$. נכפול ב-5 את שני האגפים, ונקבל: $5x + 2x = 5$ ⇦ $7x = 5$,

ומכאן ש: $x = \frac{5}{7}$.

מצאנו כי ההסתברות לקבל "פלי" שווה ל- $\frac{5}{7}$, ומכאן שההסתברות לקבל "עץ" שווה ל- $\frac{2}{7}$ $\left(= 1 - \frac{5}{7}\right)$.

תשובה (2).

שימו לב: דרך נוספת לפיתרון השאלה היא לומר כי אם ההסתברות ל"עץ" היא $\frac{2}{5}$ מההסתברות שהמטבע ל"פלי", הרי שהיחס בין "עץ" ל"פלי" הוא 2:5. מכאן שההסתברות ל"עץ" שווה ל- $\frac{2}{7}$.