מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(4)	(4)	(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	(1)	(3)	(3)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(3)	(3)	(1)	(4)	(2)	(3)	(3)	(1)	(3)

שאלה	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
תשובה	(1)	(2)	(1)	(4)	(4)	(1)	(4)	(1)	(4)	(1)

שאלה	31	32	33	34	35	36	37	38	39
תשובה	(3)	(4)	(4)	(2)	(2)	(3)	(2)	(3)	(2)

הסברים

1. **השאלה**: ממוצע הגבהים של תלמידי כיתה ד׳2 הוא 120 ס״מ. הילד הגבוה ביותר בכיתה גבוה ב-30 ס״מ מהילד הנמוך ביותר בכיתה.

מה גובהו של הילד הגבוה ביותר בכיתה (בס״מ)?

פתרון: בשאלה זו נתון כי ממוצע הגבהים של ילדי הכיתה הוא 120 ס״מ, כי הפרש הגבהים בין הילד הנמוך לילד הגבוה ביותר בכיתה (30 ס״מ), ונתבקשנו למצוא את גובהו של הילד הגבוה ביותר בכיתה.
מכיוון שאין כל מידע לגבי מספר הילדים בכיתה, יש הרבה אפשרויות לגובהו של הילד הגבוה ביותר, אולם בשאלה זו אין לנו מספיק מידע על מנת לחשבו.

נדגים: יתכן כי בכיתה 2 ילדים שגובהם 105 ו-135 ס״מ. במצב זה סכום הגבהים הוא 240 ס״מ וממוצע הגבהים הוא 120 ס״מ, ובהתאם לנתוני השאלה הפרש הגבהים בין הילד הגבוה לנמוך ביותר הוא 30 ס״מ, מאידך יתכן כי בכיתה 3 ילדים שגובהם: 110, 110 ו-140 ס״מ. במצב זה סכום הגבהים הוא 360 ס״מ וממוצע הגבהים 120 ס״מ $\left(=\frac{360}{3}\right)$, ושוב הפרש הגבהים בין הילד הגבוה לנמוך ביותר הוא 30 ס״מ. מכיוון שהראינו שתי אפשרויות אשר באחת מהן גובה הילד הגבוה בכיתה 135 ס״מ ובשנייה 140 ס״מ, הוכחנו כי אין אפשרות לחשב על פי הנתונים את גובהו של הילד הגבוה ביותר בכיתה.

תשובה (4).

2. **השאלה**: בשנת 1995 ירדו בממוצע 150 מ״מ לחודש.
אם בששת החודשים הראשונים ינואר-יוני ירדו בממוצע 200 מ״מ לחודש, כמה מ״מ גשם **לכל היותר** ירדו בחודש דצמבר באותה שנה?

פתרון: על פי נתוני השאלה בשנת 1995 ירדו בממוצע 150 מ״מ לחודש.
מכיוון ש: מספר האיברים × ממוצע = הסכום, ניתן לחשוב ולמצוא כי בסך הכול ירדו בשנת 1995 1,800 מ״מ גשם $(= 12 \cdot 150)$.

בששת החודשים הראשונים ינואר-יוני ירדו בממוצע 200 מ״מ לחודש, ומכאן שבששת החודשים הראשונים ירדו 1,200 מ״מ גשם $(= 6 \cdot 200)$.

מכיוון שבסך הכול ירדו במהלך השנה 1,800 מ״מ גשם ובמהלך 6 החודשים הראשונים ירדו 1,200 מ״מ גשם, הרי שניתן להסיק כי בסך הכול ירדו בחודשים יולי עד דצמבר 600 מ״מ גשם $(= 1{,}800 - 1{,}200)$.

באופן תיאורטי יתכן כי כל הכמות אשר ירדה בחודשים יולי עד דצמבר תרד במהלך חודש דצמבר וכל שאר החודשים ישארו שחונים (כלומר, לא ירד בהם גשם כלל).

תשובה (4).

---

3. **השאלה**: נתון: a הוא הממוצע של x ו-y.
b הוא הממוצע של z ו-w.
c הוא **הסכום** של y,x , z ו-w.

הממוצע של a ו-b שווה בהכרח ל-

פתרון: נשאלנו לגבי הממוצע של a ו-b, כלומר למה שווה הביטוי $\frac{a+b}{2}$ וכל והתשובות הן בערכים של c. נתון כי a הוא הממוצע של x ו-y, כלומר $a = \frac{x+y}{2}$.
b הוא הממוצע של z ו-w, כלומר $b = \frac{z+w}{2}$.

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\frac{x+y}{2} + \frac{z+w}{2}}{2} = \frac{\frac{x+y+z+w}{2}}{\frac{2}{1}} = \frac{x+y+z+w}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{x+y+z+w}{4}$$

c הוא **הסכום** של y,x , z ו-w, כלומר: $x + y + z + w = c$, ומכאן שניתן לתרגם את הביטוי שקיבלנו ל- $\frac{c}{4}$.

תשובה (3).

---

4. **השאלה**: לגבי שלושה ילדים בגילאים שונים: משה, נחום ואלי נתון כי משה הוא המבוגר משלושתם, וכי אלי הצעיר משלושתם.

איזה מבין הביטויים הבאים הוא <u>הגדול</u> ביותר בערכו?

פתרון: נתון כי גילאי שלושת הילדים: משה, נחום ואלי, שונים זה מזה. משה הוא המבוגר, אלי הוא הצעיר ומכאן שנחום הוא הבינוני. נתבקשנו למצוא את הביטוי הגדול ביותר מבין התשובות המוצעות. 3 מהתשובות (תשובות (1), (2) ו-(4)) מתייחסות לממוצע גילאים של 2 מהילדים. נראה שבאופן אינטואיטיבי להגדרת המונח הממוצע, הממוצע הגדול ביותר יהיה של זוג הילדים אשר סכום גילאיהם הוא הגדול ביותר. ברור כי זוג הילדים המבוגר ביותר, כלומר משה ונחום יהיה בעל הממוצע הגדול ביותר מבין 3 הזוגות. תשובה (4).
כעת נשווה בין תשובה (3), אשר מתייחסת לממוצע גילאי 3 הילדים, לתשובה (4), אשר מתייחסת לממוצע גילאי משה ונחום. בתשובה (4) מדובר על ממוצע שני ילדים: משה ונחום. אם מוסיפים ל'קבוצה' זו את אלי, הממוצע בהכרח ירד, ולכן הביטוי שבתשובה (3) בהכרח קטן מהביטוי שבתשובה (4).

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: במועדון "הספר" יש 3 חברים, הקוראים בממוצע 11 ספרים בחודש. אם תצטרף למועדון חברה חדשה, הקוראת 7 ספרים בחודש, כמה ספרים בחודש יקראו, בממוצע, חברי המועדון?

פתרון: נתבקשנו למצוא את מספר הספרים הממוצע אשר קוראים חברי מועדון 'הספר' לאחר הצטרפותה של חברה חדשה. במועדון הספר היו 3 חברים, הקוראים בממוצע 11 ספרים בחודש.
הסכום = הממוצע · מספר האיברים, ומכאן שמספר הספרים אשר קוראים 3 החברים בחודש הוא 33 $(= 11 \cdot 3)$. מכיוון שהחברה החדשה קוראת 7 ספרים בחודש, הרי שסכום הספרים אשר יקראו 4 חברי המועדון (3 החברים המקוריים + החברה שהצטרפה) לאחר הצטרפותה הוא 40 $(= 33 + 7)$.
ממוצע = $\frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$, ומכאן שהממוצע לאחר הצטרפות החברה החדשה הוא 10 $\left(= \frac{40}{4}\right)$.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: על מדף עומדים שלושה ספרי מתח ושני ספרי שירה. בכל ספר מתח יש בממוצע 60 עמודים, ובכל ספר שירה יש בממוצע 110 עמודים.

מהו מספר העמודים הממוצע של הספרים שעל המדף?

פתרון: על המדף 3 ספרי מתח שאורכם הממוצע 60 עמודים ו-2 ספרי שירה שאורכם הממוצע 110 עמודים. על מנת לחשב את ממוצע העמודים הכולל של הספרים שעל המדף עלינו למצוא את סכום העמודים של כל הספרים שעל המדף ולחלק במספר הספרים.
סכום העמודים הכולל של ספרי המתח הוא 180 $(= 60 \cdot 3 =$ הסכום = הממוצע · מספר האיברים$)$. סכום העמודים הכולל של ספרי השירה הוא 220 $(= 110 \cdot 2 =$ הסכום = הממוצע · מספר האיברים$)$. מספר העמודים הממוצע של הספרים על המדף הוא 80 $\left(= \frac{400}{5} = \frac{180 + 220}{5} = \text{ממוצע}\right)$.

תשובה (2).

---

7. **השאלה**: סכומם של ארבעה מספרים הוא 80. מה הממוצע של ארבעת המספרים?

פתרון: סכומם של ארבעה מספרים הוא 80. ממוצע המספרים הוא 20

$$\left(\text{הממוצע} = \frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \frac{80}{4} = \right)$$

תשובה (3).

---

8. **השאלה**: הממוצע של x, 2x ו-9x שווה ל-48.

מהו x?

פתרון: הממוצע של x, 2x ו-9x, שלושה איברים, שווה ל-48.
מכיוון שנתבקשנו למצוא את ערכו של x, נחלץ את x מתוך נוסחת הממוצע, אשר לפיה:

$$\frac{x + 2x + 9x}{3} = 48$$

נכפול את שני האגפים ב-3, ונקבל: $12x = 3 \cdot 48$.

נחלק את שני האגפים ב-12, ונקבל כי x שווה ל-12 $\left(x = \frac{3 \cdot \cancel{48}^4}{{}_1\cancel{12}} = 3 \cdot 4 \right)$.

תשובה (1).

---

9. **השאלה**: סכום משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי גדול פי 4 ממשכורתו של דורון.
פי כמה גדול ממוצע משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי ממשכורתו של דורון?

פתרון: נסמן את משכורתו של דורון ב-x.
נתון כי סכום משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי גדול פי 4 ממשכורתו של דורון, כלומר סכום משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי הוא 4x.
ממוצע משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי שווה לסכום משכורותיהם (4x) לחלק למספר האיברים, כלומר ל-3, ומכאן שממוצע משכורותיהם שווה ל- $\frac{4}{3}x$ $\left(= \frac{4x}{3} \right)$.

ממוצע משכורותיהם של אבי, ברכה וגדי גדול פי $\frac{4}{3}$ ממשכורתו של דורון.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: ממוצע מספר הגולות של עידו ויניב שווה לפעמים מספר הגולות של עידו.
מה היחס בין מספר הגולות של עידו למספר הגולות של יניב?

פתרון: נתון כי ממוצע מספר הגולות של עידו ויניב שווה לפעמיים מספר הגולות של עידו, ואנו מתבקשים למצוא את היחס בין מספר הגולות של עידו למספר הגולות של יניב.
נסמן את מספר הגולות של עידו ב-x ונבנה שלב אחר שלב את המשוואה המתוארת בשאלה.
ממוצע מספר הגולות של עידו ויניב הוא $\frac{x+\text{יניב}}{2}$. פעמיים מספר הגולות של עידו הם: 2x.
על פי הנתונים שני הביטויים שווים, ולכן: $2x = \frac{x+\text{יניב}}{2}$.
נפשט את המשוואה על ידי הכפלת שני האגפים ב-2: $4x = x + \text{יניב}$.
נחסר x משני האגפים: $3x = \text{יניב}$.
מספר הגולות שברשות יניב הוא 3x, מספר הגולות שברשות עידו הוא x, ולכן היחס בין מספר הגולות של עידו למספר הגולות של יניב הוא 1:3.

תשובה (3).

---

11. **השאלה**: הממוצע של x, y ו-13 הוא 15.

מהו הממוצע של x ו-y?

פתרון: הממוצע של x, y ו-13 הוא 15. כלומר: $15 = \frac{x+y+13}{3}$.
נתבקשנו למצוא את הממוצע של x ו-y, כלומר עלינו לחלץ מתוך המשוואה את x ו-y.
נכפול את שני אגפי המשוואה ב-3, ונקבל: $x + y + 13 = 45$
נחסר 13 משני האגפים, ונקבל: $x + y = 32$.

הממוצע של x ו-y הוא 16 $\left(= \frac{32}{2} = \frac{x+y}{2}\right)$.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: נתונים שלושה מספרים: x, y ו-z.

מה מהבאים מתחייב?

פתרון: נתונים שלושה מספרים x, y ו-z.
מכיוון ששואלים אותנו מה מתחייב ניגש לתשובות על מנת לבדוק מי מהן נכונה בוודאות.

<u>תשובה (1)</u>: הממוצע של 3z, 3y ו-3x שווה לממוצע של x, y ו-z.

הביטוי המתאר את הממוצע של 3z, 3y ו-3x הוא $\left(\frac{3z+3y+3x}{3}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\cdot(x+y+z)}{\cancel{3}_{1}}=\right)x+y+z$

הביטוי המתאר את הממוצע של x, y ו-z הוא $\frac{x+y+z}{3}$. הטענה בתשובה (1) אינה נכונה.

<u>תשובה (2)</u>: הממוצע של 3z, 3y ו-3x שווה לממוצע של z, 3y ו-6x.

הביטוי המתאר את הממוצע של 3z, 3y ו-3x הוא $\left(\frac{3z+3y+3x}{3}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\cdot(x+y+z)}{\cancel{3}_{1}}=\right)x+y+z$

הביטוי המתאר את הממוצע של z, 3y ו-6x הוא $\left(\frac{z+3y+6x}{3}=\right)\frac{z}{3}+y+2x$. הטענה בתשובה (2) אינה נכונה.

<u>תשובה (3)</u>: הממוצע של 3z, 3y ו-3x שווה לשלוש פעמים הממוצע של z, y ו-x.

הביטוי המתאר את הממוצע של 3z, 3y ו-3x הוא $\left(\frac{3z+3y+3x}{3}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\cdot(x+y+z)}{\cancel{3}_{1}}=\right)x+y+z$

הביטוי המתאר את הממוצע של x, y ו-z הוא $\frac{x+y+z}{3}$.

שלוש פעמים ביטוי זה שווה ל- $x+y+z$ $\left({}^{1}\cancel{3}\cdot\frac{x+y+z}{\cancel{3}_{1}}=\right)$, ומכאן שהטענה בתשובה (3) נכונה.

תשובה (3).

13. **השאלה** : נתונים 5 מספרים שהממוצע שלהם הוא 10. ידוע כי לפחות אחד מהמספרים **אינו** שווה ל-10.

כמה מהמספרים **לכל היותר** שווים ל-10?

פתרון : נתונים 5 מספרים שהממוצע שלהם הוא 10, וידוע כי לפחות אחד המספרים **אינו** שווה ל-10**.**
נתבקשנו למצוא כמה מספרים **לכל היותר** שווים ל-10.
לא יתכן כי ישנו מספר אחד בלבד שאינו שווה לממוצע. ובמילים אחרות, על כל מספר שאינו שווה לממוצע צריך להיות מספר נוסף שלמעשה מקזז את המספר הנתון. לפיכך ישנם לפחות 2 מספרים שאינם שווים לממוצע או לכל היותר 3 השווים לו.

ניתן לפתור את השאלה גם על ידי בדיקת תשובות, ולאור השאלה המבקשת את המספר המקסימלי של מספרים השווים לממוצע, הרי שיש בבדיקה שכזו להתחיל מהמספר הגדול ביותר שבתשובות.

תשובה (4) : 4. אם 4 מהמספרים יהיו שווים ל-10, יהיה סכום אותם 4 מספרים שווה ל-40 $(= 4 \cdot 10)$, אולם במצב זה בהכרח יהיה גם המספר החמישי שווה ל-10 $(= 10 - 50)$.
על פי הנתונים לפחות אחד מהמספרים אינו שווה ל-10, ולפיכך לא יתכן כי 4 מספרים יהיו שווים ל-10.

תשובה (3) : 3. אם 3 מהמספרים יהיו שווים ל-10, יהיה סכום אותם 3 מספרים שווה ל-30 $(= 3 \cdot 10)$. וסכום שני המספרים הנותרים יהיה 20 $(= 30 - 50)$. יתכן כי שני המספרים הנותרים יהיו שונים מ-10, זו התשובה הנכונה.

תשובה (3).

---

14. **השאלה:** מה הממוצע של 71, 72, 74 ו-79?

פתרון: את הממוצע של 71, 72, 74 ו-79 ניתן למצוא בעזרת חישוב פשוט של נוסחת הממוצע.

$$\left(\text{הממוצע} = \frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \frac{71+72+74+79}{4} = \right)$$

קיבלנו : $\frac{296}{4} \leftarrow \frac{280+16}{4} \leftarrow \frac{280}{4} + \frac{16}{4} \leftarrow 70+4 \leftarrow 74$

מצאנו כי ממוצע המספרים הוא 74.

תשובה (1).

---

15. **השאלה:** בגינתו של אורן גדלים 4 עצים. על כל עץ יש בממוצע 32 תפוחים.

מה מהבאים **לא יכול** להיות מספר התפוחים על אחד מהעצים בגינתו של אורן?

פתרון: על כל אחד מ-4 עציו של אורן גדלים 32 תפוחים.
סך כל מספר התפוחים על העצים של אורן הוא 128 $(= 32 \cdot 4 = \text{מספר האיברים} \cdot \text{הממוצע} = \text{הסכום})$.
לא יתכן שמספר התפוחים שעל עץ מסוים גדול מסכום התפוחים הכולל, ולכן התשובה הנכונה היא (4).

תשובה (4).

---

16. השאלה: הממוצע של שני מספרים חיוביים x ו-y שווה ל-3x.

הממוצע של x ו-y שווה גם ל-

פתרון: הממוצע של שני מספרים חיוביים x ו-y שווה ל-3x, כלומר $\frac{x+y}{2} = 3x$, ומכאן ש:

$x + y = 6x$ נחסר x משני האגפים, ונקבל $y = 5x$. מכיוון שנתבקשנו למצוא את הממוצע של x ו-y

בערכים של y, הרי שעלינו 'להיפטר' מ-x. נחלץ את x מהמשוואה., ונקבל: $x = \frac{y}{5}$.

כעת נמצא את הממוצע של x ו-y ב'מונחים' של y:

$$\frac{x+y}{2} = \frac{\frac{y}{5}+y}{2} = \frac{\frac{y+5y}{5}}{2} = \frac{\frac{6y}{5}}{\frac{2}{1}} \frac{6y}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3y}{5}.$$

תשובה (2).

---

17. השאלה: עומר חילק אגוזים לשקים. בכל שק יש בממוצע 35 אגוזים.

אם ידוע שבאחד השקים הניח עומר 5 אגוזים בלבד, איזו מהטענות הבאות נכונה בוודאות?

פתרון: על פי הנתון מספר האגוזים הממוצע בשקים של עומר הוא 35.
נתון כי באחד השקים עומר הניח 5 אגוזים בלבד. מה אנו יכולים להסיק מנתון זה?
מכיוון שנתון כי באחד השקים שם עומר מספר אגוזים הקטן מהממוצע בהכרח ישנו שק שבו מספר אגוזים הגדול מהממוצע. נסביר. אם באחד השקים עומר הניח 5 אגוזים ולא יהיה שק שבו מספר האגוזים גדול מ-35, יהיה הממוצע בהכרח מספר הקטן מ-35 או ליתר דיוק ינוע בין 5 ל-35. מכיוון שנתון שממוצע האגוזים בשק הוא 35, אם נתון כי באחד השקים 5 אגוזים אנו חייבים להסיק כי לפחות באחד השקים מספר אגוזים הגדול מ-35.

תשובה (3).

---

18. השאלה: אם ממוצע של 4 מספרים שלמים, חיוביים ושונים זה מזה קטן או שווה ל-15,
מה יכול להיות ערכו המקסימלי של המספר הגדול ביניהם?

פתרון: על מנת לקבל את ערכו המקסימלי של המספר הגדול מבין 4 המספרים נניח ראשית כי ממוצע 4 המספרים הוא הגדול ביותר האפשרי, כלומר 15. במקרה כזה סכומם של 4 המספרים הוא 60 $(= 4 \cdot 15)$.

נתון כי כל המספרים שלמים, חיוביים ושונים זה מזה. על מנת למצוא מהו ערכו המקסימלי של המספר הגדול נניח כי 3 המספרים האחרים הם המספרים החיוביים הקטנים ביותר האפשריים, כלומר: 1, 2 ו-3.
במצב זה סכומם של 3 המספרים הוא 6 $(= 1+2+3)$, ומכאן שהמספר הגדול ביותר שווה ל-54 $(= 60-6)$.

תשובה (3).

.19 **השאלה**: בארגז יש 50 תפוזים, שמשקלם הממוצע הוא x גרם.
כאשר קולפים תפוז הוא מאבד 20 גרם ממשקלו.

מה יהיה משקלם הממוצע של התפוזים בארגז (בגרם), לאחר שמחצית מהתפוזים יקולפו?

פתרון: בארגז 50 תפוזים שמשקלם הממוצע הוא x גרם. קלפו מחצית מן התפוזים כלומר 25 $\left(= \frac{1}{2} \cdot 50\right)$.

משקל תפוז לפני שקלפו אותו הוא x גרם. נתון כי כאשר קולפים תפוז הוא מאבד 20 גרם ממשקלו, כלומר כעת יש בשק 25 תפוזים שמשקלם x גרם ו-25 תפוזים קלופים שמשקלם $(x-20)$ גרם. נחשב את משקלם הממוצע של התפוזים בשק בעזרת נוסחת הממוצע:

$$\text{הממוצע} = \frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \frac{25 \cdot x + 25 \cdot (x-20)}{50} = \frac{25x + 25x - 25 \cdot 20}{50} =$$

$$\frac{50x - 500}{50} = \frac{50x}{50} - \frac{500}{50} = x - 10$$

משקלם הממוצע של התפוזים בשק הוא $x - 10$.

תשובה (1).

.20 **השאלה**: בחצר ישנם 2 כלבים לבנים, 2 חתולים שחורים וחתול אחד לבן.

גילם הממוצע של החתולים שבחצר הוא 10 שנים. גילן הממוצע של החיות הלבנות שבחצר הוא 7 שנים. אם גילו של החתול הלבן הוא 6 שנים, מה גילן הממוצע של כל החיות בחצר?

פתרון: נתון כי גילם הממוצע של החתולים הוא 10 שנים. מכיוון שישנם 3 חתולים (2 שחורים ואחד לבן) ניתן להסיק שסכום גילאיהם הוא 30 $(= 3 \cdot 10)$. גילו של החתול הלבן הוא 6 שנים, ומכאן שסכום גילם של החתולים השחורים הוא 24 $(= 30 - 6)$.

נתון כי גילן הממוצע של החיות הלבנות הוא 7 שנים. מכיוון שישנן 3 חיות לבנות (2 כלבים וחתול אחד) ניתן להסיק שסכום גילאיהם הוא 21 $(= 3 \cdot 7)$.

סכום גילאי 2 החתולים השחורים 24, סכום גילאי 3 החיות הלבנות (2 הכלבים והחתול) הוא 21, ובסך הכול סכום גילאי כל החיות בחצר הוא 45 $(= 24 + 21)$.

גילן הממוצע של החיות בחצר הוא 9 $\left(= \frac{45}{5} = \frac{\text{סכום כל האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \text{הממוצע}\right)$.

תשובה (3).

---

21. השאלה: נתון: $\frac{a+b+c}{3} = 25$

מה הממוצע של a ו-b?

פתרון: נתבקשנו למצוא מה הממוצע של a ו-b, כלומר מה ערכו של הביטוי $\frac{a+b}{2}$.

נחלץ נתון זה מתוך המשוואה הנתונה: $\frac{a+b+c}{3} = 25$.

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $a + b + c = 75$.

נחסר c משני האגפים, ונקבל: $a + b = 75 - c$.

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $\frac{a+b}{2} = \frac{75-c}{2}$

תשובה (1).

---

22. השאלה: X הוא הממוצע החשבוני של a, b ו-c.

נתון: $a < X < c$.

פתרון: נתון כי X הוא הממוצע החשבוני של a, b ו-c, כלומר: $X = \frac{a+b+c}{3}$ וכן כי X קטן מ-c וגדול מ-a. נבדוק את האפשרויות המוצעות על ידי התשובות על ידי הצבת דוגמה מספרית המקיימת את הנתונים: $a = 1$; $b = 5$; $c = 6$. מכיוון שסכום שלושת המספרים הוא 12 $(1+5+6=)$, הרי שממוצע שלושת המספרים- X שווה ל-4 $\left(=\frac{12}{3}\right)$, מספר הקטן מ-6 (c) וגדול מ-1 (a).

<u>תשובה (1)</u>: הממוצע של a ו-c שווה ל-b. מכיוון שהממוצע של 1 ו-6 הוא 3.5 $\left(=\frac{1+6}{2}\right)$, מספר השונה מ-X, ניתן לפסול תשובה זו.

<u>תשובה (2)</u>: הממוצע של a ו-b קטן מ-c. מכיוון שהממוצע של 1 ו-5 הוא 3 $\left(=\frac{1+5}{2}\right)$, מספר הקטן מ-X, השווה ל-4, לא ניתן לפסול תשובה זו בשלב זה.

<u>תשובה (3)</u>: הממוצע של a ו-c קטן מ-b. מכיוון שהממוצע של 1 ו-6 הוא 3.5 $\left(=\frac{1+6}{2}\right)$, מספר הקטן מ-b, השווה ל-5, לא ניתן לפסול תשובה זו בשלב זה.

<u>תשובה (4)</u>: הממוצע של b ו-c קטן מ-a. מכיוון שהממוצע של 5 ו-6 הוא 5.5 $\left(=\frac{5+6}{2}\right)$, מספר הגדול מ-a, השווה ל-1, ניתן לפסול תשובה זו.

נותרנו עם שתי תשובות, ולכן עלינו להציב דוגמה מספרית נוספת על מנת להכריע מי מהן היא התשובה הנכונה. דוגמה מספרית נוספת המקיימת את הנתונים: $a = 1$; $b = 3$; $c = 5$. מכיוון שסכום שלושת המספרים הוא 9 $(1+3+5=)$, הרי שממוצע שלושת המספרים- X שווה ל-3 $\left(=\frac{9}{3}\right)$, מספר הקטן מ-5 (c) וגדול מ-1 (a).

על פי תשובה (3) הממוצע של a ו-c קטן מ-b, אולם על סמך הדוגמה שהצבנו, הממוצע של a ו-c שווה ל-3 $\left(=\frac{1+5}{2}\right)$, ומכאן שניתן לפסול את תשובה (3).

תשובה (2).

.23 **השאלה**: ניר מסיים לקרוא 3 ספרים שאורך כל אחד מהם 300 עמודים, ב-20 ימים.
אם לקריאת כל עמוד נדרשת לניר בדיוק דקה אחת, כמה דקות בממוצע הוא קורא בכל יום?

פתרון: אם ניר קורא 3 ספרים שאורך כל אחד מהם 300 עמודים, הרי שסכום העמודים הכולל אותו קורא ניר ב-20 ימים הוא 900 עמודים $\left(= 3\cdot 300\right)$.

מכיוון שניר קורא 900 עמודים ב-20 ימים, הרי שניתן לקבוע כי ניר קורא בממוצע 45 עמודים ביום $\left(=\frac{900}{20}\right)$. אם לקריאת כל עמוד נדרשת לניר בדיוק דקה אחת, הרי שבממוצע ניר קורא בכל יום 45 דקות.

תשובה (1).

.24 **השאלה**: ממוצע גילן של קרן ואורית גדול מגילו של גבי ב-6 שנים.

בכמה שנים גדול ממוצע גילאי אורית, קרן וגבי מגילו של גבי?

פתרון: **<u>דרך א</u>**: אלגברית

נתבקשנו למצוא בכמה גדול ממוצע גילאי קרן, אורית וגבי מגילו של גבי, כלומר עלינו למצוא את ממוצע גילאי קרן, אורית וגבי $\left(\frac{\text{קרן} + \text{אורית} + \text{גבי}}{3}\right)$ ב'מונחי' גילו של גבי.

ממוצע גילן של קרן ואורית גדול מגילו של גבי ב-6 שנים, כלומר $6 + \text{גבי} = \frac{\text{קרן} + \text{אורית}}{2}$ נכפול ב-2,

ונקבל: $12 + \text{גבי}\cdot 2 = \text{אורית} + \text{קרן}$.

כעת נציב את הנתון שחילצנו: סכום גילאי אורית וקרן, בביטוי המקורי:

$$\frac{\text{קרן} + \text{אורית} + \text{גבי}}{3} = \frac{\text{גבי} + 12 + \text{גבי}\cdot 2}{3} = \frac{\text{גבי}\cdot 3 + 12}{3} = \text{גבי} + 4$$

מצאנו כי ממוצע גילאי כל השלושה גדול ב-4 שנים מגילו של גבי.

<u>דרך ב'</u>: הצבת דוגמה מספרית

נציב כי גילו של גבי הוא 4. מכיוון שממוצע גילן של אורית וקרן גדול ממנו ב-6 שנים, נציב כי גילן של אורית ושל קרן שווה ל-10.

ממוצע גילאי שלושתם יחדיו הוא 8 $\left(=\frac{4+10+10}{3}\right)$, ומכאן שגדול מגילו של גבי ב-4 שנים.

תשובות (1), (2) ו-(3) נפסלות.

תשובה (4).

.25 **השאלה**: הממוצע של a, b ו-3 גדול ב-6 מהממוצע של c, d ו-10.

$a - c = ?$

פתרון: מן הנתון כי הממוצע של a, b ו-3 גדול ב-6 מהממוצע של c, d ו-10, ניתן לבנות משוואה ולפיה: $\frac{a+b+3}{3} = \frac{c+d+10}{3} + 6$.

נכפול את שני האגפים ב-3, ונקבל: $a + b + 3 = c + d + 10 + 18$.

נבודד את הביטוי המבוקש באגף שמאל על ידי חיסור b, 3 ו-c משני האגפים, ונקבל:

$a - c = d + 28 - b - 3 \Leftarrow a - c = d - b + 25$.

תשובה (4).

.26 **השאלה:** בתחרות כישרונות ישנם 20 מתמודדים ו-3 שופטים. לכל שופט יש 100 נקודות, אותן עליו לחלק כראות עיניו בין המתמודדים השונים.

בסיום התחרות, מהו מספר הנקודות הסופי הממוצע למתמודד?

פתרון: בשאלה זו, עלינו לחשב את מספר הנקודות הממוצע למתמודד.
מספר הנקודות הממוצע שקיבלו המתמודדים שווה לסכום כל הנקודות שחולקו על ידי השופטים לחלק במספר המתמודדים.
אם לכל אחד מ-3 השופטים יש 100 נקודות, הרי שכל השופטים יחדיו מחלקים בין המתמודדים בסך הכול 300 נקודות $(= 3 \cdot 100)$.

מכיוון שאת הנקודות מחלקים השופטים בין 20 מתמודדים, הרי שבממוצע חילקו השופטים 15 נקודות למתמודד $\left(= \frac{30}{2} = \frac{300}{20}\right)$.

תשובה (1).

.27 **השאלה:** 8 כדורים מסודרים בשורה, כך שהמרחק בין הכדור הראשון לשני בשורה הוא ס״מ אחד, המרחק בין הכדור השני לשלישי הוא 2 ס״מ, בין השלישי לרביעי 3 ס״מ וכך הלאה.

מהו המרחק הממוצע בין שני כדורים סמוכים בשורה (בס״מ)?

פתרון: כדי לחשב את המרחק הממוצע בין שני כדורים סמוכים, עלינו למצוא את סך כל המרחקים שבין הכדורים ולחלק סכום זה במספר המרווחים בין הכדורים.
המרחק בין הכדור הראשון לשני הוא 1 ס״מ; בין הכדור השני לשלישי -2 ס״מ; בין השלישי לרביעי -3 ס״מ; בין הרביעי לחמישי -4 ס״מ; בין החמישי לשישי -5 ס״מ; בין השישי לשביעי הוא 6 ס״מ, ובין השביעי לשמיני המרחק הוא 7 ס״מ.

מצאנו שבסך הכול קיימים 7 מרווחים בין כדורים, ושסכום המרחקים הוא 28 ס״מ $(= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7)$.

כעת נשתמש בנוסחת הממוצע, ונמצא כי המרחק הממוצע בין שני כדורים סמוכים בשורה הוא 4 ס״מ $\left(= \frac{28}{7}\right)$.

תשובה (4).

.28 **השאלה**: נתון: x, y ו-z הם שלושה מספרים השונים זה מזה

הממוצע של x, y ו- z שווה ל-x.

$$\frac{x-y}{z-x}=?$$

פתרון: **דרך א'**: הבנה אלגברית

נתון כי הממוצע הגילים של x, y ו-z שווה ל-x. כאשר מדובר בממוצע של איברים השונים זה מזה, הממוצע נמצא בהכרח בין האיבר הקטן ביותר לבין האיבר הגדול ביותר. מכאן ניתן להסיק כי x נמצא בדיוק באמצע בין y לבין z (אין זה משנה האם z הוא האיבר הגדול או y). מכיוון ש-x הוא גם האיבר האמצעי וגם הממוצע, הרי שהמרחק בין z ל-x והמרחק בין y ל-x שווים בערכם המוחלט, כאשר אחד מהם נמצא מימין ל-x על ציר המספרים ואחד נמצא משמאל ל-x על ציר המספרים, ולפיכך תוצאת הביטוי הנתון בשאלה היא 1.

דרך ב': אלגברה

אם הממוצע של x, y ו- z שווה ל-x , נציב זאת בנוסחת הממוצע: $x=\frac{x+y+z}{3}$

נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל: $x+y+z=3x$.

נחסר x משני האגפים, ונקבל: $y+z=2x$.

כעת נבודד את אחד הנעלמים ונציב בביטוי שעלינו למצוא. נבודד את y על ידי חיסור z משני האגפים, ונקבל כי $y=2x-z$.

כעת נציב בביטוי: $\frac{x-y}{z-x}=\frac{x-(2x-z)}{z-x}=\frac{x-2x+z}{z-x}=\frac{-x+z}{z-x}=\frac{z-x}{z-x}=1$.

מצאנו כי ערך הביטוי המבוקש הוא 1.

תשובה (1).

.29 **השאלה**: ירון, ענבל, חגית ואלון הם 4 חברים שגילם שונה זה מזה. ירון הוא המבוגר ביותר וחגית היא הצעירה ביותר.

ההפרש בין גילו של ירון לגילה של ענבל שווה להפרש בין גילו של אלון לגילה של חגית.

איזה מהמשפטים הבאים **אינו** נכון בהכרח?

פיתרון: **דרך א'**: הצבת דוגמה מספרית

ניתן להמיר את הנתון למשוואה (המשוואה משמאל לימין): ענבל − ירון = חגית − אלון . נציב מספרים שיקיימו את נתוני השאלה, ובאמצעותם ננסה לפסול 3 תשובות.

נתון כי ההפרש בין גילו של ירון לגילה של ענבל שווה להפרש בין גילו של אלון לגילה של חגית, וכן כי ירון הוא המבוגר ביותר וחגית היא הצעירה ביותר.

נציב כי גילו של ירון הוא 30 וגילה של חגית הוא 10.

כעת עלינו להציב מספרים עבור גילם של ענבל ואלון.

מכיוון שנתון כי ההפרש בין גילו של ירון לגילה של ענבל שווה להפרש בין גילה של חגית לגילו של אלון, נציב כי גילם של אלון וענבל הוא 20, כך שההפרש בין גילו של ירון לגילה של ענבל הוא 10 $(=30-20)$, וההפרש בין גילו של אלון לגילה של חגית אף הוא שווה ל-10 $(=20-10)$.

<u>תשובה (1)</u>: ממוצע הגילים של ירון וחגית שווה לממוצע הגילים של ענבל ואלון.

ממוצע הגילים של ירון וחגית הוא 20 $\left(\frac{30+10}{2}=\frac{40}{2}=\right)$, ממוצע הגילים של ענבל ואלון גם הוא שווה ל-20 $\left(\frac{20+20}{2}=\frac{40}{2}=\right)$. מכיוון שטענה זו נכונה, הרי שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: ממוצע הגילים של ירון וענבל גדול מממוצע הגילים של אלון וחגית.

הגיל הממוצע של ירון וענבל הוא 25 $\left(\frac{30+20}{2}=\frac{50}{2}=\right)$. הגיל הממוצע של חגית ואלון הוא 15 $\left(\frac{20+10}{2}=\frac{30}{2}=\right)$. מכיוון שטענה זו נכונה, הרי שהתשובה נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: ממוצע הגילים של ארבעת הילדים שווה לממוצע הגילים של ירון וחגית.

הגיל הממוצע של ארבעת הילדים הוא 20 $\left(\frac{30+10+20+20}{4}=\frac{80}{4}=\right)$. הגיל הממוצע של ירון וחגית שווה אף הוא ל-20 $\left(\frac{30+10}{2}=\frac{40}{2}=\right)$. מכיוון שטענה זו נכונה, הרי שתשובה זו נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: ממוצע הגילים של ירון ואלון שווה לממוצע הגילים של ענבל וחגית.

הגיל הממוצע של ירון ואלון הוא 25 $\left(\frac{30+20}{2}=\frac{50}{2}=\right)$. הגיל הממוצע של חגית וענבל הוא 15 $\left(\frac{20+10}{2}=\frac{30}{2}=\right)$. מכיוון שטענה זו נכונה, היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u>: הבנה אלגברית

לפי הנתונים, ההפרש בין גילו של ירון לגילה של ענבל שווה להפרש בין גילו של אלון לגילה של חגית.
כמו כן נתון כי ירון הוא המבוגר ביותר וחגית היא הצעירה ביותר.
מכאן שבהכרח מבין ירון וענבל, ירון הוא המבוגר.
מבין אלון לחגית, אלון הוא המבוגר יותר (מכיוון שלפי הנתון שחגית היא הצעירה ביותר).

לפיכך בהכרח גילם הממוצע של ירון ואלון, שכל אחד הוא המבוגר ב'קבוצתו', יהיה בהכרח גדול יותר מגילם הממוצע של ענבל וחגית, שאחת מהן צעירה מירון והאחרת צעירה מאלון ולכן, הטענה בתשובה (4) אינה נכונה.

תשובה (4).

.30 **השאלה**: בחנות למוצרי חשמל נמכרות מכונות כביסה משני סוגים: מכונות בעלות פתח עליון שמחירן 1,500 שקלים, ומכונות בעלות פתח קדמי שמחירן 1,600 שקלים. ביום מסוים היו בחנות 40 מכונות בעלות פתח עליון ו-10 מכונות בעלות פתח קדמי.

מה היה המחיר הממוצע של מכונת כביסה בחנות (בשקלים)?

פתרון: על מנת למצוא את המחיר הממוצע יש למצוא את מחירן הכולל של כל מכונות הכביסה ולחלק בכמות המכונות שנמכרו.
מחירה הממוצע של מכונת הכביסה הוא 1,520 שקלים

$$\left(\frac{1{,}500\cdot 40+1{,}600\cdot 10}{50}=\frac{60{,}000+16{,}000}{50}=\frac{76{,}000}{50}=\frac{7{,}600}{5}=\frac{5{,}000+2{,}500+100}{5}=\right).$$

תשובה (1).

הערה: אם מספר מכונות הכביסה שמחירן 1,500 שקלים היה שווה למספר מכונות הכביסה שמחירן 1,600 שקלים, הרי שממוצע מחירי מכונות הכביסה 1,550 שקלים. מכיוון שמספר מכונות הכביסה שמחירן 1,500 שקלים גדול ממספר מכונות הכביסה שמחירן 1,600 שקלים, הרי שהממוצע בהכרח קטן מ-1,550 שקלים. יש רק תשובה אחת אשר ערכה קטן מ-1,550, ומכאן שזו התשובה הנכונה.

.31 **השאלה**: נתון: a, b ו- x הם שלושה מספרים שלמים.
סכום ממוצע זוג המספרים a ו-x וממוצע זוג המספרים b ו-x שווה לממוצע של a ו-b.

מה **יכול** להיות ערכו של x?

פתרון:
נמיר את נתוני השאלה למשוואה. נתון כי סכום ממוצע זוג המספרים a ו-x וממוצע זוג המספרים b ו-x שווה לממוצע של a ו-b, כלומר: $\frac{a+x}{2}+\frac{b+x}{2}=\frac{a+b}{2}$

נכפול ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $a+x+b+x=a+b$

נחסר משני האגפים a ו-b, ונקבל: $2x=0$

נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל: $x=0$.

קיבלנו כי ערכו של x הוא 0, ולכן תשובה (3) היא התשובה הנכונה.

תשובה (3).

.32 **השאלה**: הממוצע של 100 מספרים הוא M. הממוצע של 50 מתוכם הוא 2M.

מה הממוצע של 50 המספרים הנותרים?

פתרון: **<u>דרך א'</u>**: נוסחת הממוצע:
נתבקשנו למצוא את ממוצע 50 המספרים הנותרים.
נסמן את הממוצע של מספרים אלו ב-x, ונציב בנוסחה לחישוב ממוצע:

$$\frac{50\cdot 2M+50\cdot x}{100}=M$$

$$100M+50x=100M \Leftarrow 50x=0 \Leftarrow x=0.$$

מצאנו שהממוצע של 50 המספרים הנותרים הוא 0, לכן תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

<u>דרך ב'</u> : נוסחת הסכום
נתון כי הממוצע של 100 מספרים הוא M, כלומר סכומם שווה ל-100M
$(= 100 \cdot M =$ מספר איברים $\times$ ממוצע $=$ סכום$)$.
נתון כי הממוצע של 50 מן האיברים הוא 2M, ומכאן שסכומם של 50 האיברים הללו הוא 100M.
מצאנו שסכומם של 50 האיברים הנותרים הוא 0, ומכאן שממוצע 50 האיברים הללו הוא 0 $\left(= \frac{0}{50}\right)$.

תשובה (4).

.33 **השאלה** : נתון : הממוצע של a, b ו- c שווה ל- a.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פתרון : אם הממוצע של a, b ו-c שווה ל-a, אז :
$$\frac{a+b+c}{3} = a$$
נכפול ב-3 את שני האגפים, ונקבל : $a + b + c = 3a$.
נחסר a משני האגפים, ונקבל : $b + c = 2a$. כעת נבדוק את התשובות המוצעות :

<u>תשובה (1)</u> : אם $a = b$ אז $b = c$.
נציב את הנתון $a = b$ במשוואה שקיבלנו : $b + c = 2a$, ונקבל : $b + c = 2b$ ⇦ $c = b$.
מצאנו כי הטענה בתשובה זו נכונה, אולם מכיוון שעל פי תשובה (4) כל התשובות נכונות, עלינו לבדוק לפחות עוד תשובה אחת על מנת לראות האם היא מתקיימת בהכרח.

<u>תשובה (2)</u> : $b - a = a - c$

נחבר a ו-c לשני האגפים של המשוואה הנתונה בתשובה זו, ונקבל : $b + c = 2a$.
מכיוון שגם טענה זו נכונה, הרי שתשובה (4) היא בוודאות התשובה הנכונה, ואין כל צורך לבדוק את תשובה (3).

תשובה (4).

.34 **השאלה** : שכרם הממוצע של עודד, חגי, ירון ויגאל הוא 2,500 שקלים בחודש.
ידוע כי עודד משתכר 1,000 שקלים בחודש וכי משכורותיהם של חגי וירון זהות זו לזו וגבוהות ב-1,500 שקלים ממשכורתו של יגאל.

מה היא משכורתו החודשית של יגאל (בשקלים)?

פתרון : על פי נתוני השאלה משכורותיהם של חגי וירון זהות זו לזו וגבוהות ב-1,500 שקלים ממשכורתו של יגאל, נסמן את משכורתו של יגאל ב-x ואת משכורותיהם של חגי וירון ב- $(x + 1500)$.
$$\text{ממוצע המשכורות} = \frac{\text{סכום כל המשכורות}}{\text{מספר האיברים}}.$$
כעת ניצור משוואה באמצעות הנוסחה לחישוב ממוצע : $2{,}500 = \frac{1{,}000 + x + (x + 1{,}500) + (x + 1{,}500)}{4}$
נכפול ב-4 את שני האגפים, ונקבל : $4{,}000 + 3x = 10{,}000$
נחסר 4,000 משני האגפים : $3x = 6{,}000$
נחלק את שני האגפים ב-3, ונקבל : $x = 2{,}000$

מצאנו שמשכורתו החודשית של יגאל היא 2,000 שקלים.

תשובה (2).

35. **השאלה**: בקבוצה א׳ ישנם 4 ילדים בגילאים 6, 8, 12 ו-14.
בקבוצה ב׳ ישנם 3 ילדים בגילאים 4, 7 ו-10.

לאחר שהעבירו את אחד הילדים מקבוצה א׳ לקבוצה ב׳, עלה ממוצע הגילאים בשתי הקבוצות.

מה גילו של הילד אשר עבר מקבוצה א׳ לקבוצה ב׳?

פתרון: הממוצע של קבוצה א׳ הוא 10 $\left(=\frac{40}{4}=\frac{6+8+12+14}{4}\right)$.

(<u>הערה</u>: ממוצע של סדרת מספרים אשר ההפרשים ביניהם קבועים שווה לאיבר האמצעי או ל-
$=\frac{\text{האיבר הראשון} + \text{האיבר האחרון}}{2}$).

הממוצע של קבוצה ב׳ הוא 7 $\left(=\frac{21}{3}=\frac{4+7+10}{3}\right)$.

(<u>הערה</u>: ממוצע של סדרת מספרים אשר ההפרשים ביניהם קבועים שווה לאיבר האמצעי או ל-
$=\frac{\text{האיבר הראשון} + \text{האיבר האחרון}}{2}$)

נבדוק את התשובות המוצעות ונראה כיצד משפיעה מעבר של כל ילד על ממוצעי הקבוצות:

<u>תשובה (1)</u>: 6.
אם הילד בן ה-6 הוא שעבר מקבוצה א׳ לקבוצה ב׳, הרי שמכיוון שגילו קטן מממוצע הגיל של הקבוצה, השווה ל-10, ממוצע קבוצה א׳ בהכרח יעלה בעקבות המעבר. אולם, מכיוון שממוצע הגילים בקבוצה ב׳ שווה ל-7, כלומר גדול מגיל הילד בן ה-6, הרי שבעקבות המעבר ירד ממוצע קבוצה ב׳, ולכן תשובה זו אינה התשובה הנכונה..

<u>תשובה (2)</u>: 8.
אם הילד שעבר הוא בן 8, הרי שממוצע קבוצה א׳ השווה ל-10 לפני המעבר בהכרח יעלה בעקבות עזיבתו של ילד בן 8 אשר גילו קטן מממוצע הקבוצה.
ממוצע הגילים בקבוצה ב׳ שווה לפני המעבר ל-7, כלומר קטן מגיל הילד בן ה-8 אשר עבר אליה, ולפיכך גם ממוצע קבוצה ב׳ יעלה בעקבות המעבר. זו התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

36. **השאלה**: דני בחר באקראי 3 מספרים מבין המספרים 1 עד 10, וחישב את הממוצע שלהם.

אם דני יוסיף את המספר 3 לכל אחד מהמספרים שבחר ויחשב את הממוצע שנית,
הממוצע החדש יהיה ______ ממוצע הישן.

פתרון: <u>**דרך א׳**</u>: הצבת דוגמה מספרית
מכיוון שאין כל נתון מספרי בשאלה, נציב לשם הנוחות כי המספרים שבחר דני הם: 1, 2 ו-3, אשר הממוצע שלהם שווה ל-2 $\left(=\frac{6}{3}=\frac{1+2+3}{3}\right)$.

נתון כי דני הוסיף 3 לכל אחד מהמספרים שבחר. כלומר, המספרים החדשים הם 4, 5 ו-6 אשר הממוצע שלהם שווה ל-5 $\left(=\frac{15}{3}=\frac{4+5+6}{3}\right)$.

מכיוון שתשובות (1), (2) ו-(4) נפסלות, הרי שהתשובה הנכונה היא תשובה (3).

<u>דרך ב׳</u>: אלגברה

דני בחר 3 באקראי 3 מספרים, אם נסמן את סכום 3 המספרים ב-x, הרי שממוצע 3 המספרים שווה ל- $\frac{x}{3}$.

דני הוסיף לכל אחד מהמספרים שבחר 3, כלומר בסך הכול דני הוסיף לסכום המספרים 9 $(= 3 \cdot 3)$.

אם סכום כל המספרים שבחר דני היה x, הרי שהסכום החדש שווה ל- $x + 9$, והממוצע החדש שווה ל- $\frac{x+9}{3}$.

אם נפשט את הביטוי המתאר את הממוצע החדש באמצעות פירוק המונה של השבר, נקבל כי הממוצע החדש שווה ל- $\frac{x}{3} + 3 \left(= \frac{x+9}{3}\right)$. מכיוון שהממוצע ה״ישן״ הוא $\frac{x}{3}$, הרי שהממוצע ה״חדש״ גדול מהממוצע ה״ישן״ ב-3.

הערה: במצב בו מגדילים את כל האיברים באותו מספר, הממוצע יגדל אף הוא באותו מספר, ולכן, אם דני הגדיל את כל המספרים ב-3, הרי שגם הממוצע גדל ב-3.

תשובה (3).

---

37. **השאלה**: בכיתה א׳ 20 תלמידים. המורה מעוניינת להעלות את ממוצע הציונים בכיתה ב-5 נקודות בדיוק.

באיזו מהדרכים הבאות תוכל לעשות זאת?

פתרון: כדי להעלות את ממוצע הציונים בכיתה ב-5 נקודות בדיוק, על המורה להוסיף **בממוצע** כ-5 נקודות לכל תלמיד. מכיוון שיש 20 תלמידים, עליה להוסיף לסך הנקודות בכיתה 100 נקודות $(= 5 \cdot 20)$. כעת נבדוק את התשובות המוצעות:

הפיתרון המוצע בתשובה (1) של הענקת בונוס של 5 נקודות לתלמיד המצטיין לא תעלה את הממוצע ב-5 נקודות, מכיוון שבתשובה זו לא מוסיפים לסך הנקודות בכיתה 100 נקודות, אלא רק 5.

בפיתרון המוצע בתשובה (2), לפיו מעניקה המורה בונוס של 10 נקודות למחצית מתלמידי הכיתה, כלומר ל-10 תלמידים, גדל סכום הנקודות הכולל המחולק בין תלמידי הכיתה 100 נקודות $(= 10 \cdot 10)$, ולפיכך דרך זו אכן תעלה את הממוצע ב-5 נקודות בדיוק, ולכן היא התשובה הנכונה.

תשובה (2).

---

38. **השאלה**: n הוא מספר שלם וחיובי.

נתונות שתי סדרות של מספרים:

סדרה א׳- $\{n\,; n+1\,; n+2\,; n+3\,; n+4\,; n+5\}$

סדרה ב׳- $\{n-10\,; n-5\,; n\,; n+5\,; n+10\,; n+15\}$

לאיזו משתי סדרות המספרים הבאות ממוצע גבוה יותר?

פתרון: **<u>דרך א׳</u>**: סדרת מספרים עוקבים

מכיוון ששתי הסדרות הן סדרת מספרים עוקבים, הרי שממוצע כל סדרה שווה לאיבר האמצעי או ל- $\frac{\text{האיבר הראשון} + \text{האיבר האחרון}}{2}$.

שני ה״איברים האמצעים״ בסדרה א׳ הם: $n + 2$ ו- $n + 3$, ולכן ממוצע סדרה א׳ הוא: $n + 2.5$.

שני ה״איברים האמצעים״ בסדרה ב׳ הם: n ו- $n + 5$, ולכן ממוצע סדרה ב׳ הוא: $n + 2.5$.

מצאנו כי ממוצעי שתי הקבוצות זהים.

<u>דרך ב'</u>: נוסחת הסכום

ממוצע שווה לסכום כל האיברים לחלק במס' האיברים.

מכיוון שמספר האיברים בשתי הסדרות זהה (בשתי הסדרות ישנם 6 איברים), על מנת למצוא מי הסדרה אשר הממוצע שלה גדול יותר, ניתן להסתפק בחישוב הסכום בכל אחת מהסדרות, הסדרה עם הסכום הגדול ביותר – היא הסדרה בעלת הממוצע הגבוה ביותר.

<u>סכום סדרה א'</u>: $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 + n + 5 = 6n + 15$

<u>סכום סדרה ב'</u>: $n - 10 + n - 5 + n + n + 5 + n + 10 + n + 15 = 6n + 15$

מצאנו שלשתי הסדרות סכום זהה, ולכן לשתי הסדרות ממוצע זהה.

תשובה (3).

---

39. **השאלה**: הממוצע של x, y ו-5 גדול מהממוצע של x ו-12.

איזו מהטענות הבאות נכונה בהכרח?

פיתרון: נוסחת הממוצע

הממוצע של x, y ו-5 הוא: $\frac{x + y + 5}{3}$.

הממוצע של x ו-12 הוא: $\frac{x + 12}{2}$.

מכיוון שלפי הנתון הממוצע של x, y ו-5 גדול מהממוצע של x ו-12, הרי שניתן ליצור אי-שיוויון שלפיו:

$\frac{x + y + 5}{3} > \frac{x + 12}{2}$.

נכפול ב-6 את שני האגפים, ונקבל: $3x + 36 < 2x + 2y + 10$.

נחסר 2x ו-36 משני האגפים, ונקבל: $x < 2y - 26$.

תשובה (2).
