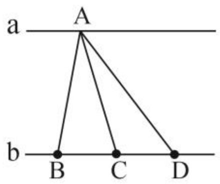
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(1)	(1)	(1)	(3)	(2)	(4)	(2)	(3)	(3)	(4)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(3)	(2)	(3)	(4)	(3)	(2)	(3)	(1)	(3)	(2)

הסברים

1. **השאלה:** בסרטוט שלפניכם הנקודה A נמצאת על הישר a והנקודות B, C ו- D נמצאות על הישר b.



נתון: $a \parallel b$

$BC = CD$

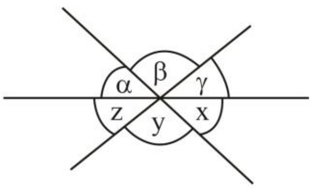
$\frac{\text{שטח המשולש } ABC}{\text{שטח המשולש } ACD} = ?$?

פתרון: נתבקשנו למצוא את היחס בין שטחי שני משולשים אשר על פי הנתונים הם בעלי בסיסים אשר אורכם שווה $(BC = CD)$ וגובה זהה, ומכאן שבהכרח שטח שני המשולשים שווה.

תשובה (1).

---

2. **השאלה:** על פי נתוני הסרטוט,



מה ניתן לומר **בוודאות** לגבי הביטוי $\frac{\alpha + \gamma + y}{\beta + x + z}$?

פתרון: נבדוק מה ערכו של הביטוי שבמונה: $\alpha + \gamma + y$.

כאשר מספר ישרים נחתכים באותה נקודה, כפי שבסרטוט שלפנינו, נוצרות זוגות של זוויות קודקודיות השוות זו לזו.

בסרטוט שלפנינו זווית β שווה לזווית y, ומכאן שהביטוי $\alpha + \gamma + y$ שווה לביטוי $\alpha + \beta + y$, סכום זוויות על קו ישר שווה ל-180°, ולכן מונה הביטוי שווה ל-180°.

באותו אופן הביטוי שבמכנה $\beta + x + z$ שווה לביטוי $y + x + z$ ולפיכך שווה אף הוא ל-180°, ומכאן שמונה ומכנה הביטוי שווים, והביטוי עצמו שווה ל-1.

תשובה (1).

---

3. **השאלה**: אדם שגובהו 1.80 מטר מטיל בשעה מסוימת צל שאורכו 1.20 מטר.

מה יהיה אורך צילו של אדם אחר, שגובהו 1.50 מטר, העומד באותו מקום ובאותה שעה?

פתרון: כאשר אדם שגובהו 1.80 מטר מטיל צל שאורכו 1.20 הוא יוצר משולש ישר זווית שאורך ניצביו הם 1.80 ו-1.20 מטר. ישנו יחס קבוע בין גובה האיש לאורך הצל אותו הוא מטיל ולכן באמצעות ריבוע יחסים נוכל למצוא מה יהיה אורך הצל אותו יטיל אדם שגובהו 1.50 מטר:

גובה	אורך הצל
1.80	1.20
1.50	?

מכיוון שהיחס בשורה העליונה שווה ליחס בשורה התחתונה, הרי ש: $\frac{1.8}{1.2}=\frac{1.5}{x}$.

נכפול את שני האגפים ב-1.2x, ונקבל: $1.8x = 1.5\cdot 1.2$ ⇦ $\frac{18x}{10}=\frac{15}{10}\cdot\frac{12}{10}$ ⇦ נצמצם את השברים,

ונקבל: $\frac{9x}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}$ נצמצם את השבר בצד ימין של המשוואה ונקבל: $\frac{9x}{5}=\frac{9}{5}$ נכפול את שני האגפים ב-5, ונקבל: $9x = 9$ ⇦ $x = 1$.

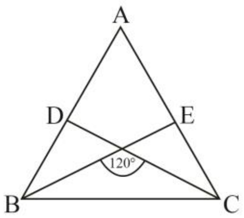
אורכן של הצל שיטיל אדם שגובהו 1.50 מטר יהיה 1 מטר.

תשובה (1).

---

4. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש שווה צלעות ABC.

נתון: $AD = AE$



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

איזה מהטענות הבאות **אינה** נכונה לגבי הישרים BE ו- CD?

פתרון: נסמן את נקודת החיתוך בין הישרים ב-F.

מכיוון שנתון כי $AD = AE$ הרי שמשיקולי סימטריה: א) ניתן לפסול את תשובה (2).

ב) ניתן להניח כי בהכרח $BF = CF$, ומכאן שמשולש BFC הוא משולש שווה שוקיים, אשר זווית הראש שלו שווה ל-120°.

מכיוון שמול צלעות שוות מונחות זוויות שוות, הרי שכל אחת מזוויות הבסיס של משולש BFC שווה ל-30°. כעת נתבונן בזוויותיו של משולש DFC:

זווית DFC היא זווית משלימה לזווית בת 120°, ומכאן שהיא שווה ל-60° $(180° - 120° =)$.

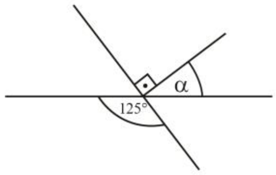
כל אחת מהזוויות המשולש ABC שווה ל-60°. מכיוון שמצאנו כי זווית FBC שווה ל-30°, הרי שזווית DBF שווה אף היא ל-30° $(60° - 30° =)$. סכום זוויות פנימיות במשולש שווה ל-180°, ומכאן שזווית BDF שווה ל-90° $(180° - 60° - 30° =)$.

מצאנו כי ניתן לפסול גם את תשובות (1) ו-(4). התשובה הנכונה היא תשובה (3).

תשובה (3).

.5 **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$



פתרון: סכום זוויות על גבי קו ישר שווה ל-$180°$.
הזווית המשלימה את הזווית בת $125°$ שווה ל-$55°$
$(180° - 125° =)$.

$145° + \alpha = 180° \Leftarrow 55° + 90° + \alpha = 180°$

נחסר $145°$ משני האגפים, ונקבל כי: $\alpha = 35°$.

תשובה (2).

.6 **השאלה**: מהו שטחו (בסמ״ר) של משולש שווה צלעות שאורך צלעו 4a ס״מ?

פתרון: על פי נוסחת שטח משולש שווה צלעות, שטחו של כל משולש שווה צלעות הוא: $\frac{(\text{צלע})^2\sqrt{3}}{4}$.

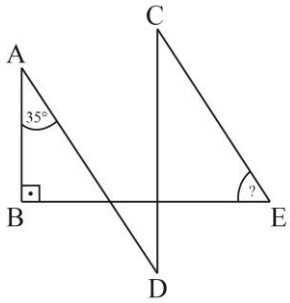
נתון כי אורכה של צלע המשולש הוא 4a, ומכאן ששטח המשולש הוא: $4a^2\sqrt{3}$

$$\left(\frac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16a^2\sqrt{3}}{4}\right)$$

תשובה (4).

.7 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם נתון: $AB \parallel CD$, $AD \parallel CE$,

$AB \perp BE$



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\angle BEC = ?$

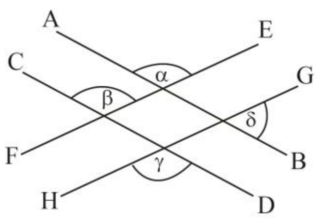
פתרון: נסמן את נקודת החיתוך של הישר CD עם הישר BE באות F ואת נקודת החיתוך של הישר AD עם הישר BE בנקודה G.

סכום זוויות במשולש שווה ל-$180°$, ומכאן שבמשולש ABG זווית AGB שווה $55°$ $(180° - 90° - 35° =)$.

נתון כי $AD \parallel CE$, כלומר זוויות AGB ו-CEF הן זוויות מתאימות השוות זו לזו, ומכאן שווית CEF שווה ל-$55°$.

תשובה (2).

.8 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם נתון: $AB \parallel CD$, $EF \parallel GH$



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha + \beta = ?$

פתרון: מאחר וכל התשובות נתונות במונחים של γ ו-δ, עלינו ׳לתרגם׳ את α ו-β למונחים אלו.

נתון כי $EF \parallel GH$, מכאן שסכום זוויות α ו-δ הוא $180°$: $\alpha = 180° - \delta \Leftarrow \alpha + \delta = 180°$.

נתון כי $EF \parallel GH$, מכאן שזוויות β ו-γ שוות.

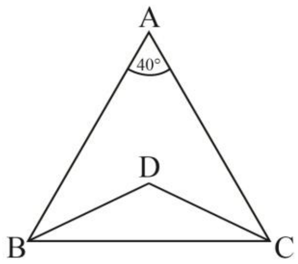
כעת נציב נתונים אלו בביטוי שאת גודלו נתבקשנו למצוא:

$\alpha + \beta = 180° - \delta + \gamma = 180° - (\delta - \gamma)$

תשובה (3).

---

9. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש ABC.



ישרים BD ו-CD הם חוצי זווית.
$(\angle ACD = \angle DCB \;;\; \angle ABD = \angle DBC)$
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\angle BDC = ?$

פתרון: סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל-180°, ומכאן שסכום זוויות הבסיס של משולש ABC שווה ל-140° $(180° - 40° =)$.

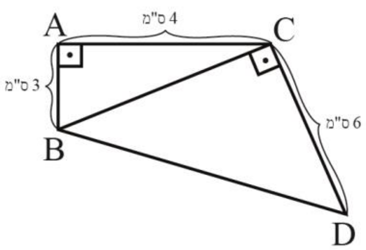
אמנם לא ידוע מה גודלה של כל אחת מזוויות הבסיס של משולש ABC, אולם מכיוון שכל התשובות מספריות, הרי שניתן להניח שאין לגודל הזוויות כל השפעה על התשובה.
לפיכך למרות שניתן לבנות משוואה שבה יסמנו כמשתנים גודל הזוויות, ניתן גם להציב דוגמה מספרית ולחשב באמצעותה את גודל הזווית המבוקשת.
נניח לשם הדוגמה כי זווית ABC שוה ל-100° וכי זווית ABC שווה ל-40°.
מכיוון שישרים BD ו-CD הם חוצי זווית, הרי שזווית DBC שווה ל-50° $\left(\frac{100°}{2} =\right)$ וזווית DCB שווה ל-20° $\left(\frac{40°}{2} =\right)$.

סכום הזוויות במשולש DBC שווה ל-180°, ומכאן שווית BDC שווה ל-110° $(180° - 50° - 20° =)$.

תשובה (3).

---

10. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם שני משולשים ישרי זווית ABC ו- BCD.



על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
$BD = ?$

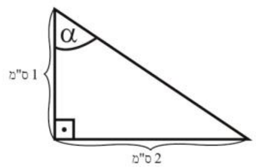
פתרון: נתבונן במשולש BAC.
אורך היתר במשולש ישר זווית אשר אורך ניצביו הם 3 ו-4 שווה ל-5 ס״מ. מכאן שאורכה של יתר המשולש BC הוא 5 ס״מ.
משולש BCD הוא משולש ישר זווית אשר אורך ניצביו הם 5 ו-6 ס״מ.
נחשב באמצעות משפט פיתגורס את אורך היתר במשולש: $5^2 + 6^2 = BD^2$ ⇦ $25 + 36 = BD^2$ ⇦ $61 = BD^2$ ⇦ $\sqrt{61} = BD$.

תשובה (4).

.11 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

מה ניתן לומר בוודאות לגבי הזווית α?



פתרון : בסרטוט שלפנינו משולש ישר זווית אשר אורך ניצביו 1 ו-2 ס״מ.

התשובות מתייחסות לשאלה האם זווית α קטנה, גדולה או שווה ל-$60°$.

במשולש זהב אורך הניצב שמול הזווית הגדולה גדול פי $\sqrt{3}$ מהניצב הקטן. מכיוון שבמשולש שלפנינו הניצב הגדול גדול פי 2 מהניצב הקטן הרי שזה איננו משולש זהב וזווית α בהכרח אינה שווה ל-$60°$.

נסרטט משולש זהב על מנת להבין מה היחס בינו לבין המשולש שלפנינו.

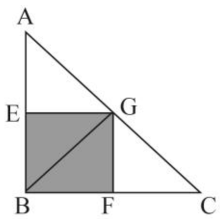
כאשר זווית α שווה ל-$60°$, אורך הניצב הגדול הוא $\sqrt{3}$ ס״מ, על מנת להגדיל את הניצב כך שיהיה גדול פי 2 מהניצב הקטן, עלינו ׳לפתוח׳ את הזווית, ומכאן שזווית α בהכרח גדולה מ-$60°$.

תשובה (3).

.12 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ושווה שוקיים $(AB = AC)$.

הנקודות E, F ו- G הן אמצעי הצלעות AB, BC ו- AC בהתאמה.

מהו היחס בין השטח הכהה לשטח המשולש כולו?



פתרון : על פי נתוני השאלה הישר BG הוא תיכון.

במשולש שווה שוקיים, תיכון היוצא מהקודקוד שבין השוקיים השוות הוא גם חוצה זווית וגובה, ולפיכך נסמן את הזוויות אותן יצר הישר BG.

נתבונן במשולש ABG.

זווית הראש של המשולש, זווית AGB, שווה ל-$90°$ (BG הוא גובה), וזוויות הבסיס : זווית ABG וזווית BAG שוות ל-$45°$.

נתון כי נקודה E היא אמצע הצלע AB, כלומר GE הוא תיכון.

תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווים בשטחם, כלומר משולש EGB שווה בשטחו למשולש AEG.

משיקולי סימטריה ניתן להוכיח באופן דומה כי משולש FGB שווה בשטחו למשולש CFG.

קיבלנו כי השטח הכהה שווה לשטח הלבן, כלומר השטח הכהה שווה למחצית שטחו של המשולש ABC.

תשובה (2).

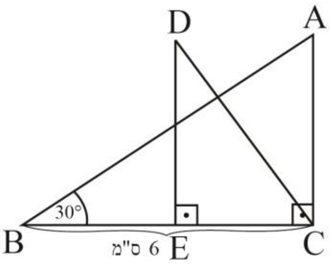
.13 **השאלה** : בסרטוט שלפניכם שני משולשים ישרי זווית בעלי קודקוד משותף C.

נתון : הצלע DC חוצה את הזווית $\angle ACB$.

$BE = EC$

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$DC = ?$



פתרון : נתבונן במשולש ישר הזווית DEC :

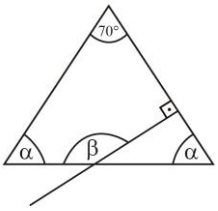
DC הוא חוצה זווית, ומכאן שזווית DCE שווה ל-$45°$, כלומר משולש DEC האו משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

$BE = EC$, ומכאן ש : $EC = 3$.

אורך היתר במשולש ישר זווית ושווה שוקיים גדול פי $\sqrt{2}$ מהניצב, כלומר $DC = 3\sqrt{2}$.

תשובה (3).

.14 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש.



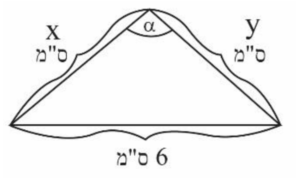
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$\alpha + \beta = ?$

פתרון: נתבונן במשולש הגדול הנתון בסרטוט:
סכום זוויות פנימיות בכל משולש שווה ל-180°.
$180° = 70° + 2\alpha$ נחסר 70° משני האגפים, ונקבל: $110° = 2\alpha$ נחלק את שני האגפים ב-2, ונקבל:
$\alpha = 55°$.
נתבונן במשולש הקטן: למשולש זה זווית חיצונית בת 90° השווה לסכום הזוויות: α והזווית המשלימה את זווית β. מכיוון שמצאנו כי α שווה ל-55°, הרי שהזווית הנותרת במשולש שווה ל-35° $(= 90° - 55°)$, ומכאן שזווית β המשלימה אותה ל-180° שווה ל-145°.
$\alpha + \beta = 55° + 145° = 200°$

תשובה (4).

.15 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש קהה זווית.
$90° < \alpha < 180°$

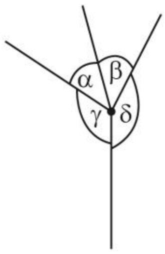


על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה יכול להיות הסכום $(x + y)$?

פתרון: מכיוון שזווית α היא הזווית הגדולה במשולש הרי שבהכרח הצלע שמולה היא הצלע הארוכה במשולש, ומכאן שאורכן של כל אחת מן הצלעות x ו-y בהכרח קטן מ-6 ס״מ, כלומר סכום אורכי הצלעות x ו-y בהכרח קטן מ-12 ס״מ. תשובות (1) ו-(2) נפסלות.
מכיוון שצלע במשולש קטנה מסכום אורכי שתי הצלעות הנותרות, הרי שבהכרח $6 < x + y$. תשובה (4) נפסלת.

תשובה (3).

.16 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם הנקודה המודגשת היא נקודת המפגש של 4 ישרים.



נתון: $\alpha = \beta$
$\delta = 2\gamma$

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$

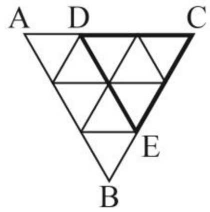
פתרון: סכום כל הזוויות המופיעות בסרטוט שווה ל-360°, כלומר:
$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$.
נתון כי $\alpha = \beta$, ומכאן ש: $\alpha + \alpha + \gamma + \delta = 360°$ ⇦ $2\alpha = 360° - \gamma - \delta$.
נתון כי $\delta = 2\gamma$, **ומכאן** $2\alpha = 360° - \gamma - 2\gamma$ ⇦ $2\alpha = 360° - 3\gamma$
נחלק ב-2 את שני האגפים, ונקבל: $\alpha = 180° - \frac{3\gamma}{2}$.

תשובה (2).

---

17. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABC משולש שווה צלעות שהיקפו 1 ס"מ.
המשולש ABC מחולק ל-9 משולשים חופפים שגם הם שווי צלעות.

מה היקף המשולש CDE (בס"מ)?



פתרון: נתון כי ABC משולש שווה צלעות שהיקפו 1 ס"מ, ומכאן שאורך כל אחת מצלעותיו שווה ל- $\frac{1}{3}$ ס"מ, ואורך צלעו של כל אחד מ-9 המשולשים שווי הצלעות הוא $\frac{1}{9}$ ס"מ $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\right)$.

היקף המשולש CDE (בס"מ) מורכב מ-6 צלעות של המשולשים שווי הצלעות הקטנים, כלומר ל- $\frac{2}{3}$ ס"מ $\left(6\cdot\frac{1}{9}=\right)$.

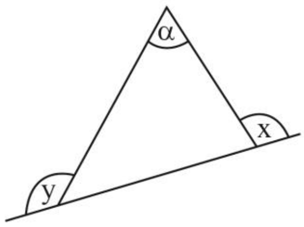
תשובה (3).

---

18. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם משולש שאחת מצלעותיו הוארכה.

על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

$x + y = ?$



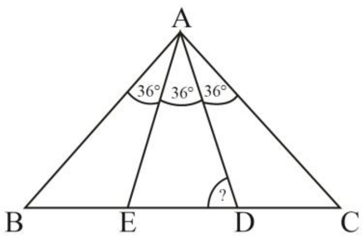
פתרון: הזווית הפנימית הצמודה לזווית x שווה ל- $(180° - x)$.
זווית y היא זווית חיצונית למשולש, ומכאן שהיא שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
$y = 180° - x + \alpha$.
נציב נתון זה בביטוי שאת גודלו נתבקשנו למצוא:
$x + y = x + 180° - x + \alpha = 180° + \alpha$

תשובה (1).

---

19. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABC משולש שווה שוקיים $(AB = AC)$.

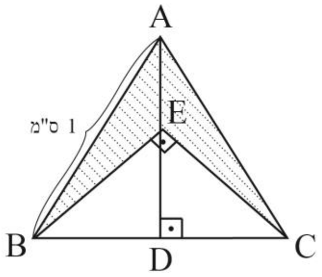
על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,
$\angle ADE = ?$



פתרון: זוויות הבסיס של משולש שווה שוקיים שוות זו לזו, ומכאן שזווית ABE ו-ADC שוות. מכאן שבהכרח גם זווית AEB ו-ADC שוות והזוויות המשלימות שלהם שהן זוויות הבסיס של משולש ADE.
משולש AED הוא משולש שווה שוקיים אשר זווית הראש שלו שווה ל-36°, ומכאן שכל אחת מזוויות הבסיס שווה ל-72° $\left(\frac{180° - 36°}{2}=\right)$.

תשובה (3).

20. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ABC משולש שווה צלעות שאורך צלעו 1 ס"מ.
E נקודה על הגובה AD.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מהו גודל השטח הכהה (בסמ"ר)?



פתרון: על מנת למצוא את השטח הכהה נפחית משטח המשולש ABC את השטח הלבן.

שטח משולש שווה צלעות שווה ל- $\frac{(\text{צלע})^2\sqrt{3}}{4}$, ומכאן ששטח משולש ABC הוא $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\left(=\frac{1^2\sqrt{3}}{4}\right)$.

משיקולי סימטריה $BE = CE$, ומכאן שמשולש BEC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים אשר אורך היתר שלו שווה ל-1 ס"מ.

מכיוון שבמשולש ישר זווית ושווה שוקיים אורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים, הרי שאורך כל אחד מן הניצבים במשולש שווה ל- $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

שטח המשולש BEC שווה למכפלת הניצבים לחלק ב-2, כלומר ל- $\frac{1}{4}$ סמ"ר $\left(=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{2}\right)$.

סיכום: השטח הכהה שווה ל- $\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}$.

תשובה (2).