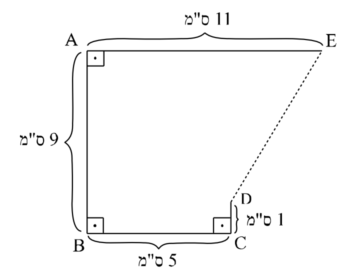
מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
תשובה	(1)	(3)	(2)	(3)	(3)	(4)	(2)	(4)	(1)	(2)	(1)

שאלה	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
תשובה	(2)	(1)	(3)	(2)	(1)	(1)	(3)	(1)	(4)	(3)

הסברים



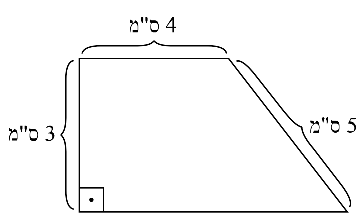
.1 **השאלה**: על פי נתוני הסרטוט,

$DE = ?$

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את אורכו של הקטע DE. מכיוון שישר זה אינו חלק מצורה המאפשרת לחשב את אורכו, ומכיוון שנתון אורכם של ישרים אחרים המאונכים זה לזה, נבנה משולש ישר זווית ש-DE הוא אחת מצלעותיו, על-ידי שימוש בקווים הנתונים, ואז נחשב את אורך הקטע המבוקש בעזרת משפט פיתגורס. נמשיך את הקטע CD כלפי מעלה עד שיחתוך את AE. נסמן את נקודת החיתוך ב-F. מכיוון ש-CD מאונך ל-BC ו-BC מאונך ל-AB, הרי ש-CD מקביל ל-AB. לפיכך, אם AE מאונך ל-AB, הרי שגם CD (או ליתר דיוק המשכו) מאונך ל-AE. מכאן שמשולש EFD הוא משולש ישר זווית. EF שווה להפרש בין AE ל-BC, כלומר: $EF = 11 - 5 = 6$. DF שווה להפרש בין CF ל-CD, כלומר: $DF = 9 - 1 = 8$. על פי השלשה הפיתגורית 6:8:10, אורך היתר DE הוא 10 ס״מ.

תשובה (1).

.2 **השאלה**: מה שטחו של הטרפז שבסרטוט שלפניכם (בסמ״ר)?

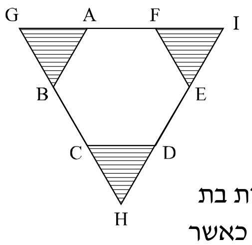


פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע מה שטח הטרפז (ישר הזווית) שבסרטוט. שטח טרפז מחושב על פי בסיסיו וגובהו, אורכו אחד הבסיסים נתון (4 ס״מ) ואורך הגובה (השווה לשוק הטרפז) נתון (3 ס״מ) ועלינו לחשב את אורך הבסיס השני. לצורך כך נעביר גובה מקצהו הימני של הבסיס העליון ונחלק את הטרפז למלבן ומשולש ישר זווית. במלבן צלעות נגדיות שוות, ולכן אורך הצלע הימנית של המלבן הוא 3 ס״מ ואורך צלעו התחתונה 4 ס״מ. במשולש ישר-הזווית אורך היתר הוא 5 ס״מ, וארך אחד הניצבים 3 ס״מ. על פי השלשה הפיתגורית 3:4:5, אורך הניצב השני הוא 4 ס״מ. מכאן שבסיס הטרפז שווה ל-8 ס״מ $\left(4 + 4 =\right)$. כעת ניתן לחשב את שטח הטרפז: $\frac{3 \cdot (4+8)}{2} = \frac{3 \cdot 12}{2} = 18$.

תשובה (3).

---

3. **השאלה**: שלוש מצלעותיו של משושה משוכלל ABCDEF הוארכו עד לפגישתן בנקודות G, H ו-I.



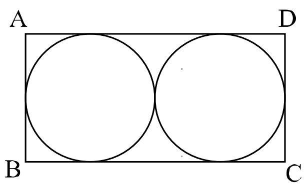
מה היחס בין השטח המושחר לשטח המשושה?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את היחס בין שטח משושה לסכום שטחי שלושה משולשים שנוצרו מהמשך צלעותיו. מכיוון שזווית פנימית במשושה שווה 120^o, המשך הצלע יוצר זווית בת 60^o ולכן המשולשים המושחרים הם משולשים שווי-צלעות (שתיים מזוויותיהם בנות 60^o). כאשר מעבירים במשושה שלושה אלכסונים העוברים דרך מרכז הצורה, מתקבלים 6 משולשים שווי-צלעות החופפים למשולשים המושחרים (מכיוון שיש להם צלע משותפת). מכאן שהיחס בין השטח המושחר לשטח המשושה שווה ליחס בין 3 משולשים ל-6 משולשים. כלומר 3:6, נצמצם ונקבל 1:2.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: במלבן ABCD חסומים 2 מעגלים חופפים המשיקים זה לזה (ראו סרטוט).
אורך רדיוסו של כל אחד מהמעגלים הוא 3 ס״מ.



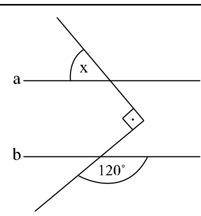
על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה שטח המלבן (בסמ״ר)?

פתרון: בשאלה זו עלינו לחשב שטח של מלבן, כאשר נתון אורך רדיוסם של שני מעגלים החסומים בתוכו. שטח מלבן שווה לאורכו כפול רוחבו. נמצא את הקשר בין כל אחת מצלעות המלבן לרדיוס המעגלים. נוח יהיה לראות קשר זה אם נעביר ממרכז המעגלים רדיוסים לנקודות בהן המעגלים משיקים זה לזה ולמלבן. בניית עזר זו מאפשרת להבין כי רוחב המלבן שווה לשני רדיוסים (קוטר) של מעגל, ואורך המלבן שווה ל-4 רדיוסים (2 קטרים) של מעגל. מכיוון שרדיוס המעגלים שווה ל-3 ס״מ, הרי שרוחב המלבן שווה ל-6 ס״מ ואורכו שווה ל-12 ס״מ. מכאן ששטח המלבן שווה ל- $72\ \left(= 6 \cdot 12\right)$.

תשובה (3).

---

5. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם a ll b.



על פי נתון זה ונתוני הסרטוט,

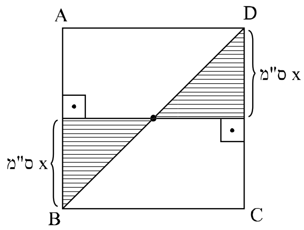
$x = ?$

פתרון: בשאלה זו נתונים שני ישרים מקבילים. עלינו למצוא את ערכה של זווית x הנמצאת על המקביל העליון, כאשר נתונה זווית בת 120^o על המקביל התחתון. בכדי לקשר בין הנתון לזווית המבוקשת, יש למצוא ישר החותך את שני המקבילים. נאריך את הישר עליו נשענת x כלפי מטה, עד שיחתוך גם את המקביל התחתון. נוצר משולש שאחת מזוויותיו שווה x (על-פי מבנה ה-Z בין מקבילים), אחת מזוויותיו שווה 90^o (שכן היא משלימה זווית ישרה ל-180^o) והזווית השלישית שווה 60^o (שכן היא משלימה את הזווית בת ה-120^o). סכום הזוויות בכל משולש הוא 180^o, לפיכך: $x + 90° + 60° = 180°$ ⇦ $x + 150° = 180°$.
נחסר 150^o משני האגפים, ונקבל: $x = 30°$.

תשובה (3).

---

6. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD.



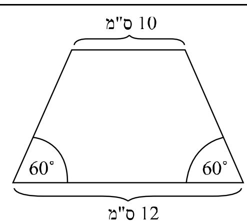
על פי נתוני הסרטוט,
סכום השטחים המושחרים שווה ל-

פתרון: בשאלה זו נתון ריבוע בו הועבר אלכסון (BD) וישר המחלק את הריבוע ל-2 חלקים שווים (שכן הוא מחבר בין מרכזי שתי צלעות נגדיות). עלינו לקבוע איזה חלק מהריבוע מהווים המשולשים המושחרים. מכיוון שריבוע הוא צורה סימטרית, נוח יהיה לפתור את השאלה על-ידי חלוקת הריבוע למשולשים. נעביר גם את האלכסון השני בריבוע (AC) ונחבר גם בין אמצעי זוג הצלעות הנותרות (העליונה והתחתונה). קיבלנו 8 משולשים חופפים, אשר 2 מתוכם מושחרים. 2 משולשים מתוך 8 משולשים מהווים $\frac{1}{4}$ $\left(=\frac{2}{8}\right)$.

תשובה (4).

---

7. **השאלה**: מה היקף הטרפז שבסרטוט (בס״מ)?

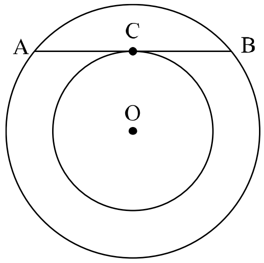


פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא היקף של טרפז, כאשר נתונים אורכי שני בסיסיו ושתיים מזוויותיו. היקף טרפז שווה לסכום צלעותיו, לכן בכדי למצוא את ההיקף עלינו למצוא את אורך שוקיו של הטרפז. מכיוון שאין נוסחה לחישוב שוק של טרפז, נחלק את הטרפז לצורות שנוח יותר לעבוד איתן. נעביר גבהים משני צידי הבסיס הקטן, ונקבל מלבן ושני משולשים ישרי זווית שבכל אחד מהם זווית בת 60^o. כלומר המשולשים הם משולשי זהב חופפים. הבסיס הגדול של הטרפז (12 ס״מ) חולק ל-3 חלקים. החלק המרכזי שווה ל-10 ס״מ (שכן צלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו), ושני החלקים האחרים שווים זה לזה (שכן המשולשים חופפים). לכן כל אחד מהחלקים הללו שווה ל-1 ס״מ. החלקים הללו הם הבסיס הקטן של המשולשים. במשולשי זהב היתר ארוך פי 2 מהניצב הקטן, לפיכך שוקי הטרפז שווים ל-2 ס״מ. כעת ניתן לחשב את היקף הטרפז: $10+12+2+2=26$.

תשובה (2).

---

8. **השאלה**: הנקודה O היא מרכז שני מעגלים שבסרטוט.
AB מיתר במעגל הגדול, המשיק למעגל הקטן בנקודה C.
רדיוס המעגל הקטן 2 ס״מ ורדיוס המעגל הגדול 3 ס״מ.

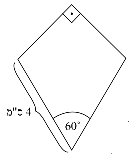


על פי נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מה אורך הקטע BC (בס״מ)?

פתרון: בשאלה זו מתוארים שני מעגלים בעלי מרכז משותף. נתונים רדיוסי המעגלים, ועלינו למצוא את אורכו של BC. לצורך כך נמצא קשר בין BC לרדיוס המעגלים. נעביר רדיוסים ממרכז המעגלים לנקודות B ו-C. התקבל משולש (OCB) ישר זווית (שכן הרדיוס מאונך למשיק) שבו היתר הוא רדיוס המעגל הגדול (3 ס״מ) ואחד הניצבים הוא רדיוס המעגל הקטן (2 ס״מ). הניצב השני הוא הקטע המבוקש (BC). נחשב את אורכו על פי משפט פיתגורס: $2^2+BC^2=3^2$ ⇦ $4+BC^2=9$. נחסר 4 משני האגפים, ונקבל: $BC^2=5$. נוציא שורש משני האגפים, ונקבל: $BC=\sqrt{5}$.

תשובה (4).

.9 **השאלה**: מה היקפו של הדלתון שבסרטוט (בס״מ)?

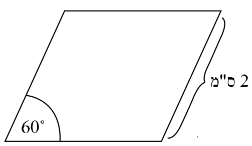


פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את היקפו של דלתון כאשר נתונים אורך אחת מצלעותיו ושתיים מזוויותיו. היקף דלתון שווה לסכום צלעותיו, בדלתון שני זוגות של צלעות שוות. כלומר, אורך הצלע הימנית התחתונה שווה גם כן ל-4 ס״מ. כעת עלינו לחשב את אורכן של שתי הצלעות הנותרות. מכיוון שאין נוסחה לחישוב צלע בדלתון, נחלק את הדלתון לשני משולשים שווי-שוקיים באמצעות אלכסון (אופקי). המשולש התחתון הוא משולש שווה-צלעות (שווה-שוקיים עם זווית 60^o), לפיכך גם אורך האלכסון הוא 4 ס״מ. המשולש העליון הוא ישר-זווית ושווה שוקיים, לפיכך אורך ניצביו קטן פי $\sqrt{2}$ מאורך היתר. יתר המשולש שווה ל-4 ס״מ, ולכן ניצביו שווים ל- $2\sqrt{2}$ $\left(\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot 2}{\sqrt{2}} = 2\cdot\frac{2}{\sqrt{2}} = \right)$.

כעת נחשב את היקף הדלתון: $4 + 4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 8 + 4\sqrt{2}$. מבט בתשובות מלמד שעלינו להוציא גורם משותף מחוץ לסוגריים: $8 + 4\sqrt{2} = 4\cdot\left(2+\sqrt{2}\right)$

תשובה (1).

.10 **השאלה**: מה שטחו של המעוין שבסרטוט (בסמ״ר)?

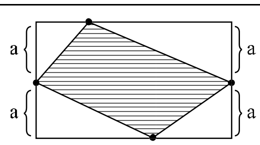


פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את שטחו של מעוין כאשר נתונים אורך צלעו ואחת מזוויותיו. ניתן לחשב שטח דלתון על פי צלע וגובה או על פי אלכסונים, מכיוון שלא פשוט לחשב את אורך הגובה או את אורכי האלכסונים, נחלק את המעוין לצורות שנוח יותר לעבוד איתן. נעביר אלכסון ונקבל שני משולשים ישרי זווית בעלי זווית בת 60^o. כלומר, אלו משולשים שווי צלעות שאורך צלעם שווה לאורך צלע המעוין (במעוין כל הצלעות שוות). לפיכך, שטח המעוין שווה לסכום שטחם של שני משולשים שווי צלעות:

$$2\cdot\frac{2^2\cdot\sqrt{3}}{4} = 2\cdot\frac{4\sqrt{3}}{4} = 2\cdot\sqrt{3}.$$

תשובה (2).

.11 **השאלה**: בסרטוט שלפניכם מרובע שחור החסום במלבן.



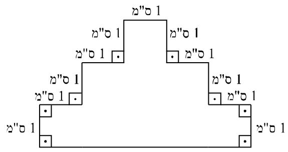
מה היחס בין השטח המושחר לשטח הלבן?

פתרון: בשאלה זו נתון מרובע שחור החסום במלבן. עלינו למצוא את היחס בין השטח השחור לשטח הלבן. נתון כי שניים מקודקודי המרובע השחור מונחים על אמצעי צלעות המלבן (שכן הם מחלקים את צלעות המלבן לשני חלקים שווים). נחבר את שני הקודקודים הללו בקו ישר, ונקבל שני מלבנים קטנים שבכל אחד מהם חסום משולש. שטחו של משולש החסום במלבן שווה למחצית משטח המלבן, ולכן השטח הלבן בכל מלבן שווה למחצית השנייה של המלבן. כלומר, השטח השחור שווה לשטח הלבן, ולכן היחס ביניהם הוא 1:1.

תשובה (1).

---

12. **השאלה**: מה שטחה של הצורה שבסרטוט (בסמ״ר)?



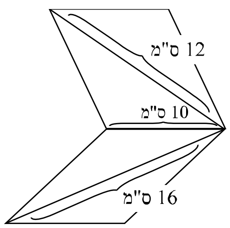
פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את שטחה של הצורה (המוזרה) שבסרטוט. לצורה זו אין נוסחת שטח, לכן נחלק אותה לצורות נוחות יותר לחישוב. נמשיך את הקווים האופקיים והאנכיים כך שיתקבלו 9 ריבועים שאורך צלעם 1 ס״מ. שטח הצורה שווה לסכום שטחם של 9 הריבועים הללו: $9 \left(= 9 \cdot 1^2 \right)$.

תשובה (2).

---

13. **השאלה**: נתונים שני מעוינים בעלי צלע משותפת (ראו סרטוט).

מה היחס בין שטחי המעוינים?



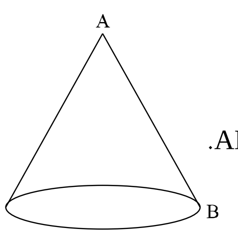
פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את היחס בין שטחם של שני מעוינים בעלי צלע משותפת.
מכיוון שנתון אורך אחד האלכסונים בכל מעוין, נחשב את שטחם על פי מכפלת האלכסונים חלקי 2. נעביר בכל מעוין את האלכסון השני. האלכסונים מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, כך שנוצרים 4 משולשים ישרי זווית חופפים. נתבונן במשולש התחתון של המעוין העליון. אורך היתר שלו 10 ס״מ ואורך אחד מניצביו 6 ס״מ (מחצית מ-12 ס״מ). על פי השלשה הפיתגורית 6:8:10, אורך הניצב השני הוא 8 ס״מ. ניצב זה מהווה מחצית מהאלכסון השני של המעוין. כלומר אורך האלכסונים במעוין העליון: 12 ס״מ ו-16 ס״מ. כעת נתבונן במשולש העליון של המעוין התחתון. אורך היתר שלו 10 ס״מ ואורך אחד מניצביו 8 ס״מ (מחצית מ-16 ס״מ). על פי השלשה הפיתגורית 6:8:10, אורך הניצב השני הוא 6 ס״מ. ניצב זה מהווה מחצית מהאלכסון השני של המעוין. כלומר אורך האלכסונים במעוין התחתון: 12 ס״מ ו-16 ס״מ.
מכיוון שלשני המעוינים אלכסונים שווים, גם שטחם שווה (יחס של 1:1).

תשובה (1).

---

14. **השאלה**: בסרטוט שלפניכם חרוט שקוטר בסיסו 6 ס״מ וגובהו 4 ס״מ.

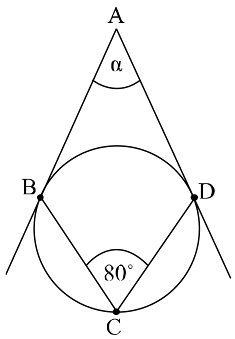
$AB = ?$



פתרון: בשאלה זו נתון חרוט אשר גובהו וקוטר בסיסו נתונים, ועלינו למצוא את אורכו של AB. נסרטט את גובה החרוט ואת קוטר הבסיס. הגובה מאונך לבסיס, ולכן מתקבל משולש ישר-זווית שניצביו הם גובה החרוט (4 ס״מ) ורדיוס הבסיס (מחצית מהקוטר, כלומר 3 ס״מ), והיתר שלו הוא AB. על פי השלשה הפיתגורית 3:4:5, אורכו של AB הוא 5 ס״מ.

תשובה (3).

.15 **השאלה**: הישרים AB ו-AD משיקים למעגל שבסרטוט בנקודות B ו-D בהתאמה.



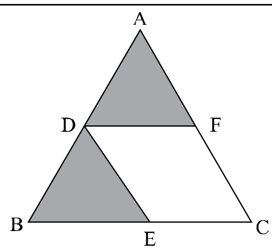
הנקודה C נמצאת על היקף המעגל.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את הזווית הכלואה בין שני משיקים. נעביר רדיוסים ממרכז המעגל לנקודות ההשקה, ונקבל מרובע ששתיים מזוויותיו שוות 90^o (הרדיוסים מאונכים למשיקים), אחת מזוויותיו היא α והזווית הרביעית היא זווית מרכזית במעגל הנשענת על הקשת עליה נשענת גם הזווית ההיקפית בת ה-80^o. זווית היקפית כפולה מהזווית המרכזית הנשענת על אותה קשת, לכן הזווית המרכזית שווה ל-160^o $(= 2 \cdot 80°)$. סכום הזוויות במרובע הוא 360^o, לפיכך: $\alpha + 90° + 90° + 160° = 360°$ ⇦ $\alpha + 340° = 360°$. נחסר 340^o משני האגפים, ונקבל: $\alpha = 20°$.

תשובה (2).

.16 **השאלה**: משולש ABC הוא משולש שווה-צלעות שהיקפו 12 ס"מ. על גבי הצלע AB מונחים שני משולשים שווי-צלעות חופפים כמתואר בסרטוט.



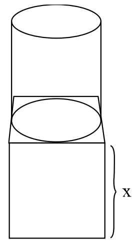
$\frac{\text{השטח המושחר}}{\text{השטח הלבן}} = ?$

פתרון: בשאלה זו מתוארים שני משולשים שווי צלעות חופפים המונחים על צלעו של משולש שווה-צלעות גדול, ועלינו למצוא את היחס בין סכום שטחי המשולשים המושחרים לשטח הלבן. מכיוון שמשולש שווה-צלעות הוא סימטרי, נוח יהיה לחלק את המשולש למשולשים חופפים, ובעזרתם למצוא את היחס המבוקש.

צלע המשולש הגדול 12 ס"מ, לפיכך צלע כל משולש קטן שווה ל- $6 \left(= \frac{12}{2}\right)$. מכאן ש-F ו-E מונחות על אמצעי צלעות המשולש הגדול. נחבר אותן בקו ונקבל 4 משולשים שווי-צלעות חופפים. שניים מהם שחורים ושניים מהם לבנים. לפיכך השטח השחור שווה לשטח הלבן, ולכן ערך הביטוי המבוקש הוא 1.

תשובה (1).

.17 **השאלה**: על קוביה שמקצועה x ס״מ בנו גליל כך שבסיס הגליל הוא המעגל החסום בפאה העליונה של הקוביה (ראו סרטוט).



מה צריך להיות גובה הגליל (בס״מ)

כדי שנפחו יהיה שווה לנפח הקוביה?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את גובהו של גליל המונח על גבי קוביה שאורך צלעה x, כאשר נתון כי נפח הגליל שווה לנפח הקוביה. נפח קוביה שווה לצלע שלה בשלישית, כלומר ל- x^3. נפח גליל שווה לשטח בסיסו כפול הגובה. בכדי לחשב את שטח בסיסו של הגליל יש לדעת את רדיוס בסיסו. אם נעיר רדיוסים ממרכז הבסיס לנקודות ההשקה, נגלה שקוטר הבסיס שווה לצלע הקוביה (x), ולכן רדיוס הבסיס שווה ל- $\frac{x}{2}$. מכאן שנפח הגליל שווה ל: $\pi\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^2\cdot\text{גובה} = \pi\cdot\frac{x^2}{4}\cdot\text{גובה}$. נשווה בין נפח הגליל ונפח הקוביה, ונחלץ מתוך המשוואה את גובה הגליל: $x^3 = \pi\cdot\frac{x^2}{4}\cdot\text{גובה}$.

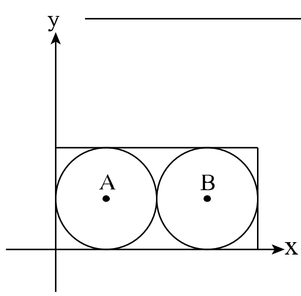
נכפול ב-4 את שני האגפים, בכדי לבטל את המכנה, ונקבל: $4x^3 = \pi x^2\cdot\text{גובה}$.

נחלק ב- x^2 את שני האגפים, ונקבל: $4x = \pi\cdot\text{גובה}$.

נחלק ב-π את שני האגפים, ונקבל: $\text{גובה} = \frac{4x}{\pi}$.

תשובה (1).

.18 **השאלה**: במערכת הצירים שלפניכם שני מעגלים חופפים ומשיקים החסומים במלבן שהיקפו 36 ס״מ.
הנקודות A ו-B הן מרכזי המעגלים.



מה שיעוריה של נקודה B?

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא את ערכה של נקודה B שהיא מרכז אחד מהמעגלים החסומים במלבן. נתון כי היקף המלבן הוא 36 ס״מ. נמצא את הקשר בין רדיוס המעגלים (יסומן ב-r) להיקף המלבן על ידי העברת רדיוסים ממרכזי המעגלים לנקודות ההשקה עם היקף המלבן. בניית עזר זו מאפשרת לראות כי רוחב המלבן שווה לשני רדיוסים ואורך המלבן שווה ל-4 רדיוסים. היקף המלבן שווה לסכום צלעותיו. כלומר: $2r + 4r + 2r + 4r = 36$ ⇦ $12r = 36$ ⇦ $r = 3$.

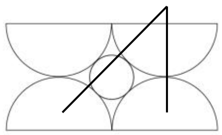
כעת נתבונן בנקודה B. ערך ה-x של הנקודה (כלומר מרחקה מציר ה-y) שווה ל-3 רדיוסים, וערך ה-y של הנקודה (כלומר מרחקה מציר ה-x) שווה לרדיוס אחד. לפיכך, שיעוריה של נקודה B הם (9,3).

תשובה (3).

.19 **השאלה:** בסרטוט שלפניכם 4 חצאי מעגלים זהים בעלי רדיוס R.
חצאי המעגלים משיקים זה לזה ולמעגל הקטן.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

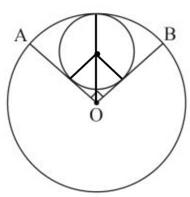
מהו רדיוס המעגל הקטן?



פתרון: נבנה בניית עזר באופן הבא: נמתח רדיוסים בשני חצאי המעגלים הימניים כך שהרדיוסים יגיעו לנקודת ההשקה ביניהם. בנוסף, נמתח רדיוסים אל נקודות ההשקה עם המעגל הקטן, וקוטר במעגל הקטן (כמתואר בציור). מתקבל משולש ישר זווית ושווה שוקיים.
נסמן את רדיוס המעגל הקטן ב- r. אם כך, כל אחת מהשוקיים מורכבת משני רדיוסים גדולים ולכן שווה ל- $2R$, והיתר מורכב משני רדיוסים גדולים ועוד שני רדיוסים קטנים ולכן שווה ל- $2R + 2r$.
מצד שני, ניתן לחשב את היתר במשולש על פי יחסי הצלעות במשולש ישר זווית ושווה שוקיים $\left(1:1:\sqrt{2}\right)$. היתר במשולש גדול פי $\sqrt{2}$ מכל אחד מהניצבים, כלומר הוא שווה ל- $2R\sqrt{2}$.
כעת קיבלנו שני ביטויים שונים המתאים את אותה הצלע (היתר במשולש), מצד אחד היא שווה ל- $2R + 2r$, ומצד שני היא שווה ל- $2R\sqrt{2}$. מכיוון ששני הביטויים מתארים את אותה הצלע הרי שהם שווים, ולכן ניתן לבנות את המשוואה: $2R + 2r = 2R\sqrt{2}$.
התבקשנו למצוא את רדיוס המעגל הקטן, לכן נבודד את r: $2r = 2R\sqrt{2} - 2R = 2\left(R\sqrt{2} - R\right)$
נחלק את אגפי המשוואה ב- 2 ונקבל: $r = R\sqrt{2} - R = R\left(\sqrt{2} - 1\right)$

תשובה (1).

.20 **השאלה:** בסרטוט שלפניכם O מרכז המעגל הגדול.
OA ו- OB שני רדיוסים במעגל הגדול המאונכים זה לזה ומשיקים למעגל הקטן.



נתון כי רדיוס המעגל הקטן הוא 1 ס״מ.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

מהו רדיוס המעגל הגדול (בס״מ)?

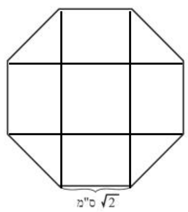
פתרון: נבנה בניית עזר באופן הבא: נמתח רדיוס במעגל הגדול העובר דרך מרכז המעגל הקטן.
בנוסף, נמתח שני רדיוסים במעגל הקטן המגיעים לנקודות ההשקה (והם יהיו בהכרח מאונכים למשיקים).
כעת נתמקד ברדיוס שבנינו במעגל הגדול: הוא מחולק לשני חלקים- החלק התחתון הוא אלכסון בריבוע שנוצר, והחלק העליון הוא פשוט רדיוס המעגל הקטן (השווה ל- 1 ס״מ).
על מנת למצוא את החלק התחתון נשים לב כי אורך צלע הריבוע שנוצר שווה לרדיוס המעגל הקטן, כלומר ל- 1 ס״מ. ניתן למצוא את האלכסון על פי היחסים במשולש ישר זווית ושווה שוקיים $\left(1:1:\sqrt{2}\right)$, כלומר, האלכסון שווה ל- $\sqrt{2}$ ס״מ.
בסך הכול, על מנת למצוא את רדיוס המעגל הגדול נחבר את שני חלקיו שמצאנו: $R = 1 + \sqrt{2}$.

תשובה (4).

---

21. השאלה: בסרטוט שלפניכם מתומן משוכל שצלעו $\sqrt{2}$ ס״מ.

מהו שטח המתומן (בסמ״ר)?



פתרון : לא למדנו נוסחה לחישוב שטח מתומן, ולכן עלינו לחלק את המתומן לצורות קטנות יותר, שאת שטחן אנו יודעים לחשב.

נבנה 4 אלכסונים במתומן, המחלקים אותו לריבוע (באמצע), 4 משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים חופפים ו- 4 מלבנים חופפים.

נמצא את שטח כל אחת מהצורות בנפרד.

ריבוע : צלע הריבוע שווה לצלע המתומן המשוכלל, כלומר ל- $\sqrt{2}$ ס״מ. ומכאן ששטח הריבוע הוא 2 סמ״ר $\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=\right)$.

משולש ישר זווית ושווה שוקיים : שטח משולש ישר זווית שווה למכפלת הניצבים חלקי 2. נתון לנו יתר המשולש (שהוא צלע המתומן). על מנת למצוא את הניצבים עלינו לחלק את היתר ב- $\sqrt{2}$, מכאן שהניצבים שווים ל- 1 ס״מ $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\right)$. וכעת נוכל לחשב את שטח המשולש : $\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}$.

מלבן : צלעו האחת של המלבן שווה לצלע המתומן $\left(\sqrt{2}\right)$, וצלעו השנייה שווה לניצב במשולש, אותו חישבנו קודם (1). שטח המלבן שווה למכפלת הצלעות : $1\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

כעת נחשב את כל השטחים המרכיבים את המתומן : ריבוע + 4 משולשים + 4 מלבנים.

$$2+4\cdot\frac{1}{2}+4\cdot\sqrt{2}=2+2+4\sqrt{2}=4+4\sqrt{2}=4\left(1+\sqrt{2}\right).$$

תשובה (3).