מפתח תשובות נכונות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	(2)	(2)	(2)	(4)	(2)	(2)	(4)	(4)	(4)	(2)

שאלה	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
תשובה	(4)	(4)	(2)	(1)	(3)	(4)	(2)	(2)	(1)	(2)

שאלה	21	22
תשובה	(4)	(3)

הסברים

1. **השאלה**: נחום חילק 100 פעמונים בין שלושת ילדיו.
מספר הפעמונים שקיבל הבן הבכור גדול פי 4 ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר.
מספר הפעמונים שקיבל הבן האמצעי גדול פי $1\frac{1}{4}$ ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר.
כמה פעמונים קיבל הבן הצעיר?

פתרון: אב חילק 100 פעמונים בין שלושת ילדיו. נתון היחס בין מספר הפעמונים שקיבל כל ילד ועלינו למצוא כמה פעמונים קיבל הילד הצעיר. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות כמספר הפעמונים של הילד הצעיר, נבדוק על פי היחס כמה קיבלו הילד האמצעי והילד הבכור, ולבסוף נבדוק אם כולם יחד קיבלו 100 פעמונים. אם כן, התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: הבן הצעיר קיבל 12 פעמונים. מספר הפעמונים שקיבל הבן הבכור גדול פי 4 ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר, כלומר הבכור קיבל 48 פעמונים $(= 12\cdot 4)$. מספר הפעמונים שקיבל הבן האמצעי גדול פי $1\frac{1}{4}$ ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר, כלומר האמצעי קיבל 15 פעמונים $\left(= \cancel{12}^{\,3}\cdot\frac{5}{\cancel{4}_{1}} = 12\cdot 1\frac{1}{4}\right)$.
כל השלושה יחד קיבלו 75 פעמונים $(= 15 + 48 + 12)$ ולא 100, ולכן תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: הבן הצעיר קיבל 16 פעמונים. מספר הפעמונים שקיבל הבן הבכור גדול פי 4 ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר, כלומר הבכור קיבל 64 פעמונים $(= 16\cdot 4)$. מספר הפעמונים שקיבל הבן האמצעי גדול פי $1\frac{1}{4}$ ממספר הפעמונים שקיבל הבן הצעיר, כלומר האמצעי קיבל 20 פעמונים $\left(= \frac{80}{4} = 16\cdot\frac{5}{4} = 16\cdot 1\frac{1}{4}\right)$.
כל השלושה יחד קיבלו 100 פעמונים $(= 20 + 64 + 16)$ ולכן תשובה (2) נכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

2. **השאלה**: נתון: $\frac{1}{x} < x^2$

איזה מהמספרים הבאים **לא יכול** להיות ערכו של x?

פתרון: בשאלה נתון אי-שוויון $\frac{1}{x} < x^2$, ועלינו לקבוע איזה מהערכים שבתשובות לא יכול להיות ערכו של x. לצורך כך נציב את המספר שבכל תשובה במקום x ונבדוק אם נוצר אי-שוויון נכון. תשובה שאינה יוצרת אי-שוויון נכון לא יכולה להיות.

תשובה (1): נציב $-\frac{3}{2}$ במקום x, ונקבל: $\frac{1}{-\frac{3}{2}} < \left(-\frac{3}{2}\right)^2$.

נפשט, ונקבל: $-\frac{2}{3} < \frac{9}{4}$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון נכון, x יכול להיות שווה ל- $-\frac{3}{2}$.

תשובה (2): נציב $\frac{1}{2}$ במקום x, ונקבל: $\frac{1}{\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

נפשט, ונקבל: $2 < \frac{1}{4}$. מכיוון שקיבלנו אי-שוויון שאינו נכון, x **לא יכול** להיות שווה ל- $\frac{1}{2}$.

מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

---

3. **השאלה**: מחיר שמלה כפול ממחיר חצאית.
מחירן של שתי שמלות וחצאית שווה ל-60 שקלים.

מה מחירה של שמלה (בשקלים)?

פתרון: בשאלה זו נתון כי מחיר שמלה כפול ממחיר חצאית וכי סכום מחירן של שתי שמלות וחצאית הוא 60 שקלים. עלינו למצוא את מחירה של שמלה. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת מהתשובות כמחיר השמלה, נחלק אותו ב-2 בכדי למצוא את מחיר החצאית (שהרי מחיר שמלה כפול ממחיר חצאית), ואז נבדוק מה סכום מחירן של שתי שמלות וחצאית. אם נקבל 60 שקלים, התשובה נכונה.

תשובה (1): מחירה של שמלה הוא 18 שקלים, ולכן מחיר חצאית הוא 9 שקלים. סכום מחירן של שתי שמלות וחצאית הוא 45 שקלים $(2\cdot 18 + 9 =)$ ולא 60 שקלים, ולכן תשובה (1) אינה נכונה.

תשובה (2): שמלה עולה 24 שקלים, ולכן מחירה של חצאית הוא 12 שקלים. סכום מחירן של שתי שמלות וחצאית הוא 60 שקלים $(2\cdot 24 + 12 =)$, ולכן תשובה (2) נכונה.

מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

---

4. **השאלה**: a ו-b הם מספרים שלמים השונים זה מזה וגדולים מ-1.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות ערכו של הביטוי $a^3 \cdot b$?

פתרון: בשאלה זו עלינו לקבוע איזו מהתשובות יכולה להיות ערכו של הביטוי $a^3 \cdot b$, כאשר a ו-b שלמים, שונים זה מזה וגדולים מ-1. מכיוון שיש אפשרויות רבות עבור a ו-b, ישנן גם אפשרויות רבות עבור הביטוי $a^3 \cdot b$. במקום לבדוק את כל האפשרויות הללו, נבדוק את האפשרויות שבתשובות. ננסה לפרק כל תשובה למכפלה של מספר שלם בשלישית (a^3) במספר שלם אחר (b). תשובה שניתן לפרקה כאמור היא התשובה הנכונה.

תשובה (1): $70 = 7 \cdot 10 = 7 \cdot 2 \cdot 5$. לא ניתן לפרק את 70 למכפלה של שלם בשלישית בשלם אחר, ולכן תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2): $22 = 2 \cdot 11$. לא ניתן לפרק את 22 למכפלה של שלם בשלישית בשלם אחר, ולכן תשובה (2) נפסלת.

תשובה (3): 37 הוא מספר ראשוני ולכן לא ניתן לפרקו ככלל למכפלה כלשהי, ולכן תשובה (3) נפסלת.

תשובה (4): $54 = 27 \cdot 2 = 3^3 \cdot 2$. ניתן לפרק את 54 למכפלה של שלם בשלישית בשלם אחר, ולכן תשובה (4) נכונה.

תשובה (4).

---

5. **השאלה**: x מהווה 50% מ-y.
z מהווה 20% מ-x.

$$x = \frac{y}{z}$$

$$y = ?$$

פתרון: בשאלה זו נתון כי x מהווה 50% מ-y, z מהווה 20% מ-y וכי $x = \frac{y}{z}$ ועלינו לקבוע מה ערכו של y.

לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום y, נמצא מיהו x (מהווה 50%מ-y), ונמצא מיהו z אשר מהווה 20% מ-x ואז נבדוק האם אכן $\frac{y}{z}$ שווה ל-x.

תשובה (1): $y = 10$. x מהווה 50% מ-y, כלומר שווה ל-5 (50% מ-10), z מהווה 20% מ-x, כלומר שווה ל-1 (20% מ-5).הביטוי $\frac{y}{z}$ שווה ל- 10 $\left(\frac{y}{z} = \frac{10}{1} =\right)$ ואינו שווה ל-x השווה ל-5, ולכן תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2): $y = 20$. x מהווה 50% מ-y, כלומר שווה ל-10 (50% מ-20), z מהווה 20% מ-x כלומר שווה ל-2 (20% מ-10).הביטוי $\frac{y}{z}$ שווה ל-10 $\left(\frac{y}{z} = \frac{20}{2} =\right)$ ושווה ל-x שגם הוא שווה ל-10. תשובה (2) היא התשובה הנכונה.

מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

6. **השאלה** : מספר הגולות של יעל גדול פי 2 ממספר הגולות של אסף.
מספר הגולות של קרן גדול פי 3 ממספר הגולות של אסף.

אם ליעל יש יותר מ-16 גולות, ולקרן יש פחות מ-30 גולות,

כמה גולות בדיוק יש לאסף?

פתרון : בשאלה זו נתון כי מספר הגולות של יעל גדול פי 2 ממספר הגולות של אסף, מספר הגולות של קרן גדול פי 3 ממספר הגולות של אסף. כמו כן נתון כי ליעל יש יותר מ-16 גולות וכי לקרן יש פחות מ-30 גולות. עלינו למצוא את מספר הגולות של אסף.
לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום מספר הגולות של אסף, נמצא את מספר הגולות של קרן ויעל על-פי היחסים הנתונים בשאלה, ונבדוק האם ליעל יש אכן יותר מ-16 גולות ולקרן
פחות מ-30. אם כן, התשובה נכונה.
<u>תשובה (1)</u> : אם לאסף יש 8 גולות, ליעל יש 16 גולות (פי 2 מלאסף). מכיוון שעל פי נתוני השאלה ליעל יש יותר מ-16 גולות, נפסול את תשובה (1).
<u>תשובה (2)</u> : אם לאסף יש 9 גולות, ליעל יש 18 גולות (פי 2 מלאסף) ולקרן יש 27 גולות (פי 3 מלאסף). מספר הגולות של יעל אכן גדול מ-16, ומספר הגולות של קרן אכן קטן מ-30. תשובה (2) מתאימה לנתוני השאלה ולכן היא התשובה הנכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

---

7. **השאלה** : a ו-b הם מספרים שלמים וגדולים מ-1.
b מתחלק ב- a ללא שארית.
$ab + b = 12$

$b = ?$

פתרון : בשאלה נתון כי $ab + b = 12$ כאשר a ו-b שלמים וגדולים מ-1, ו-b מתחלק ב-a ללא שארית. עלינו למצוא את ערכו של b. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום b במשוואה הנתונה, נמצא את ערכו של a, ונבדוק האם אכן a ו-b שלמים וגדולים מ-1 ואם b אכן מתחלק ב-a ללא שארית. אם כן, התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u> : נציב במשוואה $b = 10$, ונקבל: $a \cdot 10 + 10 = 12$. נבודד את a, ונקבל: $a = \frac{1}{5}$. מכיוון שקיבלנו a שאינו שלם, תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u> : נציב במשוואה $b = 2$, ונקבל: $a \cdot 2 + 2 = 12$. נבודד את a, ונקבל: $a = 5$. a ו-b אמנם שלמים אולם מכיוון ש-b השווה ל-2 אינו מתחלק ב-5, נפסול את תשובה (2).

<u>תשובה (3)</u> : נציב במשוואה $b = 6$, ונקבל: $a \cdot 6 + 6 = 12$. נבודד את a, ונקבל: $a = 1$. על פי נתוני השאלה a ו-b שלמים וגדולים מ-1. מכיוון שקיבלנו a שאינו גדול מ-1, תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u> : נציב במשוואה $b = 4$, ונקבל: $a \cdot 4 + 4 = 12$. נבודד את a, ונקבל: $a = 2$. מכיוון ש-2, ו-4 הם שלמים הגדולים מ-1 ומכיוון ש-4 מתחלק ב-2, תשובה (4) היא התשובה הנכונה.

תשובה (4).

8. **השאלה**: במחקר שנערך לגבי הסטודנטים בחוג לספרות התברר כי ל-30% יש מכונית, 40% קוראים עיתון בכל יום ו-50% אוהבים מוזיקת ג'ז.

מה מהבאים **יכול להיות** מספר הסטודנטים בחוג לספרות?

פתרון: בשאלה נתון כי ל-30% מהסטודנטים בחוג לספרות יש מכונית, 40% מהם קוראים עיתון בכל יום ו-50% אוהבים מוזיקת ג'ז. עלינו לקבוע מה יכול להיות מספר הסטודנטים בחוג. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות כמספר הסטודנטים בחוג, נחשב את הקבוצות הנתונות, ונבדוק אם המצב אפשרי או לא.

<u>תשובה (1)</u>: בחוג יש 24 סטודנטים. 30% מ-24 הם 7.2 סטודנטים $\left(\frac{30}{100}\cdot 24 =\right)$. מכיוון שלא יכול להיות של-7.2 סטודנטים יש מכונית (מי זה ה-0.2 סטודנט???) תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: בחוג יש 25 סטודנטים. 30% מ-25 הם 7.5 סטודנטים $\left(\frac{30}{100}\cdot 25 =\right)$. מכיוון שלא יכול להיות של-7.5 סטודנטים יש מכונית (מי זה ה-0.5 סטודנט???) תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: בחוג יש 35 סטודנטים. 30% מ-35 הם 10.5 סטודנטים $\left(\frac{30}{100}\cdot 35 =\right)$. מכיוון שלא יכול להיות של-10.5 סטודנטים יש מכונית (מי זה ה-0.5 סטודנט???) תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: בחוג יש 60 סטודנטים. 30% מ-60 הם 18 סטודנטים $\left(\frac{30}{100}\cdot 60 =\right)$. 40% מ-60 הם 24 סטודנטים $\left(\frac{40}{100}\cdot 60 =\right)$. 50% מ-60 הם 30 סטודנטים $\left(\frac{50}{100}\cdot 60 =\right)$. בהחלט ייתכן שבחוג יש 18 סטודנטים בעלי מכונית, 24 שקוראים עיתון מדי יום ו-30 שאוהבים ג'ז (אמנם מיד עולה וצצה השאלה, מי הם לעזאזל ה-30 האלו... טוב עזבו), ולכן יכולים להיות בחוג 60 סטודנטים.

תשובה (4).

---

9. **השאלה**: נתון: $0 < x\cdot(x-1)\cdot(x+2)$

איזה מהערכים הבאים של x מקיים את אי-השיוויון?

פתרון: בשאלה נתון אי-שוויון: $0 < x\cdot(x-1)\cdot(x+2)$ ועלינו לקבוע איזה מהמספרים שבתשובות מקיים את אי-השוויון. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת מהתשובות במקום x, ונבדוק האם מתקבל באגף ימין של אי-השוויון מספר הגדול מ-0 (כלומר, חיובי). אם כן, התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $x = 1$ באי-השוויון, ונקבל: $0 < 1\cdot 0\cdot 3$ ⇦ 0 אינו גדול מ-0. תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נציב $x = -2$ באי-השוויון, ונקבל: $0 < (-2)\cdot(-3)\cdot 0$ ⇦ $0 < 0$. 0 תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נציב $x = -3$ באי-השוויון, ונקבל: $0 < (-3)\cdot(-4)\cdot(-1)$. מכפלה של שלושה מספרים שליליים נותנת מספר שלילי, כלומר קטן מ-0, ולכן תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: נציב $x = -\frac{1}{2}$ באי-השוויון, ונקבל: $0 < \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{2}\right)\cdot 1\frac{1}{2}$. מכפלה של שני מספרים שליליים ומספר חיובי נותנת תוצאה חיובית, כלומר הגדולה מ-0. לכן תשובה (4) נכונה.

תשובה (4).

.10 **השאלה**: נתון: $|x| < 4$

$4x + 5 < 0$

איזה מהמספרים הבאים **יכול להיות** ערכו של x?

פתרון: בשאלה נתון כי $|x| < 4$ וכי $4x + 5 < 0$, ועלינו לקבוע איזה מהערכים שבתשובות יכול להיות ערכו של x. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת מהתשובות במקום x בשני אי-השוויונים הנתונים, ונבדוק אם מתקבלים אי-שוויונים נכונים. אם כן התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $x = 1$ באי-השוויון הראשון, ונקבל: $|1| < 4$. ערך מוחלט של 1 שווה ל-1, והוא אכן קטן מ-4. נציב באי-השוויון השני, ונקבל: $4 \cdot 1 + 5 < 0$ ⇦ $9 < 0$. מכיוון ש-0 אינו גדול מ-9, תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נציב $x = -2$ באי-השוויון הראשון, ונקבל: $|-2| < 4$ ערך מוחלט של מינוס 2 שווה ל-2, והוא אכן קטן מ-4. נציב באי-השוויון השני, ונקבל: $4 \cdot (-2) + 5 < 0$ ⇦ $-3 < 0$. מכיוון ש-0 אכן גדול מ-(3-), תשובה (2) נכונה. מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

.11 **השאלה**: שלמה יצא לקניות בשוק. לאחר ששילם k שקלים בדוכן הירקות ו-2k שקלים (k - מספר שלם) בדוכן הגבינות גילה שלמה שבארנקו נותר שקל אחד בלבד.

איזה מהמספרים הבאים **אינו** יכול להיות סכום הכסף (בשקלים) שהיה בארנקו של שלמה מלכתחילה?

פתרון: בשאלה נתון כי לאחר ששלמה בזבז 3k שקלים, נותר לו שקל אחד בלבד. עלינו לקבוע איזו מהתשובות אינה יכולה להיות סכום הכסף שהיה בארנקו של שלמה בתחילה. לצורך כך נציב בכל פעם תשובה אחת בתור סכום הכסף ההתחלתי, נפחית ממנה שקל אחד (השקל הנותר) ונבדוק אם התוצאה שהתקבלה יכולה להיות שווה ל- 3k, כלומר מתחלקת ב-3 ללא שארית.

<u>תשובה (1)</u>: נפחית מ-19 אחד, ונקבל 18. אם 3k שווה ל-18, k שווה ל-6. k יכול להיות כל מספר שלם וחיובי, ולכן תשובה (1) אפשרית, ולכן נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נפחית מ-25 אחד, ונקבל 24. אם 3k שווה ל-24, k שווה ל-8. k יכול להיות כל מספר שלם וחיובי, ולכן תשובה (2) אפשרית, ולכן נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נפחית מ-37 אחד, ונקבל 36. אם 3k שווה ל-36, k שווה ל-12. k יכול להיות כל מספר שלם וחיובי, ולכן תשובה (3) אפשרית, ולכן נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: נפחית מ-45 אחד, ונקבל 44. אם 3k שווה ל-44, k שווה ל- $14\frac{2}{3}$, אולם למעשה אין צורך לחשב זאת אלא מספיק לקבוע כי 44 אינו מתחלק ב-3 ללא שארית. מכיוון שנתון כי k הוא מספר שלם, זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

12. **השאלה**: נתון: a מתחלק ב-10 ללא שארית.

$$a = 13b + 4$$

מה מהבאים **יכול להיות** ערכו של b?

פתרון: בשאלה נתון כי a מתחלק ב-10 ללא שארית וכי $a = 13b + 4$. עלינו לקבוע מה יכול להיות ערכו של b. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום b במשוואה הנתונה ונבדוק אם מתקבל a המתחלק ב-10 ללא שארית. כלומר, האם מתקבל מספר המסתיים ב-0.

<u>תשובה (1)</u>: נציב 18 במקום ה-b במשוואה ונקבל: $a = 13 \cdot 18 + 4$. 13 כפול 18 נותן מספר המסתיים ב-4 (שכן 3 כפול 8 הם 24). כשנוסיף לו 4, נקבל מספר המסתיים ב-8 ולא ב-0. תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נציב 23 במקום ה-b במשוואה ונקבל: $a = 13 \cdot 23 + 4$. 13 כפול 23 נותן מספר המסתיים ב-9 (שכן 3 כפול 3 הם 9). כשנוסיף לו 4, נקבל מספר המסתיים ב-3 ולא ב-0. תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נציב 37 במקום ה-b במשוואה ונקבל: $a = 13 \cdot 37 + 4$. 13 כפול 37 נותן מספר המסתיים ב-1 (שכן 3 כפול 7 הם 21). כשנוסיף לו 4, נקבל מספר המסתיים ב-5 ולא ב-0. תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: נציב 42 במקום ה-b במשוואה ונקבל: $a = 13 \cdot 42 + 4$. 13 כפול 42 נותן מספר המסתיים ב-6 (שכן 3 כפול 2 הם 6). כשנוסיף לו 4, נקבל מספר המסתיים ב-0. זו התשובה הנכונה.

תשובה (4).

---

13. **השאלה**: בחוות סוסים יש סוסים שחורים ולבנים בלבד.
מספר הסוסים הלבנים היה גדול פי 3 ממספר הסוסים השחורים.
לאחר שנולדו 36 סוסים לבנים, מספר הסוסים השחורים היווה $\frac{1}{5}$ ממספר הסוסים הכולל בחווה.
בהנחה שלא התווספו או עזבו את החווה סוסים נוספים, כמה סוסים שחורים יש בחווה?

פתרון: בשאלה זו נתון היחס בין מספר הסוסים הלבנים למספר הסוסים השחורים לפני ואחרי שנולדו 36 סוסים לבנים חדשים (מספר הסוסים השחורים לא השתנה). עלינו למצוא את מספר הסוסים השחורים. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום מספר הסוסים השחורים, נמצא את מספר הסוסים הלבנים לפני ואחרי השינוי, על פי היחסים הנתונים. ואז נבדוק האם ההפרש במספר הסוסים הלבנים לפני ואחרי השינוי שווה ל-36. אם כן התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: בחווה יש 18 סוסים שחורים. לפני השינוי היה מספר הסוסים הלבנים גדול פי 3 ממספר הסוסים השחורים. כלומר, לפני השינוי היו 54 סוסים לבנים $(= 3 \cdot 18)$. אחרי השינוי היה מספר הסוסים השחורים חמישית מכלל הסוסים. כלומר כלל הסוסים היה גדול פי 5 ממספר הסוסים השחורים. מכאן שאחרי השינוי היו בסך-הכל 90 סוסים $(= 5 \cdot 18)$. מתוכם 18 שחורים, ושאר 72 הסוסים $(= 90 - 18)$ לבנים. ההפרש בין מספר הסוסים הלבנים לפני ואחרי השינוי הוא 18 $(= 72 - 54)$ ולא 36, ולכן תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: בחווה יש 36 סוסים שחורים. לפני השינוי היה מספר הסוסים הלבנים גדול פי 3 ממספר הסוסים השחורים. כלומר, לפני השינוי היו 108 סוסים לבנים $(= 3 \cdot 36)$. אחרי השינוי היה מספר הסוסים השחורים חמישית מכלל הסוסים. כלומר כלל הסוסים היה גדול פי 5 ממספר הסוסים השחורים. מכאן שאחרי השינוי היו בסך-הכל 180 סוסים $(= 5 \cdot 36)$. מתוכם 36 שחורים, ושאר 144 הסוסים $(= 180 - 36)$ לבנים. ההפרש בין מספר הסוסים הלבנים לפני ואחרי השינוי הוא 36 $(= 144 - 108)$, ולכן תשובה (2) נכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

14. **השאלה**: נתון: x ו-y מספרים שלמים וחיוביים.

$$(x-y)^2 = 25$$
$$6y = x$$
$$x = ?$$

פתרון: בשאלה זו נתון ש-x ו-y מספרים שלמים וחיוביים וש- $(x-y)^2 = 25$ ו- $6y = x$. עלינו למצוא את ערכו של x. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום x במשוואה השנייה, נמצא את ערכו של y ואז נבדוק אם הערכים שקיבלנו שלמים וחיוביים ואם הם מקיימים את המשוואה הראשונה.

תשובה (1): נציב 6 במקום x במשוואה השנייה, ונקבל: $6y = 6$. נבודד את y, ונקבל: $y = 1$. כעת נציב את הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $(6-1)^2 = 25$. הערכים שקיבלנו שלמים וחיוביים ומקיימים את המשוואה השנייה, ולכן תשובה (1) נכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

---

15. **השאלה**: רוכב אופניים יצא מעפולה לכיוון חדרה בשעה 10:00 במהירות של 30 קמ״ש.
בשעה 11:00 יצא רוכב אופניים נוסף מעפולה לכיוון חדרה במהירות של 40 קמ״ש.

באיזו שעה ידביק הרוכב השני את הרוכב הראשון?

פתרון: בשאלה מתוארים מהירויותיהם וזמני יציאתם של שני רוכבי אופניים. השניים יצאו מאותה נקודה ונסעו באותה דרך. עלינו לקבוע באיזו שעה ידביק הרוכב השני את הראשון. מצב זה יתרחש רק כאשר השניים יעברו את אותו המרחק בדיוק. לכן, בכדי לפתור את השאלה, נציב בכל פעם את אחת השעות ונחשב את המרחק שעבר כל רוכב עד לשעה זו. אם המרחקים שעברו השניים שווים התשובה נכונה.

תשובה (1): עד השעה 13:00 נסע הרוכב הראשון 3 שעות במהירות 30 קמ״ש, ולכן עבר מרחק של 90 ק״מ $(= 3 \cdot 30)$. הרוכב השני נסע שעתיים במהירות 40 ק״מ, ולכן עבר מרחק של 80 ק״מ $(= 2 \cdot 40)$. המרחקים שעברו שני הרוכבים אינם שווים, ולכן תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2): עד השעה 13:30 נסע הרוכב הראשון 3.5 שעות במהירות 30 קמ״ש, ולכן עבר מרחק של 105 ק״מ $(= 3.5 \cdot 30)$. הרוכב השני נסע 2.5 שעות במהירות 40 ק״מ, ולכן עבר מרחק של 100 ק״מ $(= 2.5 \cdot 40)$. המרחקים שעברו שני הרוכבים אינם שווים, ולכן תשובה (2) נפסלת.

תשובה (3): עד השעה 14:00 נסע הרוכב הראשון 4 שעות במהירות 30 קמ״ש, ולכן עבר מרחק של 120 ק״מ $(= 4 \cdot 30)$. הרוכב השני נסע 3 שעות במהירות 40 ק״מ, ולכן עבר מרחק של 120 ק״מ $(= 3 \cdot 40)$. המרחקים שעברו שני הרוכבים שווים, ולכן תשובה (3) נכונה.

תשובה (3).

16. **השאלה**: נתון: a ו-b מספרים שלמים וחיוביים.

$$a \cdot b = 18$$
$$a < b < 3a$$

$b = ?$

פתרון: בשאלה נתון כי a ו-b שלמים וחיוביים וכי $a \cdot b = 18$ ו- $a < b < 3a$. עלינו למצוא את ערכו של b. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום b במשוואה, נמצא את ערכו של a, ואז נבדוק אם הערכים שקיבלנו שלמים וחיוביים ואם הם מקיימים את אי-השוויון. אם כן התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $b = 1$ במשוואה, ונקבל: $a \cdot 1 = 18$. נבודד את a, ונקבל: $a = 18$. נציב את הערכים שקיבלנו באי-השוויון, ונקבל: $18 < 1 < 54$. אי השוויון שגוי, ולכן תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נציב $b = 2$ במשוואה, ונקבל: $a \cdot 2 = 18$. נבודד את a, ונקבל: $a = 9$. נציב את הערכים שקיבלנו באי-השוויון, ונקבל: $9 < 2 < 27$. אי השוויון שגוי, ולכן תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נציב $b = 3$ במשוואה, ונקבל: $a \cdot 3 = 18$. נבודד את a, ונקבל: $a = 6$. נציב את הערכים שקיבלנו באי-השוויון, ונקבל: $6 < 3 < 18$. אי השוויון שגוי, ולכן תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: נציב $b = 6$ במשוואה, ונקבל: $a \cdot 6 = 18$. נבודד את a, ונקבל: $a = 3$. נציב את הערכים שקיבלנו באי-השוויון, ונקבל: $3 < 6 < 9$. אי השוויון נכון, ולכן תשובה (4) נכונה.

תשובה (4).

---

17. **השאלה**: בקיוסק נמכרים כריכים משני סוגים בלבד: כריך עם גבינה צהובה שמחירו 10 שקלים, וכריך עם חביתה שמחירו 7 שקלים.

אורי קנה 6 כריכים, ושילם עבורם x שקלים.
מה מהבאים **יכול להיות** ערכו של x?

פתרון: אורי קנה 6 כריכים. חלקם במחיר 10 שקלים וחלקם במחיר 7 שקלים. עלינו לקבוע איזו מהתשובות יכולה להיות סכום הכסף ששילם אורי בעבור הכריכים (x). לצורך כך, נבדוק לגבי כל תשובה האם היא סכום של 6 מספרים שחלקם 10 וחלקם 7.

<u>תשובה (1)</u>: 49. נתחיל מהכריכים שמחירם 10 שקלים. אם יש כריך אחד כזה, נותרו עוד 39 שקלים, ומספר זה אינו מתחלק ב-7, ולכן אינו אפשרי. אם יש שני כריכים במחיר 10 שקלים, נותרו 29 שקלים וגם הם אינם מתחלקים ב-7. 3 כריכים במחיר 10 שקלים מותירים 19 שקלים, ו-4 כריכים במחיר 10 שקלים מותירים 9 שקלים. אף אחד מהמספרים אינו מתחלק ב-7 ולכן תשובה (1) אינה אפשרית.

<u>תשובה (2)</u>: 51. אם יש 3 כריכים במחיר 10 שקלים, נותרים 21 שקלים שמספיקים בדיוק לרכישת 3 כריכים במחיר 7 שקלים. תשובה (2) אפשרית.
מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך להמשיך ולבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

.18 **השאלה**: שרון: ״לא הייתה כל אפשרות לחלק את מספר העוגיות שרכשתי בצורה שווה בין כל האורחים שהוזמנו למסיבה, אך למרבה המזל מצאתי בארון שתי עוגיות נוספות ואורח אחד לא הגיע ולכן יכולתי לחלק את העוגיות שווה בשווה בין האורחים״.

מדבריה של שרון נובע כי ייתכן שהוזמנו למסיבה _____ אורחים, וכי שרון רכשה _____ עוגיות.

פתרון: בשאלה זו עלינו למצוא תשובה שמשלימה את המשפט באופן נכון. כלומר, תשובה שבה מספר העוגיות אינו מתחלק במספר המוזמנים, אך אם נגדיל את מספר העוגיות ב-2 ונקטין את מספר המוזמנים ב-1, מספר העוגיות שיתקבל יתחלק ללא שארית במספר האורחים שיתקבל. נבדוק את התשובות:

תשובה (1): 27 אינו מתחלק ב-5. נגדיל את מספר העוגיות ב-2, ונקבל 29. נקטין את מספר המוזמנים ב-1, ונקבל 4. 29 אינו מתחלק ב-4, ולכן תשובה (1) נפסלת.

תשובה (2): 28 אינו מתחלק ב-6. נגדיל את מספר העוגיות ב-2, ונקבל 30. נקטין את מספר המוזמנים ב-1, ונקבל 5. 30 מתחלק ב-6, ולכן תשובה (2) נכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך לבדוק את יתר התשובות.

תשובה (2).

.19 **השאלה**: האותיות A ו-B מייצגות ספרות שונות בין 1 ל-9.

נתון:

$$\begin{array}{r} 1A \\ \times \quad B \\ \hline A5 \end{array}$$

$A = ?$

פתרון: בשאלה זו תרגיל ובו האותיות A ו-B. עלינו למצוא את ערכו של A. לצורך כך, נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום כל ה-Aים בתרגיל. נמצא את ערכו של B, ונבדוק אם הערכים שקיבלנו עומדים בנתונים (כלומר, הם ספרות שונות בין1 ל-9).
תשובה (1): אם A שווה ל- 9, התרגיל הוא: $19 \cdot B = 95$. נבודד את B, ונקבל: $B = 5$. קיבלנו ספרות שונות בין 1 ל-9, ולכן תשובה (1) נכונה.
מכיוון שכל התשובות מספריות, אין צורך לבדוק את יתר התשובות.

תשובה (1).

---

20. **השאלה**: לפני שיצא לחופשה,העמיד יובל בחצרו מיכל ריק.
בכל יום גשם נוספים למיכל 500 ליטר מים. בכל יום שמש מתאדים מהמיכל 700 ליטר מים.
לאחר 24 יום חזר יובל מהחופשה וראה שהמיכל ריק.

בהנחה שיום יכול להיות יום גשם או יום שמש בלבד,
כמה ימי גשם, **לכל היותר**, היו במהלך חופשתו של יובל?

פתרון: יובל יצא לחופשה בת 24 יום. חלקם היו ימי גשם בהם נוספו מים למיכל, וחלקם ימי שמש בהם התאדו מים מהמיכל. עלינו לקבוע מה מספר ימי הגשם המקסימלי מתוך ימי החופשה. לצורך כך נציב בכל פעם את אחת התשובות, נחשב את כמות המים שנוספה וכמות המים שהתאדתה, ונבדוק כמה מים נותרו לאחר החופשה. אם קיבלנו 0, התשובה נכונה. שימו לב: מכיוון שנשאלנו על המקסימום, נתחיל מהתשובה הגדולה ביותר (ונרד על פי סדר הגדלים), כך נדע שהתשובה הראשונה שתיתן 0, היא המקסימלית.
תשובה (4): אם היו 18 ימי גשם, הרי ששאר 6 הימים $(= 24 - 18)$ היו ימי שמש. בכל יום גשם נוספים למיכל 500 ליטר מים, ולכן ב-18 ימי גשם יתווספו 9,000 ליטר מים $(= 18 \cdot 500)$. בכל יום שמש מתאדים 700 ליטר מים, ולכן ב-6 ימים יתאדו 4,200 ליטר מים $(= 6 \cdot 700)$. במצב זה ישארו במיכל בתום החופשה 4,800 ליטר מים $(= 0 + 9{,}000 - 4{,}200)$. לא קיבלנו מיכל ריק, ולכן תשובה (4) נפסלת.
תשובה (3): אם היו 16 ימי גשם, הרי ששאר 8 הימים $(= 24 - 16)$ היו ימי שמש. בכל יום גשם נוספים למיכל 500 ליטר מים, ולכן ב-16 ימי גשם יתווספו 8,000 ליטר מים $(= 16 \cdot 500)$. בכל יום שמש מתאדים 700 ליטר מים, ולכן ב-8 ימים יתאדו 5,600 ליטר מים $(= 8 \cdot 700)$. במצב זה ישארו במיכל בתום החופשה 2,400 ליטר מים $(= 0 + 8{,}000 - 5{,}600)$. לא קיבלנו מיכל ריק, ולכן תשובה (3) נפסלת.
תשובה (2): אם היו 14 ימי גשם, הרי ששאר 10 הימים $(= 24 - 14)$ היו ימי שמש. בכל יום גשם נוספים למיכל 500 ליטר מים, ולכן ב-14 ימי גשם יתווספו 7,000 ליטר מים $(= 14 \cdot 500)$. בכל יום שמש מתאדים 700 ליטר מים, ולכן ב-10 ימים יתאדו 7,000 ליטר מים $(= 10 \cdot 700)$. במצב זה ישארו במיכל בתום החופשה 0 ליטר מים $(= 0 + 7000 - 7000)$. קיבלנו מיכל ריק, ולכן תשובה (2) נכונה.
מכיוון שתשובה (1) קטנה מתשובה (2), הרי שגם אם יתקבל מיכל ריק, זה אינו יכול להיות מספר ימי הגשם המקסימלי, ולכן אין צורך לבדוק את תשובה (1).

תשובה (2).

21. **השאלה**: האותיות A ו-B מייצגות ספרות שונות בין 1 ל-9.

נתון: $\frac{AB}{B-A}=12$ (המספר AB הוא מספר דו-ספרתי)

$A+B=6$

$B=?$

פתרון: בשאלה זו נתון כי A ו-B הן אותיות המייצגות ספרות שונות בין 1 ל-9, וכי $\frac{AB}{B-A}=12$ ו-$A+B=6$ עלינו למצוא את ערכו של B. לצורך כך, נציב בכל פעם את אחת התשובות במקום B במשוואה השנייה, נמצא את ערכו של A ואז נציב א הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה. אם נקבל משוואה נכונה, התשובה נכונה.

<u>תשובה (1)</u>: נציב $B=1$ במשוואה השנייה, ונקבל: $A+1=6$. נבודד את A, ונקבל $A=5$.

נציב את הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $\frac{51}{1-5}=12$. המשוואה אינה נכונה, ולכן תשובה (1) נפסלת.

<u>תשובה (2)</u>: נציב $B=2$ במשוואה השנייה, ונקבל: $A+2=6$. נבודד את A, ונקבל $A=4$.

נציב את הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $\frac{42}{2-4}=12$. המשוואה אינה נכונה, ולכן תשובה (2) נפסלת.

<u>תשובה (3)</u>: נציב $B=5$ במשוואה השנייה, ונקבל: $A+5=6$. נבודד את A, ונקבל $A=1$.

נציב את הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $\frac{15}{5-1}=12$. המשוואה אינה נכונה, ולכן תשובה (3) נפסלת.

<u>תשובה (4)</u>: נציב $B=4$ במשוואה השנייה, ונקבל: $A+4=6$. נבודד את A, ונקבל $A=2$.

נציב את הערכים שקיבלנו במשוואה הראשונה, ונקבל: $\frac{24}{4-2}=12$. המשוואה נכונה, ולכן תשובה (4) נכונה.

תשובה (4).

.22 **השאלה**: לבתיה 3 ילדים בגילאים שונים החוגגים כולם את יום הולדתם בערב פורים.
בערב פורים האחרון נתנה בתיה לכל אחד מילדיה מספר סוכריות השווה למכפלת שלושת הגילאים.

איזה מהמספרים הבאים יכול לתאר את מספר הסוכריות הכולל שנתנה בתיה לילדיה בערב פורים?

פתרון: בתיה נתנה לכל אחד משלושת ילדיה מספר סוכריות השווה למכפלת שלושת גילאי הילדים. גילאי הילדים צריכים להיות מספרים שלמים (כי לכולם יום הולדת ביום חלוקת הסוכריות) ושונים (נתון). עלינו לקבוע איזו מהתשובות יכולה להיות מספר הסוכריות הכולל שחילקה בתיה. לצורך כך נחלק כל תשובה ב-3, בכדי לגלות כמה סוכריות קיבל כל ילד, ואז נבדוק אם ניתן לפרק מספר זה למכפלה של שלושה מספרים שלמים ושונים.

תשובה (1): נחלק 57 ב-3 ונקבל 19. זהו מספר ראשוני ולכן לא ניתן לחלק אותו למכפלה של שלושה מספרים שלמים.

תשובה (2): נחלק 51 ב-3 ונקבל 17. זהו מספר ראשוני ולכן לא ניתן לחלק אותו למכפלה של שלושה מספרים שלמים.

תשובה (3): נחלק 45 ב-3 ונקבל 15. ניתן לפרק את 15 למכפלה של 5, 3 ו-1. כלומר, תשובה זו אפשרית אם ילדיה של בתיה הם בני 5, 3 ושנה.

תשובה (3).